

Teoria da Informação

Exame / 2ª Frequência

Licenciatura em Engenharia Informática

6 de Janeiro de 2014

1. Uma fonte binária gerou a seguinte sequência de símbolos:

1 1 1 0 0 0 1 1 1 0 1 1 0 0 0 1 1

Para construir um modelo para esta fonte, consideram-se duas hipóteses:

- A fonte gera uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas X_t , com distribuição de probabilidade $p(x)$;
 - A sequência de variáveis aleatórias X_t formam uma cadeia de Markov, com distribuição de probabilidades condicionadas $p(x_t|x_{t-1})$.
- (a) Estime $p(x)$ e $p(x_t|x_{t-1})$ a partir da sequência observada.
- (b) Calcule a entropia $H(X_t)$.
- (c) Calcule a entropia condicional $H(X_t|X_{t-1})$.
- (d) Baseando a sua resposta nas entropias anteriores (alíneas b e c), qual dos dois modelos é o mais apropriado? Justifique.
- (e) Usando um algoritmo de compressão à sua escolha, comprima a sequência de símbolos. Calcule a taxa de compressão atingida e comente o resultado.
2. Considere um canal binário simétrico com $p_e = 0.1$.
- (a) Calcule a capacidade do canal.
- (b) Pretende-se usar um código de Hamming (7, 4) neste canal. Calcule a probabilidade de ocorrer um erro na decodificação de uma palavra de código.
- (c) Suponha que o canal é concatenado com outro canal idêntico. Calcule todas as probabilidades de transição do canal binário equivalente à concatenação dos dois canais. Calcule a capacidade do canal equivalente. Compare com o resultado da primeira alínea e justifique a diferença observada.
- (d) Considere C_n como sendo a capacidade do canal equivalente à concatenação de n canais. O que acontece à capacidade C_n quando $n \rightarrow \infty$?
3. Considere um sistema de comunicação digital que transmite símbolos X codificados na forma de tensões eléctricas no intervalo $[0, 5]$ Volts. A transmissão está sujeita a ruído aditivo caracterizado por uma variável aleatória $Z \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$, com variância arbitrária σ^2 .
- (a) Selecione os níveis de tensão a usar para a codificação dos símbolos 0 e 1. Justifique a escolha efectuada.
- (b) Explique de que modo se pode fazer a decodificação da saída do canal Y de modo a obter um símbolo binário (0 ou 1).
- (c) O canal Gaussiano com o sistema de codificação/decodificação construído nas alíneas anteriores é equivalente a um canal binário. Escreva as expressões que permitem calcular todas as probabilidades de transição $p(y|x)$ em função da variância do ruído σ^2 . O canal binário é simétrico? Justifique.