

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

**O REGIME DE CAPITALIZAÇÃO CONSISTE NO PROCESSO DE PRODUÇÃO DOS JUROS DO CAPITAL APLICADO**

**O JURO PRODUZIDO É FUNÇÃO DO TEMPO E DO CAPITAL**

**A INTERDEPENDÊNCIA ENTRE O TEMPO E O CAPITAL DETERMINA TRÊS PROCESSOS DE CAPITALIZAÇÃO:**

**O REGIME DE CAPITALIZAÇÃO DE JURO SIMPLES**

**O REGIME DE CAPITALIZAÇÃO DE JURO COMPOSTO**

**O REGIME DE CAPITALIZAÇÃO CONTÍNUA DE JUROS**

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO SIMPLES

O JURO DEPENDE APENAS DO TEMPO. PARA UM DADO CAPITAL INICIAL  $C_0$ , O JURO PRODUZIDO EM CADA UNIDADE DE TEMPO É CONSTANTE.

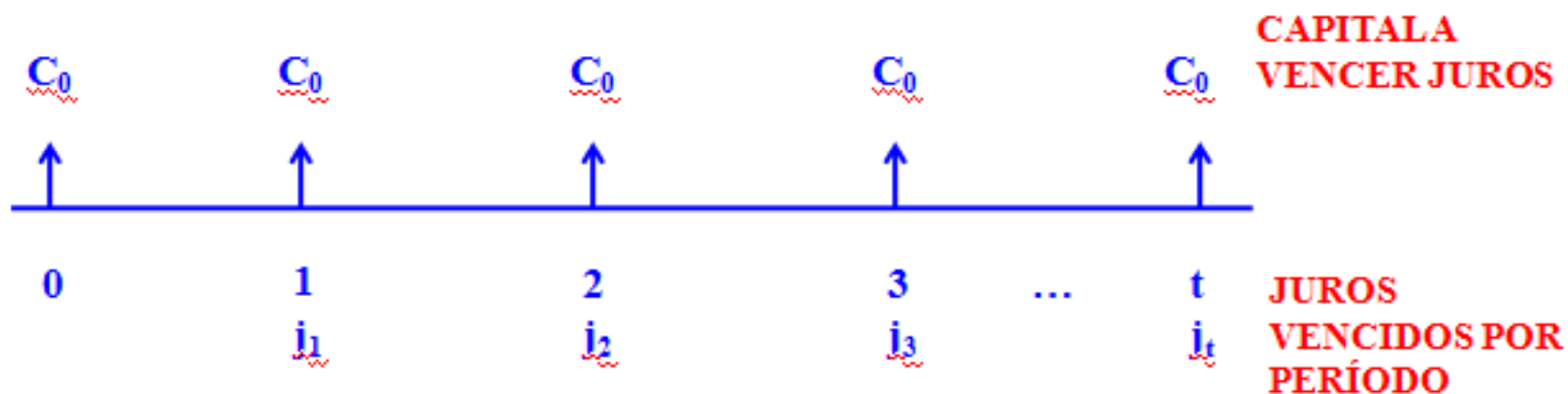
OS JUROS SÃO RETIRADOS DO PROCESSO DE CAPITALIZAÇÃO NO MOMENTO DO SEU VENCIMENTO.

O VALOR DO CAPITAL PERMANECE CONSTANTE AO LONGO DA DURAÇÃO DO CONTRATO.

O CÁLCULO DOS JUROS EM CADA PERÍODO DE CAPITALIZAÇÃO É EFECTUADO COM BASE NO MESMO CAPITAL, O CAPITAL INICIAL ( $C_0$ )

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

## REGIME DE JURO SIMPLES



OS JUROS SÃO EXCLUÍDOS DA CAPITALIZAÇÃO APÓS O SEU VENCIMENTO. ( $j_1 = j_2 = \dots = j_t$ )

