# Рекомендательные системы (часть 2) Практикум на ЭВМ, весна 2018

Попов Артём Сергеевич

МГУ имени М. В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра ММП

29 марта 2018 г.

Введение

Латентные модели

Практические аспекты

#### Постановка задачи

#### Дано:

- U множество субъектов (users/пользователи)
- I множество объектов (items/товары/ресурсы)
- ▶ Y множество возможных действий
- ▶ Т множество транзакций

$$T = \{(u_j, i_j, y_j) \mid u \in U, i \in I, y \in Y\}_{j=1}^N$$

Работать со списком транзакций неудобно, заведём матрицу users-items (bag of items)  $X \in \mathbb{R}^{|U| \times |I|}$ :

$$X_{ui} = \sum_{j=1}^{N} [u_j = u][i_j = i]y_j$$
, если  $(u,i)$  встречалась в X

Не все ячейки X заполнены, но не значит, что они нулевые!

#### Постановка задачи

#### Необходимо:

- ightharpoonup Предсказать незаполненные ячейки X
- ▶ Посчитать близости  $\rho(u, u')$ ,  $\rho(i, i')$ ,  $\rho(u, i)$
- ightharpoonup Сформировать рекомендации для всех u (по всем i)

#### На прошлом занятии рассмотрели:

- ▶ Корреляционные методы
- ▶ Сведение задачи к задачам классификации/регрессии
- Факторизационные машины

## Латентные модели

Идея: для каждого  $u\in U$  построить вектор  $p_u\in\mathbb{R}^g$ ,  $g\ll |U|$  для каждого  $i\in I$  построить вектор  $q_i\in\mathbb{R}^h$ ,  $h\ll |I|$   $\hat{X}_{ui}=F(p_u,q_i)$ 

## Способы построения моделей:

- lacktriangle Жёсткая кластеризация  $(p_{uc} = \mathbb{I}[u]$  в кластере c])
- Мягкая кластеризации (тематические модели)  $(p_{uc}$  оценка принадлежности u кластеру c)
- ▶ Матричные разложения  $(p_u \text{столбцы/строки каких-то матриц после разложения})$
- ▶ Специальные методы обучения представлений  $(p_u \text{вектор из модели skip-gram})$
- ► End-to-end построение представлений

## Матричные разложения: SVD

Хотим найти разложение матрицы X:

$$X = PQ^T$$
 или  $X = P\Sigma Q^T$   $p_u$  — строки матрицы  $P, \quad q_i$  — строки матрицы  $Q$ 

Использование сингулярного разложения (SVD):

$$\begin{split} \|X - P\Sigma Q^{T}\|^{2} &\to \min_{P,Q,\Sigma} \\ PP^{T} &= I \qquad QQ^{T} = I \\ \Sigma &= diag(\sigma_{1}, \dots, \sigma_{d}), \quad \sigma_{1} \geqslant \sigma_{2} \geqslant \dots \geqslant \sigma_{d} \geqslant 0 \end{split}$$

Можно записать так:

$$\sum_{u \in U} \sum_{i \in I} \left( x_{ui} - p_u^T \Sigma q_i \right)^2 \to \min_{P,Q,\Sigma}$$

## SVD: недостатки и преимущества

- Если  $X_{ui}$  неизвестно, мы будем считать его нулём
- Все вектора одной сущности ортогональны между собой, сложно искать похожие
- Неинтерпретируемые
- + Можно использовать Truncated SVD для уменьшения размерности
- + Много готовых реализаций

В качестве представлений можно также использовать:

$$p_u = P_u \Sigma$$
  $q_i = Q_i$   $p_u = P_u \sqrt{\Sigma}$   $q_i = \sqrt{\Sigma} Q_i$ 

#### LFM, Latent Fator Model

Не будем учитывать неизвестные элементы как нулевые $^1$ :

$$\sum_{(u,i)\in T} \left(x_{ui} - p_u^T q_i\right)^2 \to \min_{P,Q}$$

Оптимизация модели с помощью метода SGD

Можно учитывать регуляризацию:

$$\sum_{(u,i)\in T} \left( x_{ui} - p_u^T q_i \right)^2 + \lambda \sum_{u\in U} \|p_u\|^2 + \mu \sum_{i\in I} \|q_i\|^2 \to \min_{P,Q}$$

Можно учитывать средний вклад пользователя и товара:

$$\sum_{(u,i)\in T} \left(x_{ui} - \hat{x}_u - \hat{x}_i - p_u^T q_i\right)^2 \to \min_{P,Q}$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Tacaks G., Pilaszy I., Nemeth B., Tikk D. Salable collaborative filtering approaches for large reommendation systems

#### LFM, Latent Fator Model

Можно делать неотрицательные компоненты:

$$\sum_{(u,i)\in\mathcal{T}} \left(x_{ui} - p_u^T q_i\right)^2 \to \min_{p\geqslant 0, \ q\geqslant 0}$$

