

Esame di Laboratorio di Calcolo Numerico per Informatica

2022/2023

12/09/2023

È richiesto l'upload in Moodle di tre file Matlab: la function **genmatmin.m**, la function **genmatmax.m**, uno script il cui nome deve essere **CognomeNome_matricola.m**.

Lo script consegnato deve essere eseguibile. Non verranno valutati script con errori di esecuzione.

Data una matrice $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ invertibile, si ricorda che il condizionamento in norma p è il valore

$$\kappa_p(A) = \|A\|_p \|A^{-1}\|_p.$$

Dato un sistema lineare $Ax = b$ con $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ non singolare e $b \in \mathbb{R}^n$, un metodo per risolvere tale sistema attraverso la decomposizione LU della matrice A , ovvero avendo $A = LU$ con L matrice triangolare inferiore e U matrice triangolare superiore, consiste nel risolvere attraverso le sostituzioni in avanti e poi le sostituzioni indietro, prima il sistema

$$Lc = b$$

e in seguito il sistema

$$Ux = c.$$

A partire dalla funzione **genmatHilb.m**, si costruiscano le funzioni **genmatmin.m** e **genmatmax.m**, che costruiscano una matrice $n \times n$ i cui elementi sono rispettivamente,

$$a_{ij} = \min\left(\frac{1}{i}, \frac{1}{j}\right)$$

e

$$a_{ij} = \max\left(\frac{1}{i}, \frac{1}{j}\right).$$

Il parametro, **n** sarà dato in input e in output dovrà esserci la sola matrice **A**.

In seguito, si scriva uno script denominato **CognomeNome_matricola.m** dove utilizzare le funzioni appena create.

In particolare, si chiederà di calcolare il condizionamento in norma 1 di tutte e tre le matrici avendo però dimensione variabile, ovvero usando n che va da 1 a 50. Tali condizionamenti devono essere immagazzinati nei vettori **cond1**, **cond2** e **cond3**, rispettivamente per la matrice di Hilbert, quella con la funzione min e quella con la funzione max.

Attraverso il comando **fprintf** si chiede di stampare (descrivendo cosa sia) a schermo il valore massimo dei tre vettori indicando inoltre con che tipo di matrice (basta "tipo 1" o "tipo 2" o "tipo 3") si raggiunge tale massimo, il valore del massimo e per quale valore di n si ottiene tale condizionamento. In particolare, il valore di condizionamento massimo deve essere espresso in formato esponenziale con 2 cifre prima della virgola e 2 dopo.

Infine, si faccia il grafico in una unica figura in scala semilogaritmica, dei vari condizionamenti (sovrapposti) al variare di n . Si richiede di disegnarli in tre colori diversi e utilizzando come stile grafico il cerchietto collegato da una linea. Si aggiunga la legenda e griglia al grafico.

Si generi ora una matrice **A100** attraverso la funzione **genmatHilb.m** usando $n = 100$ e si risolva numericamente attraverso la decomposizione LU il sistema lineare $Ax = b$ dove b viene calcolato in modo tale che la soluzione esatta del sistema lineare sia il vettore $(9, 9, \dots, 9)^t$.

Si mostri infine a schermo l'errore relativo con la soluzione esatta **x_exact**, ovvero

$$\text{err_max} = \frac{\|x - x_{\text{exact}}\|_2}{\|x_{\text{exact}}\|_2},$$

in formato esponenziale con 2 cifre prima della virgola e 3 dopo.

Attenzione: Lo script consegnato deve essere eseguibile. Non verranno valutati script con errori di esecuzione.