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO SIMPLES

**O JURO TOTAL , VENCIDO DURANTE  $t$  UNIDADES DE TEMPO, É IGUAL:**

$$J_t = j_1 + j_2 + \dots + j_t \quad \text{com } j_1 = j_2 = \dots = j_t \quad j_t = C_0 * i$$

$$J_t = t * j_t \text{ ou } J_t = t * C_0 * i$$

**DURANTE O PROCESSO DE CAPITALIZAÇÃO  $C_0$  VAI SOFRENDO INCREMENTOS SUCESSIVOS À MEDIDA QUE OS JUROS SE VÃO VENCENDO. TEMOS:**

$$C_1 = C_0 + j_1$$

$$C_2 = C_1 + j_2$$

.....

$$C_t = C_{t-1} + j_t$$

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO SIMPLES

#### EXPRESSÃO GERAL:

$$C_t = C_0 (1 + i t)$$

CÁLCULO DO CAPITAL ACUMULADO EM FUNÇÃO DO CAPITAL INICIAL ( $C_0$ ), DA TAXA DE JURO ( $i$ ) E DO TEMPO ( $t$ )

#### JURO TOTAL:

$$J = C_t - C_0$$

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO SIMPLES

OUTRAS EXPRESSÕES PARA CALCULAR CAPITAL INICIAL, TAXA DE JURO E PERÍODO DE TEMPO:

CAPITAL INICIAL  $C_0 = C_t / (1 + i t)$

TAXA DE JURO  $i = (C_t - C_0) / t C_0 = J_t / t C_0$

PERÍODO DE TEMPO  $t = (C_t - C_0) / i C_0 = J_t / i C_0$

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO SIMPLES

CONSIDERARMOS ATÉ AQUI QUE O PERÍODO DE APLICAÇÃO DO CAPITAL ERA COINCIDENTE COM O PERÍODO DA TAXA DE JURO.

PODE ACONTECER QUE NÃO O SEJA. OS CAPITAIS PODEM SER APLICADOS DURANTE  $m$  MESES A UMA TAXA DE JURO ANUAL, OU VENCEREM JUROS A UMA TAXA ANUAL E SEREM APLICADOS DURANTE  $d$  DIAS.

ADMITINDO QUE O PERÍODO DE TEMPO VEM EXPRESSO EM MESES ( $m$ ) E O PERÍODO DA TAXA DE JURO É ANUAL, O CÁLCULO DO JURO TOTAL SERÁ:

$$J_t = (m / 12) * C_0 * i$$

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO SIMPLES

#### *Exercício 01*

Um indivíduo investiu 12.500 € pelo prazo de três anos, em RJS à taxa trimestral de juro de 2,75%. Calcule:

- a) O valor acumulado no fim do prazo; **16625 euros**
- b) O juro total produzido pelo investimento; **4125 euros**
- c) O juro produzido no último ano do investimento. **1375 euros**

#### *Exercício 02*

Um capital foi aplicado em regime de juro simples à taxa anual de juro de 9% durante 152 dias, após os quais se receberam 187,297 € de juros. Calcule o valor do capital aplicado. **4928,87 euros**

#### *Exercício 03*

Considere os capitais de 1.000, 1.750, 2.500 e 3.000 €, vencendo juros pelos prazos de 30, 70, 40 e 50 dias, respectivamente, à taxa anual de juro de quinze por cento, em RJS. Calcule o total dos juros produzidos. **167,708 euros**

#### *Exercício 04*

Um capital de 3.040 €, aplicado em RJS a uma certa taxa anual, durante dez trimestres, produziu um juro de 190 €.

Calcule a taxa anual de juro da aplicação. **2,5%**



## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO SIMPLES

#### DESCONTO EM REGIME DE JURO SIMPLES

O DESCONTO CONSISTE NA REDUÇÃO SOFRIDA POR UM DADO CAPITAL DESCONTADO DURANTE UM CERTO INTERVALO DE TEMPO E UTILIZA-SE SEMPRE QUE SE PRETENDE ANTECIPAR A LIQUIDAÇÃO DE DÉBITOS OU DE CRÉDITOS.

