Университет ИТМО

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №2
по «Вычислительной математике»

Вариант 9

Выполнил: Кривошейкин Сергей

Группа P3214

Преподаватель: Малышева Т. А.

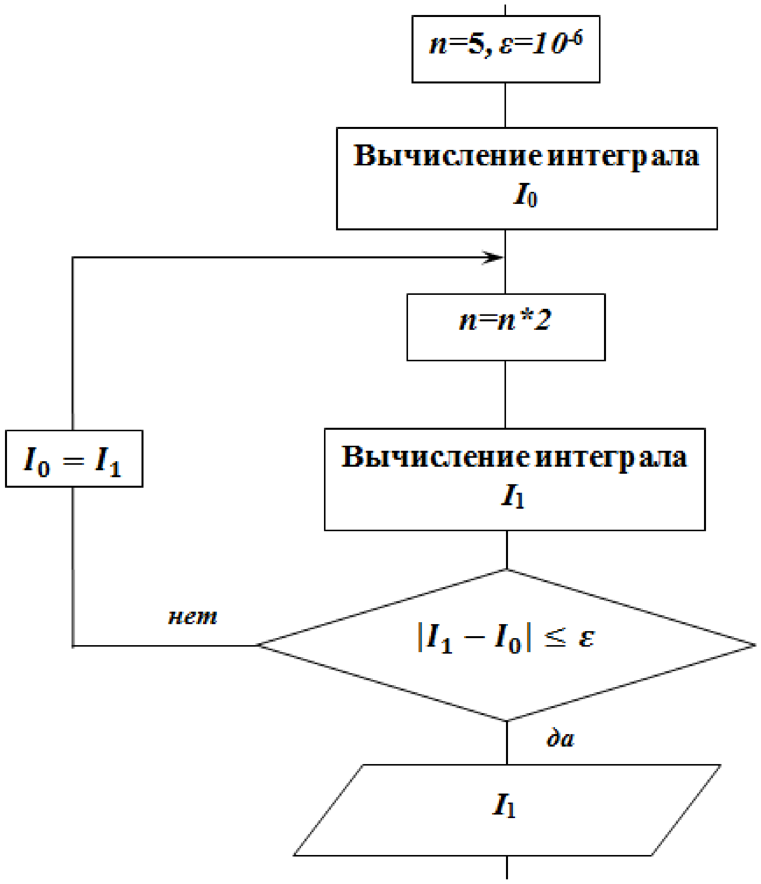
Санкт-Петербург

2020

Цель работы: найти приближенное значение определенного интеграла с требуемой точностью различными численными методами.

Метод Симпсона:

$$\int_a^b f(x) = \frac{h}{3}\left[(y_0 + 4(y_1 + y_3 + \cdots + y_{n-1}) + 2(y_2 + y_4 + \cdots + y_{n-2}) + y_n)\right]$$



Листинг программы:

```
public class Calculation {

    double min;
    double max;
    double accuracy;
    int a;
    int n = 4;

    public Calculation(double min, double max, double accuracy, int a) {
        this.min = min;
        this.max = max;
        this.accuracy = accuracy;
        this.a = a;
    }

    public double calculate() {

        double h;
        double In = 0;
        double In2 = 0;
        double answer = 0.0;
```

```
        boolean sw = false;

        if (min > max) {
            System.out.println("Нижний предел должен быть меньше верхнего! Произведена 
замена");
            double q = min;
            min = max;
            max = q;
            sw = true;
        }

        if (min != max) {

            h = (max - min) / n;
            double sum = 0;
            for (int i = 1; i < n; i++) {
                sum += 4 * Point(a, min + i * h);
                ++i;
                sum += 2 * Point(a, min + i * h);
            }
            In = (sum + Point(a, min) - Point(a, max)) * h / 3;

            double r;

            do {
                n = n * 2;
                h = (max - min) / n;
                double sum2 = 0;
                for (int i = 1; i < n; i++) {
                    sum2 += 4 * Point(a, min + i * h);
                    ++i;
                    sum2 += 2 * Point(a, min + i * h);
                }
                In2 = (sum2 + Point(a, min) - Point(a, max)) * h / 3;

                r = Math.abs(In2 - In);

                if (r > accuracy) {
                    In = In2;
                } else
                    answer = In2;
            } while (r > accuracy);

        } else {
            answer = 0;
            System.out.println("Пределы интегрирования равны, результат вычисления будет равен 
0 в любом случае");
        }
        if (sw = true)
            return answer * (-1);
        else
            return answer;
    }

    public double Point(int a, double x) {
        double ans = 0;
        switch (a) {
            case 1:
                ans = Math.sqrt(1 + Math.pow(x, 2));
                break;
            case 2:
                ans = Math.pow(x, 2) + 3 * x;
                break;
            case 3:
                ans = 1 / (1 + x);
```

```java
                break;
        }
        return ans;
    }

    public int getN() {
        return n;
    }
}


import java.util.Scanner;

public class Main {
    public static void main(String[] args) {

        double min;
        double max;
        double accuracy;
        Scanner in = new Scanner(System.in);
        int a;
        do {
            System.out.print("\nВыберите интеграл\n 1. y = sqrt(1 + x^2)\n 2. y = x^2 + 3x\n 3. y = 1 / (1 + x)\n Choose option: ");
            a = in.nextInt();
        } while ((a < 1) | (a > 3));

        System.out.println("Введите нижний предел интегрирования");
        min = in.nextDouble();
        System.out.println("Введите верхний предел интегрирования");
        max = in.nextDouble();
        System.out.println("Введите точность вычисления");
        accuracy = in.nextDouble();

        Calculation calc = new Calculation(min, max, accuracy, a);
        System.out.println("Значение интеграла:");
        System.out.print(calc.calculate());
        System.out.println();
        System.out.println("Число разбиения интервала интегрирования:");
        System.out.println(calc.getN());

    }
}
```

