

I. Opis rozwiązania:

Zadaniem mojego programu jest znalezienie najdłuższego podciągu stabilnego tablicy względem liczby maxDiff. Tablicę elementów, jej długość oraz liczbę maxDiff odczytujemy z pliku tekstowego (jak jest wymagane w zadaniu). Plik tekstowy o nazwie "Array.txt" musi znajdować się w katalogu głównym. Program jest napisany w języku Java 8.

Dlatego, żeby znaleźć najdłuższy podciąg stabilny musimy znać długości wszystkich podciągów stabilnych tablicy, porównać ich i znaleźć najdłuższy. W tym celu stworzyłem dwie metody: **getEnd()** i **getLongestSubarray()**. Podciąg stabilny to jest taki podciąg, że wszystkie jego elementy różnią się między sobą (bez względu na znak) nie więcej niż na liczbę maxDiff. Do znalezienia takiego podciągu służy metoda **getEnd()**. Metoda **getEnd()** przyjmuje jako parametry tablicę elementów E, liczbę maxDiff oraz indeksy p i k i służy do znalezienia podciągu, który zaczyna się od elementu o indeksie p na przedziale od p do k. Ta metoda działa w sposób następujący: w pętli od i = p+1 do k włącznie porównujemy różnicę bezwzględną elementów o indeksach p oraz i z liczbą maxDiff. Jeżeli ta różnica będzie większa, zapamiętujemy indeks i-1 jako indeks końca k i przerywamy działanie pętli. Następnie porównujemy indeksy p+1 i k. Jeżeli p+1 jest mniejszy od k, wywołujemy rekurencyjnie metodę **getEnd()** dla ciągu od p+1 do k. Jeżeli jest większy bądź równy k, wtedy zwracamy k i mamy koniec tego podciągu. Po

zakończeniu działania tej metody mamy indeksy początku i końca podciągu stabilnego (p i k odpowiednio).

Teraz musimy znaleźć indeksy najdłuższego takiego podciągu wykorzystując metodę **getLongestSubarray()**. Ona przyjmuje w parametrach tablicę elementów E, liczbę maxDiff i długość tablicy E n. Tworzymy zmienną maxLength = 0, która będzie przechowywała długość najdłuższego podciągu stabilnego oraz p i k, które przechowują indeksy początku i końca tego podciągu. Teraz musimy znaleźć wszystkie takie podciągi i porównać ich długości z długością maxLength i jeżeli ta nowa długość jest większa, zapisać ją w maxLength, a indeksy początku i końca w zmienne p i k odpowiednio. W tym celu użyjemy pętli for od 0 do n dla znalezienia wszystkich podciągów stabilnych (przy użyciu metody **getEnd()**).

Ponieważ szukamy najdłuższego podciągu, nie ma sensu sprawdzać długości podciągów na odcinkach, które są mniejsze bądź równe maxLength, więc przed wykonaniem kolejnej iteracji sprawdzamy, czy (n-i+1) (czyli długość podtablicy, na której będziemy szukali podciągu stabilnego) jest mniejsza bądź równa maxLength, i jeżeli jest, przerywamy działanie pętli. Po wyjściu z tej pętli będziemy wiedzieli indeksy początku i końca, więc przypisujemy z tablicy E w tablicę result elementy od p do k i zwracamy tą tablicę.

II. Oszacowanie złożoności algorytmu:

Podstawową operacją w moim algorytmie jest porównanie elementów tablicy, więc oszacowywać złożoność będziemy względem tej operacji.

1) Koszt pesymistyczny:

Najgorsza złożoność czasowa będzie wtedy, kiedy cała tablica E będzie ciągiem różnych od siebie liczb posortowanych rosnąco, a liczba $\text{maxDiff} = n/2 - 1$ (n.p. dla $E = [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]$, $n = 10$, $\text{maxDiff} = 4$). Wtedy długość każdego podciągu stabilnego będzie równa $n/2$ przy każdej iteracji pętli for w metodzie **getLongestSubarray()**, więc złożoność metody **getEnd()** ze względu na rekursję będzie równa $W1(n) = (n/2 - 1) + (n/2 - 2) + \dots + 1 = ((n/2 - 1)(n/2 - 1 + 1))/2 = ((n/2 - 1) * n/2)/2 = O(n^2)$. Ponieważ długość najdłuższego podciągu stabilnego będzie równa $n/2$, przerwiemy działanie pętli for w metodzie **getLongestSubarray()** kiedy zostanie nam do dyspozycji $n/2$ elementów tablicy, stąd liczba wykonań pętli for w tej metodzie będzie równa $n/2$ razy. Wtedy złożoność pesymistyczna całego algorytmu będzie $W(n) = n/2 * W1(n) = n/2 * ((n/2 - 1) * n/2)/2 = (n^3/8 - n^2/4)/2 = n^3/16 - n^2/8 = O(n^3)$.

2) Koszt średni:

Natomiast koszt średni tego algorytmu policzyć jest bardzo trudno moim zdaniem. W szczególności problem polega na wywołaniu rekurencyjnym metody **getEnd()** i wpływ wyników działania tej metody na liczbę wykonań pętli for w metodzie **getLongestSubarray()**. Na przykład dla zbyt dużej maxDiff może tak zdarzyć, że cała tablica E będzie podciągiem stabilnym. Wtedy złożoność czasowa metody **getEnd()** będzie wynosiła $T1(n) = (n-1) + (n-2) + \dots + 1 = O(n^2)$, ale pętla for w metodzie **getLongestSubarray()** wykona się tylko jeden raz, ponieważ już za pierwszym razem otrzymamy najdłuższy podciąg, więc następne iteracje już nie będą miały sensu, i wtedy cała złożoność algorytmu będzie wynosiła

$T(n) = 1 * T1(n) = O(n^2)$. A dla danych postaci $E = [1, 3, 1, 3, 1, 3, \dots]$ i $\text{maxDiff} = 1$ złożoność czasowa **getEnd()** w każdej iteracji pętli for metody **getLongestSubarray()** będzie równa $T1(n) = 1$; ta pętla wykona się $n-1$ razy, więc cała złożoność będzie równa $T(n) = 1 * (n-1) = O(n)$. Chodzi mi o to, że w danym przypadku niezwykle trudno jest oszacować złożoność średnią, ponieważ dla każdej iteracji metoda rekurencyjna będzie miała różną złożoność czasową (maksymalna złożoność to $O(n^2)$), która zależy od danych wejściowych, i również liczba tych iteracji może zmienić się (maksymalnie może być $n-1$ iteracji).

3)Koszt pamięciowy:

W każdym przypadku potrzebujemy stworzenia 1 tablicy wynikowej, więc złożoność pamięciowa jest równa $S(n) = O(n)$.