CONSIDERANDO  $C_t = C_0 (1 + i t)$  e  $C_0 = C_t / (1 + i t)$

$C_t$  = valor a receber ou a pagar no momento  $t$  ou valor nominal

$C_0$  = Valor do capital  $C_t$  se este fosse liquidado no momento 0 ou valor actualizado ou valor actual para aquele momento

$D = C_t - C_0$  - o valor do desconto

$C_0 = C_t - D$  - O valor descontado de um capital (valor actualizado de um capital)

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO SIMPLES

#### DESCONTO EM REGIME DE JURO SIMPLES

O VALOR DO DESCONTO (D) EM REGIME DE JURO SIMPLES PODE SER CALCULADO ATRAVÉS DE DOIS PROCESSOS:

- DESCONTO POR DENTRO OU DESCONTO RACIONAL
- DESCONTO POR FORA OU DESCONTO COMERCIAL

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO SIMPLES

#### DESCONTO POR DENTRO $D_d$

TRATA-SE DO VERDADEIRO DESCONTO FINANCEIRO, MAS É POUCO UTILIZADO NAS OPERAÇÕES FINANCEIRAS. TAMBÉM SE DESIGNA POR DESCONTO RACIONAL.

$$D_d = C_t - C_0 = C_t - C_t / (1 + i t) = C_0 i t$$

O DESCONTO POR DENTRO É IGUAL AO JURO PRODUZIDO PELO CAPITAL INICIAL  $C_0$  DURANTE  $t$  PERÍODOS

$$C_{0(rs)} = C_t - D_d = C_t / (1 + i t) = C_0$$

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO SIMPLES

#### DESCONTO FOR FORA $D_f$

DESIGNA-SE POR DESCONTO COMERCIAL, CORRESPONDE AO JURO PRODUZIDO PELO VALOR NOMINAL DO CAPITAL (  $C_t$  ) DURANTE O PRAZO (  $t$  ) QUE FALTA PARA O SEU VENCIMENTO.

$$D_f = C_t \cdot i \cdot t$$

O DESCONTO POR FORA É CALCULADO COM BASE NO VALOR NOMINAL DO CAPITAL

$$C_{0(cs)} = C_t - D_f = C_t (1 - i \cdot t)$$

SE O DESCONTO POR FORA É SUPERIOR AO DESCONTO POR DENTRO, ENTÃO O VALOR ACTUAL COMERCIAL DO CAPITAL TERÁ DE SER INFERIOR AO SEU VALOR ACTUAL RACIONAL.

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO SIMPLES

#### DESCONTO FOR FORA $D_f$

NO DESCONTO POR FORA, O DEVEDOR SUPORTA UMA TAXA SUPERIOR À QUE FOI PROPOSTA NO INÍCIO DA OPERAÇÃO

A TAXA EFECTIVA ( $i_0$ ) PODE SER CALCULADA EM FUNÇÃO DA TAXA CONTRATUAL ( $i$ ).

SUBSTITUINDO NA FÓRMULA DO  $D_d$  A TAXA CONTRATUAL PELA TAXA EFECTIVA, TEREMOS:

$$C_t i_0 t / (1 + i_0 t) = C_t i t = D_f \quad \text{obtem-se} \quad i_0 = i / (1 - i t)$$

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO SIMPLES

#### *Exercício 05*

O valor nominal de um capital que se vence dentro de 30 meses é 7.620 €. Para a taxa de juro de 9% (relativa ao período de 10 meses), calcule:

a) O valor actual racional e o valor do desconto racional;

**1620 euros**

b) O valor actual comercial e o valor do desconto comercial.