Выберите интеграл 1. y = sqrt(1 + x^2) 2. y = x^2 + 3x 3. y = 1 / (1 + x) Choose option: 1 Введите нижний предел интегрирования 2 Введите верхний предел интегрирования 6 Введите точность вычисления 0,00001 Значение интеграла: -16.536291944076165 Число разбиения интервала интегрирования: 32	Выберите интеграл 1. y = sqrt(1 + x^2) 2. y = x^2 + 3x 3. y = 1 / (1 + x) Choose option: 2 Введите нижний предел интегрирования 7 Введите верхний предел интегрирования 12 Введите точность вычисления 0,001 Значение интеграла: -604.1666666666666 Число разбиения интервала интегрирования: 8

Точно:

Compute the definite integral:

$$\int_1^2 (2x^3 - 3x^2 + 5x - 9)\,dx$$

Integrate the sum term by term and factor out constants:

$$= 2\int_1^2 x^3\,dx - 3\int_1^2 x^2\,dx + 5\int_1^2 x\,dx - 9\int_1^2 1\,dx$$

Apply the fundamental theorem of calculus.
The antiderivative of x^3 is $\frac{x^4}{4}$:

$$= \frac{x^4}{2}\Big|_1^2 - 3\int_1^2 x^2\,dx + 5\int_1^2 x\,dx - 9\int_1^2 1\,dx$$

Evaluate the antiderivative at the limits and subtract.
$\frac{x^4}{2}\Big|_1^2 = \frac{2^4}{2} - \frac{1^4}{2} = \frac{15}{2}$:

$$= \frac{15}{2} - 3\int_1^2 x^2\,dx + 5\int_1^2 x\,dx - 9\int_1^2 1\,dx$$

Apply the fundamental theorem of calculus.
The antiderivative of x^2 is $\frac{x^3}{3}$:

$$= \frac{15}{2} + (-x^3)\Big|_1^2 + 5\int_1^2 x\,dx - 9\int_1^2 1\,dx$$

Evaluate the antiderivative at the limits and subtract.
$(-x^3)\Big|_1^2 = (-2^3) - (-1^3) = -7$:

$$= \frac{1}{2} + 5\int_1^2 x\,dx - 9\int_1^2 1\,dx$$

Apply the fundamental theorem of calculus.
The antiderivative of x is $\frac{x^2}{2}$:

$$= \frac{1}{2} + \frac{5x^2}{2}\Big|_1^2 - 9\int_1^2 1\,dx$$

Evaluate the antiderivative at the limits and subtract.
$\frac{5x^2}{2}\Big|_1^2 = \frac{5\times 2^2}{2} - \frac{5\times 1^2}{2} = \frac{15}{2}$:

$$= 8 - 9\int_1^2 1\,dx$$

Apply the fundamental theorem of calculus.
The antiderivative of 1 is x:

$$= 8 + (-9x)\Big|_1^2$$

Evaluate the antiderivative at the limits and subtract.
$(-9x)\Big|_1^2 = (-9\times 2) - (-9\times 1) = -9$:

Answer:

$$= -1$$

Метод трапеций:

Метод трапеций:

$$\int_1^2 (2(x)^3 - 3\,x^2 + 5x - 9)dx = h(\frac{y_0 + y_n}{2} + \sum_{i=1}^{n-1}(y_i)) =$$

$$= 0.1\left(\frac{-5+5}{2} - 4.468 - 3.864 - 3.176 - 2.392 - 1.5 - 0.488 + 0.656 + 1.944 + 3.388\right) = -0.99$$

Погрешность вычислений составляет:

$\Delta I = \left|I - I_{\text{трап}}\right| = |-1 + 0.99| = 0.01(\approx 0.01\%)$

Вывод: в ходе выполнения данной лабораторной работы я познакомился с различными методами решения интегралов и реализовал один из них на Java.