

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E PESQUISA

CAPÍTULO 3

Sumário

- ◇ Agentes que resolvem problemas (Problem-solving agents)
- ◇ Tipos de problemas
- ◇ Formulação de problemas
- ◇ Exemplos de problemas
- ◇ Algoritmos básico de pesquisa

Agentes que resolvem problemas

Agente geral:

```
function SIMPLE-PROBLEM-SOLVING-AGENT(percept) returns an action
static: seq, an action sequence, initially empty
         state, some description of the current world state
         goal, a goal, initially null
         problem, a problem formulation

state ← UPDATE-STATE(state, percept)
if seq is empty then
    goal ← FORMULATE-GOAL(state)
    problem ← FORMULATE-PROBLEM(state, goal)
    seq ← SEARCH(problem)
action ← RECOMMENDATION(seq, state)
seq ← REMAINDER(seq, state)
return action
```

Nota: Isto é resolução **offline** de problemas; execução de “olhos fechados”
resolução **Online** de problemas obriga a agir sem conhecimento completo.

Exemplo: Roménia

Férias na Roménia; actualmente em Arad.

Voo sai de Bucareste amanhã

Formular objectivo:

estar em Bucareste

Formular o problema:

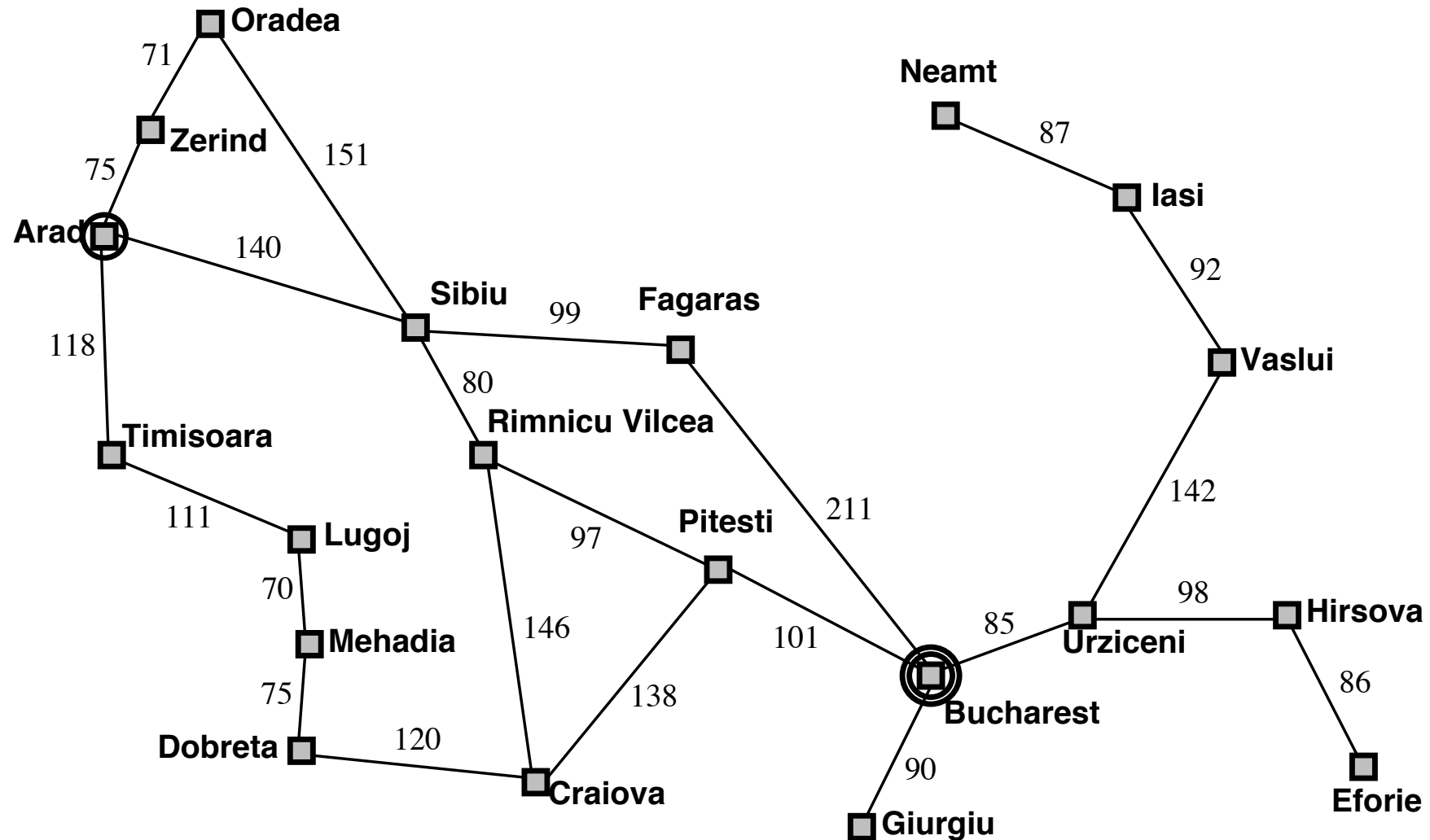
estados: as várias cidades

acções: andar entre as cidades

Encontrar solução:

sequência de cidades e.g., Arad, Sibiu, Fagaras, Bucharest

Exemplo: Roménia



Tipos de problemas

Determinísticos, observáveis \implies single-state problem

O agente sabe exactamente em que cidade está, a solução é uma sequência

Não-observável \implies conformant problem

O agente pode não ter ideia de onde está; a solução, se existir, é uma sequência

Não determinístico e/ou parcialmente observável \implies problema de contingência

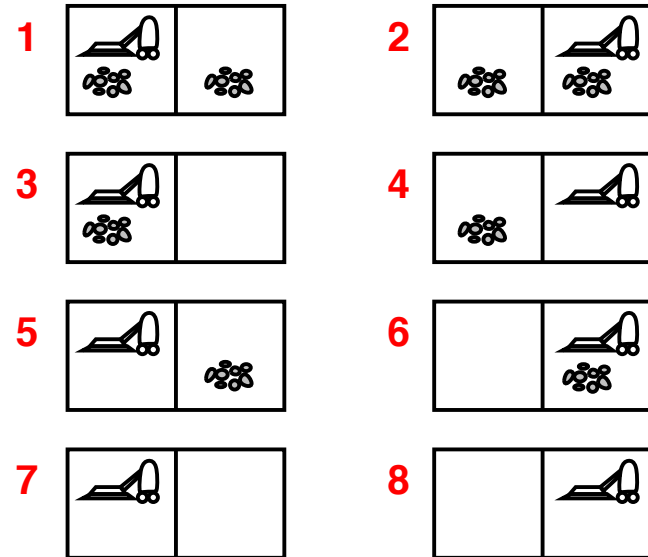
as percepções dão **nova** informação sobre o estado corrente
a solução é um plano de contingência ou uma política
muitas vezes **intercala** procura, execução

Espaço de estado desconhecido \implies problema de exploração (“online”)

Exemplo: mundo do aspirador (vacuum world)

Estado único (Single-state), início em #5.

Solução??



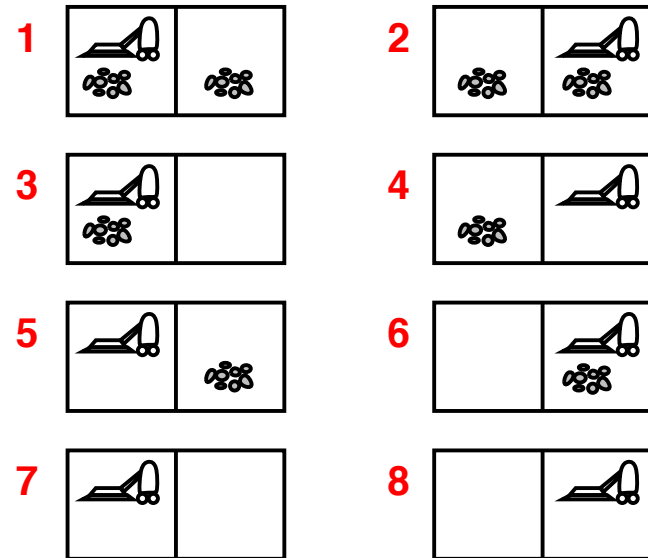
Exemplo: mundo do aspirador (vacuum world)

Estado único, início em #5. Solução??

[*Direita, Aspira*]

Conformant, início em {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

e.g., *Direita* vai para {2, 4, 6, 8}. Solução??



Exemplo: mundo do aspirador (vacuum world)

Estado único, início em #5. Solução??

[*Direita, Aspira*]

Conformant, início em {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

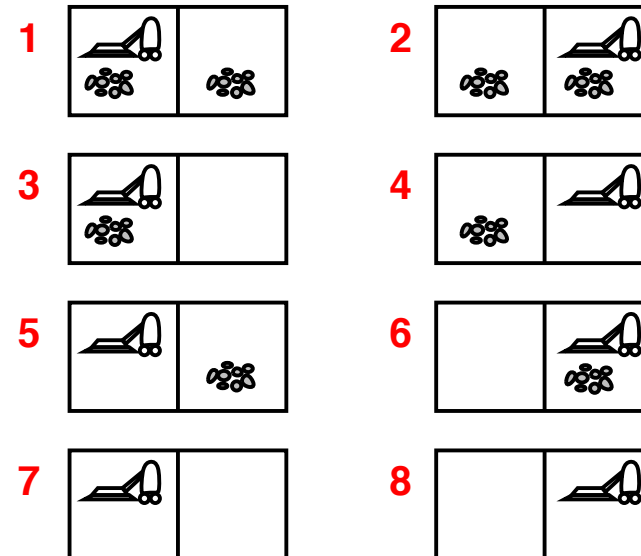
e.g., *Right* vai para {2, 4, 6, 8}. Solução??

[*Right, Suck, Left, Suck*]

Contingência, início em #5

Lei de Murphy: *Aspira* pode sujar uma
carpete limpa

Solução??



Exemplo: mundo do aspirador (vacuum world)

Estado único, início em #5. Solução??