**2057,40 euros**

c) Determine a taxa efectiva (taxa real) envolvida no desconto comercial. **12,329%**

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO COMPOSTO

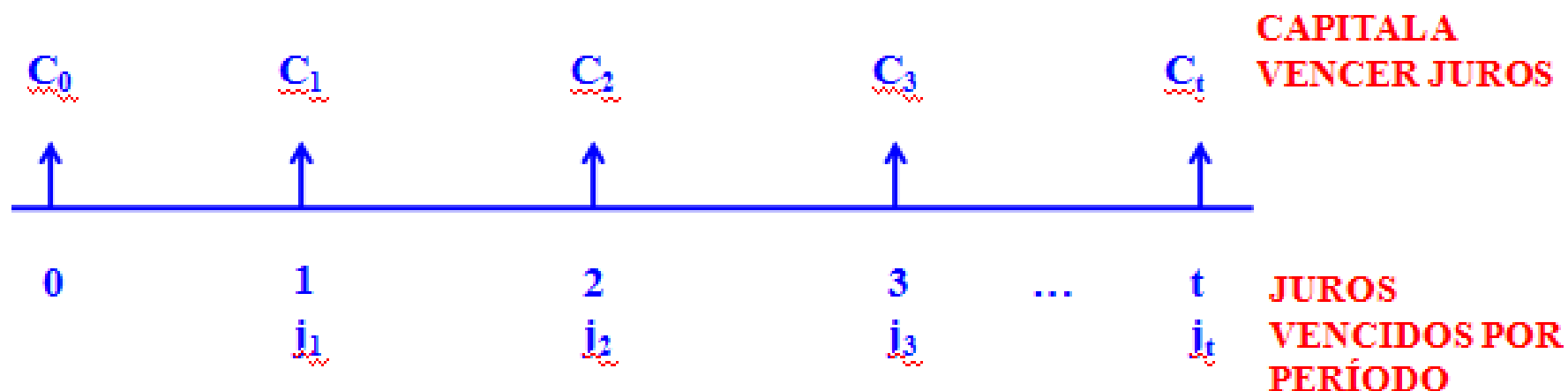
O JURO DEPENDE SIMULTANEAMENTE DO TEMPO E DO CAPITAL. ALÉM DO CAPITAL INICIAL  $C_0$ , O JURO VENCIDO EM CADA UNIDADE DE TEMPO PASSA TAMBÉM A VENCER JUROS NAS UNIDADES DE TEMPO POSTERIORES .

OS JUROS, NO MOMENTO DO SEU VENCIMENTO, SÃO INCORPORADOS NO CAPITAL , AUMENTANDO O CAPITAL NO INÍCIO DE CADA PERÍODO PELA ADIÇÃO DOS JUROS VENCIDOS NO PERÍODO DE TEMPO IMEDIATAMENTE ANTERIOR.

OS JUROS SÃO CADA VEZ MAIS ELEVADOS, DEVIDO EXISTIR UMA CONTAGEM DE JUROS SOBRE JUROS DECORRENTE DA INCORPORAÇÃO DESTES NO CAPITAL.

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO COMPOSTO



OS JUROS VENCIDOS SÃO IMEDIATAMENTE INCORPORADOS NA CAPITALIZAÇÃO, SENDO  $C_1 = C_0 + j_1$ ;  $C_2 = C_1 + j_2$ ; ...;  $C_t = C_{t-1} + j_t$



## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

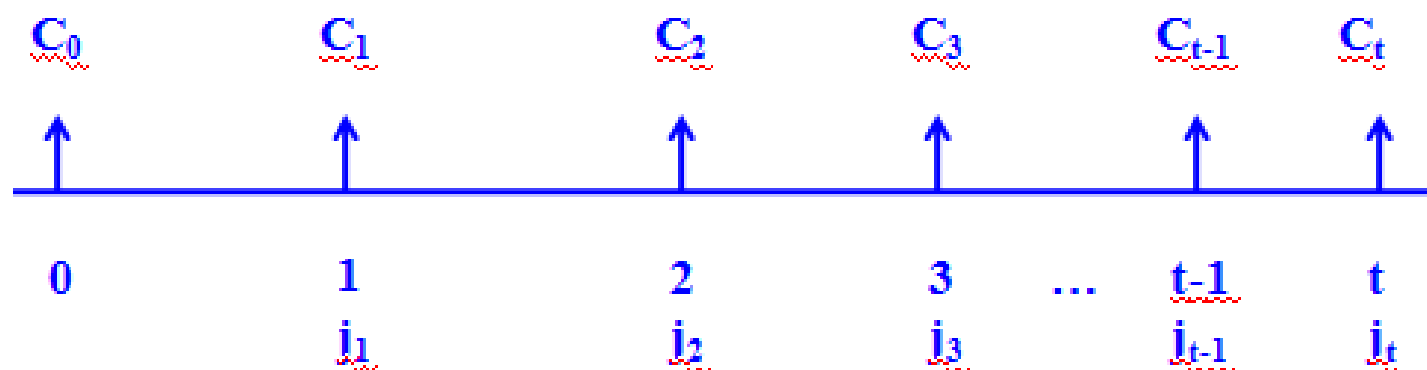
### REGIME DE JURO COMPOSTO

**NO REGIME DE JURO COMPOSTO (RJC) NO FIM DE CADA PERÍODO O JURO É INCORPORADO NO PROCESSO DE CAPITALIZAÇÃO, AUMENTANDO O CAPITAL NO FIM DE CADA PERÍODO NUM MONTANTE IGUAL AO VALOR DO JURO VENCIDO NO PERÍODO ANTERIOR.**

**O JURO PRODUZIDO EM CADA PERÍODO DE CAPITALIZAÇÃO NÃO É CONSTANTE, AO CONTRÁRIO DO QUE ACONTECE NO REGIME DE JURO SIMPLES.**

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

## REGIME DE JURO COMPOSTO



$$\underline{i_1} \neq \underline{i_2}; \dots; \underline{i_{t-1}} \neq \underline{i_t} \quad \text{onde } \underline{i_t} = \underline{C_{t-1}} i$$

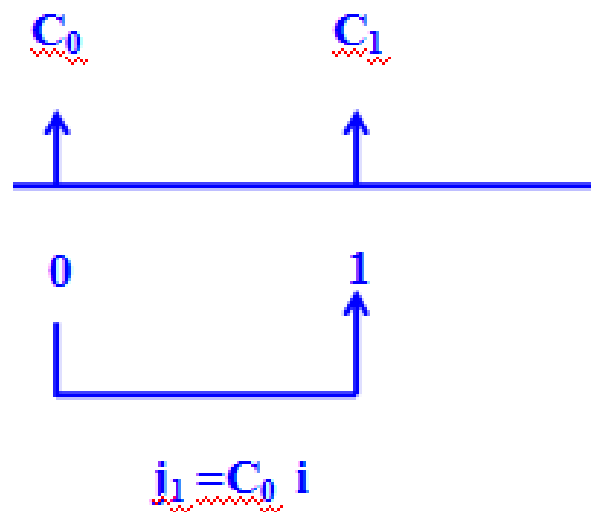
$\underline{C_{t-1}}$  = capital inicial no período t e  $i$  = taxa de juro

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

## REGIME DE JURO COMPOSTO

## PROCESSO DE CAPITALIZAÇÃO EM REGIME DE JURO COMPOSTO

## 1º PERÍODO



$$j_1 = C_0 i$$

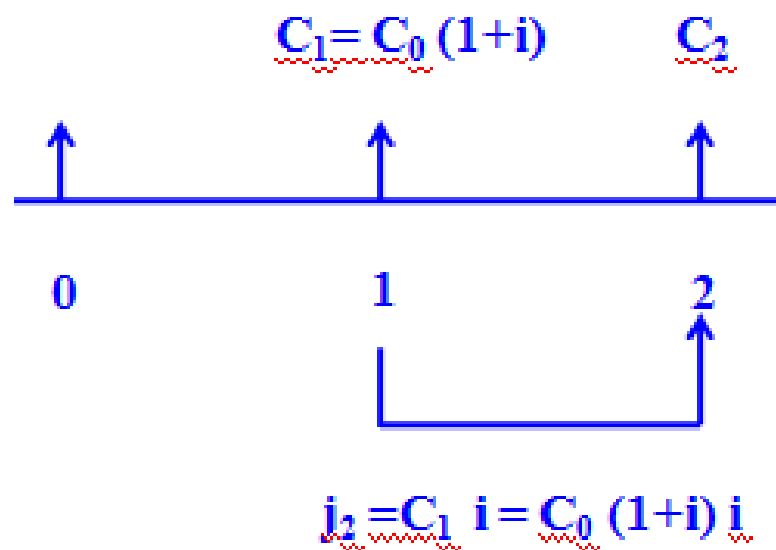
$$C_1 = C_0 + j_1 = C_0 + C_0 i = C_0 (1+i)$$

