

TP 1 Méthodes numériques

Compte rendu Par Emmanuel Collin

Partie 1

1.1 Point fixe de Picard

On programme dans un premier temps une fonction réalisant la méthode de descente. Elle permet, à l'aide d'une suite, de déterminer la valeur de x pour laquelle on obtient une différence entre deux termes (de la suite) consécutifs pratiquement nulle (c'est-à-dire à une valeur de tolérance près) synonyme d'une annulation de la fonction.

Pour cela, 5 paramètres sont nécessaires en entrée:

- La fonction `funct` que l'on va tester
- La pente p . Il existe une valeur optimale de p . Plus la valeur absolue de p est petite, plus la résolution a de chance de fonctionner, mais prendra plus d'itérations. Il convient donc de choisir un p optimal pour ne pas dépasser le nombre d'itérations maximal souhaité (k_{\max}).
- Le point de départ x_0 , qui correspond au premier terme de la suite
- L'erreur ou tolérance notée ϵ pour epsilon, qui correspond au maximum toléré entre la valeur à atteindre (ici 0) et la valeur du terme de la suite, à partir duquel on considérera que le point fixe a été atteint.
- k_{\max} qui comme dit précédemment correspond au maximum d'itérations souhaité.

En ce qui concerne les paramètres de sortie, ils sont au nombre de 3:

- la valeur de x , obtenue soit après les k_{\max} itérations quand il n'y a finalement pas convergence, soit après les k (voir ci-dessous) itérations lorsqu'il y a convergence. Sa valeur est égale à sa valeur précédente à laquelle on retire p fois l'image de la valeur précédente par la fonction `func`. x vaut initialement x_0 .
- le nombre k d'itérations finalement effectuées. Lorsqu'il n'y a pas convergence, celui ci vaut k_{\max} , sinon il est inférieur.

- l'erreur err , qui correspond à l'écart, obtenu à la dernière itération (la k -ième), entre la valeur souhaitée (ici 0), et la valeur de $f(x)$ après la k -ième itération, soit tout simplement $f(x)$

On réitère tant que l'erreur est supérieure a la tolerance eps et que le nombre d'iterations (k) est inférieur a celui en paramètre (k_{max}).

On prend une première fonction telle que:

$$\text{fonction}(x) = \frac{x}{2}$$

$$\text{Donc } p \cdot \text{fonction}(x) = p \times \frac{x}{2}$$

On cherche à avoir un résultat de la forme:

$$x + C$$

Avec C une constante réelle.

Ainsi, si $p = 2$, on a: $p \cdot \text{fonction}(x) = x$

