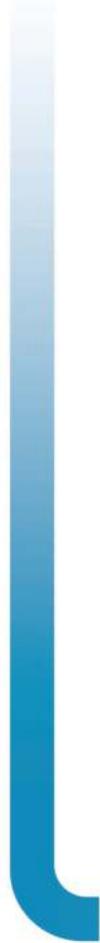




# SÉSAMATH

# Le Manuel 5<sup>e</sup>

## **et ses compléments numériques**



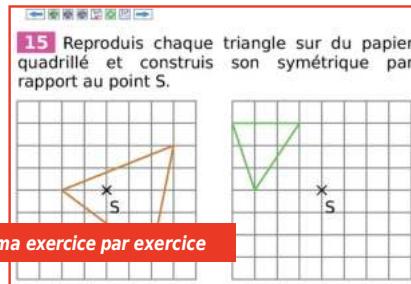
# érique Man

## Manuel numérique

Le **Manuel Sésamath 5<sup>e</sup>** est intégralement et librement accessible à tous sur Internet.  
Il complète le manuel papier grâce à :

- des aides animées,
- des exercices interactifs,
- des liens pour aller plus loin : prolongements culturels, historiques, etc.

Contenu du chapitre	
<a href="#">Chapitre sur une page ou sur un numéro</a>	<a href="#">Télécharger</a>
p. 103 Page de garde	
p. 104 Activités	1 - 2
p. 105 Activités	3 - 4 - 5
p. 106 Activités	6 - 7
p. 107 Méthodes	m.1 - es. 1 - es. 2 - m.2 - es. 3 es. 4
p. 108 Méthodes	m.3 - es. 5 - m.4 - es. 6
p. 109 Exercices	1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 9
p. 110 Exercices	10 - 11 - 12 - 13 - 14 - 15 - 16 - 17 18 - 19
p. 111 Exercices	20 - 21 - 22 - 23 - 24 - 25 - 26 - 27 28
p. 112 Exercices	29 - 30 - 31 - 32 - 33 - 34 - 35 - 36
p. 113 Exercices	37 - 38 - 39
p. 114 Exercices	40 - 41 - 42
p. 115 Exercices	1 - 2
p. 116 Fin de chapitre	



**Exercices d'entraînement**

**10 Avoir un volaille**  
Reproduis la figure ci-dessous puis construis son symétrique par rapport au point T.

**11 Reproduis chaque triangle sur du papier quadrillé et construis son symétrique par rapport au point Z.**

**12 Symétrie centrale et coordonnées**

a. Dans un repère, place les points A(1 ; 2) ; B(-2 ; 3) ; C(2 ; 5) et D(-6 ; 6).

b. Donne les coordonnées des points A', C' et D' symétriques respectifs des points A, C et D par rapport au point B.

**13 Deux à deux !**

a. Sur la figure, est-il possible que deux des points soient les symétriques des deux autres dans une symétrie centrale ? Pourquoi ?

b. Déplace le point U pour que ce soit possible. Y a-t'il plusieurs solutions ?

**14 Dans chaque cas, reproduis la lettre sur du papier quadrillé et construis son symétrique par rapport au point G.**

**15 SYMETRIE CENTRALE - CHAPITRE G1**

Page 110 sur 208

**Informations**

En cliquant dans l'exercice sur l'icône correspondante, vous pourrez accéder aux compléments ci-dessous.

Aide animée : Symétrique d'un triangle

Exercice interactif : Symétrique d'un triangle

Exercice interactif : Symétrique d'un triangle (bis)

Support visuel : dans chaque cas, déplace les sommets du triangle rouge pour obtenir le symétrique.

Correction

Tp Correction animée de l'exercice (indication du chemin sur le quadrillage pour chaque point symétrique)

**16 Reproduis chaque figure sur du papier quadrillé et construis le symétrique de chacune d'elles par rapport au point H.**

**17** Reproduis chaque figure sur du papier quadrillé et construis le symétrique de la droite (d) par rapport au point U.

a. Peux-tu compléter sa phrase ?  
b. Eric a oublié de justifier sa phrase. Fais-le pour lui.  
c. Ecris deux autres phrases du même type en justifiant.

Navigation aisée à l'intérieur du manuel et du chapitre

Liste des compléments numériques (visible au survol d'un exercice)

# ➤ Sommaire

NARRATIONS DE RECHERCHE.....	9
------------------------------	---

## TRAVAUX NUMÉRIQUES

N1 : PRIORITÉS, DISTRIBUTIVITÉ.....	13
N2 : NOMBRES EN ÉCRITURE FRACTIONNAIRE.....	29
N3 : NOMBRES RELATIFS.....	43
N4 : CALCUL LITTÉRAL.....	63

## GESTION DE DONNÉES

D1 : PROPORTIONNALITÉ.....	77
D2 : STATISTIQUES.....	91

## TRAVAUX GÉOMÉTRIQUES

G1 : SYMÉTRIE CENTRALE.....	103
G2 : TRIANGLES.....	117
G3 : PARALLÉLOGRAMMES.....	133
G4 : ANGLES.....	149
G5 : PRISMES ET CYLINDRES.....	161

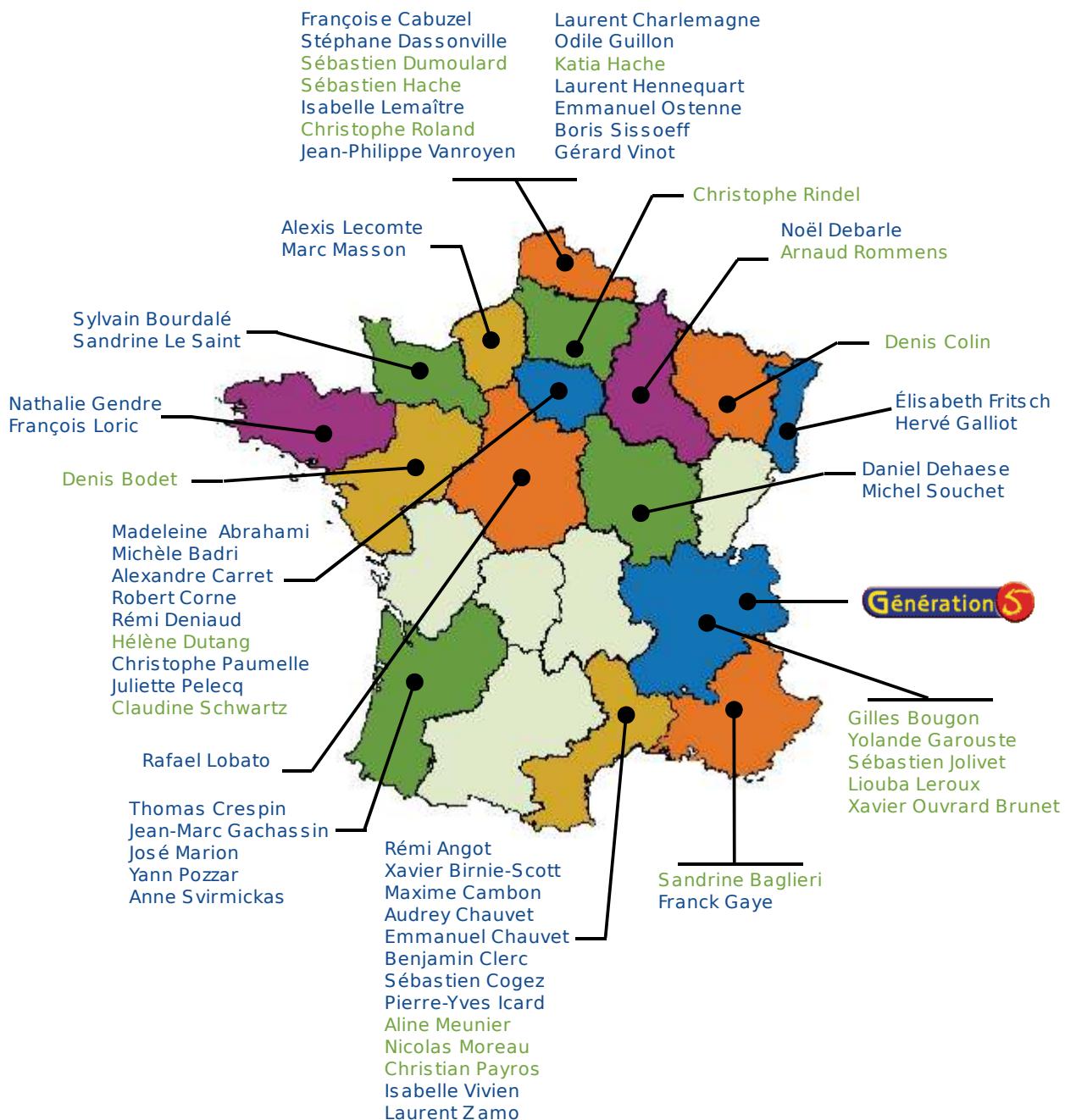
## GRANDEURS ET MESURES

M1 : AIRES.....	167
M2 : AIRES LATÉRALES ET VOLUMES.....	179

MÉTHODOLOGIE.....	187
CORRECTIONS DES « EXERCICES À TOI DE JOUER ».....	190
PROPRIÉTÉS.....	197
LEXIQUE : L'ESSENTIEL DES NOTIONS.....	203
FORMULAIRE.....	208

# Un projet coopératif

## LISTE DES AUTEURS, RELECTEURS ET RÉDACTEURS DE COMPLÉMENTS DE LA VERSION 2006 ET DE LA VERSION 2010



Nous remercions par ailleurs très chaleureusement les nombreux collègues ayant participé à la rédaction des corrigés du manuel Sésamath 5<sup>e</sup> et à la création des compléments interactifs pour le manuel numérique associé. La liste de ces participants, en constante évolution, est disponible sur le site du manuel numérique.

## UN PROJET DE L'ASSOCIATION SÉSAMATH

## UN TRAVAIL COLLABORATIF

## UN TRAVAIL LIBRE

## UN SITE RICHE EN COMPLÉMENTS

## AU-DELÀ DE SÉSAMATH

## ILLUSTRATIONS

## UN PARTENARIAT ÉDITORIAL

Le **manuel Sésamath** est un des projets de Sésamath. L'ensemble des projets de l'association est consultable sur le site : <http://www.sesamath.net/>.

Les échanges entre auteurs se font par listes de diffusion et via un wiki. Tous les membres ont également accès à une interface collaborative sur Internet qui permet de télécharger et de mettre en ligne les documents de travail du manuel.

Le graphisme, la mise en page des documents et le contenu de chaque page ont donc été l'objet de multiples discussions, relectures et améliorations.

L'**association Sésamath** étant attachée aux valeurs du logiciel libre, le manuel Sésamath a été entièrement réalisé à l'aide de la suite bureautique libre OpenOffice.org, téléchargeable gratuitement sur le site <http://www.openoffice.org/>, ainsi que de l'éditeur d'équations Dmaths, téléchargeable sur le site <http://www.dmaths.org/>.

L'ensemble du manuel est libre (licence GnuFDL 1.1) et téléchargeable gratuitement sur le site <http://manuel.sesamath.net/>.

Sur le site <http://manuel.sesamath.net/>, des compléments axés sur les TICE (Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Éducation) sont disponibles gratuitement. Ces animations, réalisées par des enseignants, ont nécessité l'utilisation de différents logiciels tels que :

- InstrumenPoche : <http://instrumenpoche.sesamath.net/> ;
- TracenPoche : <http://tracenpoche.sesamath.net/>.

L'utilisation du manuel peut aussi être prolongée par l'emploi :

- des cahiers Mathenpoche 5<sup>e</sup> : <http://manuel.sesamath.net/> ;
- du logiciel Mathenpoche 5<sup>e</sup> : <http://mathenpoche.sesamath.net/> ;
- du site Kidimath : <http://kidimath.sesamath.net/>.

Ce projet n'a pu voir le jour que grâce à l'investissement de l'ensemble des participants, qui ont bien souvent dû solliciter leur entourage pour mener leur action à terme. Toute l'équipe du manuel les en remercie.

Nous remercions également tous les collègues qui nous ont apporté leur aide via le site Sésaprof. Leur contribution et leurs relectures nous ont été très utiles lors de la rédaction de ce manuel.

- Dominique Sénon
- Encyclopédie libre et gratuite Wikipédia : <http://fr.wikipedia.org/>.

L'**éditeur Génération 5** suit depuis plusieurs années l'association Sésamath dans les différents projets qu'elle entreprend.

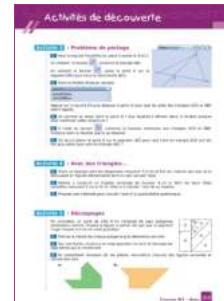
(Coordination éditoriale : Armelle Ronco)

# Le manuel Sésamath 5<sup>e</sup> ...

Chaque chapitre de ce manuel comporte cinq rubriques.

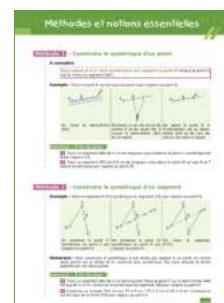
## LES PAGES « ACTIVITÉS »

Les activités font découvrir à l'élève de nouvelles notions sur le chapitre en cours. Elles s'appuient sur les savoirs des années précédentes et utilisent souvent les TICE (Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Éducation).



## LES PAGES « MÉTHODES »

Dans cette rubrique, une synthèse du cours et des méthodes à retenir sont proposées. Des exemples illustrent les savoirs présentés et des exercices d'application sont proposés et corrigés en fin de manuel.



## LES PAGES « EXERCICES »

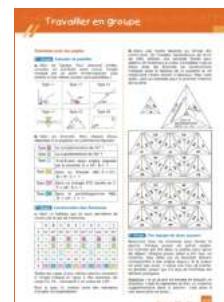
« **S'ENTRAÎNER** » : Des exercices d'application pour mettre en pratique les méthodes du cours sont regroupés par séries.

« **APPROFONDIR** » : Des exercices de réinvestissement plus complexes sont présentés dans des contextes variés.



## LES PAGES « TRAVAILLER EN GROUPE »

Des travaux à faire en petits groupes sont proposés pour apprendre à travailler, réfléchir et s'organiser ensemble.



## LES PAGES « LA FOIRE AUX MATHS »

« **SE TESTER AVEC LE QCM** » : Un questionnaire à choix multiples pour faire le point sur ses connaissances en fin de chapitre.

« **RÉCRÉATION MATHÉMATIQUE** » : Un problème ludique pour se distraire en utilisant les connaissances du chapitre.

« **POUR ALLER PLUS LOIN** » : Un problème plus complexe qui permet de faire le lien entre les connaissances du chapitre et des connaissances d'un niveau supérieur.



# ... et le manuel numérique associé



Le Manuel Sésamath 5<sup>e</sup> est intégralement et librement consultable en ligne sur Internet :

<http://manuel.sesamath.net/>

**Des compléments disponibles pour certains exercices ou activités :**

- liens Internet,
- exercices interactifs,
- aides animées,
- fichiers tableurs,
- géométrie dynamique,
- etc.

**Tous les exercices « À toi de jouer » corrigés par animation.**

(mode d'emploi) Sésamath 5ème - Exercices interactifs

6 Calcule l'expression  $B = \frac{3}{5} + \frac{7}{20}$  et l'expression  $C = \frac{67}{11} - 5$ .

$B = \frac{3}{5} + \frac{7}{20}$   
 $B = \frac{3 \times 4}{5 \times 4} + \frac{7}{20}$

Pour additionner deux fractions, elles doivent avoir le même dénominateur. On multiplie donc le numérateur et le dénominateur de la première fraction par 4.

NOMBRES EN ÉCRITURE FRACTIONNAIRE – CHAPITRE N°2

**Tous les QCM de fin de chapitre interactifs et corrigés par animation.**

Se tester avec le QCM!

R1 E est le symétrique de B par rapport à S

R2 C est le symétrique de E par rapport à S

R3 B est le symétrique de C par rapport à S

R4 U est le symétrique de L par rapport à E

**R1** E est le symétrique de B par rapport à S si S est le milieu du segment [EB]. Ce qui est bien le cas ici.  
La réponse 1 est vraie.

Ces corrections se présentent sous forme de petits dessins animés que l'on déroule à son rythme. De nombreuses animations, des couleurs et des effets graphiques permettent de mieux comprendre.

Dans un premier temps, on essaie de répondre aux questions en cochant la ou les bonnes réponses. Le QCM est ensuite corrigé de manière automatique. Chaque réponse est alors détaillée par une animation.

# Utiliser le manuel à la maison

**1** Je relis les **méthodes et notions essentielles** pour rafraîchir mes connaissances ou revoir ce que je ne maîtrise pas.

**Méthode 1 : Construire le symétrique d'un point**

**A connaître**

Deux points A et A' sont symétriques par rapport à O lorsque O est le milieu du segment [AA'].

**Exemple :** Trace le point A' symétrique du point A par rapport au point O.

On trace la demi-droite (AO). On trace un arc de cercle de centre O et de rayon OA. Il coupe la demi-droite (AO) en un point. On place le point A' à l'intersection de la demi-droite (AO) et de l'arc de cercle. On code la figure.

**Méthodes et notions essentielles**

**Méthode 1 : Construire le symétrique d'un point**

**A connaître**

Deux points A et A' sont symétriques par rapport à O lorsque O est le milieu du segment [AA'].

**Exemple :** Trace le point A' symétrique du point A par rapport au point O.

On trace la demi-droite (AO). On trace un arc de cercle de centre O et de rayon OA. Il coupe la demi-droite (AO) en un point. On place le point A' à l'intersection de la demi-droite (AO) et de l'arc de cercle. On code la figure.

**A toi de jouer**

- Trace un segment [AB] de 5 cm de longueur puis construis le point C symétrique de B par rapport à A.
- Trace un segment [RT] de 8,4 cm de longueur, puis place le point W tel que R et T soient symétriques par rapport au point W.

**Méthode 2 : Construire le symétrique d'un segment**

**Exemple :** Trace le segment [C'D'] symétrique du segment [CD] par rapport à O.

On construit le point C' symétrique du point C par rapport au point O. On construit le point D' symétrique du point D par rapport au point O. On trace le segment [C'D'].

**Remarque :** Pour construire le symétrique d'une droite par rapport à un point, on choisit deux points sur la droite et on construit leur symétrique. On trace ensuite la droite passant par ces deux points.

**A toi de jouer**

- Trace un segment [NA] de 5 cm de longueur. Place le point F sur la demi-droite (AN) tel que AF = 3 cm. Construis le symétrique du segment [NA] par rapport au point F.
- Construis un triangle THE tel que TE = 4 cm ; TH = 5 cm et EH = 6 cm. Construis le symétrique de la droite (TH) par rapport au point E.

CHAPITRE G1 - SYMÉTRIE CENTRALE 181

**2** Je m'entraîne avec les exercices « **A toi de jouer** » (ils sont corrigés à la fin du manuel).

**A toi de jouer**

- Trace un segment [NA] de 5 cm de longueur. Place le point F sur la demi-droite (AN) tel que AF = 3 cm. Construis le symétrique du segment [NA] par rapport au point F.
- Construis un triangle THE tel que TE = 4 cm ; TH = 5 cm et EH = 6 cm. Construis le symétrique de la droite (TH) par rapport au point E.

**3** Je n'hésite pas à consulter « **L'essentiel des notions** » ou « **L'essentiel des propriétés...** » en fin de manuel, quand je ne connais pas bien un terme, ou que je veux retrouver une propriété utile aux démonstrations géométriques.

**Sécamath**

**L'essentiel des propriétés utiles aux démonstrations**

**P.10** Si deux angles alternes-internes sont de même mesure alors les deux droites coupées par la sécante sont parallèles.

**P.11** Si deux angles correspondants sont de même mesure alors les deux droites coupées par la sécante sont parallèles.

**Démontrer que deux droites sont perpendiculaires**

**P.12** Si deux droites sont parallèles et si une troisième droite est perpendiculaire à l'une alors elle est perpendiculaire à l'autre.

**P.13** Si un triangle est rectangle alors les côtés de l'angle droit sont perpendiculaires.

**P.14** Si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales sont perpendiculaires.

**Démontrer qu'un triangle est rectangle**

**Sécamath**

**L'essentiel des notions**

**A Abscisse d'un point**

Sur une droite graduée, un point est repéré par un nombre réel appelé son abscisse.

L'abscisse du point A est ici 1,5. On note A(1,5). L'abscisse du point B est ici -2,5. On note B(-2,5).