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

## REGIME DE JURO COMPOSTO

## PROCESSO DE CAPITALIZAÇÃO EM REGIME DE JURO COMPOSTO

## 2º PERÍODO



$$j_2 = C_1 i = C_0 (1+i) i$$

$$C_2 = C_1 + j_2 = C_0 (1+i) + C_0 (1+i) i$$

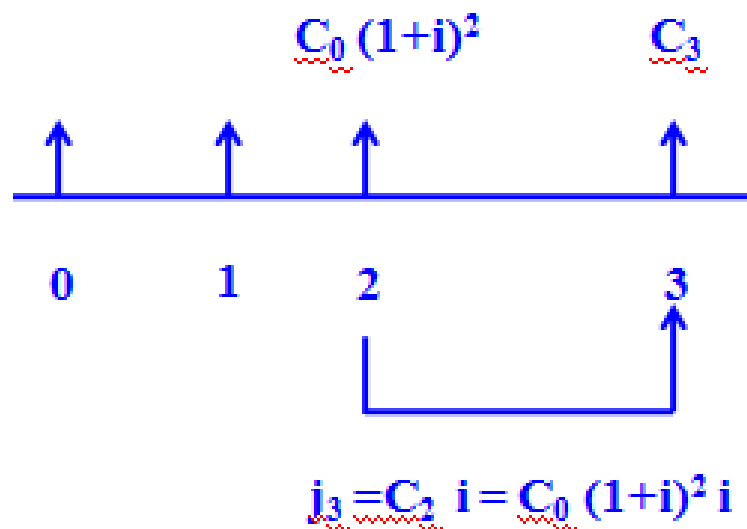
$$C_2 = C_0 (1+i) (1+i) = C_0 (1+i)^2$$

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO COMPOSTO

#### PROCESSO DE CAPITALIZAÇÃO EM REGIME DE JURO COMPOSTO

##### 3º PERÍODO



$$j_3 = C_2 i = C_0(1+i)^2 i$$

$$C_3 = C_2 + j_3 = C_0(1+i)^2 + C_0(1+i)^2 i$$

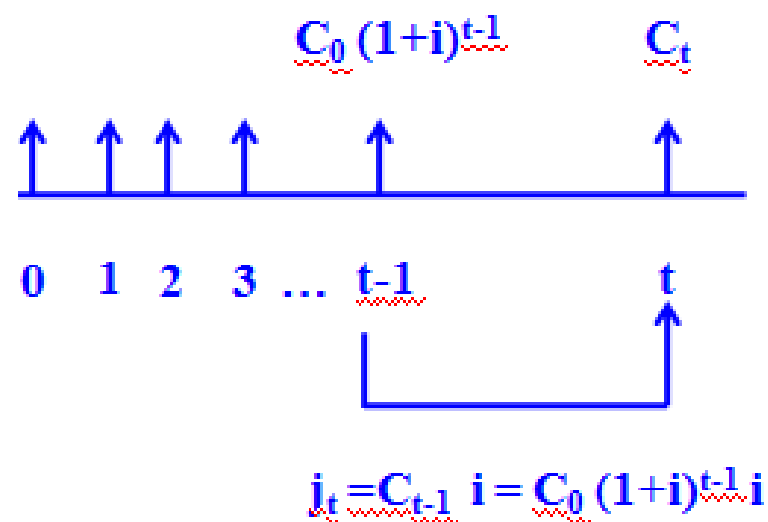
$$C_3 = C_0(1+i)^2(1+i) = C_0(1+i)^3$$

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO COMPOSTO

### PROCESSO DE CAPITALIZAÇÃO EM REGIME DE JURO COMPOSTO

### E ASSIM SUCESSIVAMENTE



$$j_{t-1} = C_{t-1} i = C_0 (1+i)^{t-1} i$$

