

11. Programmieraufgabe Computerorientierte Mathematik I

Abgabe: 12.02.2021 über den Comajudge bis 17 Uhr

Bitte beachten Sie: Die Herausgabe oder der Austausch von Code (auch von Teilen) zu den Programmieraufgaben führt für *alle* Beteiligten zum *sofortigen Scheinverlust*. Die Programmieraufgaben müssen von allen Teilnehmenden alleine bearbeitet werden. Auch Programme aus dem Internet dürfen nicht einfach kopiert werden.

1 Problembeschreibung

In dieser Aufgabe soll eine Funktion `LU_decomposition(M)` implementiert werden, welche die LU-Zerlegung einer gegebenen (invertierbaren) Matrix $M \in \mathbb{Z}^{n \times n}$ bestimmt, d.h. es sollen zwei Matrizen $L, U \in \mathbb{Z}^{n \times n}$ berechnet werden, für die für alle $i, j \in \{1, \dots, n\}$ mit $j < i$ Folgendes gilt:

1. $M = LU$,
2. $L_{ii} = 1$, $L_{ji} = 0$,
3. $U_{ii} \neq 0$, $U_{ij} = 0$.

Es darf hierbei vorausgesetzt werden, dass die LU-Zerlegung existiert und eindeutig ist sowie dass unter den Voraussetzungen automatisch $L, U \in \mathbb{Z}^{n \times n}$ gilt.

2 Aufgabenstellung und Anforderungen

2.1 Eingabe

Eine Matrix mit ganzzahligen Einträgen, gegeben als String in dem Format von Programmieraufgabe PA08. Dabei stehen die Zeilen der Matrizen hintereinander und sind jeweils durch ein Komma und ein Leerzeichen von einander getrennt. Die ganzzahligen Einträge einer Zeile sind jeweils durch Leerzeichen getrennt.

2.2 Ausgabe

Die resultierenden Matrizen L und U sollen dabei unter Vernachlässigung der Diagonalen von L in eine Matrix geschrieben werden. Zum Beispiel wird

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 17 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad U = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -7 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -9 \end{pmatrix}$$

zu

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & -7 \\ -2 & 1 & -1 \\ 17 & 3 & -9 \end{pmatrix}.$$

Diese Matrix soll schließlich im Eingabeformat ausgegeben werden.

Anmerkung: Es soll *nicht* das Modul `numpy` verwendet werden.

3 Beispielaufufe

```
1>>> LU_decomposition('2 4 -7, -4 -7 13, 34 71 -131')
2 '2 4 -7, -2 1 -1, 17 3 -9'
3>>> LU_decomposition('5 -3, 35 -29')
4 '5 -3, 7 -8'
5>>> LU_decomposition('17 4, -17 42')
6 '17 4, -1 46'
7>>> LU_decomposition('-1 -7 4, -6 -32 22, 9 3 -33')
8 '-1 -7 4, 6 10 -2, -9 -6 -9'
```

Hinweis: Es ist über die Standard-python-Bibliotheken hinaus kein zusätzliches Modul zu importieren. Zusätzliche Module wie z.B. `numpy` können vom Comajudge in der Regel nicht importiert werden und führen daher zu Fehlern.