**B Bisectrice d'un angle**

La bisectrice d'un angle est la demi-droite qui partage cet angle en deux angles adjacents de même mesure.

**C Carré**

Un carré est un quadrilatère qui a ses quatre côtés de la même longueur et qui possède quatre angles droits.

**Centre de symétrie**

Un point O est un centre de symétrie d'une figure lorsque cette figure reste inchangée dans la symétrie de centre O.

**Cercle circonscrit à un triangle**

Le cercle circonscrit à un triangle est le cercle passant par les trois sommets de ce triangle. Son centre est le point de concours des trois médianes des côtés du triangle.

**Classe de valeurs**

Les 20000, 2000, 200, 20, 2 sont dans la classe de 20.

# Narrations de recherche

## 1 Qu'est-ce qu'une narration de recherche ?

C'est, avant toute chose, un problème. Tu en trouveras plusieurs sur les deux pages suivantes, présentés comme celui-ci :



### Narration de recherche

Une petite fille très souple compte sur ses doigts : 1 sur le pouce, 2 sur l'index, 3 sur le majeur, 4 sur l'annulaire, 5 sur l'auriculaire, 6 sur l'annulaire, 7 sur le majeur, 8 sur l'index, 9 sur le pouce, 10 sur l'index, etc.

Son frère lui demande ce qu'elle fait.

« Je veux savoir sur quel doigt tombera l'année 2010 »

Pouvez-vous lui donner la réponse ?

Une narration de recherche, ce n'est pas une leçon à apprendre, c'est une façon différente de répondre à un problème posé par ton professeur. Au lieu, comme d'habitude, de chercher la solution au brouillon et d'écrire sur le cahier seulement la bonne solution, tu vas **raconter comment tu as fait pour chercher la solution au problème**. Tu écriras toutes tes idées, même celles qui n'ont pas marché ! Tu pourras te faire aider mais tu devras l'écrire sur ta copie et préciser à quel moment et comment on t'a aidé, et ce que cela t'a apporté.

Ces exercices sont choisis pour être faciles à chercher mais trouver leur solution complète est souvent plus difficile que dans les exercices habituels. Des dessins, des calculs et des essais simples à mettre en œuvre permettent de progresser vers le résultat mais, pour cela, il faut être persévérant. Plus que de trouver la réponse, ce qui est important c'est de chercher et de raconter cette recherche. Tu peux d'ailleurs faire une très bonne narration de recherche sans parvenir à résoudre complètement le problème.

Grâce à ce type d'exercice, tu t'apercevras que tu es capable de trouver beaucoup de bonnes idées si tu t'en donnes le temps et l'énergie. Ton professeur pourra ainsi mieux te connaître et apprécier tes efforts. Tu comprendras aussi l'intérêt et le but des démonstrations en mathématiques, sur lesquelles tu vas travailler durant tout le collège.

N'oublie pas ! Ce n'est pas une rédaction de français, tu n'as donc rien à inventer et les erreurs de grammaire ou d'orthographe ne te pénaliseront pas. Il suffit simplement de chercher la solution et d'expliquer par écrit ce que tu as fait pour essayer d'y parvenir !

## 2 Ce que tu dois retenir

**1. La qualité narrative.** Le lecteur de ton travail doit immédiatement sentir qu'une recherche a eu lieu. Il doit comprendre pourquoi certaines pistes explorées ont été abandonnées ou comment une solution a peu à peu germé dans ton esprit. Si une personne de ton entourage (parent, ami, professeur...) t'a apporté une piste ou une solution, le lecteur doit en être averti car cela fait partie de la recherche ! Aucune pénalité ne sera donnée.

**2. La vérification des idées.** Chaque fois que cela est possible, tu dois essayer de trouver des moyens de vérifier tes calculs, tes idées. Réfléchis si d'autres arguments ou d'autres idées ne peuvent pas confirmer ou infirmer (c'est-à-dire contredire) ton résultat. Tu indiqueras dans ta rédaction tous les éléments qui t'ont permis de faire évoluer ton point de vue. Si quelqu'un t'a aidé, tu dois pouvoir vérifier la piste ou la solution, expliquer pourquoi cela fonctionne et ce que cette aide t'a apporté.

**3. L'explication à un camarade.** À la fin de la narration, dans une deuxième partie, le professeur peut te demander d'effectuer une synthèse de tes travaux, **comme si** tu devais expliquer le résultat de tes recherches (fructueuses ou non) à un ami.

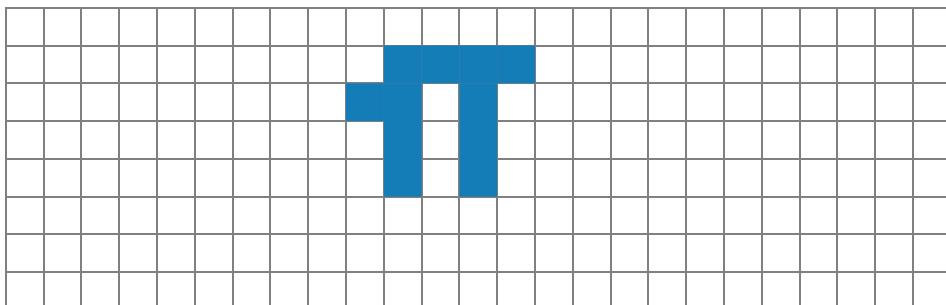
**4. La richesse de la recherche.** N'oublie pas ! Ton professeur évaluera toujours de manière positive un élève qui essaie plusieurs pistes avec ténacité, même s'il ne trouve aucune solution satisfaisante. Il vaut mieux jouer l'honnêteté et raconter tout simplement ce qui s'est passé plutôt que d'essayer de trouver la solution « à tout prix » !

# Narrations de recherche



## Alpha

- Construis une figure géométrique qui possède au moins deux centres de symétrie distincts.
- Complète la figure ci-dessous pour qu'elle ait au moins deux centres de symétrie distincts.



## Bêta

Avec six fois le nombre « 6 » et les opérations élémentaires (addition, soustraction, multiplication, division et des parenthèses), écris des lignes de calculs dont le résultat est 0 ; 1 ; 2 ; etc.

Jusqu'à quel nombre peut-on aller ?

Explique l'intérêt de certaines séries de calculs qui peuvent être utilisées plusieurs fois.



## Gamma

Lorsque je fais couler l'eau chaude, je mets 30 minutes pour remplir la baignoire. Lorsque je fais couler l'eau froide, je mets 20 minutes.

Combien de temps mets-je avec les deux robinets ouverts simultanément ?



## Delta

Le nombre 27 peut s'écrire, de plusieurs façons, comme une somme d'entiers naturels. Par exemple :  $27 = 20 + 7$  ou encore :  $27 = 2 + 5 + 7 + 13$ .

Trouve parmi toutes ces sommes celle dont le produit des termes est maximum.

Et avec d'autres nombres, comme 41 ?



## Epsilon

Trouver six nombres de distance à zéro différentes dont la somme vaut 1.

Même question avec sept nombres, huit nombres et dix nombres.

Comment faire pour trouver cent nombres de distances à zéro différentes dont la somme vaut 1 ? (On ne demande pas de tous les écrire.)



## Dzêta

La calculatrice de Léo ne marche pas bien. Il peut seulement utiliser 5, 7, + et =. Peut-il lui faire afficher 11 ? 14 ? 19 ?

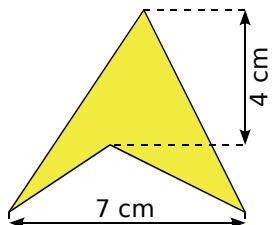
Quel est le plus grand nombre que Léo ne peut pas afficher ?

# Narrations de recherche



## Êta

Quelle est l'aire de la figure jaune ?



## Thêta

Un renard est poursuivi par un chien. Il a 27 bonds d'avance.

Trois bonds du renard valent en longueur deux bonds du chien (le renard parcourt en trois bonds la même longueur que le chien en deux bonds). Quand le chien fait quatre bonds, le renard en fait cinq.

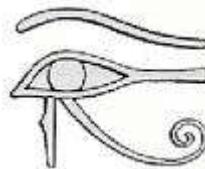
Le chien rattrapera-t-il le renard ? Et si oui, en combien de bonds ?



## Iota

Le Oudjat ou Œil d'Horus était, dans l'Égypte ancienne, un symbole sacré permettant, entre autres, d'écrire certaines fractions. Chaque partie de l'œil représente une fraction.

Hiéroglyphe	Signification	Valeur
◀	partie gauche de la conjonctive	$\frac{1}{2}$
○	pupille	$\frac{1}{4}$
˥	sourcil	$\frac{1}{8}$
▶	partie droite de la conjonctive	$\frac{1}{16}$
↙	larme	$\frac{1}{32}$
↖	tache du faucon	$\frac{1}{64}$



- Quelles sont les fractions inférieures à 1 que les scribes pouvaient écrire en additionnant ou en soustrayant des fractions de l'œil ?
- Donne au moins deux exemples de fractions inférieures à 1 que les scribes ne pouvaient pas écrire avec l'œil.



## Kappa

Jules, Julie et Julot doivent résoudre le problème suivant :

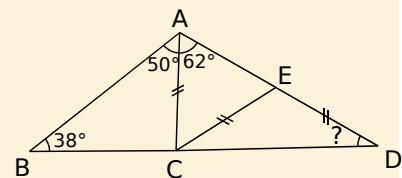
Tracer un triangle ABC tel que l'angle  $\widehat{ABC}$  mesure  $38^\circ$  et l'angle  $\widehat{BAC}$  mesure  $50^\circ$ .

Construire le point E, sachant que :

- l'angle  $\widehat{CAE}$  est adjacent à l'angle  $\widehat{BAC}$  et mesure  $62^\circ$  ;
- $AC = CE$ .

Sur la demi-droite  $[AE)$ , placer le point D tel que  $EC = ED$ .

Calculer la mesure de l'angle  $\widehat{ADB}$ .



Ils trouvent respectivement  $30^\circ$ ,  $31^\circ$  et  $32^\circ$  sans utiliser de rapporteur et sans faire d'erreurs de calculs.

Comment ont-ils pu trouver ces trois résultats ? Propose un raisonnement possible pour chacun d'eux.

Que penses-tu de ces résultats ? Sont-ils tous corrects ? Tous faux ? Pourquoi ?

Les sujets Delta, Êta et Kappa sont inspirés de "[L@ feuille à problèmes](#)" de l'IREM de Lyon.



**Kidimath est un site d'accompagnement à la scolarité.**

Il est **d'accès libre et gratuit** à l'adresse :

**<http://www.kidimath.net>**

Ce site permet aux élèves de s'entraîner et de se perfectionner en mathématiques chez eux.

Il a été réalisé collaborativement par des centaines de professeurs de mathématiques en exercice.

Plusieurs milliers de ressources y sont disponibles.

Ce site propose, pour chaque chapitre, des centaines d'exercices interactifs (Mathenpoche), des aides animées et des devoirs surveillés corrigés par animation.

## DES EXERCICES INTERACTIFS

This screenshot shows an interactive exercise titled 'Exercice n°5 : Mesure au degré près.'. It features a digital protractor with markings from 0° to 180°. A small angle is shown at the center. Below the protractor is a text input field labeled 'Cet angle a pour mesure :'. To the right are two buttons: 'Valider' (Validate) and 'Effacer' (Clear). At the top left, there is a row of numbered buttons from 1 to 8. The right side of the interface includes a legend for symbols and a 'Choisir du rapporteur' (Select protractor) button.

This screenshot shows an exercise titled 'EXERCICE 6 : / 2 points'. It asks the student to copy and complete sentences about the digits in the number 95,32. The questions are: a. Dans 95,32 le chiffre des centièmes est .... ; b. Dans 234,18 le nombre de dixièmes est .... ; c. Dans 1 234,156 le chiffre 6 est le chiffre des .... ; d. Dans 4 536,234 le nombre de centièmes est .... . To the right is a 'PLACE VALUE CHART' with columns for MILLIONS, MILLIERS, UNITÉS, and PARTIE DÉCIMALE, each with sub-columns for UNITES, DIZIÈMES, CENTIÈMES, and MILIÈMES.

## DES JEUX ET DES DÉFIS

This screenshot shows a game titled 'Niveau 2'. It features a 10x10 grid with various obstacles. A character is positioned at the bottom-left. The right side of the screen contains a control panel with buttons for 'Niveau', 'Recommencer' (Restart), 'Annuler' (Cancel), and 'Couper le son' (Cut sound). At the bottom, it says 'Nombre de déplacements : 0' and 'Temps écoulé : 8'.

## Chute de nombres

Mémorise les nombres.  
Ensuite on te demandera un calcul.

16      66      58

# Priorités, Distributivité

N1



# Activités de découverte

## Activité 1 : Une priorité

- Le calcul suivant a été proposé aux 23 élèves d'une classe de 5<sup>e</sup> :  $3 + 6 \times 7$ .
- Voici les résultats obtenus :

Résultat	45	63	Autres
Nombre d'élèves	11	10	

- 1.** Combien d'élèves ont trouvé une autre réponse que 45 ou 63 ?
- 2.** Essaie d'expliquer comment les élèves ont trouvé les résultats 45 et 63.
- 3.** En observant les quatre calculs ci-dessous, qui sont corrects, énonce la règle de priorité :
  - $5 - 2 \times 3 = 9$
  - $7 \times 8 + 10 = 66$
  - $27 + 35 \div 5 = 34$
  - $60 - 12 \div 4 = 57$
- 4.** Calcule  $9 - 9 \times 0,5$  puis  $9 \times 7 - 8 \div 4$ .

## Activité 2 : L'ordre des opérations

- 1.** Calcule  $K = 4 + 12 - 3 + 7$ .
- 2.** Sur un tableur, un professeur a programmé deux feuilles pour montrer les étapes de calcul. En observant les captures d'écran ci-dessous, énonce la règle.

	A	B	C	D	E	F
1	L =	18	-	2	+	11
2	L =		16		+	11
3	L =			27		

	A	B	C	D	E	F
1	M =	9	-	4	-	3
2	M =		5		-	3
3	M =				2	

- 3.** Sur ton cahier et en écrivant les étapes, calcule :  $N = 21 - 9 - 3$  et  $P = 17 - 8 + 1$ .
- 4.** Dans l'expression  $K$ , où dois-tu placer des parenthèses pour obtenir 6 comme résultat ?

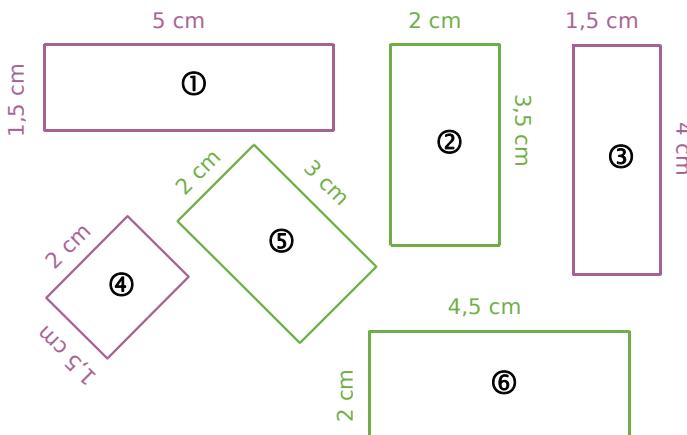
## Activité 3 : Avec des barres

- Notation : L'écriture  $\frac{10}{2+3}$  correspond à  $10 / (2 + 3)$  ou encore à  $10 \div (2 + 3)$ .
- Autrement dit :  $\frac{10}{2+3} = 10 \div 5 = 2$
- 1.** Écris l'expression suivante  $\frac{10}{9+1}$  sans trait de fraction mais en utilisant des parenthèses puis calcule-la.
- 2.** Dany adore les traits de fraction. Il a écrit  $\frac{10}{9+\frac{8}{7+1}}$ . Écris le calcul de Dany sans trait de fraction mais en utilisant des parenthèses puis effectue-le.
- 3.** Essaie de construire, sur le même principe, une expression fractionnaire égale à 1 avec trois traits puis avec quatre traits de fraction.

# Activités de découverte

## Activité 4 : Les rectangles

- 1. Sur ton cahier, reproduis les rectangles roses de telle sorte qu'ils forment un grand rectangle. Pourquoi peut-on les regrouper facilement ?
- 2. Calcule l'aire totale des rectangles roses de deux façons différentes. (L'une d'elles ne doit comporter qu'une seule multiplication.)
- 3. Reprends les deux questions précédentes pour les rectangles verts.
- 4. Wilfrid affirme qu'il peut calculer la somme des aires des six rectangles en utilisant une seule multiplication. Comment fait-il ? Pourquoi est-ce possible ?



## Activité 5 : Avec des mots

- En lisant son cours de mathématiques sur le chapitre « Développements et factorisations », Odile remarque qu'il existe des phénomènes très similaires dans certaines phrases.
- 1<sup>re</sup> Partie**
  - Odile se dit qu'on peut factoriser le sujet ou le verbe de la phrase.
  - Par exemple : Dans la phrase « Paul dort et Paul mange. », on peut factoriser le sujet, ce qui donne : « Paul dort et mange. ».
  - 1. Factorise les phrases suivantes :
    - « Martin aime les maths, Martin joue du saxophone et Martin déteste l'anglais. » ;
    - « Sébastien creuse des étangs et Katia creuse des étangs. ».
  - 2. Invente une phrase de ton choix dans laquelle on peut factoriser le sujet.
- 2<sup>e</sup> Partie**
  - Odile se dit qu'on peut aussi développer le sujet ou le verbe de la phrase.
  - Par exemple : Dans la phrase « Marius et Gaëlle mangent. », on peut développer le verbe, ce qui donne : « Marius mange et Gaëlle mange. ».
  - 3. Développe les phrases suivantes :
    - « Audrey relit et apprend ses leçons. » ;
    - « La pluie, le vent et le froid l'empêchaient de sortir de la maison. ».
  - 4. Invente une phrase de ton choix dans laquelle on peut développer le verbe.
- 3<sup>e</sup> Partie**
  - Odile se dit qu'on peut aussi utiliser des mots mathématiques dans ces phrases.
  - 5. Factorise la phrase suivante : « 17 est multiplié par 4 et 17 est multiplié par 7. ».
  - 6. Développe la phrase suivante : « 78 et 12 sont multipliés par 5. ».

# Activités de découverte

## Activité 6 : Calcul réfléchi

Lucie connaît ses tables de multiplication jusqu'à 10 et voudrait construire la table de 11. Anthony, son voisin, lui explique que c'est facile de la trouver et lui donne un exemple à l'oral :

« *onze fois quatorze* », c'est « *dix fois quatorze plus une fois quatorze* ».

Comme Lucie n'a pas très bien compris, Anthony écrit alors :

$$\begin{aligned}11 \times 14 &= 10 \times 14 + 1 \times 14 \\&= 140 + 14 \\&= 154\end{aligned}$$

1. Écris la phrase puis le calcul pour  $11 \times 15$  et  $17 \times 11$ .

2. Recopie puis complète la table de 11 suivante.

$\times$	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
11					154						

3. Lucie propose alors de calculer  $13 \times 21$  en procédant de façon similaire. Elle note ses calculs intermédiaires dans le tableau ci-dessous.

$\times$	20	1
13	260	13

Elle obtient :  $13 \times 21 = 273$ .

Explique comment elle a obtenu 273 comme résultat.

4. Calcule les produits suivants en présentant les résultats intermédiaires dans un tableau.

- $12 \times 34$
- $17 \times 1\,001$

5. Anthony fait remarquer que l'on peut aussi calculer facilement  $13 \times 19$  à partir des résultats intermédiaires notés dans le tableau. Calcule ce produit.

6. Avec les tableaux que tu as construits à la question 3., quels autres produits peux-tu calculer facilement ? Écris-les puis calcule-les.

## Activité 7 : Les deux calculatrices

Hervé et Bruno ont tous deux acheté une calculatrice. Hervé a choisi une calculatrice performante dans laquelle il peut écrire les formules. Bruno, lui, a acheté une petite calculatrice solaire. Ils cherchent à calculer  $4 + 3 \times 8$ .

Tous les deux appuient successivement sur les touches suivantes :

4 + 3 × 8 =

Hervé obtient 28 comme résultat et Bruno obtient 56.

1. Qui a le bon résultat ?

2. Les deux calculatrices fonctionnent très bien. Comment expliques-tu ces résultats différents ?

3. Après réflexion, Bruno a trouvé une méthode pour obtenir le bon résultat avec sa calculatrice solaire. Quelle est cette méthode ?