[*Direita, Aspira*]

Conformant, início em {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

e.g., *Right* vai para {2, 4, 6, 8}. Solução??

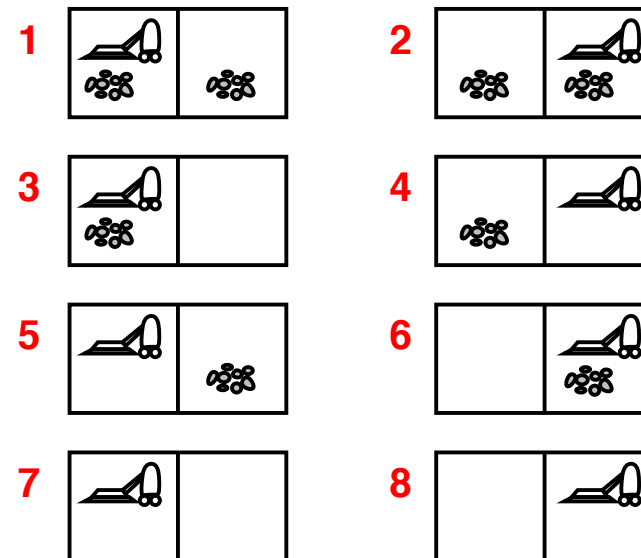
[*Direita, Aspira, Esquerda, Aspira*]

Contingência, início em #5

Lei de Murphy: *Aspira* pode sujar uma car-
pete limpa

Solução??

[*Direita, se suja entao Aspira*]



Formulação de problemas de estado único

Um **problema** é definido com:

Estado inicial e.g., “em Arad”

função sucessor $S(x)$ = conjunto de acções–pares de estados
e.g., $S(Arad) = \{\langle Arad \rightarrow Zerind, Zerind \rangle, \dots\}$

estado final, pode ser

explícito, e.g., x = “em Bucharest”

implícito, e.g., $Limpo(x)$

custo do caminho (aditivo)

e.g., soma das distancias, numero de acções executadas, etc.

$c(x, a, y)$ é o **custo do passo**, assume-se que é ≥ 0

Uma **solução** é uma sequência de acções
que levam o agente do estado inicial ao estado final

Seleccionar o espaço de estados

O mundo real é muito complexo

⇒ o espaço de estados deve ser **abstraído** para resolver problemas

Estado (Abstraído) = conjunto de estados reais

Acção (Abstraída) = combinação complexa de acções reais

e.g., “Arad → Zerind” representa o conjunto complexo de estradas possíveis, desvios atalhos, etc.

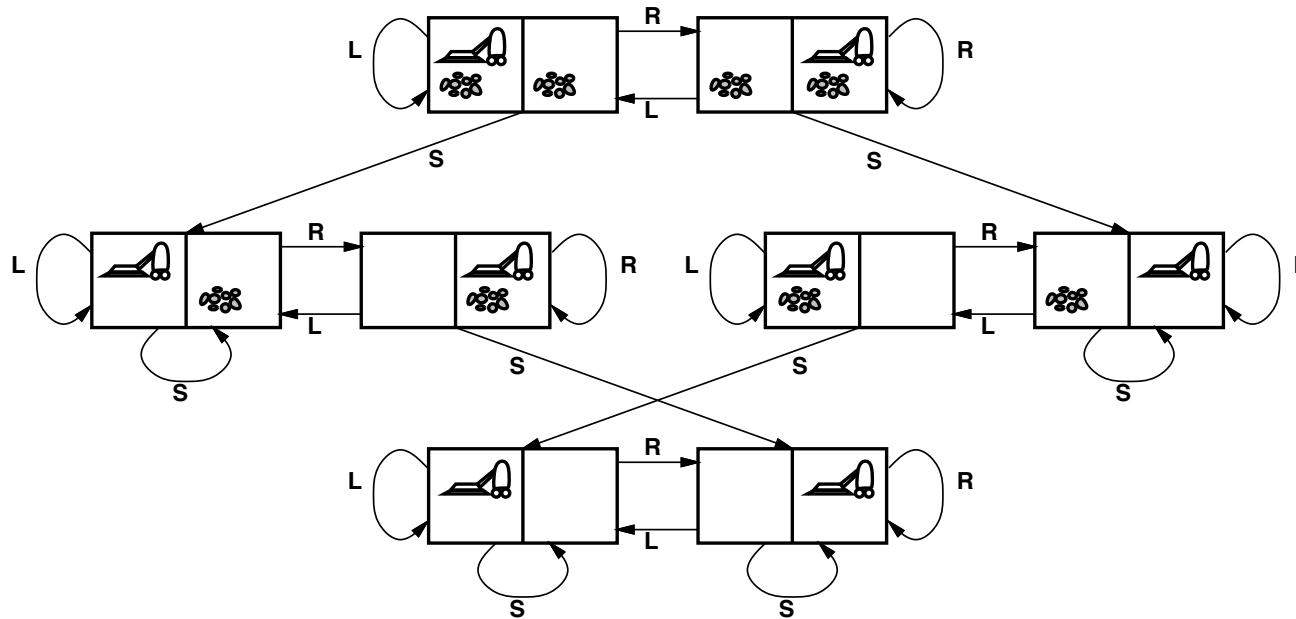
Para garantir a realizabilidade, **qualquer** estado real “em Arad” deve chegar a **algum** estado real “em Zerind”

Solução (Abstraída) =

conjunto de caminhos reais que são soluções no mundo real

Cada acção abstraída deve ser “mais simples” que as do problema inicial!

Exemplo: grafo do espaço de estados do mundo do aspirador



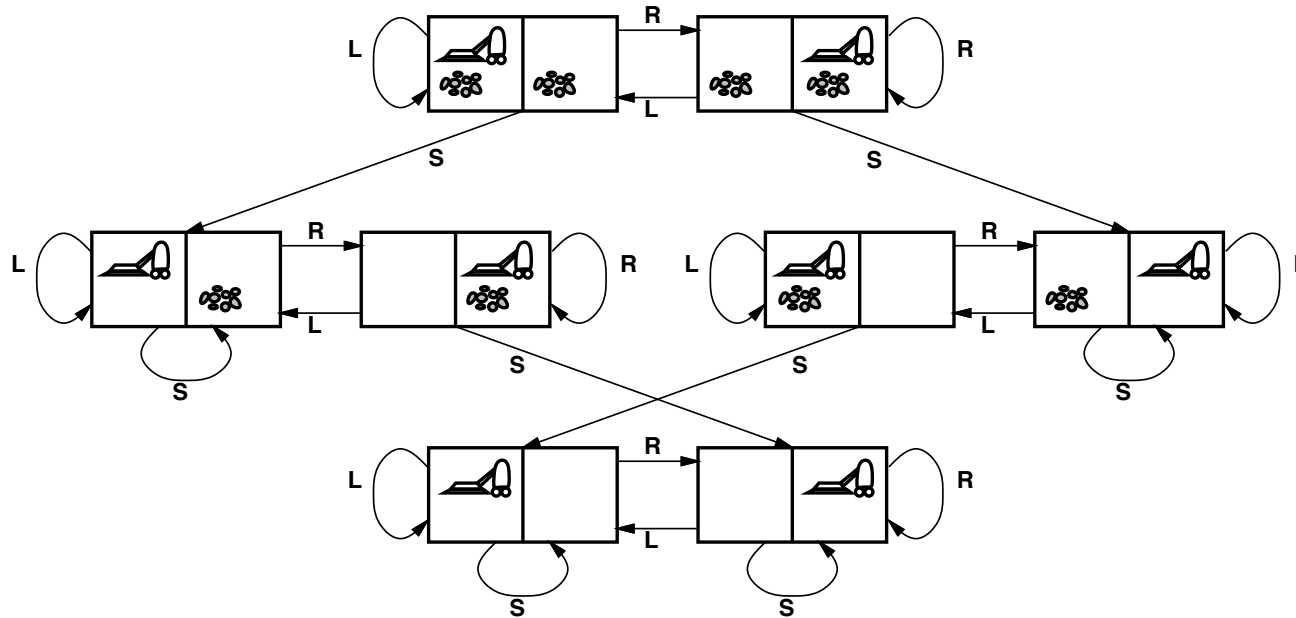
Estados??

Acções??

objectivo??

Custo??

Exemplo: grafo do espaço de estados do mundo do aspirador



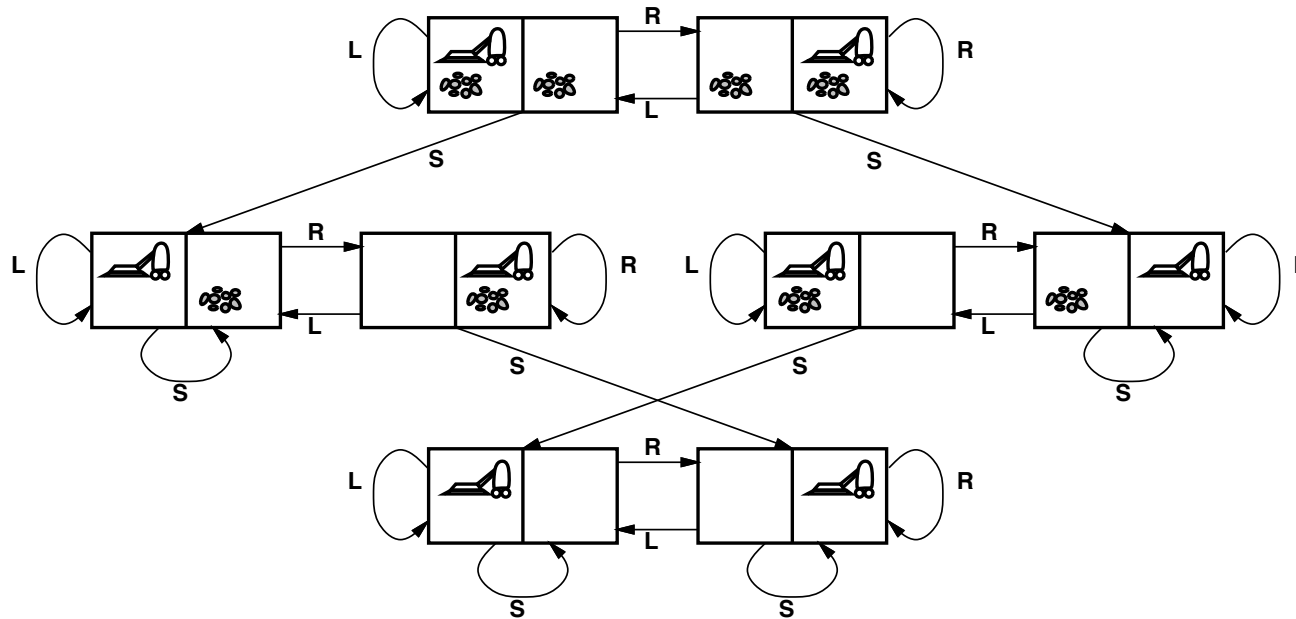
Estados??: sujidade (inteiro) posição do aspirador (ignora-se a quantidade de sujidade, etc.)

