

UNIVERSIDADE DE ÉVORA

Departamento de Matemática

Análise Matemática I

2ª Frequência

18 de Dezembro de 2014

Tempo: 2h

Tolerância 15 m

Justifique cuidadosamente todos os passos que efectuar na resolução das questões.

Em cada folha de teste indique os grupos e alíneas que resolveu.

Resolva cada um dos grupos em folhas de teste separadas.

Grupo I

(4) 1. Calcule a expressão geral das primitivas das seguintes funções :

a) $f(x) = x \arctan(3x)$; b) $g(x) = \frac{x - x^2 - 1}{4x^5 + x^3}$.

(3) 2. Determine a primitiva da função

$$f(x) = \sqrt{25 - x^2},$$

que passa pelo ponto $(5, 12\pi)$.

Grupo II

(2) 3.. Determine, sem os calcular, o sinal dos seguinte integrais :

a) $\int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} e^x \cos(x) dx$; b) $\int_0^1 \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4} dx$.

(4) 4. Calcule os seguintes integrais:

a) $\int_1^e \frac{1+\ln x}{x} dx$;

b) $\int_0^{\frac{1}{2}} \arcsin(x) dx$;

c) $\int_1^{63} \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt[3]{x+1}} dx$.

Grupo III

- (1,5) 5. Estude, quanto à monotonia, a função

$$F(x) = \int_0^x te^{t^3} dt.$$

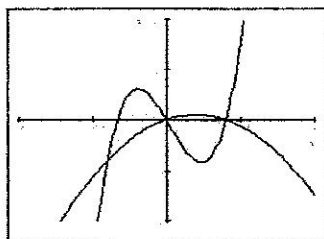
- (2) 6. Calcule, caso existam, os seguintes limites:

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x + e^x)}{x} \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{2x} \cos(\pi e^t) dt}{x}.$$

- (2) 7. Calcule a área, da região delimitada pelas curvas,

$$y = 3x^3 - x^2 - 10x \quad \text{e} \quad y = -x^2 + 2x,$$

representada, a sombreada, na figura seguinte



- (1,5) 8. Mostre que $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^a} dx = \frac{1}{a-1}$ se e só se $a > 1$.

Formulário

$$\sin^2 u = \frac{1 - \cos(2u)}{2}; \quad \cos^2 u = \frac{1 + \cos(2u)}{2}$$

F2 18-12-2014