# Méthodes et notions essentielles

## Méthode 1 : Calculer une expression

### À connaître

Dans une expression, on effectue d'abord **les calculs entre les parenthèses** les plus intérieures puis **les multiplications et les divisions** de gauche à droite et, enfin, **les additions et les soustractions** de gauche à droite.

**Exemple :** Calcule  $A = 7 + 2 \times (5 + 7) - 5$ .

$$\begin{aligned} A &= 7 + 2 \times (5 + 7) - 5 \longrightarrow \text{On effectue les calculs entre parenthèses.} \\ A &= 7 + 2 \times 12 - 5 \longrightarrow \text{On effectue les multiplications.} \\ A &= 7 + 24 - 5 \longrightarrow \text{On effectue les additions et les soustractions de gauche à droite.} \\ A &= 31 - 5 \longrightarrow \text{On effectue les additions et les soustractions de gauche à droite.} \\ A &= 26 \end{aligned}$$

### Exercices « À toi de jouer »

**1** Recopie les expressions suivantes puis entoure le signe de l'opération à effectuer en premier lieu.

- a.  $7 + 25 \times 2 - 9$
- b.  $28 - (5 + 6 \times 3)$
- c.  $7 \times [4 + (1 + 2) \times 5]$

**2** Calcule les expressions suivantes en soulignant les calculs en cours.

- a.  $18 - 3 + 5$
- b.  $45 - 3 \times 7$
- c.  $120 - (4 + 5 \times 7)$

## Méthode 2 : Calculer une expression fractionnaire

### À connaître

Dans une expression fractionnaire, on effectue d'abord les **calculs au numérateur et au dénominateur** puis on simplifie la fraction ou on calcule le quotient.

**Exemple :** Calcule  $B = \frac{13+5}{12-4}$ .

$$\begin{aligned} B &= \frac{13+5}{12-4} \\ B &= \frac{18}{8} \longrightarrow \text{On effectue les calculs au numérateur et au dénominateur.} \\ B &= \frac{9}{4} \longrightarrow \text{On simplifie la fraction.} \\ B &= 2,25 \longrightarrow \text{On calcule le quotient quand c'est un nombre décimal.} \end{aligned}$$

### Exercice « À toi de jouer »

**3** Calcule les expressions suivantes.

$$G = \frac{15+9}{5-2} \qquad H = \frac{6 \times 4 + 2}{5 \times 2} \qquad K = \frac{12 - (9 - 5)}{(7 - 5) \times 4} \qquad L = \frac{(6 - 4) \times (7 - 2)}{8 \times 5 \div 4}$$

# Méthodes et notions essentielles

## Méthode 3 : Développer une expression

### À connaître

Soient  $k$ ,  $a$  et  $b$  trois nombres positifs. Pour **développer une expression**, on distribue un facteur à chacun des termes entre parenthèses :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$
$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$

**Exemple :** Développe puis calcule  $G = 4 \times (7 + 9)$ .

$$\begin{array}{ll} G = 4 \times (7 + 9) & \longrightarrow \text{On distribue le facteur } 4 \text{ aux termes } 7 \text{ et } 9. \\ G = 4 \times 7 + 4 \times 9 & \longrightarrow \text{On calcule en respectant les priorités opératoires.} \\ G = \underline{28} + \underline{36} & \\ G = 64 & \end{array}$$

### Exercices « À toi de jouer »

**4** Recopie puis complète les égalités suivantes.

- a.  $25 \times (2 + 7) = 25 \times \dots + 25 \times \dots$
- b.  $4 \times (8 - 3) = \dots \times \dots - \dots \times \dots$
- c.  $7 \times (27 + \dots) = \dots \times \dots + \dots \times 7$
- d.  $\dots \times (5 - 2) = 11 \times \dots - \dots \times 2$

**5** Développe puis effectue les calculs mentalement.

- a.  $15 \times (100 + 2)$
- b.  $20 \times (10 - 1)$
- c.  $4 \times (25 - 3)$
- d.  $25 \times (8 - 2)$

## Méthode 4 : Factoriser une expression

### À connaître

Soient  $k$ ,  $a$  et  $b$  trois nombres positifs. Pour **factoriser une expression**, on repère le facteur commun à tous les termes et on le multiplie par la somme ou la différence des autres facteurs :

$$\begin{aligned} k \times a + k \times b &= k \times (a + b) \\ k \times a - k \times b &= k \times (a - b) \end{aligned}$$

**Exemple :** Factorise puis calcule  $H = 25 \times 11 - 25 \times 7$ .

$$\begin{array}{ll} H = 25 \times 11 - 25 \times 7 & \longrightarrow \text{On repère le facteur commun : } 25. \\ H = 25 \times (11 - 7) & \longrightarrow \text{On met en facteur le nombre } 25. \\ H = \underline{25} \times \underline{4} & \longrightarrow \text{On calcule en respectant les priorités opératoires.} \\ H = 100 & \end{array}$$

### Exercices « À toi de jouer »

**6** Recopie chaque expression puis entoure le facteur commun.

- a.  $14 \times 30 + 14 \times 5$
- b.  $22 \times 17 - 22 \times 3$
- c.  $37 \times 57 - 2 \times 57$
- d.  $67 \times 2 + 3 \times 67$

**7** Recopie chaque expression puis complète.

- a.  $5 \times 8 + 5 \times 7 = 5 \times (\dots + \dots)$
- b.  $14 \times 45 - 14 \times 15 = 14 \times (\dots - \dots)$
- c.  $24 \times \dots + 24 \times 4 = \dots \times (10 + 4)$
- d.  $\dots \times 7 - \dots \times \dots = 12 \times (\dots - 2)$

# Exercices d'entraînement

## Calculer en respectant les priorités

### 1 Calcule.

$$A = 3 \times 8 + 2$$

$$B = 10 - 8 \div 2$$

$$C = 27 - 18 + 2$$

$$D = 12 - 2 \times 5$$

$$E = 30 \div 5 + 5$$

$$F = 11 + 18 - 2$$

$$G = 7 + 3 \times 5$$

$$H = 3 + 18 \div 3$$

$$I = 30 \div 2 \times 5$$

$$J = 17 - 9 - 2$$



### 2 Recopie chaque égalité en la complétant par le signe opératoire qui convient.

a.  $3 + 7 \textcolor{green}{\bullet} 2 = 17$

b.  $2,5 + 7,5 \textcolor{green}{\bullet} 5 = 4$

c.  $7,8 - 2,4 \textcolor{green}{\bullet} 2 = 3$

d.  $11 \textcolor{green}{\bullet} 7 - 4 = 0$

e.  $4 \textcolor{green}{\bullet} 6 - 4 = 20$

f.  $18 \textcolor{green}{\bullet} 6 \div 3 = 1$

### 3 Calcule en détaillant les étapes.

$$K = 3,5 + 9 \div 2$$

$$L = 2,2 + 7,8 \times 5$$

$$M = 9,6 - 3,6 \times 2$$

$$N = 2,1 \times 9 - 4$$

$$P = 9,2 - 4,4 \div 2$$

$$Q = 6 \times 1,8 + 1,2$$

### 4 Calcule en détaillant les étapes.

$$R = 13 - 9 + 2$$

$$S = 50 \div 10 \div 5$$

$$T = 43 - 22 - 12$$

$$U = 36 \div 2 \times 3$$

$$V = 25 - 7 - 2$$

$$W = 21 \div 14 \div 2$$

### 5 Recopie chaque égalité en la complétant par les signes opératoires qui conviennent.

a.  $18 \textcolor{blue}{\bullet} 9 \textcolor{blue}{\bullet} 2 = 36$

b.  $18 \textcolor{blue}{\bullet} 9 \textcolor{blue}{\bullet} 2 = 4$

c.  $18 \textcolor{blue}{\bullet} 9 \textcolor{blue}{\bullet} 2 = 25$

d.  $18 \textcolor{blue}{\bullet} 9 \textcolor{blue}{\bullet} 2 = 13,5$

e.  $18 \textcolor{blue}{\bullet} 9 \textcolor{blue}{\bullet} 2 = 0$

f.  $18 \textcolor{blue}{\bullet} 9 \textcolor{blue}{\bullet} 2 = 81$

g.  $18 \textcolor{blue}{\bullet} 9 \textcolor{blue}{\bullet} 2 = 164$

h.  $18 \textcolor{blue}{\bullet} 9 \textcolor{blue}{\bullet} 2 = 1$

### 6 Calcule en détaillant les étapes.

$$A = 15 + \frac{10}{5}$$

$$B = 12,2 - 2,2 \times 5$$

$$C = \frac{9,9}{3} - 3,9$$

$$D = 9,2 - \frac{7,2}{9}$$

$$E = 1 + 9 \times 3,4$$

$$F = \frac{0,9}{6} + 2,1$$

### 7 Calcule en détaillant les étapes.

$$G = \frac{36 + 9}{10}$$

$$H = \frac{30}{2}$$

$$I = \frac{30}{10}$$

$$J = \frac{9 \times 4}{8 - 2}$$

$$K = \frac{24}{12}$$

$$L = \frac{86 - 14}{8 \times 2}$$

### 8 Sullivan a écrit ce calcul dans son cahier.

$$M = 4,7 + 6,1 + 3,3 + 2,8 + 5,9 + 3,2$$

$$M = 10,8 + 3,3 + 2,8 + 5,9 + 3,2$$

$$M = 14,1 + 2,8 + 5,9 + 3,2$$

$$M = 16,9 + 5,9 + 3,2$$

$$M = 21,8 + 3,2$$

$$M = 25$$

Trouve son erreur et calcule M de façon plus astucieuse.

### 9 Sommes et produits

#### a. Calcule astucieusement.

$$N = 27 + 19 + 3 + 11 \quad Q = 8,3 + 8 + 6 + 1,7$$

$$P = 5 \times 25 \times 2 \times 4 \quad R = 7 \times 0,5 \times 3 \times 20$$

$$S = 3,2 + 6,1 + 3,4 + 2,8 + 5,6$$

$$T = 12,5 \times 2,5 \times 8 \times 2 \times 4,4 \times 4$$

#### b. Chacune de ces expressions comporte-t-elle des termes ou des facteurs ? Combien ?

### 10 Une pièce de théâtre est organisée pour les 47 élèves de 6<sup>e</sup> et les 32 élèves de 5<sup>e</sup> du collège. Chaque place coûte 6 €.

#### a. Pour calculer le coût total à payer pour le collège, Lucas a tapé la séquence suivante sur sa calculatrice :

$$47 + 32 \times 6 =$$

Explique l'erreur commise par Lucas.



b. Écris la suite de touches sur lesquelles Lucas aurait dû appuyer pour trouver le coût total.

# Exercices d'entraînement

**11** Calcule en détaillant les étapes.

$$A = (3 + 7) \div 2$$

$$B = 4 + (7 \times 8)$$

$$C = (36 \div 6) + 5$$

$$D = 10 \times (19 - 4)$$

$$E = (13 - 4) \div 3$$

$$F = (5 \times 2,6) + 3,7$$

**12** Calcule en détaillant les étapes.

$$G = (345 - 79) \div 100$$

$$J = 4,02 + 6 \times 0,8$$

$$H = 3,9 \div 6,5 \div 5$$

$$K = (1,3 - 0,07) \div 3$$

$$I = 0,01 \times (29 - 4)$$

$$L = 5,5 \times 20,9 + 3,7$$

**13** Indique si chacune des expressions des exercices **11** et **12** est une somme, une différence, un produit ou un quotient.

**14** *Ordres de grandeur*

a. Détermine un ordre de grandeur de chacun des nombres suivants.

$$M = (4,22 - 3,15) \times 95,2$$

$$N = 40\ 129,5 + 103,2 \times 98,017$$

$$P = 103,7272 \div 9,86 \times 489,7$$

$$Q = 8\ 109,8 - 3,204 \times 324,48$$

$$R = 17,025 + 49,892 \times 2\ 015,8$$

$$S = 9\ 036,9 \div (101,19 - 0,78)$$

b. Avec ta calculatrice, trouve la valeur exacte de chacun de ces nombres afin de vérifier.

**15** Calcule en détaillant les étapes.

$$T = 9 \div [(9 - 5) - 1]$$

$$W = [2 + (9 \times 3)] - 8$$

$$U = 17 - [3 + (7 \times 2)]$$

$$X = [(16 - 1) \div 3] + 7$$

$$V = 4 \times [(18 + 5) - 2]$$

$$Y = [(8 + 6) \times 2] \div 7$$

**16** Pour chacune des expressions des exercices **11** et **15**, indique si les parenthèses et les crochets sont utiles ou inutiles.

**17** Si cela est nécessaire, place des parenthèses pour que chaque égalité ci-dessous soit vraie.

a.  $4 + 6 \times 3 = 30$

f.  $40 \div 7 - 3 = 20$

b.  $11 - 7 - 4 = 8$

g.  $34 - 6 \times 3 = 16$

c.  $120 \div 6 + 3 = 23$

h.  $120 \div 8 \times 5 = 3$

d.  $26 - 6 \times 3 = 60$

i.  $18 \div 6 + 3 = 6$

e.  $40 \div 10 \div 2 = 8$

j.  $5 + 17 - 7 = 15$

**18** Voici ce qu'a écrit Lydia :

$$A = 46 - 4 \times 9 + 7 = 46 - 36 = 10 + 7 = 17$$

a. Recopie-le sur ton cahier puis barre en rouge les égalités fausses.

b. Selon toi, Lydia a-t-elle quand même compris où se trouvent les priorités dans ce calcul ?

c. Effectue correctement le calcul de A.

**19** Calcule.

$$B = 12,5 \times 8 - 4 \times 20 \quad | \quad D = 36 \div 6 + 4 \div 4$$

$$C = 10 \div 4 + 6 \times 2,2 \quad | \quad E = 55 \div 5 - 4 \times 2,5$$

**20** Indique si chacune des expressions de l'exercice précédent est une somme, une différence, un produit ou un quotient.

**21** Calcule en détaillant les étapes.

$$F = 5,5 \times 100 + 230 \div 10 - 57 \times 4$$

$$G = 5,5 \div 100 + 230 \times 10 - 57 \times 4$$

$$H = 3 + 1,25 \times 1\ 000 - 7\ 500 \div 10 + 97$$

**22** Calcule en détaillant les étapes.

$$I = 12 + 8 - 4 + 16 \quad | \quad L = 3 - 2,7 + 2,3 + 4$$

$$J = 10 \times 8 \div 4 \times 5 \quad | \quad M = 25 - 7 - 4 + 6$$

$$K = 8 + 9 - 5,7 - 4,7 \quad | \quad N = 20 \times 12 \div 6 \div 2$$

**23** En corrigant l'exercice de Corentin, le professeur a barré en rouge certaines égalités.

a.  $7 + 8 - 4 + 6 \cancel{=} 15 - 10 = 5$

b.  $5 + 3 \times 7 - 2 \cancel{=} 15 \times 5 = 75$

c.  $[39 - (3 + 9)] \div 3 \cancel{=} 39 - 12 \div 3 = 39 - 4 = 35$

d.  $(12 + 9 \div 3) \times 8 - 6 \cancel{=} (12 + 3) \times 2 = 15 \times 2 = 30$

Refais chaque calcul sur ton cahier puis décris les erreurs que Corentin a commises.

Au 15<sup>e</sup> siècle, on écrivait encore les calculs en toutes lettres et ceux-ci étaient donc très longs à écrire et pénibles à lire !

Le français François Viète est l'un des premiers à utiliser systématiquement des signes opératoires dans ses calculs.



# Exercices d'entraînement

**24** Si cela est nécessaire, place des parenthèses pour que les égalités ci-dessous soient vraies. Attention, ne mets pas de parenthèses inutiles !

- a.  $4 \times 3 - 5 - 2 = 5$
- b.  $8 - 3 \times 6 + 4 = 50$
- c.  $3 + 16 \times 8 \div 2 = 76$
- d.  $12 + 4 \times 7 \div 2 = 20$
- e.  $14 \times 4 + 7 \div 2 = 77$

**25** Calcule astucieusement.

$$A = (20 \times 5 + 11) \div (20 \times 5 + 11)$$

$$B = (14 \times 31 - 21 \times 17) \times (2 \times 12 - 24)$$

**26** Recopie ces égalités en trouvant les nombres cachés par les tâches.

- |  |   |
|--|---|
| a. $3 \times \text{●} - 2 \times 11 = 2$ | c. $\text{●} \div 4 + 8 \div 2 = 5$           |
| b. $60 \div \text{●} - 3 \times 2 = 4$   | d. $5 \times \text{●} + 10 \div \text{●} = 7$ |

**27** Recopie chaque égalité en la complétant par les signes opératoires qui conviennent.

- |   |  |
|---|--|
| a. $23 - 6 \textcolor{blue}{\bullet} 2 - 6 = 5$                               | e. $9 \textcolor{blue}{\bullet} 3 \textcolor{blue}{\bullet} 5 - 5 = 10$  |
| b. $4 \textcolor{blue}{\bullet} 1 \times 8 - 25 = 7$                          | f. $8 \textcolor{blue}{\bullet} (3 \textcolor{blue}{\bullet} 4 - 8) = 2$ |
| c. $9 \textcolor{blue}{\bullet} (7 \textcolor{blue}{\bullet} 5) \times 4 = 1$ | g. $17 - 7 \textcolor{blue}{\bullet} 2 \textcolor{blue}{\bullet} 2 = 5$  |
| d. $3 \textcolor{blue}{\bullet} 5 - 2 \textcolor{blue}{\bullet} 7 = 1$        | h. $7 + 7 \textcolor{blue}{\bullet} 5 \times 2 = 77$                     |

**28** Calcule en détaillant les étapes.

$$\begin{array}{ll} C = 12 + (15 - 7) \times 3 & F = 25 - (7 - 4 + 6) \\ D = 7 \times 7 - (18 - 9) & G = (3 - 2,7 + 2) \times 4 \\ E = 30 - (14 \times 2) + 4 & H = 12 \div (8 \div 2) + 4 \end{array}$$

**29** Calcule en détaillant les étapes.

$$\begin{array}{ll} I = (18 - 4) \times 5 - 2 & L = (31 - 13) \div 3 \times 2 \\ J = 7 + 2 \times (8 - 2) & M = 26 - (6 \times 5 - 6) \\ K = 14 - 4 \div (10 - 5) & N = 10 + 5 \times (10 + 5) \end{array}$$

**30** Mélanie et Aïssatou ont effectué le même calcul, ont trouvé le même résultat et pensent avoir juste. Qu'en penses-tu ?

$$P = (20 + 4 \div 4) \times 8 - 6$$

calcul de Mélanie

$$\begin{aligned} P &= (20 + 1) \times 8 - 6 \\ P &= 21 \times 2 \\ P &= 42 \end{aligned}$$

calcul d'Aïssatou

$$\begin{aligned} P &= (24 \div 4) \times 8 - 6 \\ P &= 6 \times 8 - 6 \\ P &= 48 - 6 = 42 \end{aligned}$$

**31** Sacha a fait le calcul suivant.

$$A = 8 \times 7 - 5 - 4 = 48 - 1 = 47$$

À l'aide de ta calculatrice, vérifie si Sacha a trouvé le bon résultat. Son calcul est-il correct ?

**32** Calcule en détaillant les étapes.

$$\begin{aligned} B &= 6 \times [13 - (5 - 2)] \\ C &= [(8 - 2) \times 8] \div 4 + 8 \\ D &= [(31 - 5) - 2 \times 7)] \div 6 \div 2 \\ E &= 3,4 + [9 \times (8 \div 2)] \div 6 \times 7 + 2,6 \end{aligned}$$

**33** Calcule en détaillant les étapes.

$$\begin{aligned} F &= 21 + 8 \times 2 - [2 + (13 - 9) \times 3] - (10 - 6) \\ G &= 66 \div 6 - (11 - 7) \times 3 \times [4 \times (4 - 2)] \div 12 \\ H &= [3 \times 7 - (18 - 9)] \times 2 + [(9 \times 3) + 1] - 8 \end{aligned}$$

**34** Pour chacune des expressions des exercices **28**, **29**, **32** et **33**, indique si les parenthèses et crochets sont utiles ou inutiles.