Acções??

objectivo??

Custo??

Exemplo: grafo do espaço de estados do mundo do aspirador



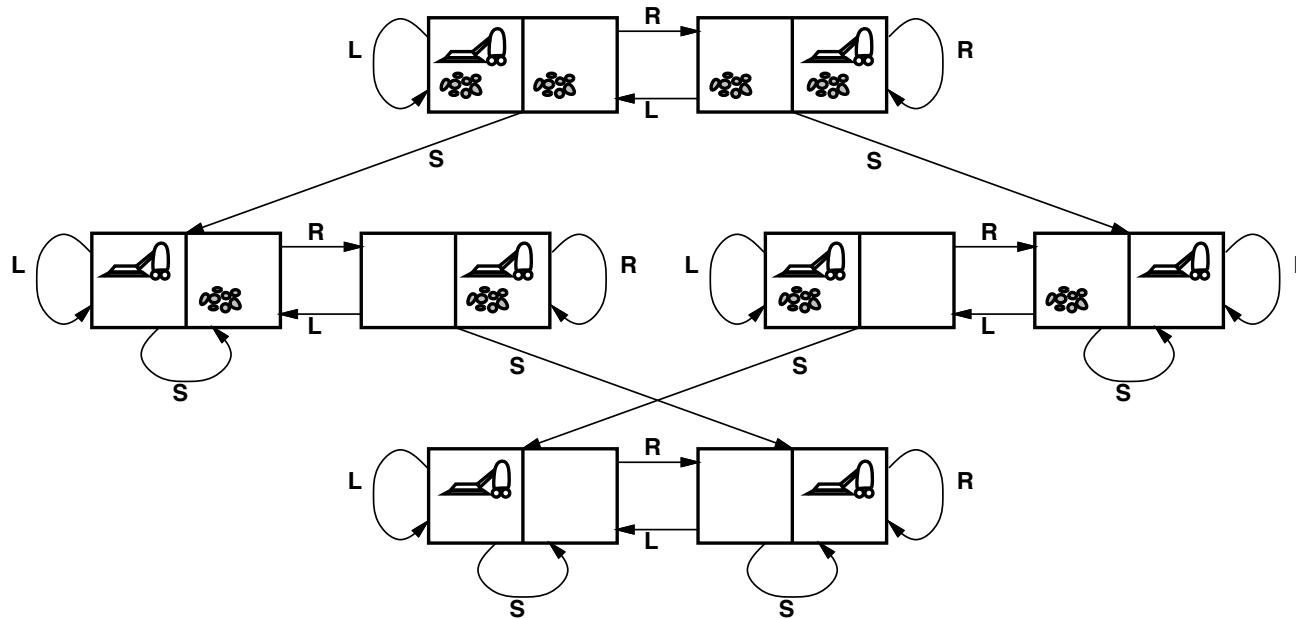
Estados??: sujidade (inteiro) posição do aspirador (ignora-se a quantidade de sujidade, etc.)

Acções?? *Esquerda, Direita, Aspira, Nada*

objectivo??

Custo??

Exemplo: grafo do espaço de estados do mundo do aspirador



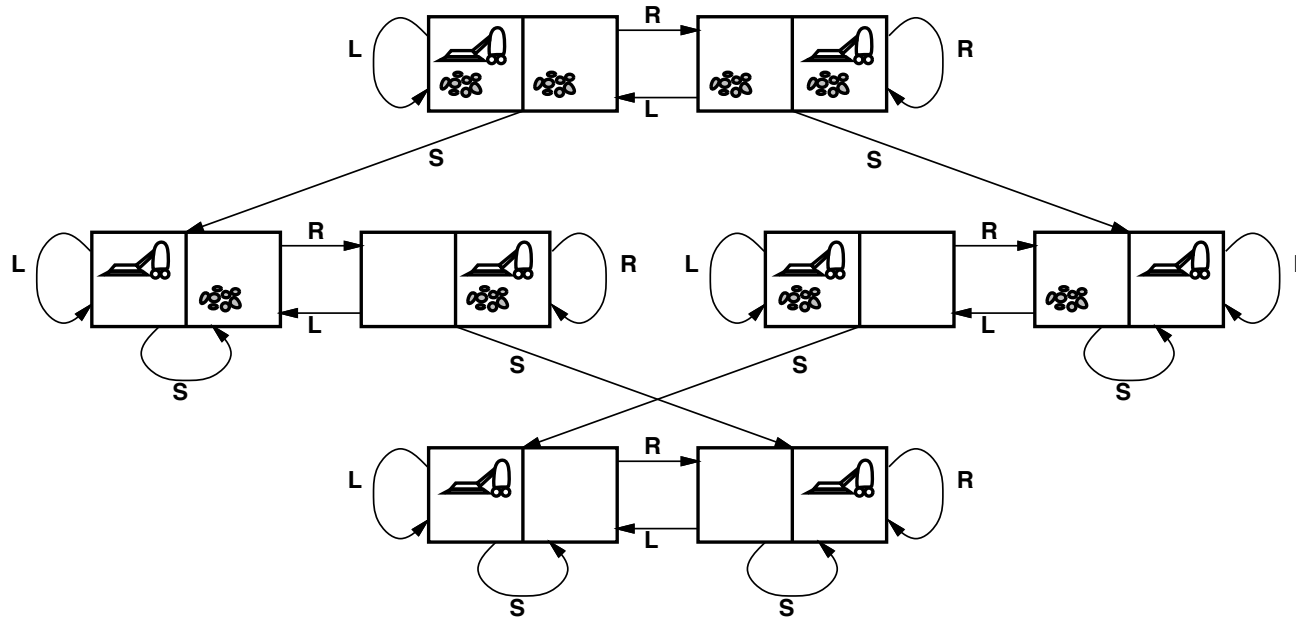
Estados??: sujidade (inteiro) posição do aspirador (ignora-se a quantidade de sujidade, etc.)

Acções?? *Esquerda, Direita, Aspira, Nada*

objectivo??: limpo

Custo??

Exemplo: grafo do espaço de estados do mundo do aspirador



Estados??: sujidade (inteiro) posição do aspirador (ignora-se a quantidade de sujidade, etc.)

Acções?? *Esquerda*, *Direita*, *Aspira*, *Nada*

objectivo??: limpo

Custo?? 1 por cada acção (0 para *Nada*)

Exemplo: O puzzle de 8 peças

7	2	4
5		6
8	3	1

Start State

1	2	3
4	5	6
7	8	

Goal State

Estados??

Acções??

objectivo??

Custo??

Exemplo: O puzzle de 8 peças

7	2	4
5		6
8	3	1

Start State

1	2	3
4	5	6
7	8	

Goal State

Estados??: as posições das peças (inteiros)

Acções??

objectivo??

Custo??

Exemplo: O puzzle de 8 peças

7	2	4
5		6
8	3	1

Start State

1	2	3
4	5	6
7	8	

Goal State

Estados??: as posições das peças (inteiros)

Acções??: move o branco esquerda, direita, cima, baixo

objectivo??

Custo??

Exemplo: O puzzle de 8 peças

7	2	4
5		6
8	3	1

Start State

1	2	3
4	5	6
7	8	

Goal State

Estados??: as posições das peças (inteiros)

Acções??: move o branco esquerda, direita, cima, baixo

objectivo??: uma configuração dada

Custo??

Exemplo: O puzzle de 8 peças

7	2	4
5		6
8	3	1

Start State

1	2	3
4	5	6
7	8	

Goal State

Estados??: as posições das peças (inteiros)

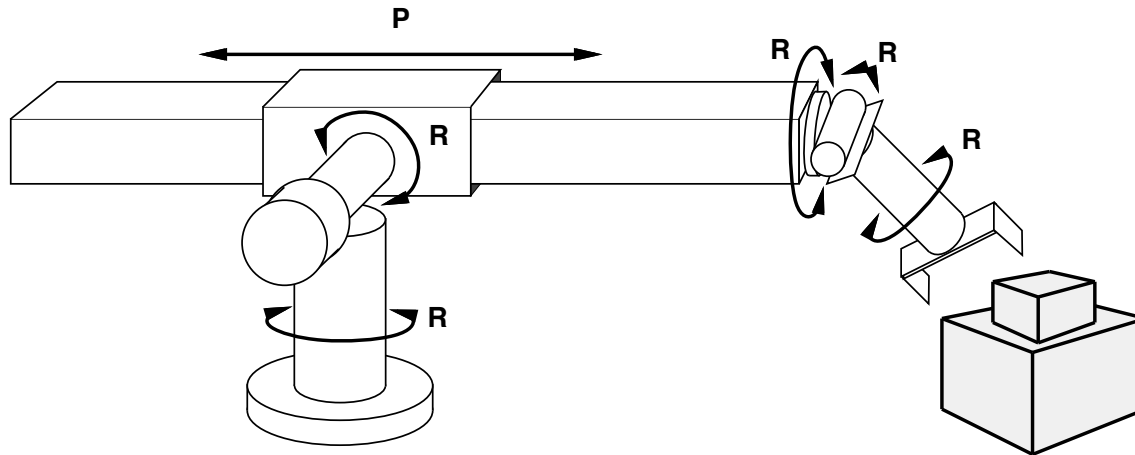
Acções??: move o branco esquerda, direita, cima, baixo

objectivo??: uma configuração dada

Custo??: 1 por cada movimento

[Nota: a solução óptima da família de n -Puzzle s é NP-hard]