$$C_t = C_{t-1} + j_t = C_0 (1+i)^{t-1} + C_0 (1+i)^{t-1} i$$

$$C_t = C_0 (1+i)^{t-1} (1+i) = C_0 (1+i)^t$$

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO COMPOSTO

#### EXPRESSÃO GERAL

$$C_t = C_0 (1+i)^t$$

onde:

$C_t$  = valor acumulado do capital

$C_0$  = valor inicial do capital

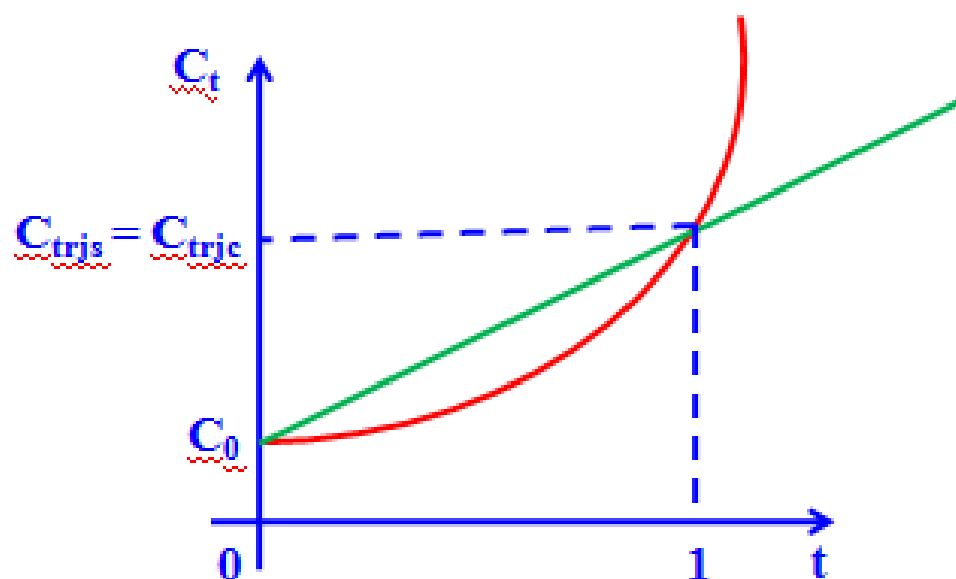
$i$  = taxa de juro

$t$  = período de tempo

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

## REGIME DE JURO COMPOSTO

## COMPARAÇÃO DA FUNÇÃO CAPITAL ACUMULADO EM RJS E RJC



A FUNÇÃO CAPITAL ACUMULADO TEM UM COMPORTAMENTO LINEAR EM RJS  
A FUNÇÃO CAPITAL ACUMULADO TEM UM COMPORTAMENTO EXPONENCIAL EM RJC



## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO COMPOSTO

#### *Exemplo 06*

Um capital de 1000 € foi aplicado em RJC, à taxa anual de juro de 3,75%, durante 5 anos.

Calcule o valor do capital acumulado.