**35** Calcule, puis vérifie avec ta calculatrice.

$$\begin{array}{ll} I = 12 - \frac{0,9 \times 30}{3} & J = \frac{12 - 5 \times 2}{15 + 2,5 \times 2} \\ K = 8 \times 7 - 3 \times \frac{24 \div 3 + 8}{200 \times 0,02} & \end{array}$$

**36** Charlotte a effectué un calcul sur son cahier sans se tromper. Hélas, son père a renversé son café et a fait de nombreuses éclaboussures sur son cahier.

$$\begin{aligned} L &= \textcolor{orange}{\bullet} \times 7 - (18 + \textcolor{orange}{\bullet}) \times [5 + \textcolor{orange}{\bullet} - 1] \\ L &= (\textcolor{orange}{\bullet} - 27) \textcolor{orange}{\bullet} - 7 \times \textcolor{orange}{\bullet} - 4 \\ L &= 15 \times (5 + \textcolor{orange}{\bullet} - 4) \\ L &= 15 \times 19 - 4 \\ L &= \textcolor{orange}{\bullet} \\ L &= 281 \end{aligned}$$

Refais le calcul de Charlotte sur ton cahier.

**37** Place des parenthèses ou des crochets pour que les égalités ci-dessous soient vraies. Attention, ne mets pas de parenthèses ou de crochets inutiles !

- |  |                                    |
|--|------------------------------------|
| a. $7 - 5 \times 7 \times 5 \div 5 = 14$ | c. $3 + 9 \times 8 \div 2 = 48$    |
| b. $100 \times 3 + 30 \div 3 = 1\ 100$   | d. $5 \times 4,2 - 4 \times 4 = 4$ |

# Exercices d'entraînement

## Écrire une expression

**38** Traduis chaque phrase par une expression puis calcule-la.

- a. A est le produit de la différence de 12 et de 7 par 6.
- b. B est la somme du quotient de 136 par 8 et de 3.
- c. C est le double de la somme de 1 et de 6.
- d. D est le quart du produit de 22 par 6.
- e. E est la différence de 17 et de la somme de 4 et de 9.
- f. F est le quotient de la somme de 25 et de 11 par la différence de 11 et de 5.

**39** Voici un programme de calcul : « Multiplier par 4, soustraire 12, multiplier par 3 puis ajouter 6. »

- a. Écris une expression qui permet de trouver le nombre obtenu à la fin du programme, si on part du nombre 5. Quel est ce nombre ?
- b. Recommence avec 7,5 comme nombre de départ.

**40** À l'inverse de l'exercice **38**, traduis chaque expression ci-dessous en une phrase.

$$G = (8 + 10) \times 4 \quad | \quad I = (7 + 9) \div (6 - 2)$$
$$H = 10 \div 5 + 6 \quad | \quad J = 43 - 7 \times 6$$

## Nombres mystères

**a.** « J'ai choisi un nombre. Je l'ai divisé par 4 puis j'ai ajouté 13 au résultat. Je trouve 20. »

Écris une expression qui permet de trouver mon nombre de départ. Quel est ce nombre ?

**b.** « J'ai choisi un second nombre. J'y ai ajouté 4 puis j'ai divisé le résultat par 13. Je trouve 20. »

Écris une expression qui permet de trouver mon second nombre de départ. Quel est ce nombre ?

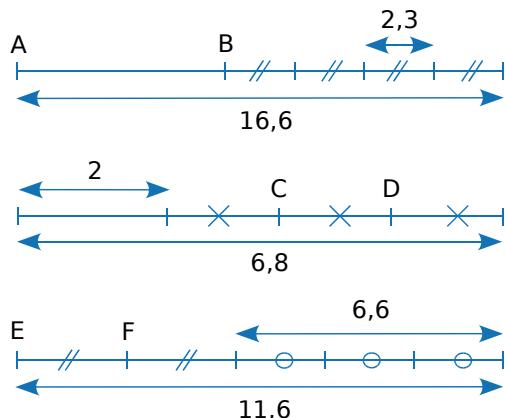


**42** Le premier mai, Ludo est allé vendre du muguet. Avec les 739 brins cueillis, il avait composé 30 gros bouquets de 12 brins, des petits bouquets de 5 brins et avait offert ses 4 derniers brins de muguet à sa mère. Écris une expression qui permet de calculer le nombre de petits bouquets de Ludo puis calcule-la.

**43** Pour chacun de ces quatre petits problèmes, écris une expression qui permet de trouver la réponse puis calcule-la.

- a. Chloé achète trois livres à 5,20 € et un CD à 19,80 €. Elle a payé avec un billet de 50 €. Quelle somme lui a-t-on rendue à la caisse ?
- b. Pour récompenser les vainqueurs du cross du collège, le F.S.E. a acheté 8 coupes à 24 € l'unité et 16 médailles à 4,20 € l'unité. Quelle est la dépense totale du F.S.E. ?
- c. Daniel a gagné 4 630 € aux courses. Il décide de donner 400 € à l'occasion du Téléthon, de conserver la moitié du reste pour se payer un voyage, puis de distribuer la somme restante en parts égales à ses cinq petits enfants. Quelle somme reçoit chacun de ses petits enfants ?
- d. Hassan a économisé 84,70 €. Il s'achète une raquette de tennis à 49,50 € et offre la moitié de la somme restante à son jeune frère. Quelle somme lui reste-t-il ?

**44** On veut calculer les longueurs AB, CD et EF des segments [AB], [CD] et [EF].



**a.** Écris une expression permettant de calculer AB. Fais de même avec CD et EF.

**b.** Effectue chacun de ces calculs.

**45** Afin de récupérer les huiles usagées, les élus d'une grande ville ont décidé d'installer quatre conteneurs de 1 250 L pour les particuliers et six conteneurs de 1 700 L pour les entreprises industrielles.

**a.** Écris une expression qui permet de calculer la quantité d'huile récupérable par l'ensemble des conteneurs de la ville.

**b.** Calcule cette quantité d'huile récupérable.



# Exercices d'entraînement

**46** Pour couler une dalle de béton, Noël a acheté vingt-deux sacs de 35 kg de ciment. Il a aussi rapporté cinq chargements de gravier et trois chargements de sable de 600 kg chacun.

a. Écris une expression qui permet de calculer la masse totale de ces matériaux. Calcule-la.

b. Le compteur de Noël lui indique qu'il a utilisé 510 L d'eau au total. Sachant qu'il a fait tourner 38 fois la bétonnière, écris une expression qui permet de calculer la masse moyenne de béton pour chaque gâchée. (1 L d'eau pèse 1 kg.)

**47** Voici trois mesures d'un air bien connu.



a. Reproduis et complète ce tableau.

	♪	♩	♩
unités de temps	0,5	1	1,5
nombre de notes			

b. Écris une expression qui permet de calculer le nombre d'unités de temps total de ces trois mesures, puis calcule ce nombre.

c. Combien d'unités de temps durent chacune des mesures ?

**48** Aux États-Unis et dans quelques autres pays, on utilise les degrés Fahrenheit ( $^{\circ}\text{F}$ ) plutôt que des degrés Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ) pour mesurer des températures. Il faut soustraire 32 à une température en  $^{\circ}\text{F}$  puis diviser par 1,8 pour la connaître en  $^{\circ}\text{C}$ .

a. Écris une expression qui permet de calculer la température en  $^{\circ}\text{C}$  correspondant à 59  $^{\circ}\text{F}$ .

b. Écris une expression qui permet de calculer la température en  $^{\circ}\text{F}$  correspondant à 10  $^{\circ}\text{C}$ .

**49** Rafaël a fait installer plusieurs systèmes écologiques dans sa maison. À la fin de l'année, son système solaire combiné avec du gaz lui a permis d'économiser 642,52 € en eau chaude et chauffage. En un an, il a aussi utilisé 65 m<sup>3</sup> d'eau de pluie de sa citerne de récupération. Dans sa ville, un mètre cube d'eau de distribution coûte 5,44 €.

a. Écris une expression qui permet de calculer l'économie réalisée chaque mois. Calcule-la.

b. Tous ses travaux lui ont coûté 9 837,94 €. Au bout de combien de mois aura-t-il économisé cette somme si les prix de l'eau et du gaz ne changent pas ?

**50** Le calendrier musulman est basé sur les phases de la Lune. Les années normales y durent 354 jours et les années abondantes 355. Pour chaque période de 30 ans, il y a 19 années normales et 11 années abondantes. Sur une telle période de 30 ans, il y a toujours 191 mois de 30 jours. Les autres mois sont des mois de 29 jours.

a. Écris une expression permettant de calculer combien de jours s'écoulent en 30 années puis effectue le calcul.



b. Écris une expression qui permet de calculer combien de mois de 29 jours s'écoulent en 30 années puis effectue le calcul.

## Distributivité

**51** Recopie et complète ces égalités.

a.  $7 \times (23 + 6) = 7 \times \dots + 7 \times \dots$

b.  $(45 - 31) \times 5 = \dots \times 5 - 31 \times \dots$

c.  $1,2 \times 7 + 1,2 \times 11 = \dots \times (7 + \dots)$

d.  $3 \times 1,4 - 3 \times 0,8 = (1,4 \dots 0,8) \dots 3$

**52** Développe.

A =  $31 \times (12 + 7)$

E =  $(13 + 9 - 6) \times 13$

B =  $(23 - 4) \times 5$

F =  $3,2 \times (15 - 6 + 4)$

C =  $1,2 \times (46 - 7)$

G =  $8,8 \times (6 + 5)$

D =  $(9 + 1,6) \times 52$

H =  $(5 - 3,3) \times 5$

**53** Factorise.

I =  $17 \times 3 + 7 \times 17$

J =  $123 \times 12 - 123 \times 9$

K =  $6,2 \times 8 + 8 \times 3$

L =  $6 \times 15 - 6 \times 4 + 6 \times 7$

M =  $11 \times 7 + 4 \times 11 + 9 \times 11 - 11 \times 5$

# Exercices d'entraînement

**54** Un commerçant reçoit douze caisses contenant des œufs protégés par du carton. Chaque caisse vide pèse 1,5 kg et contient 200 g de carton.

Calcule de deux façons différentes la masse totale d'emballage.

**55** Cinq jours par semaine, Mimi achète une boisson à 0,90 € et un sandwich à 2,10 €.

a. Cherche dans le dictionnaire le sens des mots « hebdomadaire » et « quotidien ».

b. Calcule la dépense hebdomadaire de Mimi pour la boisson, puis la dépense hebdomadaire pour les sandwichs et enfin la dépense totale.

c. Calcule la dépense quotidienne de Mimi puis sa dépense hebdomadaire.

d. Que remarques-tu ? Quelle est la méthode la plus simple ?

**56** Calcule de deux façons différentes les expressions suivantes.

$$A = 3 \times 6 + 7 \times 6 \quad | \quad C = 6 \times 0,1 + 9 \times 0,1$$

$$B = 0,8 \times 8 - 8 \times 0,2 \quad | \quad D = 14 \times 20 - 20 \times 3$$

$$E = 16 \times 0,5 - 9 \times 0,5 + 43 \times 0,5$$

$$F = 116 \times 4,31 + 4,31 \times 22 - 4,31 \times 38$$

**57** Calcule astucieusement en utilisant la distributivité.

$$G = 13 \times 5,9 + 13 \times 4,1$$

$$H = 157 \times 0,7 - 0,7 \times 52 - 5 \times 0,7$$

$$I = 2,6 \times 8 + 2,6 \times 2$$

**58** Calcule astucieusement en utilisant la distributivité.

$$A = 13 \times 103 \quad | \quad C = 999 \times 87$$

$$B = 1\ 001 \times 1,7 \quad | \quad D = 18 \times 990$$

**59** Factorise.

$$E = 5,2 \times 3 + 5,2 \times 5,2$$

$$F = 4,9 \times 12 - 12 \times 4,9$$

$$G = 7 \times 1 + 4,5 \times 7$$

$$H = 3 \times 100 - 3 \times 10 + 3$$

$$I = 7,2 \times 3 + 7,2 \times 8,5 + 7,2$$

$$J = 100 \times 5,9 - 100 + 3 \times 100$$

$$K = 7,7 + 7,7 \times 13 - 7,7 \times 7,7 - 7,7 + 3 \times 7,7$$

**60** Des compositions !

a. Recopie puis calcule.

$$127 \times 2 = \dots \quad | \quad 127 \times 5 = \dots \quad | \quad 127 \times 7 = \dots$$

b. Utilise les égalités précédentes pour trouver les résultats des produits ci-dessous, en n'utilisant que des multiplications par 10 ou 100 et des additions.

$$A = 127 \times 70$$

$$E = 127 \times 205$$

$$B = 127 \times 200$$

$$F = 127 \times 527$$

$$C = 127 \times 27$$

$$G = 127 \times 755$$

$$D = 127 \times 75$$

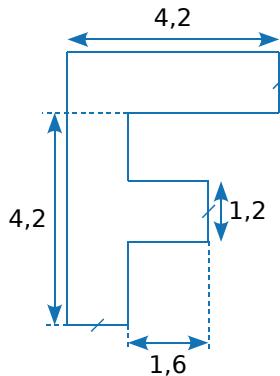
$$H = 127 \times 777$$

4,2

**61** Facile

Marco a réussi à calculer de tête l'aire de la figure ci-contre où les mesures sont données en cm. Il a trouvé 12 cm<sup>2</sup>.

Réfléchis puis explique comment Marco a fait.



**62** Avec un tableau

Le petit frère d'Olivia a enlevé la touche **1** du clavier de son ordinateur.

Elle a pourtant réussi à lui faire calculer :

$$1\ 072 \times 23 = 24\ 656.$$

	A	B	C	D
1		200	872	Résultat :
2	23	4600	20056	24656

a. Explique comment elle s'y est prise et donne les formules qu'elle a tapées dans les cellules B2, C2 et D2. Trouve d'autres couples de nombres qu'elle aurait pu mettre dans les cellules B1 et C1 pour obtenir le bon résultat.

b. Construis la feuille de calcul dans un tableur et fais calculer à l'ordinateur le résultat de  $46 \times 701$  et de  $58 \times 1\ 111$  sans utiliser la touche **1**.

c. Aïe ! Le chien d'Olivia vient de manger la touche **+**. Comment Olivia peut-elle calculer  $3\ 961 \times 43$  ? Quelle formule doit-on changer sur la feuille de calcul précédente ? Fais ce changement.

d. À l'aide de cette nouvelle feuille de calcul, fais calculer à l'ordinateur le résultat de  $5\ 832 \times 19$  et de  $1\ 111 \times 393$  sans utiliser la touche **1**.

# Exercices d'approfondissement

## 63 Recherche sur Internet

- Essaie de trouver sur Internet à quelle date est apparue la première calculatrice ressemblant à celles qu'on utilise de nos jours.
- Avant l'apparition des machines à calculer, comment effectuait-on les calculs ? Trouve plusieurs ancêtres de nos calculatrices modernes.

## 64 Bonnes associations

$$M = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$$

- Calcule la valeur de M.
- Après avoir observé attentivement l'expression ci-dessus, Amaëlle s'exclame : « C'est facile, M vaut  $5 \times 6$  c'est-à-dire 30 ! ». Explique son raisonnement.

## 65 Autres bonnes associations

$$N = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

- Calcule la valeur de N.
- Sans écrire le calcul, explique comment on peut trouver astucieusement la somme de tous les entiers compris entre 1 et 100 (en comptant aussi 1 et 100) et donne la valeur de cette somme. Tu peux t'inspirer de l'exercice précédent.

## 66 Fausses pièces



Ci-dessus, quatre sacs contiennent de vraies pièces de 1 € pesant chacune 7,5 g et un sac contient des contrefaçons qui pèsent chacune 7,8 g.

- Sur une balance de précision, on a posé 10 pièces du sac A, 20 du B, 30 du C, 40 du D et 50 du sac E. Dans le cas où les fausses pièces sont dans le sac D, écris une expression qui permet de connaître la masse totale des pièces posées sur la balance. Effectue ce calcul.
- En ne faisant qu'une seule pesée, comment trouver le sac contenant les fausses pièces ? Explique en détail ta stratégie.

## 67 Niugerf le mathémagicien

- Niugerf affirme être capable de trouver 24 en faisant un calcul utilisant exactement trois fois le nombre 5 et une fois le nombre 1.
- Trouve son calcul et écris ta réponse sous la forme d'une expression. Tu peux utiliser une ou plusieurs additions, des soustractions, des multiplications et des divisions ainsi que des parenthèses si elles sont nécessaires.

## 68 Le compte est bon

- Dans le jeu télévisé « Des chiffres et des lettres », on demande aux candidats de trouver le nombre 759 en utilisant, au maximum une fois, chacun des nombres suivants : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 8 et 50. Toutes les opérations sont permises.
- Trouve un enchaînement d'opérations qui permet de trouver 759. (Si tu ne trouves pas, tu peux dénicher sur Internet des petits programmes qui trouvent l'enchaînement d'opérations à faire.)
  - Écris cet enchaînement d'opérations sous la forme d'une expression.
  - Recommence avec 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 8 ; 9 pour trouver 688.

## 69 En mots

Le calcul  $(4 + 3) \times (11 - 5)$  se lit de la façon suivante :

« **Le produit de la somme de 4 et 3 par la différence de 11 et 5.** ».

Construis cinq phrases différentes en utilisant les mots et les nombres de la phrase ci-dessus et traduis chacune d'elle par une expression.

## 70 Parenthèses obligatoires !

Sur la planète Taclana, les signes opératoires ne sont pas les mêmes que sur Terre. On y trouve par exemple le signe ♥.

Sur Taclana, le calcul  $5 ♥ 2 ♥ 3$  n'a pas de sens car les taclaniens n'ont pas de règle indiquant qu'on doit aller de gauche à droite ! Ils doivent donc utiliser des parenthèses et dans ce calcul à trois nombres, il y a donc deux possibilités :

$$5 ♥ (2 ♥ 3) \text{ ou } (5 ♥ 2) ♥ 3$$

- Écris tous les parenthésages possibles pour le calcul suivant :  $6 ♥ 4 ♥ 2 ♥ 5$ .
- Fais de même avec :  $3 ♥ 5 ♥ 6 ♥ 2 ♥ 7$ .
- Selon toi, pour les grands calculs, est-il plus pratique de vivre sur Terre ou sur Taclana ?

# Exercices d'approfondissement

## 71 À la Champollion

En 2134, un historien retrouve la copie d'un élève de 5<sup>e</sup> mais le temps a détérioré le papier et il ne reste que quelques traces.

Sur cette copie, l'historien découvre un mystérieux nombre  $a$  égal à  $b \times (c + d)$ . Plus loin dans la copie, il est écrit «  $b \times d = 56$  » et « le produit de  $b$  par  $c$  est égal à 31,5 ». Aide l'historien à découvrir combien vaut ce mystérieux nombre  $a$ .

## 72 Deux nombres mystérieux

a. Choisis deux nombres puis observe de combien augmente leur produit si on ajoute 4 à l'un d'eux. Recommence plusieurs fois avec d'autres nombres. Que remarques-tu ?

b. Un tel produit a augmenté de 116 et vaut maintenant 464. Trouve quels sont les deux nombres de départ.

## 73 Programme de calcul

- Choisir un nombre.
- Le multiplier par 2.
- Ajouter 1 au nombre obtenu.
- Multiplier par 5 le nombre obtenu.

a. Applique ce programme à plusieurs nombres de ton choix. Que constates-tu ?

b. Comment peux-tu trouver rapidement chaque résultat sans faire tous les calculs demandés ? Explique.

## 74 Grille casse-tête

	1	2	3	4
A				
B				
C				
D				

Complète cette grille sachant que chaque symbole utilisé ci-dessous représente toujours le même chiffre parmi : 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 7 et 9.

Horizontalement :

- A :  $(\nabla\nabla - \blacktriangle\bullet) \times (\blacksquare + \nabla)$  et  $(\odot + \bullet) \div \blacksquare$   
B :  $\circ + \nabla \times \odot$  et  $\bullet - \odot \div \odot$   
C :  $\nabla\bullet \times \nabla\bullet$   
D :  $(\blacktriangle + \blacksquare \times \blacksquare) \div (\bullet \times \bullet)$  et  $\circ \times \bullet$

Verticalement :

- 1 :  $\circ\blacktriangle \times \nabla \times (\odot\odot + \nabla)$   
2 :  $(\blacktriangle\blacktriangle\blacktriangle - \blacksquare) \times \circ$   
3 :  $\circ \times (\bullet + \blacktriangle\nabla)$   
4 :  $(\blacktriangle\blacksquare - \bullet) \times \nabla$  et  $\bullet \times (\nabla + \nabla - \circ)$

## 75 Différence de deux carrés

Pour confectionner des rideaux, Anne dispose d'un grand carré de tissu de 4 m de côté. Pour le rideau de la salle de bain, elle a besoin d'un morceau carré de 3 m de côté, comme le montre le schéma ci-dessous.