Exemplo: montagem com robots



Estados??: valor real das coordenadas dos ângulos das junções do robot e das partes do objecto que vai ser montado

Acções??: movimento continuo das junções do robot

Objectivo??: montagem completa **sem incluir o robot**

Custo??: tempo de execução

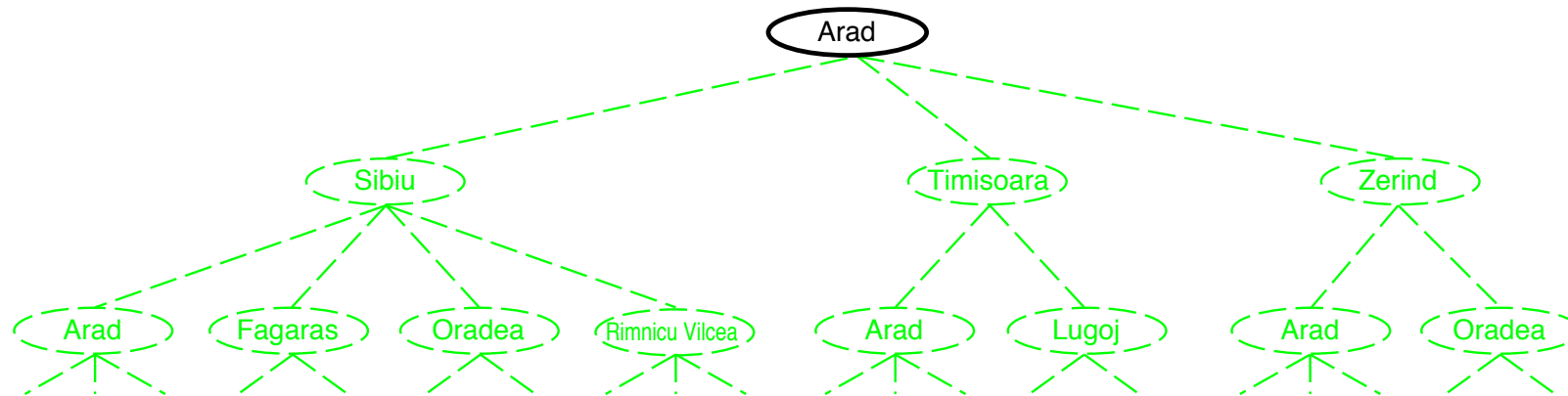
Algoritmos de pesquisa em árvores

Ideia base:

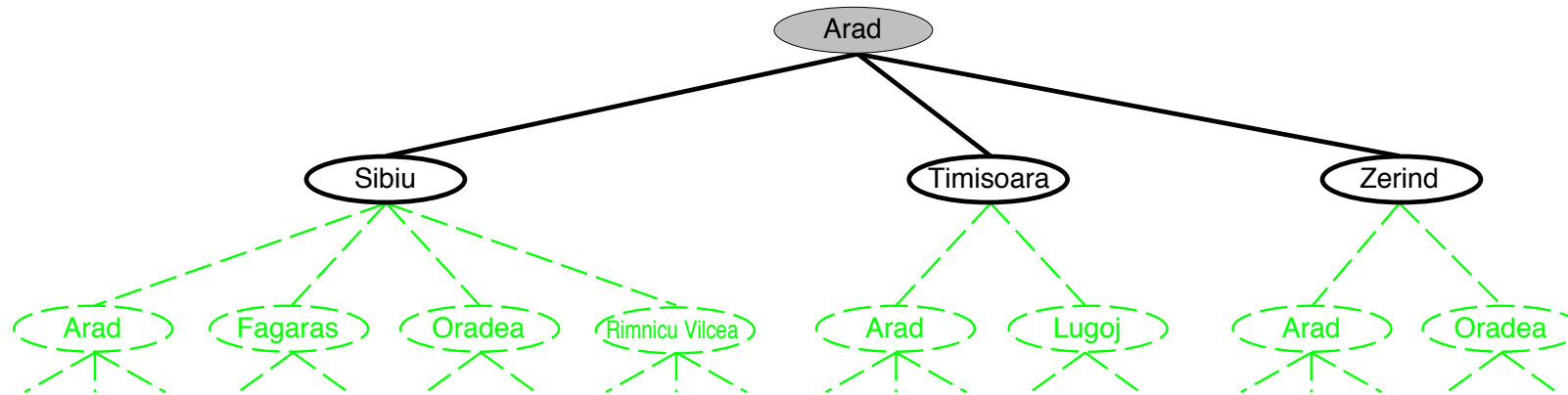
offline, simular a exploração do espaço de estado
gerando sucessores dos estados já explorados
(a.k.a. **expandir** os estados)

```
function TREE-SEARCH(problem, strategy) returns a solution, or failure
  initialize the search tree using the initial state of problem
  loop do
    if there are no candidates for expansion then return failure
    choose a leaf node for expansion according to strategy
    if the node contains a goal state then return the corresponding solution
    else expand the node and add the resulting nodes to the search tree
  end
```

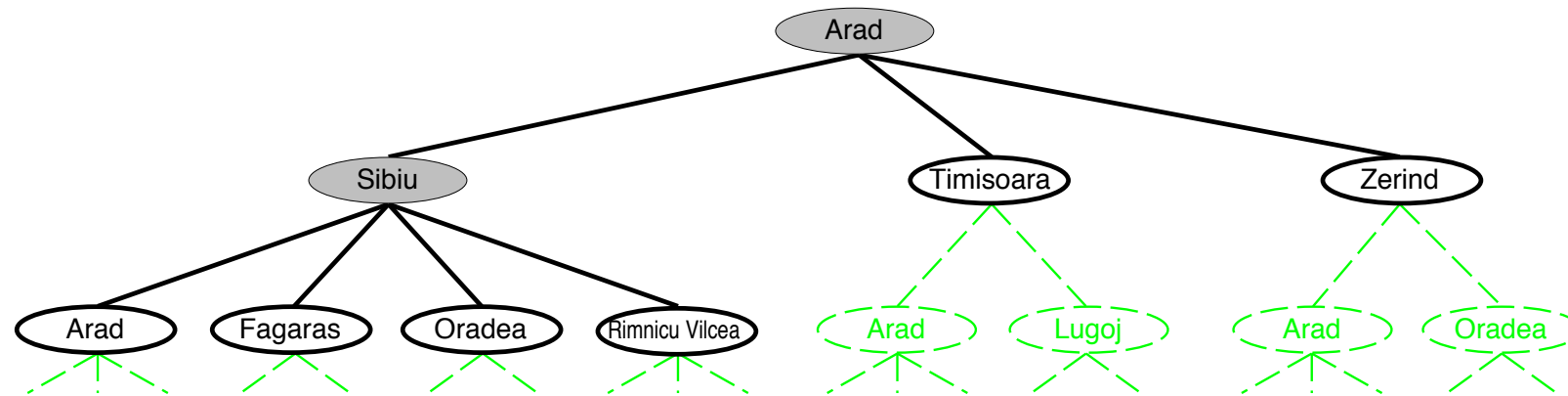

Exemplo de pesquisa numa árvore



Exemplo de pesquisa numa árvore



Exemplo de pesquisa numa árvore



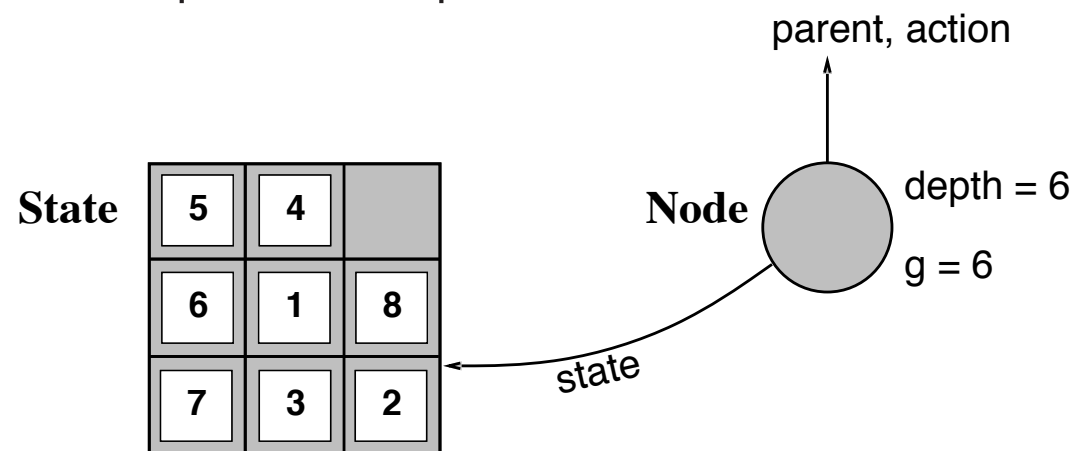
Implementação: estados vs. nós

Um **estado** é a representação de uma configuração física

Um **nó** é uma estrutura de dados que faz parte da árvore de pesquisa

inclui **pai**, **filhos**, **profundidade**, **custo** $g(x)$

Os estados não têm pais, filhos, profundidade, ou custo!



A função **EXPANDE** cria novos nós, preenchendo os vários campos e usa **SUCCESSORFN** do problema para criar os novos estados.

