Análise Matemática II (2010/2011)

2ª Frequência/Exame 27/06/2011 **Duração:** Freq. 2h/Exame 3h

Resolva os grupos em folhas de teste separadas.

Grupo I

1. Calcule o integral do campo escalar $f(x,y,z) = xy + y^2 + x^2 - xyz$ ao longo da circunferência $x^2 + y^2 = 1$ no plano xy.

2. **(Só Frequência)** Calcule o integral de linha do gradiente da função
$$f(x,y,z) = \sin x + \sin y + \sin z$$
ao longo da linha
$$x = -\frac{\pi}{2}\cos t, \quad y = -\frac{\pi}{2}\sin t, \quad z = t, \quad \text{para } 0 \leq t \leq \pi.$$

3. Verifique que o campo vectorial $F(x,y) = 2xy^3\mathbf{i} + (1 + 3x^2y^2)\,\mathbf{j}$ é conservativo e determine um potencial.

4. Calcule, aplicando o Teorema de Green, o integral
$$\oint_C \underbrace{\left(x^2+y^2\right)}_{f_1} dx + \underbrace{xy}_{f_2}dy,$$
onde C é a união das curvas $y = -x^2$ e $y = -x$, entre os pontos de intersecção, percorrido no sentido anti-horário.

5. **(Só Exame)** Determine os pontos da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ mais próximos e mais afastados do ponto $(0, 1, -1)$.

$1 \leq R \leq 2$

Grupo II

1. Use coordenadas esféricas para calcular o volume do sólido que está entre as esferas $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ e $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, no primeiro octante.

2. Calcule a área da porção do parabolóide $z = 4 - x^2 - y^2$ acima do plano xy.

3. Utilize o Teorema de Stokes para calcular o integral

$$\iint_S \operatorname{rot} F \cdot n dS,$$

onde $F(x, y, z) = -yz\mathbf{i} + xz\mathbf{j} + xy\mathbf{k}$ e S é a parte da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ que está dentro do cilindro $x^2 + y^2 = 1$ e acima do plano xy.

4. **(Só Exame)** Determine, justificando, o maior subconjunto de $\mathbb{R}^3$ onde a função seguinte é contínua

$$f(x, y, z) = \frac{xyz}{x^2 + y^2 - z}.$$

5. **(Só Exame)** Calcule, se existir, a derivada de $f(x, y) = e^{\sqrt{x^2+y^2}} + 1$ no ponto $(-4, 3)$ segundo o vector $(-1, 1)$.

BOM TRABALHO!