Elle voudrait savoir quelle surface de tissu il lui restera une fois qu'elle aura réalisé le rideau de la salle de bain.

- a. Calcule l'aire du grand carré de tissu de 4 m de côté.  
b. Calcule l'aire du rideau de la salle de bain (représenté en rose).  
c. Déduis-en la surface de tissu qui lui restera une fois le rideau réalisé.  
d. Fais un schéma représentant la situation sur laquelle 1 cm correspond à 1 m. Colorie la chute en bleu.  
Adrien remarque qu'en coupant la chute une seule fois et en recousant les deux morceaux, il peut en faire un grand rectangle.  
e. En prenant la même échelle qu'à la question précédente, trace le rectangle qu'Adrien a réussi à faire. Quelles sont les dimensions de ce rectangle ?  
f. Calcule l'aire de ce rectangle.  
g. En refléchissant aux méthodes d'Anne et d'Adrien, complète les égalités suivantes :

$$4 \times 4 - 3 \times 3 = (\dots + \dots) \times (\dots - \dots)$$

$$\dots^2 - \dots^2 = (\dots + \dots) \times (\dots - \dots)$$



## 1 Mot secret sur le tableau

### 1<sup>re</sup> Partie :

a. Recopiez le tableau sur votre cahier.

Calcul n°	Expression	Résultat	Somme des chiffres	Lettre associée
①	$(7 - 5) \times (16 - 9)$			
②	$(3 \times 2 \times 30 + 14) \div 2$			
③	$(4 \times 2 \times 9) \div (17 - 3 \times 5)$			
④	$[11 \times (98 + 2) + 11] \times 5$			
⑤	$(97 + 4) \times 9 \times (6 - 1)$			
⑥	$(23 \times 5 - 1) \times (6 + 4) \div 4$			
⑦	$(40 \times 4 \times 2 + 4) \div (6 + 3)$			
⑧	$(101 \times 3 - 2) \times 9 \times 3$			

b. Calculez chacune des huit expressions qui sont écrites dans ce tableau (en notant le détail des calculs) puis reportez les résultats dans votre tableau.

c. Pour chaque résultat, calculez la somme de ses chiffres et reportez-la dans votre tableau.

d. Chaque somme obtenue est associée à une lettre de l'alphabet (A pour 1, B pour 2, C pour 3, ...). Écrivez les huit lettres obtenues dans le tableau.

e. Reconstituez un mot qui vous est familier, en remettant les lettres dans le bon ordre.

### 2<sup>e</sup> Partie :

f. Vous allez désormais faire le travail dans le sens contraire. Pour cela, reproduisez le tableau de la **1<sup>re</sup> partie** et placez-y les lettres du mot "MATHS" dans la dernière colonne.

g. Pour chaque lettre, trouvez la valeur qui lui est associée et inscrivez-la dans la colonne « Somme des chiffres » de votre tableau.

h. Pour chaque lettre, inventez un calcul dont la somme des chiffres du résultat est la valeur de la lettre (au total, il faudra avoir utilisé au moins deux fois des parenthèses et tous les signes opératoires).

### 3<sup>e</sup> Partie :

i. Choisissez un mot du vocabulaire mathématique contenant huit lettres puis inventez huit expressions qui permettent de retrouver les huit lettres de ce mot.

j. Recopiez ce tableau sur une feuille (et ce tableau uniquement) afin qu'un autre groupe puisse décoder le mot caché en effectuant les calculs.

## 2 Notation Polonaise Inverse

La Notation Polonaise Inverse (NPI), également connue sous le nom de notation post-fixée, permet de noter les formules arithmétiques sans utiliser de parenthèses.

Cette notation est utilisée par certaines calculatrices, ordinateurs ou logiciels. Pour la suite, « Entrée » signifiera qu'on appuie sur la touche Entrée d'une calculatrice utilisant cette notation.

### 1<sup>re</sup> Partie : Découverte

Nathalie a une calculatrice qui utilise la Notation Polonaise Inverse.

Pour effectuer le calcul  $5 \times (7 + 3)$ , elle tape :

7 Entrée 3 Entrée + 5 Entrée ×

Voici ce qui s'inscrit sur l'écran de sa calculatrice :

7	3	10	50
---	---	----	----

a. Essayez de trouver ce qu'il faut taper en NPI pour calculer :

- A =  $8 \times (7 - 5)$
- B =  $(3,7 + 8) \times 9$
- C =  $5 + 3 \times 7$

b. Recherchez à quels calculs correspondent les saisies suivantes puis effectuez-les.

• 4 Entrée 1 Entrée − 12 Entrée ×  
• 25 Entrée 8 Entrée 1,5 Entrée × −

### 2<sup>e</sup> Partie : Pour aller plus loin

c. Recherchez à quels calculs correspondent les saisies suivantes puis effectuez-les.

• 7 Entrée 4 Entrée − 3 Entrée ×  
• 8 Entrée 3 Entrée + 9 Entrée 4 Entrée − ×

d. Essayez de trouver ce qu'il faut taper en NPI pour calculer :

- D =  $(18 + 3) \times (17 - 5)$
- E =  $((5 - 2) \times 3) - 4 \times 8$
- F =  $(25 - 4) \times 5 + 8 \div 4$

e. Inventez cinq calculs différents contenant chacun au moins un couple de parenthèses. Sur votre cahier, effectuez ces calculs puis écrivez sur une feuille la saisie en NPI qui correspond à chacun d'eux afin qu'un autre groupe puisse les effectuer.

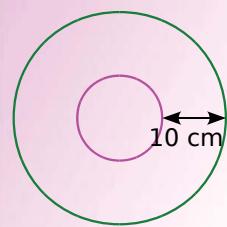
## Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	Dans le calcul $23 - (7 - 2 \times 3) \times 8 - 4$ quelle opération faut-il effectuer en premier ?	$8 - 4$	$23 - 7$	$7 - 2$	$2 \times 3$
2	$34 \times 2 - 8 + 4$ est égal à ...	$(34 \times 2) - 8 + 4$	$34 \times 2 - (8 + 4)$	$34 \times (2 - 8) + 4$	$(34 \times 2 - 8) + 4$
3	$37 - [12 \times (7 - 6 - 1)]$ est égal à ...	0	13	37	50
4	$\frac{3+7}{5-2}$ peut s'écrire aussi ...	$3 + 7 \div 5 - 2$	$(3 + 7 \div 5) - 2$	$3 + (7 \div 5 - 2)$	$(3 + 7) \div (5 - 2)$
5	L'expression $5 \div (7 - 3 \times 2)$ peut s'écrire aussi ...	$\frac{5}{7} - 3 \times 2$	$\frac{5}{7-3} \times 2$	$\frac{5}{7-3 \times 2}$	$\frac{5-3 \times 2}{7}$
6	$2 \times (17 - 1)$ est ...	le carré de la différence de 17 et 1	la différence du double de 17 et 1	le double de la différence de 17 et 1	la différence du produit de 2 par 17 et 1
7	La somme du produit de 5 par 9 et de la différence de 7 et 4 est ...	$(5 + 9) \times (7 - 4)$	$5 \times 9 + (7 - 4)$	$(5 + 9) - (7 \times 4)$	$(7 - 4) + 5 \times 9$
8	$3 \times (15 + 9)$ est égal à ...	$3 \times 24$	$3 \times 15 + 9$	$3 \times 9 + 15$	$3 \times 15 + 3 \times 9$
9	Multiplier un nombre par 9 revient à ...	le multiplier par 10 puis soustraire 1	le multiplier par 10 puis soustraire 10	le multiplier par 10 puis le soustraire	le multiplier par 10 puis soustraire 9
10	En factorisant l'expression $12 \times 8,1 + 12 \times 1,9$ on obtient ...	$12 \times 10$	$12 \times 12$	$12 \times 8,1 \times 1,9$	$12 \times (8,1 \times 1,9)$

## Pour aller plus loin

### La plus grande ficelle du monde !

J'entoure un disque de rayon 5 cm avec une ficelle rose puis, avec une ficelle verte, je décris un autre cercle écarté de 10 cm du premier, comme sur le dessin ci-dessous.



Quelle est la différence de longueur entre les deux ficelles ?

On tend une ficelle rose sur l'équateur terrestre puis, avec une ficelle verte, on effectue le même tour de la Terre en s'écartant du sol de 10 cm. Quelle est la différence de longueur entre les deux ficelles ?



On suppose que la Terre est une sphère parfaite et que l'équateur est un cercle de périmètre 40 000 km.

# >> Nombres en écriture fractionnaire

N2



# Activités de découverte

## Activité 1 : Trop sucré ?

Après un bel été bien ensoleillé, Émilie souhaite faire de la confiture.

1. En regardant sur Internet, elle trouve trois recettes.

Confiture de fraises	« 450 g de sucre pour 750 g de fraises. »
Confiture d'abricots	« 500 g de sucre pour 1 kg de confiture. »
Confiture de cerises	« 800 g de sucre pour 2 400 g de cerises. »

- a. Pour chaque recette, exprime la proportion de sucre ajouté dans la confiture sous forme de fraction.  
b. Simplifie le plus possible les fractions obtenues à la question précédente.  
c. Que signifie une proportion de sucre ajouté supérieure à  $\frac{1}{2}$  ?

2. Émilie cherche à savoir quelle est la recette avec le moins de sucre ajouté. Elle fait le raisonnement suivant : « C'est dans la confiture de fraises qu'on retrouve la masse de sucre ajouté la moins importante (450 g), c'est donc dans la confiture de fraises qu'il y a le moins de sucre ajouté. ». Que penses-tu de son raisonnement ?

3. La moins sucrée

- a. Pour chaque fruit, indique le poids de sucre ajouté nécessaire pour réaliser un kilogramme de confiture.  
b. Pour chaque confiture, écris la proportion de sucre ajouté sous forme d'une fraction de dénominateur 1 000.  
c. Quelle est la confiture qui contient le moins de sucre ajouté en proportion ?

4. En reprenant les fractions obtenues à la question 1. b., trouve le plus petit dénominateur commun permettant de comparer les trois fractions.

## Activité 2 : Additions et soustractions

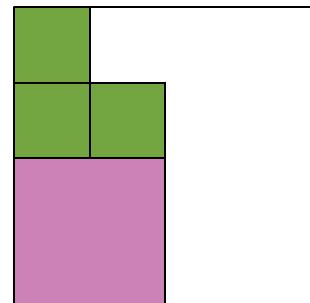
1. Recopie puis complète les phrases suivantes.

• L'aire de la région verte représente  $\frac{3}{\dots}$  de l'aire totale.

• L'aire de la région rose représente  $\frac{1}{\dots}$  de l'aire totale.

2. Écris le calcul à effectuer pour obtenir ce que représente l'aire des deux régions verte et rose par rapport à l'aire totale.

3. Reproduis le carré ci-dessus puis effectue des tracés judicieux pour obtenir ce que représente l'aire des deux régions verte et rose par rapport à l'aire totale.



4. Complète l'égalité suivante :  $\frac{3}{16} + \frac{1}{4} = \dots$ .

5. Que faudrait-il faire pour retrouver ce résultat par le calcul ?

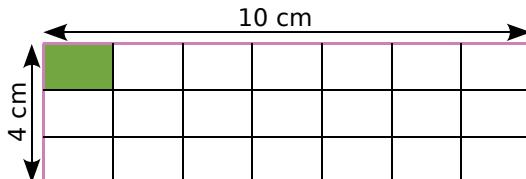
6. Énonce une règle qui permet d'additionner des fractions de dénominateurs différents.

7. Applique la règle que tu as trouvée pour effectuer le calcul suivant :  $\frac{2}{5} + \frac{1}{30}$ .

# Activités de découverte

## Activité 3 : Multiplication de deux fractions

- On considère la figure ci-dessous. On veut calculer l'aire du rectangle vert par deux méthodes différentes afin d'en déduire une règle sur la multiplication de deux fractions.



### 1<sup>re</sup> méthode

- Que représente pour le rectangle vert :
  - la fraction  $\frac{10}{7}$  ?
  - la fraction  $\frac{4}{3}$  ?

- Écris l'opération qui permet de calculer l'aire du rectangle vert.

### 2<sup>e</sup> méthode

- Que représente pour le rectangle rose :
  - le produit  $10 \times 4$  ?
  - le produit  $7 \times 3$  ?
  - le quotient  $\frac{10 \times 4}{7 \times 3}$  ?

### Bilan

- À partir des deux méthodes, quelle égalité peut-on écrire ?
- Selon toi, quelle règle de calcul permet de multiplier deux fractions entre elles ?

## Activité 4 : Multiplier signifie-t-il augmenter ?

- 1<sup>er</sup> cas** : Multiplier par un nombre supérieur à 1, par exemple :  $\frac{5}{4}$ .

À l'aide d'un tableur, on multiplie les nombres  $\frac{1}{6}$  et  $\frac{11}{9}$  par  $\frac{5}{4}$ .

Voici les résultats ci-contre.

- Compare les fractions :     •  $\frac{5}{24}$  et  $\frac{1}{6}$      •  $\frac{55}{36}$  et  $\frac{11}{9}$

	A	B
1	×	5/4
2	1/6	5/24
3	11/9	55/36

- Recopie et complète : « Le produit d'un nombre par  $\frac{5}{4}$  est ... à ce nombre. ».

- Dans une feuille de calcul, remplace  $\frac{5}{4}$  par d'autres fractions supérieures à 1. La conjecture établie à la question 2. est-elle toujours valable ?

- 2<sup>e</sup> cas** : Multiplier par un nombre inférieur à 1, par exemple :  $\frac{1}{3}$ .

À l'aide d'un tableur, on multiplie les nombres  $\frac{1}{6}$  et  $\frac{11}{9}$  par  $\frac{1}{3}$ .

Voici les résultats ci-contre.

- Compare les fractions :     •  $\frac{1}{18}$  et  $\frac{1}{6}$      •  $\frac{11}{27}$  et  $\frac{11}{9}$

	A	B
1	×	1/3
2	1/6	1/18
3	11/9	11/27

- Recopie et complète : « Le produit d'un nombre par  $\frac{1}{3}$  est ... à ce nombre. ».

- Dans une feuille de calcul, remplace  $\frac{1}{3}$  par d'autres fractions inférieures à 1. La conjecture établie à la question 5. est-elle toujours valable ?

- Que penses-tu du titre de l'activité ? Explique ta réponse.

# Méthodes et notions essentielles

## Méthode 1 : Comparer

### À connaître

Pour **comparer des nombres en écriture fractionnaire**, on les écrit avec le même dénominateur puis on les range dans le même ordre que leur numérateur.

Si le numérateur d'un nombre en écriture fractionnaire est supérieur à son dénominateur alors **il est supérieur à 1**.

Si son numérateur est inférieur à son dénominateur alors **il est inférieur à 1**.

**Exemple :** Compare les nombres  $\frac{1,2}{4}$  et  $\frac{5,7}{20}$ .

$\frac{1,2}{4} = \frac{1,2 \times 5}{4 \times 5} = \frac{6}{20}$  → On écrit le nombre  $\frac{1,2}{4}$  avec le dénominateur 20.

$6 > 5,7$  → On compare les numérateurs.

d'où  $\frac{6}{20} > \frac{5,7}{20}$  → On range les écritures fractionnaires dans le même ordre que leur numérateur.

Donc  $\frac{1,2}{4} > \frac{5,7}{20}$  → On conclut.

### Exercices « À toi de jouer »

1 Range dans l'ordre croissant les nombres :  $\frac{21}{18}, \frac{5}{4}, \frac{43}{36}$ .

2 Range dans l'ordre décroissant les nombres :  $\frac{6}{13}, \frac{9}{7}, \frac{2}{13}, \frac{11}{13}, \frac{17}{7}$ .

## Méthode 2 : Additionner ou soustraire

### À connaître

**Pour additionner (ou soustraire) des nombres en écriture fractionnaire :**

- on écrit les nombres avec le même dénominateur ;
- on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et on garde le dénominateur commun.

**Exemple :** Calcule l'expression :  $A = \frac{7}{3} + \frac{6}{12}$ .

$$A = \frac{7}{3} + \frac{6}{12}$$

$$A = \frac{7 \times 4}{3 \times 4} + \frac{6}{12}$$

$$A = \frac{28}{12} + \frac{6}{12}$$

$$A = \frac{34}{12}$$

$$A = \frac{17}{6}$$

→ On écrit les fractions avec le même dénominateur 12.

→ On additionne les numérateurs.

→ On simplifie la fraction lorsque c'est possible.

### Exercice « À toi de jouer »

3 Calcule chacune des expressions :  $B = \frac{3}{5} + \frac{7}{20}$  et  $C = \frac{67}{11} - 5$ .

# Méthodes et notions essentielles

## Méthode 3 : Multiplier

### À connaître

Pour multiplier des nombres en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

**Remarque :** Il est parfois judicieux de simplifier les fractions avant d'effectuer les calculs afin d'obtenir une fraction irréductible.

**Exemple 1 :** Calcule l'expression :  $D = \frac{8}{7} \times \frac{5}{3}$ .

$$D = \frac{8}{7} \times \frac{5}{3}$$

$$D = \frac{8 \times 5}{7 \times 3}$$

$$D = \frac{40}{21}$$

→ On multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

→ On effectue les calculs.

**Exemple 2 :** Calcule puis simplifie le résultat :  $E = \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$ .

$$E = \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$$

$$E = \frac{3 \times 2}{4 \times 5}$$

$$E = \frac{3 \times 2}{2 \times 2 \times 5}$$

$$E = \frac{3}{10}$$

→ On multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

→ On simplifie la fraction lorsque c'est possible.

→ On donne le résultat sous forme d'une fraction simplifiée.

**Exemple 3 :** En commençant par simplifier, calcule l'expression  $F = \frac{4}{15} \times \frac{25}{16}$ .

$$F = \frac{4}{15} \times \frac{25}{16}$$

$$F = \frac{4 \times 25}{15 \times 16}$$

$$F = \frac{4 \times 5 \times 5}{3 \times 5 \times 4 \times 4}$$

$$F = \frac{5}{3 \times 4}$$

$$F = \frac{5}{12}$$

→ On multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

→ On remarque que 16 est un multiple de 4 et que 25 et 15 sont des multiples de 5. On décompose 16 ; 25 et 15 en produits de facteurs.

→ On simplifie par les facteurs 4 et 5.

→ On effectue les calculs restants.

### À toi de jouer

**4** Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.

$$G = \frac{8}{37} \times \frac{37}{3} \times \frac{5}{8}$$

$$H = \frac{3,5}{0,3} \times \frac{1,08}{7}$$

$$K = \frac{22}{18} \times \frac{6}{11}$$

**5** Raphaël a lu les  $\frac{2}{5}$  du quart d'un livre et Benoist a lu le quart des  $\frac{2}{5}$  du même livre.

a. Quelle fraction du livre chacun a-t-il lu ?

b. Que remarques-tu ?

# Exercices d'entraînement

## S'entraîner au calcul mental pour le chapitre

**1** Recopie et complète.

a.  $36 = 9 \times \dots$  | c.  $8 \times \dots = 72$  | e.  $\dots \times \dots = 49$   
b.  $36 = 6 \times \dots$  | d.  $9 \times \dots = 63$  | f.  $94 = 2 \times \dots$

### **2** Décompositions (2 facteurs)

Voici deux décompositions possibles pour le nombre 18, avec chacune deux facteurs entiers différents de  $1 : 18 = 2 \times 9 = 3 \times 6$ .

Propose de la même façon deux décompositions possibles pour chacun des nombres suivants.

a. 48      b. 40      c. 42      d. 44

### **3** Décompositions (3 facteurs)

Pour chacun des nombres suivants, propose une décomposition en trois facteurs entiers différents de 1 (les facteurs pouvant être égaux).

a. 36      b. 24      c. 27      d. 60

**4** Existe-t-il au moins un nombre entier inférieur à 100 et s'écrivant comme le produit de six facteurs entiers différents de 1 ?