Implementação: pesquisa em árvore geral

```

function TREE-SEARCH(problem, fringe) returns a solution, or failure
  fringe  $\leftarrow$  INSERT(MAKE-NODE(INITIAL-STATE[problem]), fringe)
  loop do
    if fringe is empty then return failure
    node  $\leftarrow$  REMOVE-FRONT(fringe)
    if GOAL-TEST(problem, STATE(node)) then return node
    fringe  $\leftarrow$  INSERTALL(EXPAND(node, problem), fringe)

```

```

function EXPAND(node, problem) returns a set of nodes
  successors  $\leftarrow$  the empty set
  for each action, result in SUCCESSOR-FN(problem, STATE[node]) do
    s  $\leftarrow$  a new NODE
    PARENT-NODE[s]  $\leftarrow$  node; ACTION[s]  $\leftarrow$  action; STATE[s]  $\leftarrow$  result
    PATH-COST[s]  $\leftarrow$  PATH-COST[node] + STEP-COST(STATE[node], action,
result)
    DEPTH[s]  $\leftarrow$  DEPTH[node] + 1
    add s to successors
  return successors

```

Estratégias de pesquisa

Define-se um estratégia escolhendo a **ordem de expansão dos nós**

As estratégia são avaliadas nas seguintes dimensões.

completude—encontra sempre uma solução se existir?

complexidade temporal—numero de nós gerados/expandidos

complexidade espacial—numero máximo de nós em memória

optimalidade—encontra sempre a solução de menor custo?

A complexidade temporal e espacial são medidas em termos de

b — máximo factor de ramificação (branching factor) da árvore de pesquisa

d —profundidade da solução de menor custo

m —profundidade máxima do espaço de estados (pode ser ∞)

Estratégias de pesquisa não informada

Estratégias **não informadas** só usam a informação disponível na definição do problema

Pesquisa em largura (Breadth-first search)

Pesquisa de custo uniforme (Uniform-cost search)

Pesquisa em Profundidade (Depth-first search)

Pesquisa em profundidade limitada (Depth-limited search)

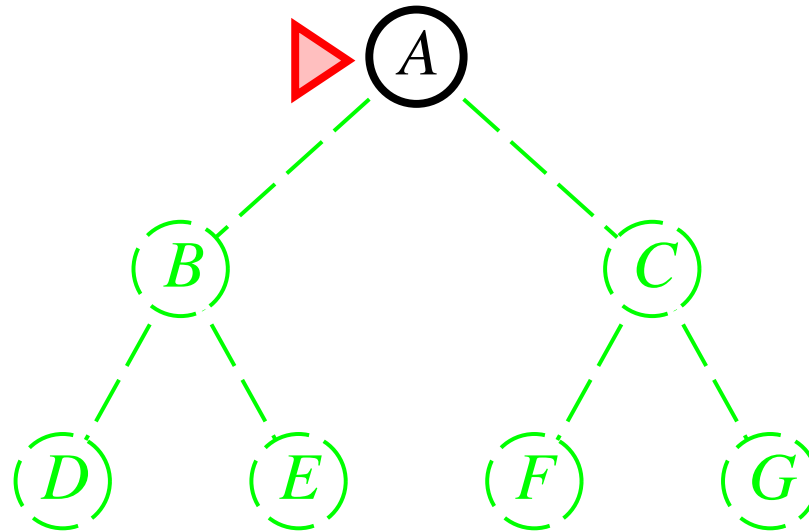
Pesquisa em Profundidade iterativa (Iterative deepening search)

Pesquisa em Largura (Breadth-first search)

Expandir o nó menos profundo que ainda não foi expandido

Implementação:

fringe é uma fila FIFO, i.e., os novos sucessores vão para o fim

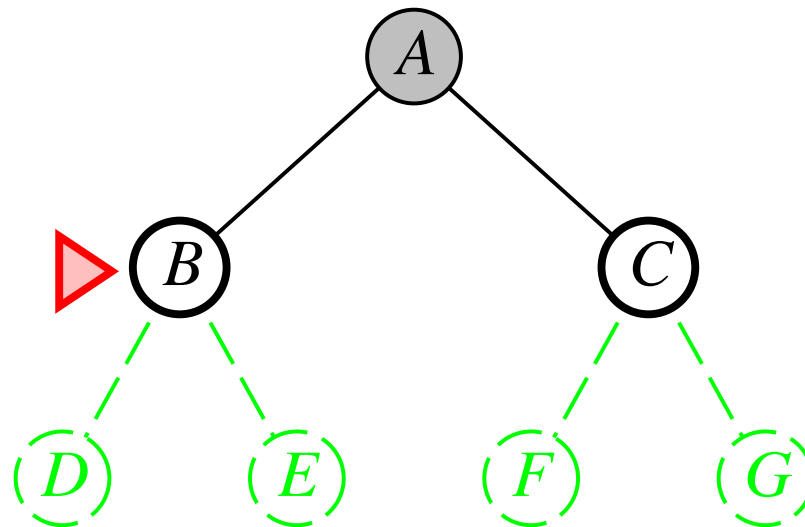


Pesquisa em Largura (Breadth-first search)

Expandir o nó menos profundo que ainda não foi expandido

Implementação:

fringe é uma fila FIFO, i.e., os novos sucessores vão para o fim

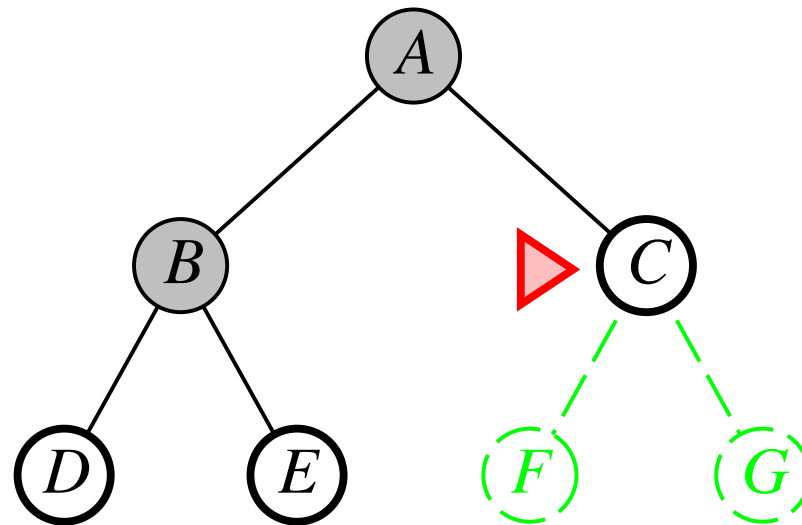


Pesquisa em Largura (Breadth-first search)

Expandir o nó menos profundo que ainda não foi expandido

Implementação:

fringe é uma fila FIFO, i.e., os novos sucessores vão para o fim

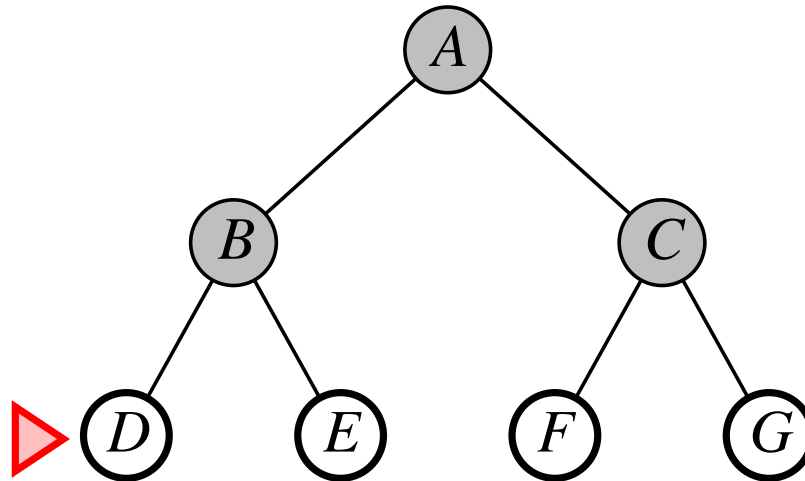


Pesquisa em Largura (Breadth-first search)

Expandir o nó menos profundo que ainda não foi expandido

Implementação:

fringe é uma fila FIFO, i.e., os novos sucessores vão para o fim



Propriedades da pesquisa em largura (breadth-first search)

Completa??

Propriedades da pesquisa em largura (breadth-first search)

Completa?? Sim, se e só se b é finito

Tempo??

Propriedades da pesquisa em largura (breadth-first search)

Completa?? Sim, se e só se b é finito

Tempo?? $1 + b + b^2 + b^3 + \dots + b^d + b(b^d - 1) = O(b^{d+1})$, i.e., exp. em d

Espaço??

Propriedades da pesquisa em largura (breadth-first search)

Completa?? Sim, se e só se b é finito

Tempo?? $1 + b + b^2 + b^3 + \dots + b^d + b(b^d - 1) = O(b^{d+1})$, i.e., exp. em d

Espaço?? $O(b^{d+1})$ (Guarda todos os nós em memória)

Óptima??

Propriedades da pesquisa em largura (breadth-first search)

Completa?? Sim, se e só se b é finito

Tempo?? $1 + b + b^2 + b^3 + \dots + b^d + b(b^d - 1) = O(b^{d+1})$, i.e., exp. em d

Espaço?? $O(b^{d+1})$ (Guarda todos os nós em memória)

Óptima?? Sim, se o custo = 1 para cada passo, não é óptima em geral.

Espaço é o grande problema; pode gerar nós a 100MB/sec
em 24hrs = 8640GB.

Pesquisa de custo uniforme (Uniform-cost search)

Expande o nó de menor custo que ainda não foi expandido

Implementação:

fringe = fila ordenada pelo custo, o menor primeiro

Equivalente à pesquisa em largura se os custos dos passos forem todos iguais.

