Análise Matemática II (2015/2016)

2ª Frequência　　07/06/2016　　**Duração:** 3h

Nome:

Número:　　**Curso:**

1. Considere a equação implicita

$$\ln x - \ln y = xy - 4. \qquad (*)$$

   (i) Mostre que em torno do ponto $(2, 2)$ existe uma única função $y = y(x)$ continuamente diferenciável que satisfaça à equação (*) e tal que $y(2) = 2$.

   (ii) Escreva a equação da *recta tangente* ao gráfico da função $y = y(x)$ no ponto $(2, 2)$. $-\frac{3}{2}x - \frac{5}{2}y \; 2$

2. Seja *aplicação vectorial* $\Phi : (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mapsto (u, v) \in \mathbb{R}^2$ definida à custa do sistema de equações:

$$\begin{cases} u = x^2 - y^3 \\ v = x^3 + y^2 \end{cases}$$

   (i) Determine o conjunto aberto $D \subset \mathbb{R}^2$ onde a aplicação Φ é *invertível* (tem a aplicação inversa Φ^{-1}) e faça ilustração no plano coordenado.

   (ii) Verifique que um ponto $(1, 1)$ pertence ao conjunto D dà alínea (i) e encontre a *matriz de Jacobi* $\operatorname{Jac}\Phi^{-1}(0, 2)$ tendo em conta que $(0, 2) = \Phi(1, 1)$.

3. Determine os valores *mínimo* e *máximo* da função

$$z = x^2 + 2y^2 + y$$

   na região elíptica $x^2 + 4y^2 \leq 1$.

   Sugestão: encontre primeiro os *pontos de estacionaridade* que estão no interior da região e depois aplica a regra de *multiplicadores de Lagrange* para determinar os pontos de mínimo (máximo) na fronteira.

$\frac{28}{9}$ máximo fronteira

$\frac{5}{16}$ mínimo → região

4. Com a *integração dupla* ou *tripla* calcule o volume da parte comum dos sólidos D_1 e D_2 delimitados, respectivamente, com os paraboloides de revolução $z = x^2 + y^2 - 1$ e $z = 1 - x^2 - y^2$, ou seja o volume do sólido

deixar aos quadrados e usar [illegible]

$$D := D_1 \cap D_2 = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 - 1 \le z \le 1 - x^2 - y^2\}.$$

[illegible]

Faça desenho!

5. Com a *integração de linha de 1ª espécie* encontre a *massa* de uma peça da curva dada com as equações paramétricas:

$$\begin{cases} x = & t\cos t \\ y = & t\sin t \\ z = & t \end{cases}$$

Calcular int

$(0 \le t \le 4\pi)$ com a sua *densidade linear* $\rho(x, y, z) = z$. **Faça desenho !**

6. Considere o *campo vectorial planar* $\mathbf{F}$,

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{2x}{x^2 + y^2} - y\right)\mathbf{i} + \left(\frac{2y}{x^2 + y^2} - x\right)\mathbf{j}.$$

(i) Mostre que $\mathbf{F}$ é o campo *conservativo* na região

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > 0\}.$$

(ii) Determine todas as *primitivas* da *forma diferencial* Calcular Potencial ???

$$\left(\frac{2x}{x^2 + y^2} - y\right) dx + \left(\frac{2y}{x^2 + y^2} - x\right) dy.$$

ss forma

(iii) Com uso dà alínea (ii) encontre o *trabalho* do campo $\mathbf{F}$ para deslocar um ponto material dá posição $A\left(0, \sqrt{5}\right)$ para $B(1, 2)$. **Justifique bem a resposta !**

B - A porque é Conservativo

BOM TRABALHO!