## Utiliser des écritures fractionnaires égales

### **5** Fractions égales

**a.** Écris les fractions ci-dessous en regroupant celles qui sont égales.

$$\frac{7}{8} ; \frac{5}{2} ; \frac{8}{6} ; \frac{1}{2} ; \frac{4}{3} ; \frac{21}{24} ; \frac{30}{12} ; \frac{12}{9} ; \frac{25}{10} .$$

**b.** Écris cinq fractions égales à  $\frac{7}{4}$ .

**6** Recopie et complète.

a. $\frac{1}{3} = \dots$	d. $\frac{3}{7} = \dots$	g. $\frac{9}{7} = \dots$
b. $\frac{2}{5} = \dots$	e. $\frac{2}{4} = \dots$	h. $\frac{2}{2,5} = \dots$
c. $\frac{2}{5} = \dots$	f. $\frac{2}{12} = \dots$	i. $\frac{3}{6} = \dots$

## Utiliser des fractions pour exprimer des proportions

**7** Actuellement, 1,5 milliard d'êtres humains n'ont pas accès à l'eau potable et 2,6 milliards n'ont pas droit à un réseau d'assainissement des eaux usées (toilettes, égouts, ...).

Si l'on considère que la planète compte 6,6 milliards d'individus, donne :

- a.** la proportion d'êtres humains qui n'ont pas accès à l'eau potable ;
  - b.** la proportion d'êtres humains qui ne disposent pas d'un réseau d'assainissement.
- (Tu écriras chaque proportion à l'aide d'une fraction la plus simple possible.)

### **8** Proportions et fractions

**a.** Invente une phrase de ton choix énonçant une proportion correspondant à  $\frac{3}{7}$ .



**b.** Invente une phrase de ton choix énonçant une proportion correspondant à  $\frac{10}{13}$ . Ta phrase devra comporter le nombre 10 mais pas le nombre 13.

**9** Lors d'une élection avec cinq autres candidats, Michel a obtenu 35 % des voix, tandis qu'Irina a obtenu 70 voix. Peut-on savoir lequel des deux a obtenu le meilleur score ?

**10** Lors d'une élection, les deux candidats ont obtenu respectivement : 40 % des voix exprimées pour Aziz et 20 voix pour Bertrand. Peut-on savoir lequel des deux a obtenu le meilleur score ?

### **11** Pomme unité

**a.** Si je mange une pomme et la moitié d'une pomme, quelle fraction de pomme ai-je mangé au total ?

**b.** Si je mange  $\frac{9}{7}$  de pomme, ai-je mangé plus ou moins qu'une pomme entière ? Même question avec  $\frac{15}{16}$ .

# Exercices d'entraînement

## 12 Comparer des fractions à des entiers

a. Recopie les fractions suivantes puis entoure en vert celles qui sont inférieures à 1 et en rouge celles qui sont supérieures à 1.

$$\frac{7}{8} ; \frac{9}{4} ; \frac{12}{5} ; \frac{634}{628} ; \frac{9}{10} ; \frac{18}{8} ; \frac{182}{196} ; \frac{4}{23}$$

b. Recopie puis entoure les fractions inférieures à 2 en expliquant ta démarche.

$$\frac{64}{21} ; \frac{35}{18} ; \frac{41}{18} ; \frac{12}{25} ; \frac{14}{30} ; \frac{169}{83} ; \frac{1}{2} ; \frac{12}{25}$$

13 Recopie et complète les pointillés par les symboles < ou >.

a. $\frac{1}{3} \dots 3$	c. $0 \dots \frac{1}{1\,000}$	e. $\frac{12}{15} \dots \frac{36}{30}$
b. $\frac{7}{13} \dots \frac{13}{7}$	d. $4 \dots \frac{9}{10}$	f. $\frac{999}{1\,000} \dots \frac{3}{2}$

14 Recopie et complète les pointillés par les symboles < ou >.

a. $\frac{4}{5} \dots \frac{7}{5}$	c. $\frac{19}{23} \dots \frac{31}{23}$	e. $0 \dots \frac{0,15}{0,001}$
b. $\frac{2}{13} \dots \frac{1}{13}$	d. $\frac{7,1}{6} \dots \frac{7}{6}$	f. $\frac{1,3}{3} \dots \frac{1,15}{3}$

15 Au cirque Pandor, il y a douze animaux dont cinq sont des fauves. Le cirque Zopoutou possède vingt-quatre animaux dont cinq fauves.

a. Exprime ces proportions sous forme de fractions.

b. Quel cirque a la plus grande proportion de fauves ?



16 Recopie et complète les pointillés par les symboles < ou >.

a. $\frac{1}{2} \dots \frac{1}{4}$	c. $\frac{41}{51} \dots \frac{41}{49}$	e. $\frac{12}{6} \dots \frac{12}{18}$
b. $\frac{7}{5} \dots \frac{7}{6}$	d. $\frac{62}{41} \dots \frac{62}{35}$	f. $5 \dots \frac{5}{2}$

17 Dans les parkings, la loi exige que, sur 50 places, au moins une soit réservée aux personnes handicapées.

Un parking de 600 places contient 10 places pour handicapés.

a. Traduis cet énoncé à l'aide de deux fractions puis compare-les.

b. Le gérant du parking respecte-t-il la loi ?

18 Recopie et complète les pointillés par les symboles < ou >.

a. $\frac{2}{3} \dots \frac{1}{9}$	c. $\frac{3}{4} \dots \frac{7}{8}$	e. $\frac{7}{18} \dots \frac{3}{9}$
b. $\frac{1}{2} \dots \frac{1}{4}$	d. $\frac{12}{15} \dots \frac{4}{3}$	f. $\frac{19}{10} \dots \frac{10}{5}$

## 19 Comparer

a. Compare  $\frac{7}{5}$  et  $\frac{22}{15}$ .

b. Compare  $\frac{13}{9}$  et  $\frac{4}{3}$ .

c. Avec une calculatrice, donne une valeur approchée de chacune des fractions puis compare tes réponses.

20 Recopie et complète les pointillés par les symboles <, > ou =.

a. $\frac{4}{7} \dots \frac{7}{14}$	d. $\frac{12}{15} \dots \frac{12}{14}$	g. $\frac{7}{84} \dots \frac{1}{12}$
b. $\frac{7}{8} \dots \frac{16}{15}$	e. $\frac{9}{18} \dots \frac{3}{6}$	h. $\frac{6}{5} \dots \frac{6}{4}$
c. $\frac{13}{4} \dots \frac{27}{8}$	f. $\frac{24}{10} \dots \frac{10}{5}$	i. $\frac{7}{4} \dots 2$

21 Dans chaque cas, réponds à la question en comparant deux fractions.

a. Mon frère a déjà fait 60 parties sur le jeu "Robostrike". Il a gagné 33 fois. Pour ma part, je joue depuis plus longtemps. J'ai déjà 300 parties à mon actif dont 153 victoires. Est-ce qu'on peut dire que je gagne plus souvent que mon frère ?

b. J'ai eu deux notes en maths : trois sur cinq et onze sur vingt. Quelle est la meilleure de ces deux notes ?

c. Parmi les joueurs, il y a 3 filles dans une équipe de basket-ball et 7 filles dans une équipe de rugby. Dans quelle équipe la proportion de filles est-elle la plus importante ?

# Exercices d'entraînement

**22** Range les écritures fractionnaires suivantes dans l'ordre croissant.

$$\frac{2}{3} ; \frac{5}{0,3} ; \frac{1}{30} ; \frac{77}{30} ; \frac{4}{3} ; \frac{7,5}{0,3} ; \frac{5}{3}$$

## 23 Avec un axe

a. Range ces fractions dans l'ordre décroissant.

$$\frac{2}{3} ; \frac{5}{6} ; \frac{1}{6} ; \frac{7}{12} ; \frac{4}{3} ; \frac{13}{6} ; \frac{5}{3}$$

b. Trace un axe gradué d'unité six carreaux puis places-y les fractions précédentes.

c. Vérifie ton classement de la question a..

## Diviser deux nombres décimaux

**24** Recopie et complète.

a.  $19 \times 100 = \dots$

b.  $5,12 \times 1\,000 = \dots$

c.  $100 \times 0,54 = \dots$

d.  $0,6 \times 10 = \dots$

e.  $\dots \times 12,04 = 1\,204$

f.  $5,7 \times \dots = 5\,700$

g.  $59 = 0,059 \times \dots$

h.  $100 = 0,01 \times \dots$

**25** Transforme les expressions fractionnaires suivantes en fractions.

a.  $\frac{25}{3,8} = \dots$

b.  $\frac{3,7}{14} = \dots$

c.  $\frac{7,3}{4,9} = \dots$

d.  $\frac{6,34}{9} = \dots$

e.  $\frac{5}{36,2} = \dots$

f.  $\frac{23,75}{134,21} = \dots$

g.  $\frac{8,865}{98} = \dots$

h.  $\frac{5,03}{12,076} = \dots$

**26** Pour chacune des divisions suivantes, exprime le résultat sous forme d'une expression fractionnaire puis transforme-la en fraction.

a.  $23,7 : 5,83$

b.  $0,85 : 12$

c.  $3 : 3,765$

d.  $0,054 : 0,45$

**27** Transforme les divisions décimales suivantes en quotients de deux entiers puis pose-les pour trouver le résultat.

a.  $23,8 : 0,5$

b.  $7,2 : 0,04$

**28** Calcule de tête  $6,5 : 0,65$  et  $48 : 0,24$ .

## Additionner ou soustraire des écritures fractionnaires

### 29 Somme de fractions

a. L'égalité  $\frac{1}{3} + \frac{7}{12} = \frac{11}{12}$  est illustrée par la figure ci-contre. Explique pourquoi.

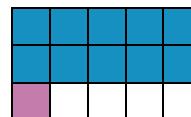
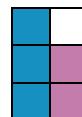


b. En t'inspirant de la question a., écris une égalité illustrant chacune des figures suivantes.

Figure 1

Figure 2

Figure 3



**30** Effectue les opérations suivantes et donne le résultat sous forme simplifiée.

a.  $\frac{7}{9} + \frac{5}{9}$

c.  $\frac{5}{12} + \frac{13}{12}$

e.  $\frac{7}{18} + \frac{11}{18}$

b.  $\frac{19}{8} - \frac{15}{8}$

d.  $\frac{9}{11} + \frac{7}{11}$

f.  $\frac{27}{13} - \frac{1}{13}$

**31** Ajoute ou soustrais les écritures fractionnaires.

a.  $\frac{7,3}{7} + \frac{2,7}{7}$

d.  $\frac{8,1}{22} - \frac{2,1}{22}$

b.  $\frac{12}{4,1} + \frac{6}{4,1}$

e.  $\frac{19}{0,8} - \frac{12}{0,8}$

c.  $\frac{8,1}{3,05} + \frac{1}{3,05}$

f.  $\frac{7,3}{5,5} - \frac{0,3}{5,5}$

**32** Jimmy a mangé  $\frac{1}{4}$  d'un gâteau.

Élise a mangé  $\frac{3}{8}$  du même gâteau.



a. Quelle part du gâteau ont-ils mangée à eux deux ?

b. Quelle part du gâteau reste-t-il ?

# Exercices d'entraînement



**33** Effectue les opérations suivantes.

a. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$	c. $\frac{13}{14} + \frac{5}{7}$	e. $\frac{6}{7} + \frac{2}{35}$
b. $\frac{5}{6} + \frac{5}{12}$	d. $\frac{3}{4} + \frac{5}{24}$	f. $\frac{11}{81} + \frac{1}{9}$

**34** Effectue les opérations suivantes.

a. $\frac{12}{13} - \frac{7}{13}$	c. $\frac{9}{4} - \frac{5}{12}$	e. $\frac{9}{7} - \frac{64}{63}$
b. $\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$	d. $\frac{5}{6} - \frac{3}{48}$	f. $\frac{19}{99} - \frac{1}{11}$

**35** Je pars de 14 h à 17 h pour faire du sport. Mais j'ai  $\frac{3}{4}$  d'heure de transport et  $\frac{1}{2}$  heure pour me changer dans les vestiaires. Combien de temps me restera-t-il pour le sport ?

**36** Effectue les opérations suivantes.

a. $4 - \frac{3}{2}$	d. $7 + \frac{1}{4}$	g. $6 - \frac{5}{3} - \frac{5}{6}$
b. $2 - \frac{1}{3}$	e. $\frac{16}{3} - 3$	h. $2 + \frac{3}{4} + \frac{7}{2}$
c. $\frac{9}{4} - 1$	f. $4 + \frac{5}{7}$	i. $7 - \frac{9}{5} - \frac{13}{25}$

**37** Recopie et complète.

a. $\frac{9}{7} + \dots = \frac{17}{7}$	d. $\frac{9}{7} - \dots = \frac{1}{7}$
b. $\dots + \frac{3}{5} = \frac{23}{15}$	e. $\frac{5}{8} - \dots = \frac{3}{40}$
c. $\frac{3}{4} + \dots = \frac{23}{24}$	f. $\frac{14}{4} - \frac{5}{2} = 1$

**38** Dans chacun des cas suivants, calcule la valeur de  $r + s - t$ .

a. $r = \frac{1}{2}; s = \frac{3}{4}; t = \frac{1}{4}$
b. $r = \frac{7}{6}; s = \frac{10}{3}; t = \frac{5}{6}$
c. $r = \frac{1}{3}; s = \frac{1}{9}; t = \frac{1}{27}$
d. $r = \frac{2}{5}; s = \frac{13}{15}; t = \frac{2}{5}$
e. $r = \frac{13}{18}; s = \frac{19}{6}; t = \frac{4}{3}$

**39** Étonnant !

- a. Calcule :  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ .
- b. Calcule :  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ .
- c. Calcule :  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$ .
- d. Sans calculer, essaie de deviner la valeur de  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$  puis vérifie.

**40** Jeu vidéo

Trois frères veulent acheter un jeu vidéo. Le premier possède les  $\frac{3}{5}$  du prix de ce jeu vidéo, le deuxième en possède les  $\frac{4}{15}$  et le troisième  $\frac{1}{3}$ . Ils souhaitent l'acheter ensemble.

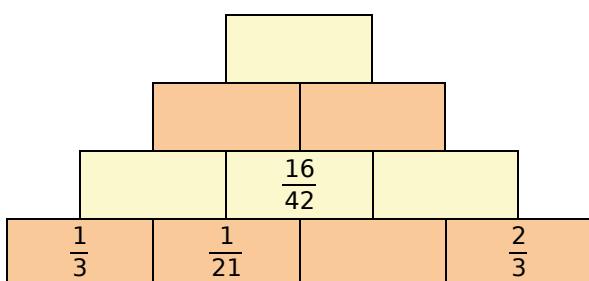
- a. Ont-ils assez d'argent pour acheter ensemble ce jeu vidéo ?
- b. Peuvent-ils acheter un second jeu vidéo de même prix ?

**41** Histoire d'heures

- a. Exprime la durée 43 min sous forme d'une fraction d'heure avec 60 pour dénominateur.
- b. Procède de la même façon pour 1 h 12 min et 2 h 05 min.
- c. Additionne les trois fractions ainsi obtenues.

**42** « Pyramide »

Recopie puis complète la pyramide suivante sachant que le nombre contenu dans une case est la somme des nombres contenus dans les deux cases situées en dessous de lui.



# Exercices d'entraînement

## Multiplier des écritures fractionnaires

**44** Calcule et donne le résultat sous forme fractionnaire en simplifiant si c'est possible.

$$\begin{array}{lll} A = \frac{7}{5} \times \frac{3}{4} & D = 5 \times \frac{7}{2} & G = \frac{1,7}{0,5} \times \frac{1,3}{2,5} \\ B = \frac{4}{3} \times \frac{7}{4} & E = \frac{3}{8} \times 32 & H = \frac{1,4}{3} \times \frac{0,9}{28} \\ C = \frac{1}{5} \times \frac{8}{7} & F = \frac{0,7}{6} \times \frac{1}{4} & I = \frac{2,8}{7} \times 21 \end{array}$$

**45** Simplifie puis calcule les produits.

$$\begin{array}{lll} a. \frac{45}{14} \times \frac{49}{60} & d. 2 \times \frac{9}{6} & g. \frac{2,5}{3} \times \frac{3}{0,5} \\ b. \frac{5}{3} \times \frac{4}{5} & e. \frac{7}{6} \times \frac{6}{7} & h. 5,6 \times \frac{9}{0,7} \\ c. \frac{45}{26} \times \frac{65}{72} & f. \frac{12,4}{6} \times 8 & i. 0,55 \times \frac{2}{11} \end{array}$$

**46** Simplifie lorsque c'est possible puis calcule les produits.

$$\begin{array}{lll} a. \frac{2}{3} \times \frac{3}{7} \times \frac{5}{11} & f. 6 \times \frac{1}{88} \times \frac{11}{12} & \\ b. \frac{3}{5} \times \frac{13}{7} \times \frac{5}{2} & g. \frac{5,5}{3} \times \frac{9}{7,7} & \\ c. \frac{3}{2} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{11} & h. 6 \times \frac{2,8}{3} \times \frac{5}{0,7} & \\ d. \frac{6}{5} \times \frac{1}{14} \times \frac{7}{3} & i. 0,6 \times \frac{2}{3,6} & \\ e. \frac{45}{6} \times \frac{1}{9} \times \frac{18}{7} & j. \frac{17}{12,5} \times \frac{2,5}{1,7} & \end{array}$$

**47** Recopie et complète les égalités.

$$\begin{array}{ll} a. \frac{7}{3} \times \dots = \frac{28}{15} & c. \frac{7}{2} \times \dots = \frac{3}{10} \\ b. \frac{11}{17} \times \dots = 1 & d. \frac{1,5}{2} \times \dots = \frac{9}{20} \end{array}$$

**48** Traduis chaque phrase par une expression mathématique puis calcule-la :

- a. la moitié d'un tiers ;
- b. le triple d'un tiers ;
- c. le tiers de la moitié ;
- d. le dixième d'un demi ;
- e. le quart du quart du quart.

**49** Traduis puis calcule les expressions suivantes :

- a. la moitié du tiers d'un gâteau de 600 g ;
- b. le dixième des trois quarts de 940 km ;
- c. le cinquième de la moitié de 60 min ;
- d. la moitié des deux tiers de 27 élèves.

### 50 Surface d'un champ

Un champ rectangulaire a les dimensions suivantes : un demi-hectomètre et cinq tiers d'hectomètre. Quelle est son aire ? (Attention à l'unité !)

### 51 Fléchettes harmoniques

Une cible est constituée de deux zones : l'une est gagnante (G) et l'autre perdante (P). Une partie est constituée de trois jets consécutifs de fléchettes. En début de partie, un joueur possède 24 points puis, après chaque jet, il multiplie ces points par :

	1 <sup>er</sup> jet	2 <sup>e</sup> jet	3 <sup>e</sup> jet
Gagnante (G)	× 2	× 3	× 4
Perdante (P)	× 1/2	× 1/3	× 1/4

Paul et Mattéo ont effectué trois jets chacun : G, P, P pour Paul et P, G, G pour Mattéo.

- a. Calcule le score de chacun.
- b. Quel score maximal peut-on atteindre à ce jeu ?
- c. Quel score minimal peut-on atteindre à ce jeu ?



### 52 Dilution

On vide le tiers d'un litre de sirop de menthe et on remplace ce tiers par de l'eau. On vide ensuite les trois quarts de ce mélange.

Quelle quantité de pur sirop de menthe reste-t-il dans la bouteille ? Exprime celle-ci en fraction de litre.

# Exercices d'entraînement

## 53 Au vert

Un primeur a vendu les  $\frac{2}{3}$  de ses salades le matin et les  $\frac{7}{8}$  du reste l'après-midi.

- Quelle fraction de ses salades lui restait-il à midi ?
- Quelle fraction de ses salades le primeur a-t-il vendue l'après-midi ?

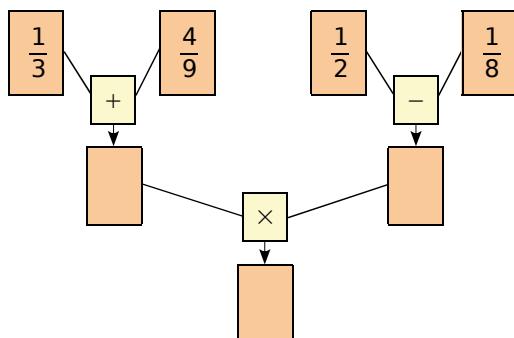
## Respecter les priorités opératoires

54 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

$$\begin{array}{ll} A = 5 \times \frac{2}{3} - \frac{1}{3} & D = \frac{3}{4} \times \frac{2}{9} + \frac{28}{15} \times \frac{25}{14} \\ B = \frac{7}{4} - \frac{3}{4} \times \frac{3}{2} & E = \left( \frac{1}{3} \times \frac{6}{5} - \frac{3}{10} \right) \times \frac{15}{4} \\ C = \left( \frac{5}{6} + \frac{7}{12} \right) \times \frac{3}{5} & F = \frac{8+2}{7+2} \times \frac{3 \times 6}{5 \times 3} \end{array}$$

## 55 Calculs en série

- Recopie et complète le diagramme suivant.