Completa?? Sim, se o custo do passo $\geq \epsilon$

Tempo?? # de nós com $g \leq$ custo da solução ótima, $O(b^{\lceil C^*/\epsilon \rceil})$
onde C^* é o custo da solução ótima

Espaço?? # de nós com $g \leq$ custo da solução ótima, $O(b^{\lceil C^*/\epsilon \rceil})$

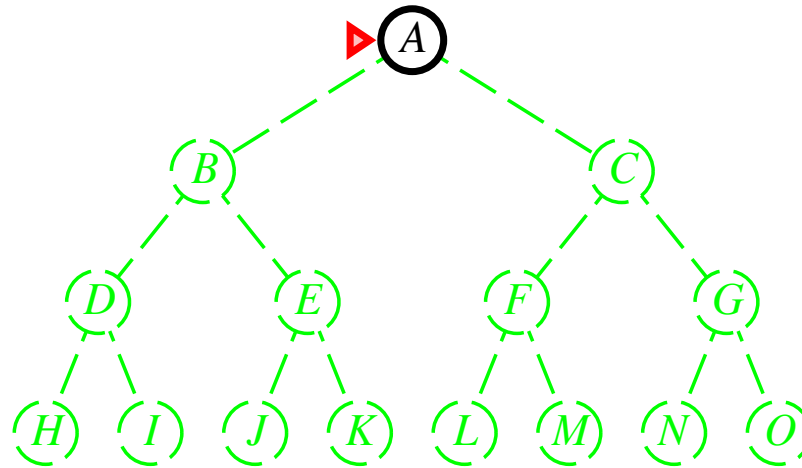
Óptima?? Sim—os nós são expandidos por ordem crescente de $g(n)$ (custo)

Pesquisa em Profundidade (Depth-first search)

Expandir o nó mais profundo que ainda não foi expandido

Implementação:

fringe = fila LIFO, i.e., colocar o sucessor na frente da fila



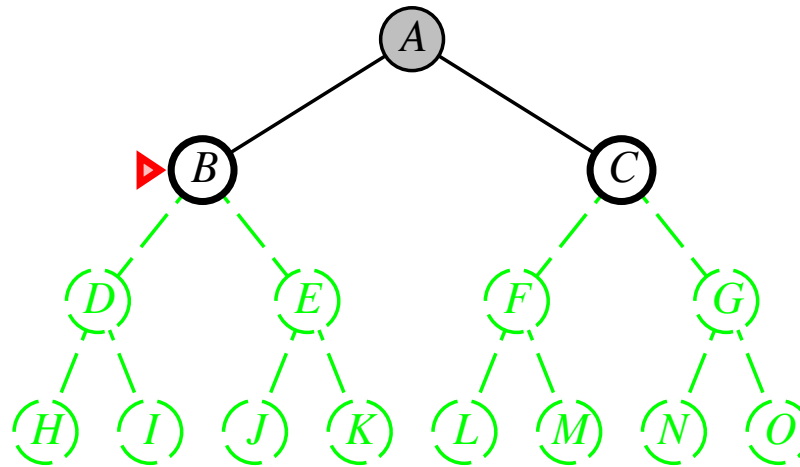
Depth-first search

Pesquisa em Profundidade (Depth-first search)

Expandir o nó mais profundo que ainda não foi expandido

Implementação:

fringe = fila LIFO, i.e., colocar o sucessor na frente da fila

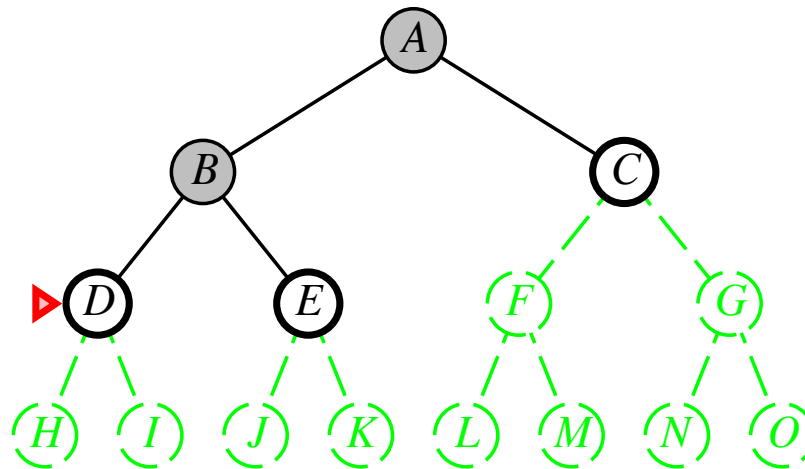


Pesquisa em Profundidade (Depth-first search)

Expandir o nó mais profundo que ainda não foi expandido

Implementação:

fringe = fila LIFO, i.e., colocar o sucessor na frente da fila

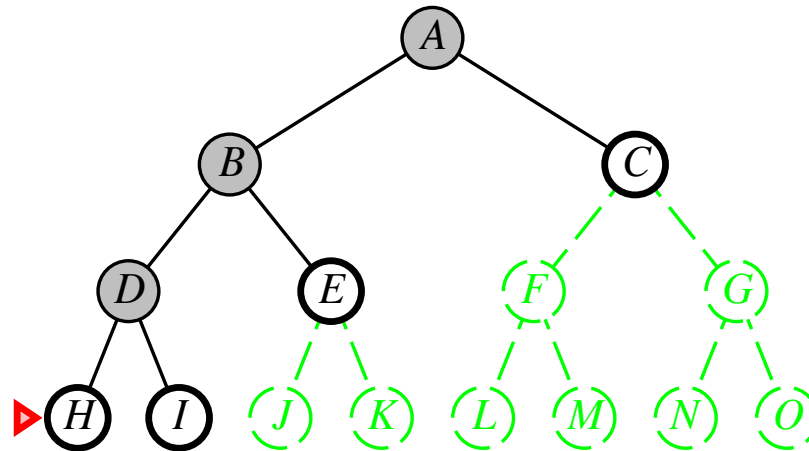


Pesquisa em Profundidade (Depth-first search)

Expandir o nó mais profundo que ainda não foi expandido

Implementação:

fringe = fila LIFO, i.e., colocar o sucessor na frente da fila

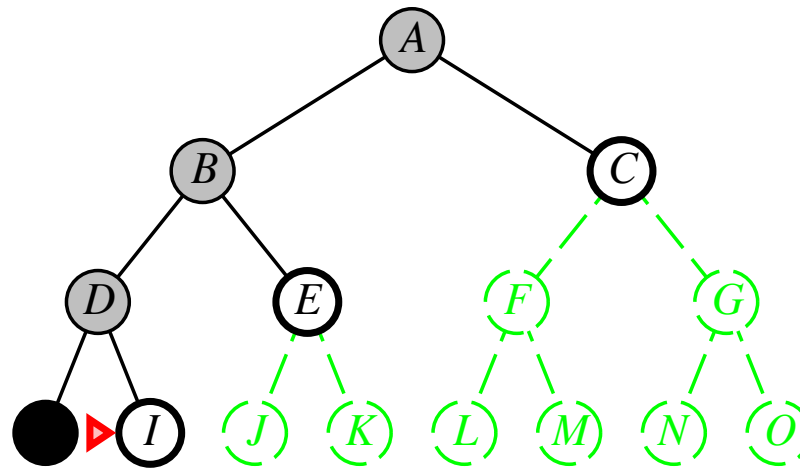


Pesquisa em Profundidade (Depth-first search)

Expandir o nó mais profundo que ainda não foi expandido

Implementação:

fringe = fila LIFO, i.e., colocar o sucessor na frente da fila

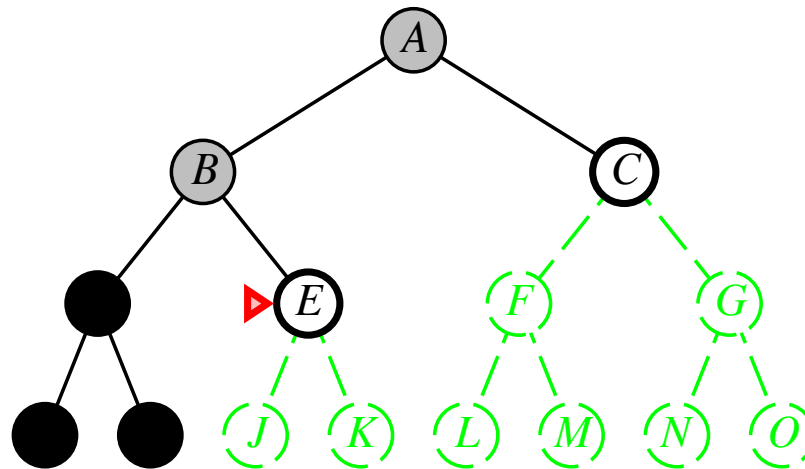


Pesquisa em Profundidade (Depth-first search)

Expandir o nó mais profundo que ainda não foi expandido

Implementação:

fringe = fila LIFO, i.e., colocar o sucessor na frente da fila

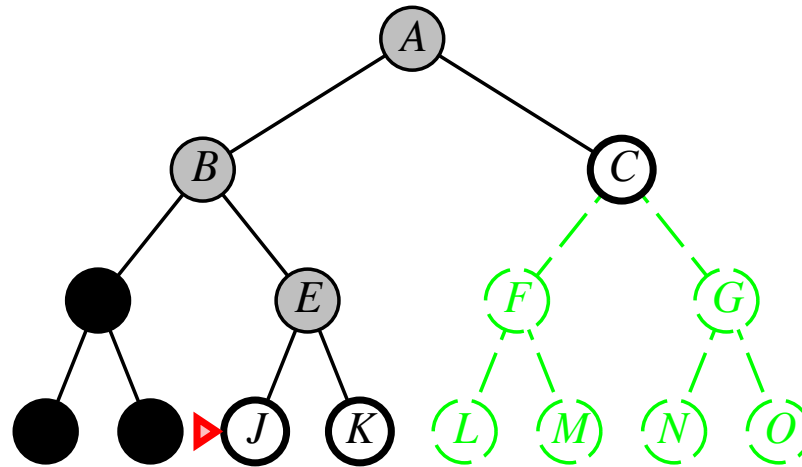


Pesquisa em Profundidade (Depth-first search)

Expandir o nó mais profundo que ainda não foi expandido

Implementação:

fringe = fila LIFO, i.e., colocar o sucessor na frente da fila

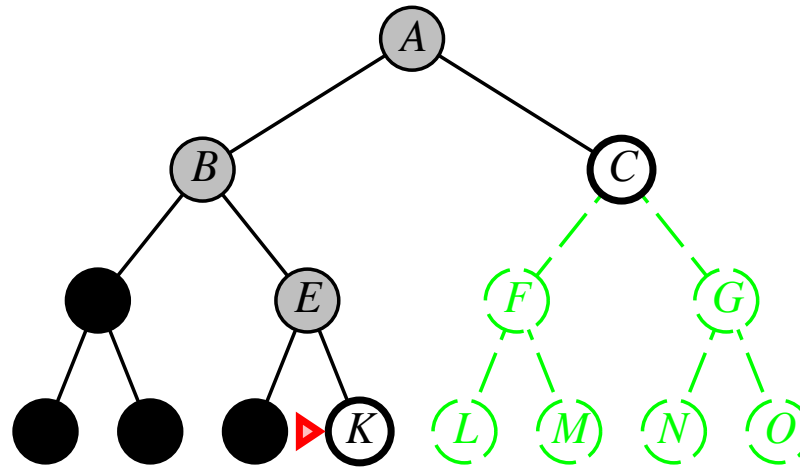


Pesquisa em Profundidade (Depth-first search)