Обучение с помощью метода проекции градиента

Можно использовать функцию  $\beta$  (пример:  $\sigma$ , если  $x_{ui} \in [0,1]$ ):

$$\sum_{(u,i)\in\mathcal{I}} \left( x_{ui} - \beta(p_u^T q_i) \right)^2 \to \min_{P,Q}$$

Можно использовать вместо квадратичной ошибки любую другую, например hinge loss

#### ALS для LFMs

Можно использовать метод ALS для обучения

**Идея:** в точке оптимума L должно выполняться:

$$\frac{\partial L}{\partial p_{ii}} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$$

Зафиксируем переменные Q:

$$\sum_{u \in U} \left( \|X_u - Qp_u\|^2 + \frac{\lambda}{2} \|p_u\|^2 \right) \to \min_{P}$$

#### ALS для LFMs

Можно использовать метод ALS для обучения

**Идея:** в точке оптимума L должно выполняться:

$$\frac{\partial L}{\partial p_{ii}} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$$

Зафиксируем переменные Q:

$$\sum_{u \in U} \left( \|X_u - Qp_u\|^2 + \frac{\lambda}{2} \|p_u\|^2 \right) \to \min_{P}$$

Задача минимизации решается аналитически:

$$p_u = (Q^T Q + \lambda I)^{-1} Q^T X_u$$

Аналогично, можно решить задачу, зафиксировав P:

$$q_{\mu} = (P^{T}P + \mu I)^{-1}P^{T}X_{i}$$

## ALS для LFMs

Будем решать итерационно:

- ightharpoonup Зафиксировав Q, пересчитываем P
- ightharpoonup Зафиксировав P, пересчитываем Q

Используем разложение Холецкого вместо обращения

- ▶ Хорошо и быстро работает
- Можно обобщить на случай неотрицательных разложения (положительная срезка  $x \to \max(x,0)$ )
- Легко обновлять профили пользователей после прихода новых оценок

## Интерпретация ALS

Распишем формулу принятия решения:

$$\hat{X}_{ui} = q_i^T p_u = q_i^T (Q^T Q + \lambda I)^{-1} Q^T X_u = \sum_{j \in I} q_i^T W q_j X_{uj}$$

$$W = (Q^T Q + \lambda I)^{-1} = L L^T$$

$$\hat{X}_{ui} = \sum_{j \in I} q_i^T L^T L q_j X_{uj} = \sum_{j \in I} (L q_I)^T L q_j X_{uj}$$

На что похоже?

#### Интерпретация ALS

Распишем формулу принятия решения:

$$\hat{X}_{ui} = q_i^T p_u = q_i^T (Q^T Q + \lambda I)^{-1} Q^T X_u = \sum_{j \in I} q_i^T W q_j X_{uj}$$

$$W = (Q^T Q + \lambda I)^{-1} = L L^T$$

$$\hat{X}_{ui} = \sum_{j \in I} q_i^T L^T L q_j X_{uj} = \sum_{j \in I} (L q_I)^T L q_j X_{uj}$$

На что похоже?

Корреляционные методы:

$$\hat{x}_{ui} = \bar{x}_i + \frac{\sum_{i' \in I_{\alpha}} \sin(i, i') (x_{ui'} - \bar{x}_{i'})}{\sum_{i' \in I_{\alpha}} \sin(i, i')}$$

## Неявные и явные предпочтения

## Явные (explicit):

- ▶ Проставил рейтинг фильму
- Лайкнул запись
- ▶ Написал рецензию на товар

Пользователь явно сообщает своё отношение к объекту

# Неявные (implicit):

- Просмотрел страницу фильма
- ▶ Посетил страницу пользователя
- ▶ Купил товар в интернет-магазине

Если есть доступ к неявным предпочтениям, как их учитывать? Можно ли строить латентные модели по бинарным данным?

#### Implicit ALS

Пусть  $x_{ii}$  — неявный фидбек

Пусть  $s_{ui}$  — показатель неявного интереса

$$s_{ui} = \begin{cases} 1, \ x_{ui} \geqslant 0 \\ 0, \ x_{ui} = 0 \end{cases}$$

Пусть  $c_{ui}$  — уровень доверия показателю  $s_{ui}$ 

$$c_{ii} = 1 + \alpha x_{ii}$$

Модель Implicit ALS (оптимизация с помощью ALS):

$$\sum_{(u,i)\in T} c_{ui} \left(s_{ui} - p_u^T q_i\right)^2 \to \min_{P,Q}$$

## Модели cbow и skip-gram

В модель cbow по словам контекста предсказывается слово:

$$\mathcal{L}(U, V) = \sum_{i=1}^{N} \log p(w_i | w_{i-k}^{i+k}) \to \max_{U, V}$$

$$p(w_i|d, w_{i-k}^{i+k}) = \operatorname{softmax}_{w_i \in W} \left\langle v_{w_i}, \sum_{\substack{j=-k\\i \neq 0}}^k u_{w_{i+j}} \right\rangle$$