- Écris, sur une seule ligne, l'expression mathématique correspondant à ce calcul.

## 56 Le fleuriste

Un fleuriste a vendu les  $\frac{3}{5}$  de ses bouquets le matin et les  $\frac{3}{10}$  du reste l'après-midi.

- Quelle fraction des bouquets lui restait-il en fin de journée ?
- Sachant qu'il lui restait 7 bouquets en fin de journée, quel était le nombre initial de bouquets ?

57 On donne  $a = \frac{1}{6}$ ,  $b = \frac{4}{9}$  et  $c = \frac{5}{3}$ .

- Calcule  $a \times b + a \times c$ .
- Calcule  $a \times (b + c)$ .
- Que remarques-tu ? Explique pourquoi.

## 58 Effectue les calculs suivants.

- La somme de  $\frac{1}{10}$  et du produit de  $\frac{1}{2}$  par  $\frac{2}{5}$ .
- Le produit de  $\frac{1}{3}$  par la somme de  $\frac{2}{5}$  et  $\frac{3}{10}$ .
- La différence de  $\frac{41}{12}$  et du produit de  $\frac{5}{2}$  par la somme de  $\frac{1}{3}$  et  $\frac{5}{6}$ .

## 59 J'avais soif

Après avoir fait un footing, j'ai bu tout le contenu d'une petite bouteille d'eau d'un demi-litre. J'ai ensuite bu le quart du contenu d'une bouteille de  $\frac{3}{4}$  L. Quelle quantité d'eau ai-je buée en tout ?



## 60 Invente ton énoncé !

Invente un problème où, pour trouver la solution, on doit effectuer le calcul suivant :

$$\frac{5}{3} - \left( \frac{1}{2} + \frac{5}{6} \right).$$

## 61 Voici un programme de calcul :

- Choisis un nombre.
- Multiplie-le par  $\frac{3}{4}$ .
- Ajoute  $\frac{5}{8}$  au résultat obtenu.

Quel nombre obtient-on en prenant :

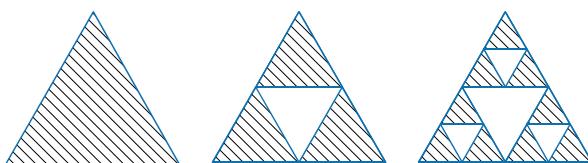
- 5 comme nombre de départ ?
- $\frac{7}{8}$  comme nombre de départ ?

# Exercices d'approfondissement

## 62 Triangle de Sierpinski

Étapes de construction :

- **Étape 1** : On construit un triangle équilatéral qu'on prend pour unité d'aire.
- **Étape 2** : On trace les trois segments joignant les milieux respectifs des côtés du triangle et on enlève le petit triangle central. Il reste trois petits triangles qui se touchent par leurs sommets dont les longueurs des côtés sont la moitié de celles du triangle de départ.
- **Étape 3** : On répète la deuxième étape avec chacun des petits triangles obtenus.
- **Étapes suivantes** : On répète le processus.



- Construis sur ton cahier les triangles obtenus aux étapes 3 et 4 (on prendra 8 cm de côté pour le triangle équilatéral de départ).
- Quelle fraction d'aire représente la partie hachurée, obtenue aux étapes 1, 2 et 3 ?
- Même question pour l'étape 4, de deux façons différentes : en regardant le schéma puis en faisant un calcul.
- Sans construire le triangle, indique quelle fraction d'aire la partie hachurée représente à l'étape 5.
- Et pour l'étape 8 ?

## 63 Farandole de fractions

On considère les fractions suivantes :

$$\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \dots$$

- Complète cette suite logique par les trois fractions suivantes.
- Ces fractions sont-elles plus petites ou plus grandes que 1 ? Justifie.
- À l'aide de ta calculatrice, indique si ces fractions sont rangées dans l'ordre croissant ou décroissant.

On considère maintenant les fractions :

$$\frac{3}{2}; \frac{4}{3}; \frac{5}{4}; \frac{6}{5}; \dots$$

- Réponds aux questions **a.**, **b.** et **c.** pour cette nouvelle suite.
- En écrivant les fractions de ces deux suites sous forme décimale, que remarques-tu (on arrondira au centième quand c'est nécessaire) ?

## 64 En comparant 2 à 2

- Compare  $\frac{2}{3}$  et  $\frac{5}{9}$ .
- Compare  $\frac{1}{4}$  et  $\frac{5}{12}$ .
- Compare  $\frac{5}{9}$  et  $\frac{5}{12}$ .
- En utilisant les trois questions précédentes, compare  $\frac{2}{3}$  et  $\frac{1}{4}$ .

## 65 Addition de deux fractions

- Complète :  $\frac{5}{6} = \dots$  et  $\frac{3}{4} = \dots$
- À l'aide de la question **a.**, calcule :  $\frac{5}{6} + \frac{3}{4}$ .

## 66 Avec le tableur

- Dans un tableur, reproduis la feuille de tableur ci-dessous.

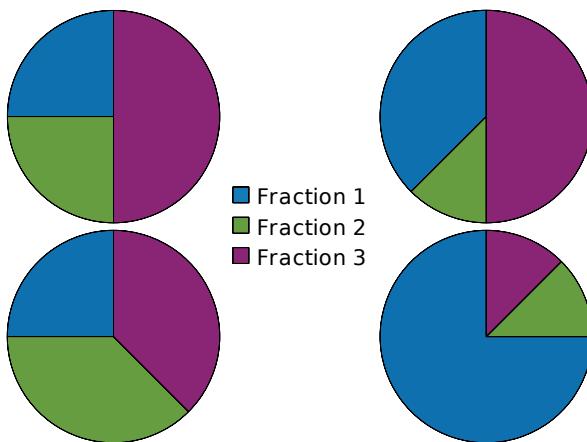
	A	B	C	D
1	Fraction 1	Fraction 2	Fraction 3	Total
2	1/3	1/3	1/3	

- Avant de les remplir, sélectionne les cellules A2, B2 et C2, puis effectue un clic droit. Dans *Formater les cellules*, choisis *Nombres* puis *Fraction*.

- Dans la cellule D2, programme une formule permettant de calculer la somme des nombres en A2, B2 et C2.

- Sélectionne l'ensemble des cellules A1, B1, C1, A2, B2, C2. Dans *Insertion*, choisis *Diagramme* puis *Secteur*.

- Écris de nouvelles fractions dans les cellules A2, B2 et C2 de sorte que leur somme soit égale à 1 et qu'elles correspondent aux diagrammes ci-dessous.



## 1 Construction d'un QCM

QCM signifie « Questionnaire à Choix Multiples ». Parmi les réponses proposées pour chaque question, on doit cocher la (ou les) bonne(s) réponse(s).

### 1<sup>re</sup> partie : Un exemple de QCM

a. À la question : « Quel est le résultat du calcul  $3 + 4 \times 6 ?$  », voici quatre propositions de réponses :

**A** : 42    **B** : 72    **C** : 27    **D** : 13

Quelle est la bonne réponse ?

b. En général, dans un QCM, les réponses proposées correspondent à des erreurs possibles sauf la (ou les) bonne(s) réponse(s) évidemment. À quelles erreurs correspondent les mauvaises réponses de la question a. ?

### 2<sup>e</sup> partie : Construction d'un QCM

Vous allez construire un QCM que vous soumettrez par la suite à un autre groupe. Ce QCM comportera cinq questions. Suivez attentivement les consignes de construction.

c. Pour chaque question, vous proposerez quatre réponses dont une seule sera exacte. Vous pouvez choisir la difficulté et la formulation de chaque question (on peut s'aider pour cela des exercices du manuel) mais chaque question doit porter sur un domaine bien précis comme indiqué dans le tableau ci-dessous.

Q1	Comparaison de fractions
Q2	Addition ou soustraction de fractions
Q3	Multiplication de fractions
Q4	Calcul de fractions avec des priorités
Q5	Petit problème avec les fractions

Vérifiez bien qu'une des solutions proposées est la bonne puis échangez votre QCM avec un autre groupe.

### 3<sup>e</sup> partie : Calcul des points

d. Une fois terminé, récupérez votre QCM complété et comptabilisez le nombre de réponses justes.

e. Pour pénaliser les réponses « au hasard », on applique souvent un décompte particulier pour les QCM. En voici un exemple :

- on part de 15 ;
- on ajoute 1 point pour chaque bonne réponse ;
- on enlève 1 point pour chaque question sans réponse ;
- on enlève 3 points pour chaque mauvaise réponse.

Appliquez cette règle.

## 2 Dans l'Ancienne Égypte

Dans l'Ancienne Égypte, l'œil du pharaon était utilisé pour signifier « 1 sur ».

$\frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{4}$  et  $\frac{1}{2}$  avaient leur propre signe :

$\frac{2}{3}$		$\frac{3}{4}$		$\frac{1}{2}$	
---------------	--	---------------	--	---------------	--

a. Recopiez puis complétez le tableau suivant.

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{15}$

b. Calculez les sommes suivantes puis donnez leur écriture égyptienne :

$$\bullet \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \quad \bullet \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \quad \bullet \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \quad \bullet \frac{1}{6} + \frac{1}{12}$$

c. Pour écrire une fraction, les Égyptiens la décomposaient en une somme de fractions de numérateur 1.

#### Par exemple :

$\frac{3}{8}$  s'écrivait comme la somme de  $\frac{1}{4}$  et  $\frac{1}{8}$ , soit

Vérifiez en faisant le calcul.

d. À quel nombre correspond chaque écriture ?



e. Inversement, pouvez-vous proposer une écriture égyptienne pour les fractions ?

$$\bullet \frac{5}{12} \quad \bullet \frac{3}{14} \quad \bullet \frac{7}{12} \quad \bullet \frac{3}{5}$$

La décomposition est-elle toujours unique ?

f. Plus difficile !

Pour  $\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$ , effectuer le calcul ne permettait pas au scribe d'écrire ce résultat. Pourquoi ?

Le scribe transformait successivement cette somme en  $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$  puis en  $1 + \frac{1}{6}$ , ce qu'il pouvait alors écrire :



g. Faites comme lui pour les sommes :

$$\bullet \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \quad \bullet \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \quad \bullet \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$$

(indication :  $\frac{1}{5} = \frac{1}{6} + \frac{1}{30}$ ).

## Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	On réduit $\frac{5}{6}$ et $\frac{2}{3}$ au même dénominateur...	pour les additionner	pour les soustraire	pour les multiplier	pour les comparer
2	Quel(s) est (sont) le (les) nombre(s) inférieur(s) à 1 ?	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{1}$	$\frac{1,02}{0,95}$	$\frac{171}{172}$
3	Quelle(s) est (sont) l'(les) inégalité(s) vraie(s) ?	$\frac{2}{7} < \frac{5}{7}$	$\frac{19}{2} < \frac{19}{5}$	$\frac{3}{7} > \frac{1}{3,5}$	$3 < \frac{7}{3}$
4	$\frac{5}{18}$ est supérieur à...	$\frac{5}{3}$	$\frac{18}{5}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{1}{2}$
5	$\frac{3}{7} + \frac{5}{7} = \dots$	$\frac{8}{7}$	$1 + \frac{1}{7}$	$\frac{10}{7} - \frac{2}{7}$	$\frac{8}{14}$
6	$\frac{15}{8}$ est le résultat de...	$22 - \frac{7}{8}$	$1 + \frac{7}{8}$	$2 - \frac{1}{8}$	$10 + \frac{5}{8}$
7	$\frac{3}{4} + \frac{5}{16} = \dots$	$\frac{8}{20}$	$\frac{19}{9}$	$\frac{17}{4}$	$\frac{17}{16}$
8	$\frac{3}{4}$ c'est aussi...	$\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{2}$	$\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}$ de $\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$ de $\frac{1}{2}$
9	$\frac{7}{9} \times \frac{9}{5} = \dots$	$\frac{81}{35}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{63}{14}$	$\frac{9}{9}$
10	$\frac{5}{11}$ est...	la moitié de $\frac{10}{11}$	le double de $\frac{5}{22}$	la moitié de $\frac{10}{22}$	le double de $\frac{2,5}{5,5}$
11	Quel(s) nombre(s) rend(ent) vraie l'égalité suivante ? $\frac{6}{7} \times \dots = \frac{10}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{10}{6}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{60}{49}$
12	$\frac{2}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \dots$	$\frac{8}{15}$	0	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{12}$



### Bio, mais pas vert !

Pour son devoir d'arts plastiques, Rose doit créer une couleur personnalisée.

Elle dispose des trois couleurs primaires (rouge, bleu et jaune) et de deux couleurs secondaires : l'orange, constitué à parts égales de rouge et de jaune, et le violet, constitué pour moitié de rouge et pour moitié de bleu. Enfin, elle a aussi un tube d'indigo, une couleur tertiaire constituée à parts égales de bleu et de violet. Elle crée alors la couleur BIO, composée d'un tiers de bleu, d'un tiers d'indigo et d'un tiers d'orange.

Quelles sont les proportions de rouge, de bleu et de jaune dans cette nouvelle couleur ?



# >> Nombres relatifs

N3



# Activités de découverte

## Activité 1 : De nouveaux nombres

### 1. Première approche

- Trace une demi-droite graduée d'origine le point O en prenant le centimètre comme unité. Place les points A(3), B(4) et D(9).
- Construis le point C tel que A soit le milieu du segment [BC]. Quelle est l'abscisse du point C ?
- On veut placer le point E tel que O soit le milieu du segment [DE]. Que constates-tu ? Comment compléter cette graduation pour résoudre complètement ce problème ? Quelle est alors l'abscisse du point E ?
- Dans quelles circonstances de la vie quotidienne as-tu rencontré des nombres possédant un signe + ou - ?

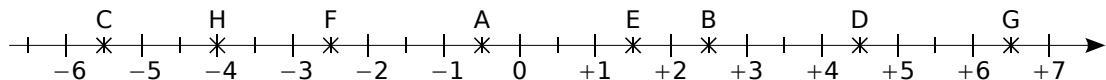
### 2. Deuxième approche

- Ce matin, il faisait très froid. La température a augmenté de **5°C**, il fait maintenant 3°C. La température du matin aurait-elle pu être 2°C ? 0°C ? Pourquoi ?
- Complète ces additions à trou. Quelle opération permet de trouver le nombre manquant ?

$$2 + ? = 16 \quad | \quad 5 + ? = 15 \quad | \quad 18 + ? = 0 \quad | \quad 18 + ? = 8$$

## Activité 2 : Comparaison de nombres relatifs

- Sur l'axe gradué ci-dessous, on a placé les points A à H.



- Lorsqu'on parcourt l'axe gradué de gauche à droite, comment sont rangées les abscisses des points A à H. Donne les abscisses des points A à H.

- En observant l'axe gradué, recopie puis complète par < ou >.

a.  $-5,5 \dots -2,5$

d.  $-0,5 \dots -2,5$

g.  $-2,5 \dots -4$

b.  $+2,5 \dots -5,5$

e.  $+1,5 \dots +6,5$

h.  $+4,5 \dots +6,5$

c.  $-4 \dots +4,5$

f.  $-0,5 \dots +1,5$

i.  $-5,5 \dots -0,5$

- Entoure **en rouge** les cas pour lesquels tu as comparé deux nombres positifs. Observe ces cas et déduis-en une règle qui permet de comparer deux nombres positifs. Tu utiliseras l'expression « distance à zéro » pour rédiger cette règle.

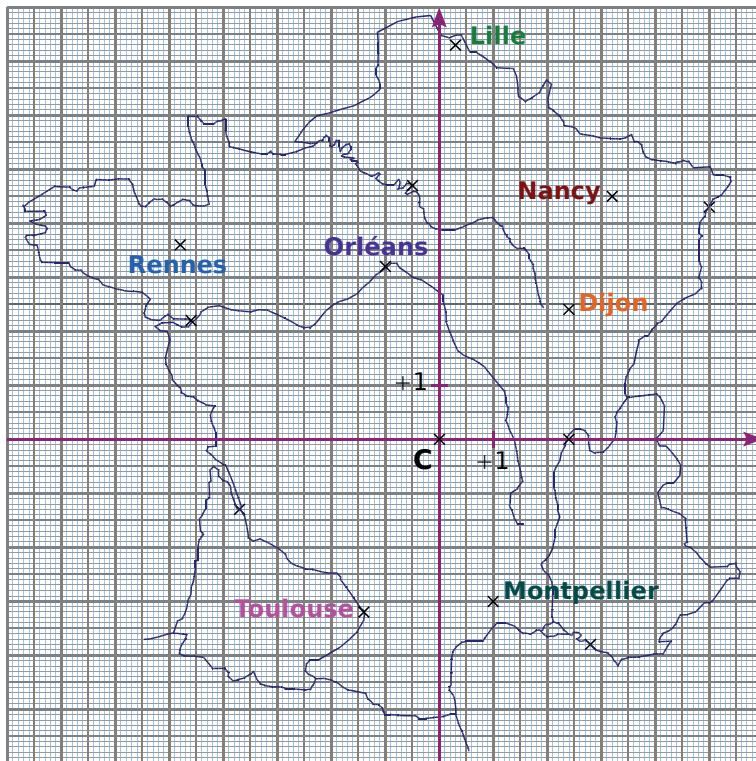
- Entoure **en bleu** les cas pour lesquels tu as comparé un nombre positif et un nombre négatif. Observe ces cas et déduis-en une règle qui permet de comparer un nombre positif et un nombre négatif.

- Entoure **en vert** les cas pour lesquels tu as comparé deux nombres négatifs. Observe ces cas et déduis-en une règle qui permet de comparer deux nombres négatifs. Tu utiliseras l'expression « distance à zéro » pour rédiger cette règle.

# Activités de découverte

## Activité 3 : Manque de repères ?

- On a dessiné un repère du plan sur une carte de France. L'origine de ce repère est la ville de **Clermont-Ferrand** représentée par le point **C**.



- Le professeur propose de chercher les coordonnées de **Montpellier** qui permettent de la situer par rapport au point **C** dans ce repère.

- Voici les réponses de trois élèves de la classe :

Dylan dit : « Les coordonnées de **Montpellier**, c'est + 1. » ;

Julia dit : « Les coordonnées de **Montpellier** sont d'abord + 1 puis – 3. » ;

Medhi dit : « Les coordonnées de **Montpellier** sont d'abord – 3 puis + 1. ».

- 1.** Dylan a-t-il donné suffisamment d'informations pour repérer la ville de **Montpellier** ? Dans un repère du plan, combien de nombres sont nécessaires pour repérer un point ?

- 2.** Les réponses de Julia et Medhi manquent de précision. Pourquoi ? Récris-les afin qu'elles soient complètes.

- 3.** Écris les coordonnées de **Montpellier**, de **Rennes**, de **Toulouse**, de **Nancy** et d'**Orléans**.

- 4.** Donne le nom des villes dont les coordonnées sont :  
 $(+ 2,4 ; 0)$  ;  $(+ 5 ; + 4,3)$  ;  $(- 4,6 ; + 2,2)$  et  $(- 3,7 ; - 1,3)$ .

- 5.** Quand on va d'Ouest en Est, que remarques-tu concernant le premier nombre des coordonnées ? Quand on va du Nord vers le Sud, que remarques-tu concernant le deuxième nombre des coordonnées ?

- 6.** Fabien donne les coordonnées d'une ville du quart Nord-Est :  $(- 0,3 ; + 7,3)$ . Luciana lui dit qu'il y a forcément une erreur. Pourquoi ? Corrige l'erreur de Fabien et cite la ville dont il voulait parler.

# Activités de découverte

## Activité 4 : Il faut régler l'addition !

À la fête foraine, Mamadou a choisi un jeu comportant deux manches à l'issue desquelles il peut gagner ou perdre de l'argent. Un gain de 3 € est noté + 3 ou 3 tandis qu'une perte de 7 € est notée - 7.

1. Donne le bilan de chacune des parties suivantes.

Partie 1 : Mamadou a gagné 3 € puis a gagné 7 €.

Partie 2 : Mamadou a gagné 8 € puis a perdu 5 €.

Partie 3 : Mamadou a perdu 4 € puis a perdu 6 €.