Expandir o nó mais profundo que ainda não foi expandido

Implementação:

fringe = fila LIFO, i.e., colocar o sucessor na frente da fila

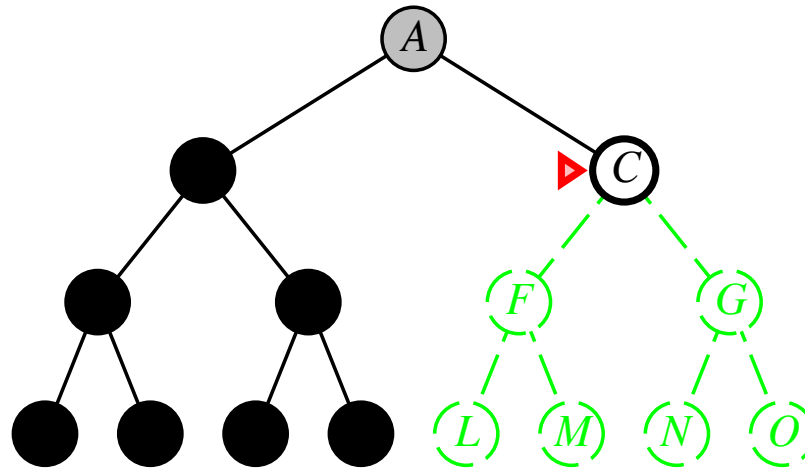


Pesquisa em Profundidade (Depth-first search)

Expandir o nó mais profundo que ainda não foi expandido

Implementação:

fringe = fila LIFO, i.e., colocar o sucessor na frente da fila

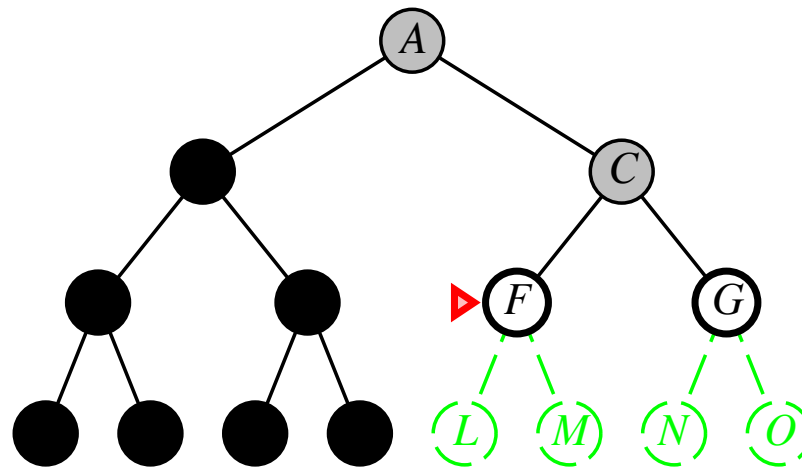


Pesquisa em Profundidade (Depth-first search)

Expandir o nó mais profundo que ainda não foi expandido

Implementação:

fringe = fila LIFO, i.e., colocar o sucessor na frente da fila

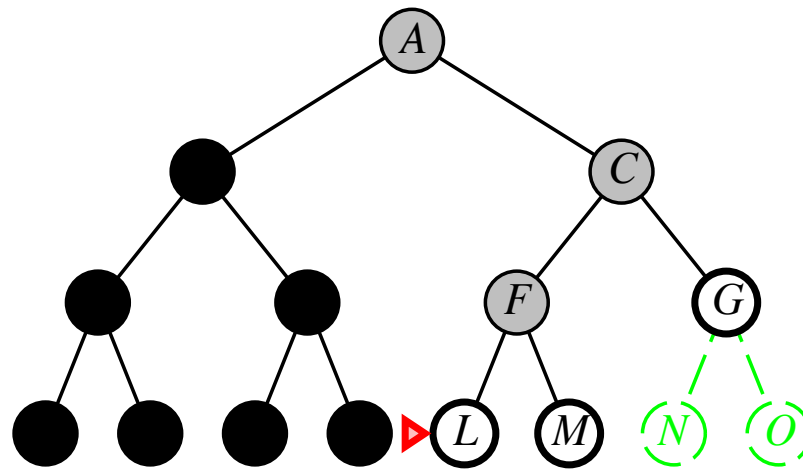


Pesquisa em Profundidade (Depth-first search)

Expandir o nó mais profundo que ainda não foi expandido

Implementação:

fringe = fila LIFO, i.e., colocar o sucessor na frente da fila

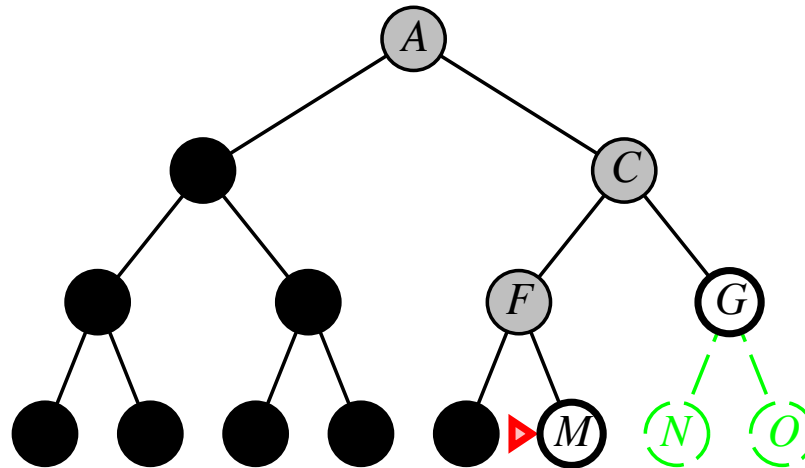


Pesquisa em Profundidade (Depth-first search)

Expandir o nó mais profundo que ainda não foi expandido

Implementação:

fringe = fila LIFO, i.e., colocar o sucessor na frente da fila



Propriedades da pesquisa em profundidade

Completa??

Propriedades da pesquisa em profundidade

Completa?? Não: Falha num espaço de profundidade infinita, espaço com ciclos

Modificar para evitar estados repetidos ao longo de um caminho
⇒ completo em espaços finitos

Tempo??

Propriedades da pesquisa em profundidade

Completa?? Não: Falha num espaço de profundidade infinita, espaço com ciclos

Modificar para evitar estados repetidos ao longo de um caminho
⇒ completo em espaços finitos

Tempo?? $O(b^m)$: terrível se m é muito maior que d
mas se as soluções são densas (há muitas e juntas) pode ser muito mais rápido que a pesquisa em largura.

Espaço??

Propriedades da pesquisa em profundidade

Completa?? Não: Falha num espaço de profundidade infinita, espaço com ciclos

Modificar para evitar estados repetidos ao longo de um caminho
⇒ completo em espaços finitos

Tempo?? $O(b^m)$: terrível se m é muito maior que d
mas se as soluções são densas (há muitas e juntas) pode ser muito mais rápido que a pesquisa em largura.

Espaço?? $O(bm)$, i.e., espaço linear!

Óptimo??

Propriedades da pesquisa em profundidade

Completa?? Não: Falha num espaço de profundidade infinita, espaço com ciclos

Modificar para evitar estados repetidos ao longo de um caminho
⇒ completo em espaços finitos

Tempo?? $O(b^m)$: terrível se m é muito maior que d
mas se as soluções são densas (há muitas e juntas) pode ser muito mais rápido que a pesquisa em largura.

Espaço?? $O(bm)$, i.e., espaço linear!

Óptimo?? Não

Pesquisa em profundidade limitada (Depth-limited search)

= pesquisa em profundidade com profundidade limitada a l ,
i.e., nós à profundidade l não têm sucessores.

Implementação recursiva:

```
function DEPTH-LIMITED-SEARCH(problem, limit) returns soln/fail/cutoff
    RECURSIVE-DLS(MAKE-NODE(INITIAL-STATE[problem]), problem, limit)

function RECURSIVE-DLS(node, problem, limit) returns soln/fail/cutoff
    cutoff-occurred?  $\leftarrow$  false
    if GOAL-TEST(problem, STATE[node]) then return node
    else if DEPTH[node] = limit then return cutoff
    else for each successor in EXPAND(node, problem) do
        result  $\leftarrow$  RECURSIVE-DLS(successor, problem, limit)
        if result = cutoff then cutoff-occurred?  $\leftarrow$  true
        else if result  $\neq$  failure then return result
    if cutoff-occurred? then return cutoff else return failure
```

Pesquisa em profundidade iterativa (Iterative deepening search)

```
function ITERATIVE-DEEPENING-SEARCH(problem) returns a solution
  inputs: problem, a problem
  for depth  $\leftarrow$  0 to  $\infty$  do
    result  $\leftarrow$  DEPTH-LIMITED-SEARCH(problem, depth)
    if result  $\neq$  cutoff then return result
  end
```

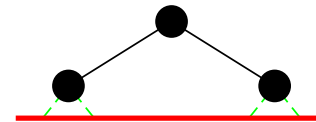
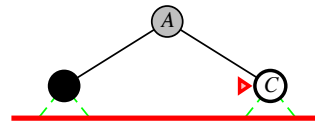
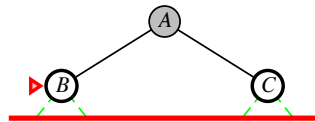
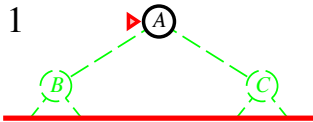
Pesquisa em profundidade iterativa $l = 0$