1202,10 euros

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO COMPOSTO

#### OUTRAS EXPRESSÕES

#### JURO ACUMULADO NO MOMENTO $t$

$$J_t = C_0 [(1+i)^t - 1]$$

#### JURO NO INTERVALO DE TEMPO $(t-1; t)$

$$j_t = C_0 (1 + i)^{t-1} i$$

#### VALOR INICIAL DO CAPITAL

$$C_0 = C_t (1 + i)^{-t}$$

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO COMPOSTO

#### OUTRAS EXPRESSÕES

#### DETERMINAÇÃO DA TAXA DE JURO

$$C_t = C_0 (1+i)^t$$

$$C_t / C_0 = (1+i)^t$$

$$(C_t / C_0)^{1/t} = (1+i)$$

$$i = (C_t / C_0)^{1/t} - 1$$

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO COMPOSTO

#### DESCONTO EM REGIME DE JURO COMPOSTO

O VALOR DO DESCONTO (D) EM REGIME DE JURO COMPOSTO PODE SER CALCULADO ATRAVÉS DE DOIS PROCESSOS:

- DESCONTO RACIONAL COMPOSTO
- DESCONTO COMERCIAL COMPOSTO

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO COMPOSTO

#### DESCONTO RACIONAL COMPOSTO

**TRATA-SE DE EFECTUAR A OPERAÇÃO INVERSA DA CAPITALIZAÇÃO EM REGIME DE JURO COMPOSTO.**

$$C_{0(rc)} = C_t / (1 + i)^t$$

$C_{0(rc)}$  = Valor (ou capital) actual racional composto

#### TAXA “REAL” EM DESCONTO RACIONAL COMPOSTO

$$d_{rc} = i$$

**Note-se que coincide com a taxa anunciada ( $d_{rc} = i$ ) pelo que a equivalência segundo o desconto racional composto é perfeita.**

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO COMPOSTO

#### DESCONTO COMERCIAL COMPOSTO

TRATA-SE DE UM DESCONTO FINANCEIRO QUASE NUNCA UTILIZADO NAS OPERAÇÕES FINANCEIRAS.

DADO DETERMINADO CAPITAL, A SUA ACTUALIZAÇÃO É EFECTUADA CALCULANDO OS JUROS DOS SUCESSIVOS PERÍODOS, COMEÇANDO POR SER CALCULADO SOBRE  $C_t$  E DEPOIS, PERÍODO A PERÍODO, SOBRE OS SUCESSIVOS CAPITAIS ACTUAIS.

$$C_{0(cc)} = C_t (1 - i)^t$$

$C_{0(cc)}$  = Valor (ou capital) actual comercial composto

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE JURO COMPOSTO

### DESCONTO COMERCIAL COMPOSTO

### TAXA “REAL” EM DESCONTO COMERCIAL COMPOSTO

$$d_{cc} = i / (1 - i)$$

Note-se que é superior à taxa anunciada ( $d_{rc} > i$ ), porque o denominador é menor do que 1.

## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE CAPITALIZAÇÃO CONTÍNUA

**O JURO É INCORPORADO NO PROCESSO DE CAPITALIZAÇÃO E GERA CONTINUAMENTE JUROS DE JUROS.**

**EXISTEM UM NÚMERO INFINITO DE CAPITALIZAÇÕES DURANTE UM ANO.**

**DESIGNA-SE TAMBÉM POR CAPITALIZAÇÃO INSTANTÂNEA**



## VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO

### REGIME DE CAPITALIZAÇÃO CONTÍNUA DE JUROS

O JURO DEPENDE SIMULTANEAMENTE DO TEMPO E DO CAPITAL. ALÉM DO CAPITAL INICIAL  $C_0$ , O JURO VENCIDO EM CADA UNIDADE DE TEMPO PASSA TAMBÉM A VENCER JUROS NAS UNIDADES DE TEMPO POSTERIORES .

SÓ QUE O NÚMERO DE CAPITALIZAÇÕES DURANTE O ANO,  $K$ , VAI AUMENTANDO, TENDENDO PARA INFINITO.

NA CAPITALIZAÇÃO CONTÍNUA DE JUROS, O CAPITAL ACUMULADO É SUPERIOR AO APURADO EM CAPITALIZAÇÃO “NÃO CONTÍNUA”, UMA VEZ QUE EXISTE, “CONTINUAMENTE”, JUROS DE JUROS.

**VIII – NOÇÕES DE CÁLCULO FINANCEIRO – CAPITALIZAÇÃO E ACTUALIZAÇÃO**

**QUESTÕES**