В модели skip-gram по слову предсказывается его контекст:

$$\mathcal{L}(U, V) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{\substack{j=-k \ i \neq 0}}^{k} \log p(w_{i+j}|w_i) 
ightarrow \max_{V,U}$$

$$p(c|w) = \underset{c \in W}{\operatorname{softmax}} \langle v_c, u_w \rangle = \frac{\exp(\langle v_c, v_w \rangle)}{\sum_{c'} \exp(\langle v_{c'}, u_w \rangle)}$$

## Модель paragraph2vec

paragraph2vec (PV-DBOW) — расширение моделей word2vec на представления документов

По словам из контекста и текущему документу предсказываем слово:

$$\mathcal{L}(U, V) = \sum_{d \in D} \sum_{i=1}^{N_d} \log p(w_i | d, w_{i-k}^{i+k}) \rightarrow \max_{U, V}$$

$$p(w_i|d, w_{i-k}^{i+k}) = \operatorname{softmax}_{w_i \in W} \left\langle v_{w_i}, \sum_{\substack{j=-k \ j \neq 0}}^k u_{w_{i+j}} + u_d \right\rangle$$

#### Адаптация модели под рекомендации

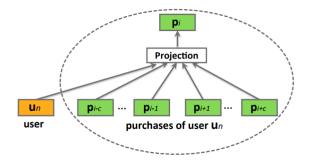
По пользователю предсказываем товары:

$$\mathcal{L}(U, V) = \sum_{(u, i) \in \mathcal{T}} \log p(i|u) \to \max_{V, U}$$

Может хорошо работать в задачах, где у пользователя есть константные предпочтения:

- ▶ музыка
- ▶ фильмы

#### user2vec



По товарам пользователя предсказываем другие его товары (user2vec):

$$I(u)$$
 — товары пользователя

$$\mathcal{L}(U, V) = \sum_{u \in U} \sum_{i=1}^{I(u)} \log p(i|u, sample \sim I(u) \setminus i) \rightarrow \max_{U, V}$$

#### Адаптация модели под рекомендации

Товары, которые покупаются одновременно, похожи (product2vec):

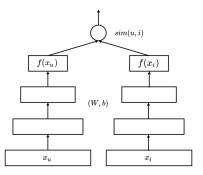
I(i) — товары, которые покупались в связке

$$\mathcal{L}(U, V) = \sum_{i \in I} \sum_{j \in I(i)} \log p(j|i) \to \max_{V, U}$$

Может хорошо работать в задачах, где нет константных предпочтений:

▶ покупки в интернет-магазине

# Deep semantic similarity based personalized recommendation

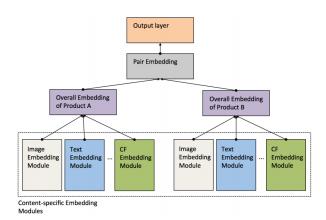


Учимся предсказывать близость пользователя и товара $^2$ 

Обучаем с negative sampling

 $<sup>^2\</sup>mbox{Deep Learning based Recommender System: A Survey and New Perspectives}$ 

#### Комбинация разных факторов: content2vec



Обучаем с negative sampling

Практические аспекты

## Ещё раз о метриках...

Метрика RMSE — не всегда хороша, т.к. задача точно предсказать оценку обычно не стоит

- подобрать рекомендации для пользователя
- ▶ отранжировать их по релевантности
- ▶ точные оценки не важны, важен порядок

Какие метрики лучше?

 $L_u$  — истинные предпочтения u  $R_u(k)$  — лучшие k рекомендаций

precision@k = 
$$\frac{|L_u \cap R_u(k)|}{|R_u(k)|}$$
 recall@k =  $\frac{|L_u \cap R_u(k)|}{|L_u|}$ 

hitrate@k = 
$$[L_u \cap R_u(k) \neq \varnothing]$$

## Другие метрики

- Разнообразие (diversity): например, число рекомендаций из разных категорий, или степень различия рекомендаций между сессиями пользователей
- ► Новизна (novelty): сколько среди рекомендаций объектов, новых для пользователей?
- ▶ Покрытие (coverage): доля объектов, которые хоть раз побывали в числе рекомендованных
- ► Прозорливость (serendipity): способность угадывать непопулярные предпочтения

Можно оптимизировать сумму функционалов

#### Ещё несколько фактов

- ▶ История действий пользователя построена с учётом существующих методов рекомендации
- Можно смотреть на результаты онлайн-метрик (полученная прибыль, полученное количество кликов)
- ► Хотелось бы, чтобы пользователю рекомендовалось то, что он не купил бы без рекомендаций
- ► А/Б тестирование для тестирования качества рекомендаций на практике