Limit = 0



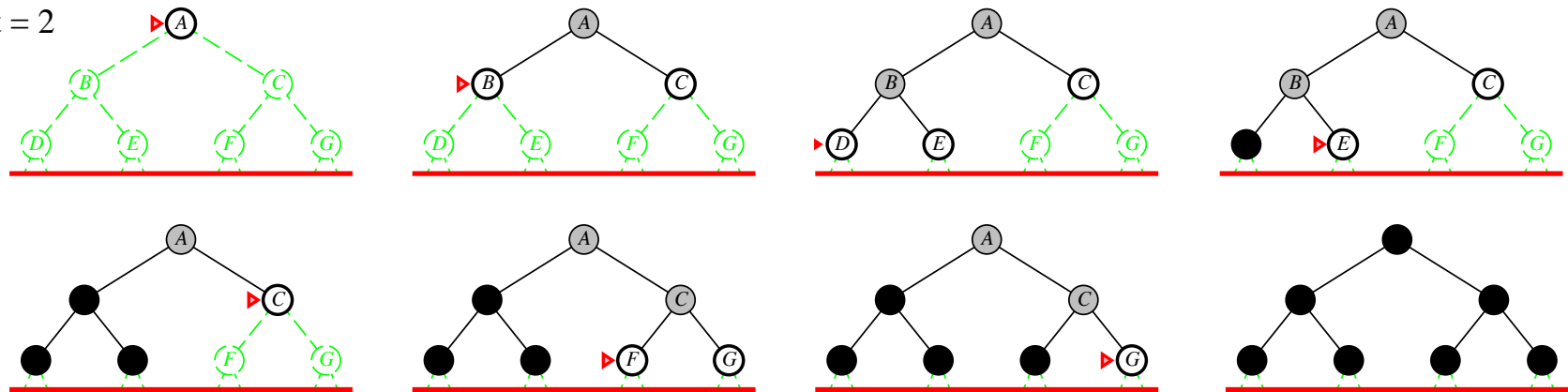
Pesquisa em profundidade iterativa $l = 1$

Limit = 1



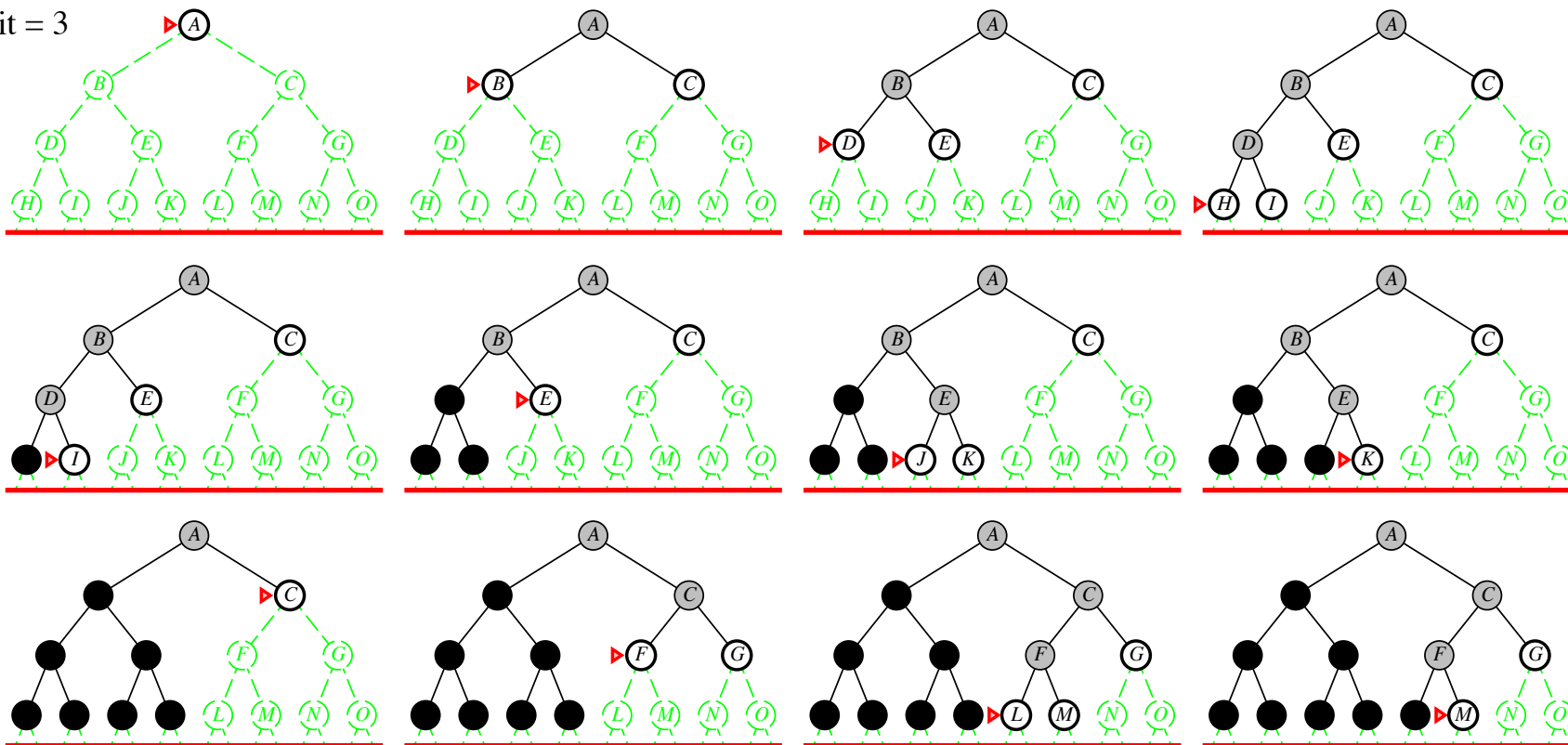
Pesquisa em profundidade iterativa $l = 2$

Limit = 2



Pesquisa em profundidade iterativa $l = 3$

Limit = 3



Propriedades da pesquisa em profundidade iterativa

Completa??

Propriedades da pesquisa em profundidade iterativa

Completa?? Sim

Tempo??

Propriedades da pesquisa em profundidade iterativa

Completa?? Sim

Tempo?? $(d + 1)b^0 + db^1 + (d - 1)b^2 + \dots + b^d = O(b^d)$

Espaço??

Propriedades da pesquisa em profundidade iterativa

Completa?? Sim

Tempo?? $(d + 1)b^0 + db^1 + (d - 1)b^2 + \dots + b^d = O(b^d)$

Espaço?? $O(bd)$

Óptima??

Propriedades da pesquisa em profundidade iterativa

Completa?? Sim

Tempo?? $(d + 1)b^0 + db^1 + (d - 1)b^2 + \dots + b^d = O(b^d)$

Espaço?? $O(bd)$

Óptima?? Sim, se o custo dos passos é igual a 1

Pode ser modificado para explorar árvores de custo uniforme

Comparação para $b = 10$ e $d = 5$, solução na folha direita mais distante.:

$$N(\text{IDS}) = 50 + 400 + 3,000 + 20,000 + 100,000 = 123,450$$

$$N(\text{BFS}) = 10 + 100 + 1,000 + 10,000 + 100,000 + 999,990 = 1,111,100$$

O desempenho de IDS é melhor porque os outros nós à profundidade d não foram expandidos

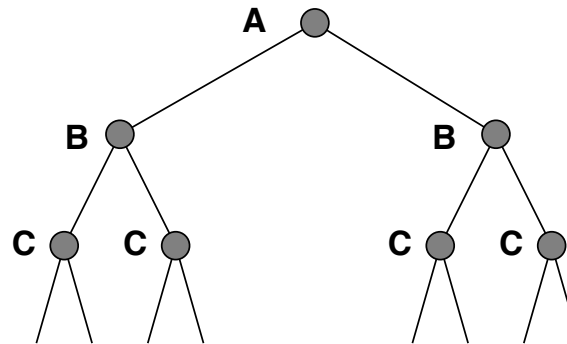
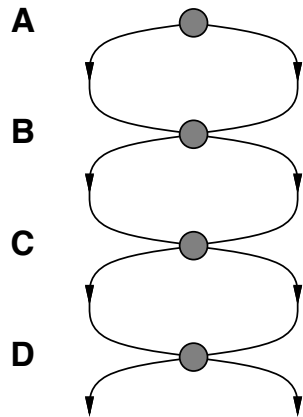
O BFS pode ser modificado para aplicar o teste de estado final quando um nó é **gerado**

Resumo dos algoritmos

Criterion	Breadth- First	Uniform- Cost	Depth- First	Depth- Limited	Iterative Deepening
Complete?	Yes*	Yes*	No	Yes, if $l \geq d$	Yes
Time	b^{d+1}	$b^{\lceil C^*/\epsilon \rceil}$	b^m	b^l	b^d
Space	b^{d+1}	$b^{\lceil C^*/\epsilon \rceil}$	bm	bl	bd
Optimal?	Yes*	Yes	No	No	Yes*

Estados repetidos

A falha na detecção de estados repetidos pode transformar um problema linear num problema exponencial!



Pesquisa em grafo

function GRAPH-SEARCH(*problem*, *fringe*) **returns** a solution, or failure

closed \leftarrow an empty set

fringe \leftarrow INSERT(MAKE-NODE(INITIAL-STATE[*problem*]), *fringe*)

loop do

if *fringe* is empty **then return** failure

node \leftarrow REMOVE-FRONT(*fringe*)

if GOAL-TEST(*problem*, STATE[*node*]) **then return** *node*

if STATE[*node*] is not in *closed* **then**

 add STATE[*node*] to *closed*

fringe \leftarrow INSERTALL(EXPAND(*node*, *problem*), *fringe*)

end

Resumo

A formulação de problemas como problemas de pesquisa no espaço de estados requer a abstracção de detalhes do mundo real para definir o espaço de estados de forma a que se possa explorar.

Há várias estratégias de pesquisa não informada:

A pesquisa em profundidade iterativa (Iterative deepening search) usa espaço linear

e não muito mais tempo que outras pesquisas não informadas

A pesquisa em grafo pode ser exponencialmente mais eficiente que a pesquisa em árvore.