Partie 4 : Mamadou a perdu 9 € puis a gagné 2 €.

2. Dans un tableur, recopie le tableau ci-dessous qui représente les gains et les pertes des deux manches de plusieurs parties.

	A	B	C	D
1	Partie n°	1ère manche	2ème manche	Bilan de la partie
2	1	+ 3	+ 7	
3	2	+ 8	- 5	
4	3	- 4	- 6	
5	4	- 9	+ 2	
6	5	- 7	+ 10	
7	6	- 3	- 9	
8	7	+ 8	+ 2	
9	8	+ 4	- 2	
10	9	+ 5	- 7	
11	10	+ 10	+ 12	



3. Quelle formule dois-tu programmer dans la cellule D2 pour trouver son résultat ?

4. En recopiant la formule vers le bas, effectue les calculs des cellules D3 à D11.

5. Vérifie les résultats calculés par le tableur avec ceux obtenus à la question 1.

6. Sur le tableur, colorie **en vert** les parties dans lesquelles Mamadou a gagné ou perdu de l'argent à chacune des deux manches. Pour chaque cas :

- a. Quelle opération fais-tu pour trouver la distance à zéro du bilan ?

- b. Dans quels cas le bilan est-il positif ? Négatif ?

- c. Déduis-en une règle pour additionner deux nombres relatifs de même signe.

7. Que représentent les cas qui ne sont pas repassés en vert ? Dans ces cas :

- a. Quelle opération fais-tu pour trouver la distance à zéro du bilan ?

- b. Comment détermimes-tu le signe du bilan ?

- c. Déduis-en une règle pour additionner deux nombres relatifs de signes différents.

8. Recopie et complète :

a.  $(+ 8) + (+ 2) = \dots$

c.  $(- 4) + (+ 6) = \dots$

e.  $(- 3,5) + (- 9,1) = \dots$

b.  $(- 7) + (+ 5) = \dots$

d.  $(- 4) + (+ 7) = \dots$

f.  $(+ 1,7) + (- 0,4) = \dots$

# Activités de découverte

## Activité 5 : Quelles différences...

- 1. Complète l'opération  $(+ 3) + ? = (- 5)$ .
- 2. Ali propose : « Le nombre cherché est le résultat de  $(- 5) - (+ 3)$  ». Qu'en penses-tu ?
- 3. Dimitri a écrit sur sa feuille :  $+ 3 + (- 3) + (- 5) = - 5$ . Qu'en penses-tu ?
- 4. En observant les méthodes d'Ali et de Dimitri, Amandine dit qu'elle sait comment effectuer une soustraction. Quelle méthode propose-t-elle ?

• 5. Complète les additions à trou puis écris une soustraction et une addition donnant le même résultat.

a.  $- 3 + ? = + 1$

c.  $+ 2 + ? = + 6$

e.  $+ 6 + ? = + 3$

b.  $- 5 + ? = - 7$

d.  $- 7 + ? = - 3$

f.  $+ 10 + ? = - 4$

- 6. Complète la phrase : « Soustraire un nombre relatif revient à ... son ... . ».

- 7. Effectue les soustractions suivantes en transformant d'abord chaque soustraction en addition.

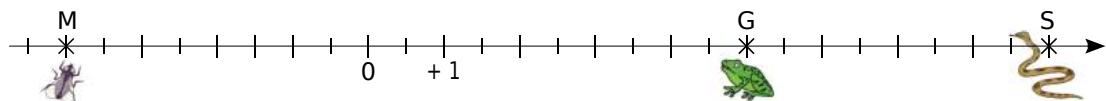
A =  $(+ 7) - (+ 11)$

B =  $(+ 29) - (- 15)$

C =  $(- 73) - (- 52)$

## Activité 6 : La bonne distance

• Une grenouille se promène sur un axe gradué. D'un côté de celui-ci, elle aperçoit son mets préféré : une mouche bien grasse. De l'autre côté (ô frayeur extrême !), un serpent luisant aux crochets dégoulinants de venin. De-ci de-là, il y a de belles feuilles vertes qui masquent ou bien l'une ou bien l'autre ! La grenouille (point G), le serpent (point S) et la mouche (point M) essaient, en permanence, de savoir à quelle distance ils sont les uns des autres...

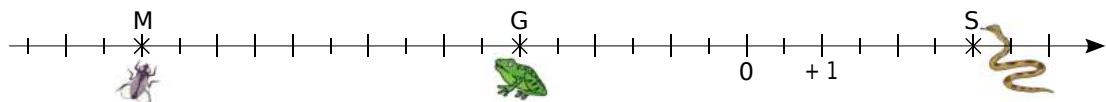


- 1. Mesure sur cet axe gradué en centimètres les distances GS et GM.

- 2. Lis puis écris les abscisses des points G, S et M.

- 3. Comment calculer les distances GS et GM en utilisant les abscisses de G, S et M ?

- 4. Recommence les questions 1. à 3. pour la configuration suivante.



- 5. Recopie et complète la phrase en utilisant certains des mots suivants : *grenouille*, *abscisse*, *addition*, *soustraction*, *grande*, *petite*, *rapide*, *positif*, *négatif* et *opposé*.

• « Pour calculer la distance entre deux points situés sur une droite graduée, on effectue une ... entre leurs ... en commençant par la plus ... . ».

- 6. Soient  $G(+ 21)$  et  $M(- 12)$ . Calcule la distance GM.

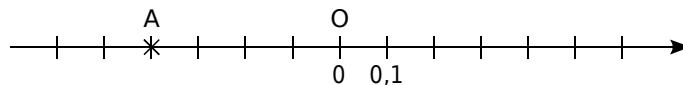
# Méthodes et notions essentielles

## Méthode 1 : Repérer un point sur une droite graduée

### À connaître

Tout point d'une droite graduée est repéré par un nombre relatif appelé son **abscisse**.

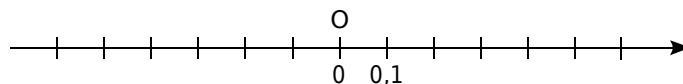
**Exemple 1 :** Sur la droite graduée ci-dessous, lis l'abscisse du point A.



Le point A est à gauche de l'origine :  
son abscisse est donc négative.  
La distance du point A au point O est 0,4.

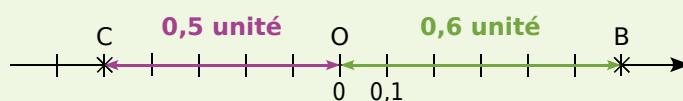
donc l'abscisse du point A est  $-0,4$ .

**Exemple 2 :** Sur la droite graduée ci-dessous, place les points B( $+0,6$ ) et C( $-0,5$ ).



L'abscisse du point B est  $+0,6$        $\left\{ \begin{array}{l} \text{son abscisse est positive : il est donc à droite de l'origine ;} \\ \text{sa distance à l'origine est de 0,6 unité.} \end{array} \right.$

L'abscisse du point C est  $-0,5$        $\left\{ \begin{array}{l} \text{son abscisse est négative : il est donc à gauche de l'origine ;} \\ \text{sa distance à l'origine est de 0,5 unité.} \end{array} \right.$



### À connaître

La **distance à zéro** d'un nombre relatif est le nombre sans son signe.

Sur une droite graduée, cela correspond à la distance entre l'origine et le point qui a pour abscisse ce nombre.

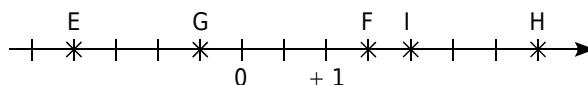
**Exemple 3 :** Donne la distance à zéro du nombre  $-2,7$ .

La distance à zéro du nombre  $-2,7$  est  $2,7$ .

### Exercices « À toi de jouer »

**1** Trace une droite d'origine O puis gradue-la en prenant pour unité 2 cm. Places-y les points A, B, C et D d'abscisses respectives  $+3$  ;  $-1,5$  ;  $+2,5$  et  $-3$ . Que peux-tu dire des abscisses de A et D ? Que peux-tu dire des points A et D ?

**2** Donne l'abscisse de chacun des points E, F, G, H et I.



**3** Donne la distance à zéro des nombres suivants :  
 $+5,7$  ;  $-5,8$  ;  $+64,78$  et  $-123,4$ .

# Méthodes et notions essentielles

## Méthode 2 : Comparer deux nombres relatifs

### À connaître

**Deux nombres relatifs positifs** sont rangés dans l'ordre de leur distance à zéro.

**Un nombre relatif négatif** est inférieur à **un nombre relatif positif**.

**Deux nombres relatifs négatifs** sont rangés dans l'ordre inverse de leur distance à zéro.

**Exemple :** Compare les nombres :  $-9,9$  et  $-7,7$ .

- |                  |   |
|------------------|---|
| $-9,9$ et $-7,7$ | → On veut comparer deux nombres relatifs négatifs.                                    |
| $9,9 > 7,7$      | → On détermine les distances à zéro de $-9,9$ et de $-7,7$ puis on les compare.       |
| $-9,9 < -7,7$    | → On range les nombres $-9,9$ et $-7,7$ dans l'ordre inverse de leur distance à zéro. |

### Exercices « À toi de jouer »

**4** Compare les nombres suivants.

- |                  |                     |
|------------------|---------------------|
| a. $+5$ et $+9$  | d. $-5$ et $-9$     |
| b. $-3$ et $+8$  | e. $+5,1$ et $-5,3$ |
| c. $-6$ et $-12$ | f. $-6,2$ et $-6,4$ |

**5** Range les nombres dans l'ordre croissant.

- |  |
|--|
| a. $+12 ; 0 ; -7 ; -5 ; +5$              |
| b. $-24 ; -2,4 ; +2,4 ; 0 ; -4,2 ; -4$   |
| c. $-2,4 ; +2,3 ; -2,42 ; +2,33 ; -3,23$ |

## Méthode 3 : Additionner deux nombres relatifs

### À connaître

Pour **additionner deux nombres relatifs de même signe**, on additionne leurs distances à zéro et on garde le signe commun.

Pour **additionner deux nombres relatifs de signes contraires**, on soustrait leurs distances à zéro et on prend le signe de celui qui a la plus grande distance à zéro.

**Exemple 1 :** Effectue l'addition suivante :  $A = (-2) + (-3)$ .

- |                   |  |
|-------------------|--|
| $A = (-2) + (-3)$ | → On veut additionner deux nombres négatifs.                             |
| $A = -(2+3)$      | → On additionne les distances à zéro et on garde le signe commun : $-$ . |
| $A = -5$          | → On calcule.  |

**Exemple 2 :** Effectue l'addition suivante :  $B = (-5) + (+7)$ .

- |                   |  |
|-------------------|--|
| $B = (-5) + (+7)$ | → On veut additionner deux nombres de signes différents.   |
| $B = +(7-5)$      | → On soustrait leurs distances à zéro et on écrit le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro. |
| $B = +2$          | → On calcule.  |

### Exercice « À toi de jouer »

**6** Effectue les additions suivantes.

- |                     |                          |                           |
|---------------------|--------------------------|---------------------------|
| $C = (-11) + (-9)$  | $E = (+1) + (+3) + (-2)$ | $G = (+25,2) + (-15,3)$   |
| $D = (+12) + (-15)$ | $F = (-10,8) + (+2,5)$   | $H = (-21,15) + (+21,15)$ |

# Méthodes et notions essentielles

## Méthode 4 : Soustraire deux nombres relatifs

### À connaître

**Soustraire un nombre relatif** revient à additionner son opposé.

**Exemple :** Effectue la soustraction suivante :  $J = (-2) - (-3)$ .

- $J = (-2) - (-3)$  → On veut soustraire le nombre  $-3$ .
- $J = (-2) + (+3)$  → On additionne l'opposé de  $-3$ .
- $J = + (3 - 2)$  → On additionne deux nombres de signes différents donc on soustrait leurs distances à zéro et on écrit le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro.
- $J = +1$  → On calcule.

### Exercices « À toi de jouer »

**7** Transforme les soustractions en additions.

- a.  $(+5) - (-6)$
- b.  $(-3) - (+2)$
- c.  $(+4) - (+8)$
- d.  $(-7) - (-3,8)$
- e.  $(-2,3) - (+7)$
- f.  $(+6,1) - (-2)$

**8** Effectue les soustractions.

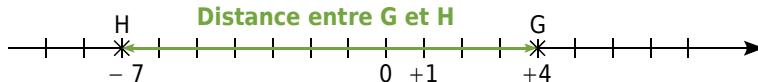
- a.  $(+3) - (-6)$
- b.  $(-3) - (-3)$
- c.  $(+7) - (+3)$
- d.  $(-5) - (+12)$
- e.  $(+2,1) - (+4)$
- f.  $(-7) - (+8,25)$

## Méthode 5 : Calculer la distance entre deux points

### À connaître

Pour **calculer la distance entre deux points** sur une droite graduée, on effectue la différence entre la plus grande abscisse et la plus petite abscisse.

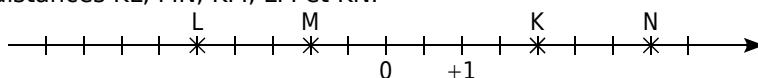
**Exemple :** Calcule la distance entre le point G d'abscisse  $+4$  et le point H d'abscisse  $-7$ .



- $+4 > -7$  → On compare les abscisses pour trouver la plus grande.
- $GH = (+4) - (-7)$  → Pour calculer la distance  $GH$ , on effectue la différence entre la plus grande abscisse et la plus petite.
- $GH = (+4) + (+7)$  → On transforme la soustraction en addition.
- $GH = + (4 + 7)$  → On additionne deux nombres de même signe donc on additionne leur distance à zéro et on garde le signe commun.
- $GH = +11$  → On calcule.

### Exercices « À toi de jouer »

**9** Lis les abscisses des points K, L, M et N sur la droite graduée ci-dessous puis calcule les distances  $KL$ ,  $MN$ ,  $KM$ ,  $LM$  et  $KN$ .



**10** Soient les points R, S et T d'abscisses respectives  $+4,5$  ;  $-2,3$  et  $-6,8$ . Calcule les distances  $RS$ ,  $ST$  et  $RT$ . Contrôle tes résultats en traçant un axe gradué.

# Exercices d'entraînement

## Connaître les nombres relatifs

**1** Donne des exemples de la vie courante pour lesquels on utilise :

- a. des nombres entiers relatifs ;
- b. d'autres nombres relatifs.

### **2** Types de nombres

Voici des nombres relatifs :

$$-7,8; +13; 0; -7,3; -0,07; -\frac{27}{5}; \\ +2\,005; 0,000\,1; 18,43; +1\,979.$$

a. Classe-les en deux catégories :

- les nombres négatifs ;
- les nombres positifs.

b. Que remarques-tu ?

### **3** L'opposé de l'opposé

a. Recopie et complète le tableau suivant.

Nombre	5,2		0	-27	
Opposé du nombre		-2,1			
Opposé de l'opposé du nombre					10

b. Que peux-tu dire de l'opposé de l'opposé d'un nombre relatif ?

### **4** Hauteurs et profondeurs

Sur ton cahier, reproduis l'axe gradué ci-contre sur lequel 1 cm correspond à 500 m puis place, le plus précisément possible, les hauteurs et profondeurs suivantes.

F : le Fort Vauban de Seyne-les-Alpes est situé à environ 1 200 mètres d'altitude ;

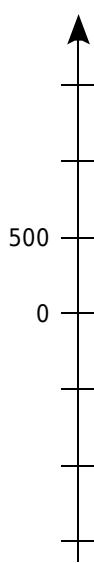
T : le Tibet est le plus haut plateau du monde avec une altitude moyenne de 4 500 m ;

M : la Mer Morte en Asie a une profondeur de 349 m ;

C : le cachalot peut plonger jusqu'à 700 m pour se nourrir ;

E : la tour Eiffel culmine à 324 m ;

S : le sous-marin Cyana peut plonger à 3 000 m de profondeur.



### **5** Écart à la moyenne

Voici les notes obtenues par huit filles de la classe de 5<sup>e</sup>A lors du dernier devoir de mathématiques :

$$17; 7; 10; 13,5; 10,5; 8,5; 13; 4,5.$$

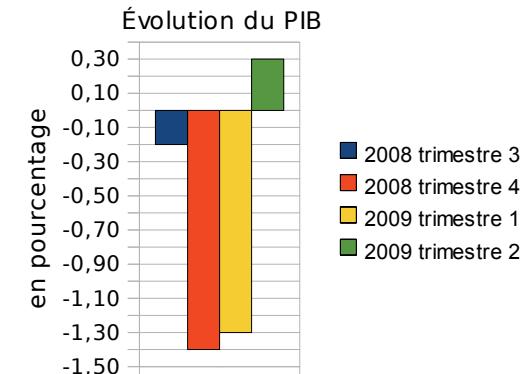
a. Pour indiquer « les écarts à la moyenne 10 », le professeur décide de noter +7 pour 17 et -3 pour 7. Indique de la même manière « les écarts à la moyenne 10 » des six autres notes.

Le professeur a noté « les écarts à la moyenne 10 » de huit garçons de la classe :

$$+3; -0,5; -2; +7; -2,5; -4; +0,5; 0.$$

b. Retrouve les notes de ces garçons.

### **6** Oh mon PIB !



a. Ce graphique illustre l'évolution du PIB de la France lors de quatre trimestres consécutifs en 2008 et 2009.

b. Que signifie « PIB » ?

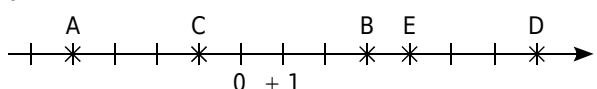
c. Pour chaque trimestre, illustre d'une phrase l'évolution du PIB.

## Utiliser les coordonnées sur un axe gradué

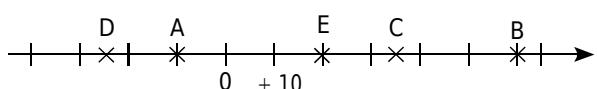
### **7** Lecture sur un axe gradué

Pour chaque cas, lis puis écris les abscisses des points A, B, C, D et E.

a.



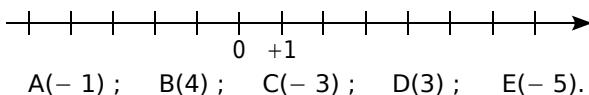
b.



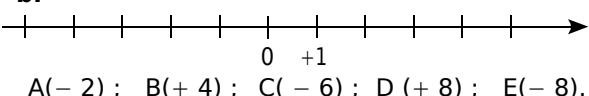
# Exercices d'entraînement

**8** Reproduis les dessins de chaque droite graduée et place les points A, B, C, D et E d'abscisses données.

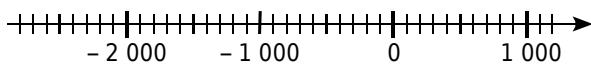
a.



b.



**9** Frise chronologique



Reproduis cette droite graduée pour que 5 cm correspondent à 1 000 ans et place les événements le plus précisément possible.

K : construction de la pyramide de Khéops, vers - 2 600 ;

J : naissance de Jules César, en - 100 ;

N : début du Nouvel Empire, vers - 1 550 ;

C : couronnement de Charlemagne, vers 800.

**10** Trace une droite graduée et choisis une unité convenable pour placer les points suivants : A(52) ; B(- 36) ; C(80) ; D(- 12).

**11** Coordonnées du milieu

a. Trace une droite graduée en prenant le centimètre comme unité.

b. Place sur cette droite les points suivants :

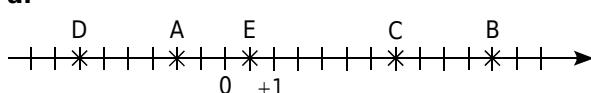
A(-5) ; B(+3) ; C(+2) ; D(-4) ; E(+5).

c. Place le milieu L du segment [AC]. Lis puis écris l'abscisse du point L.

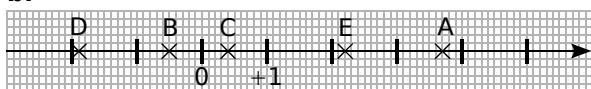
d. Place le point M tel que C soit le milieu du segment [EM]. Lis et écris l'abscisse du point M.

**12** Pour chaque cas, lis puis écris les abscisses des points A, B, C, D et E.

a.

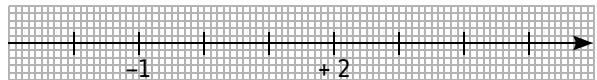


b.



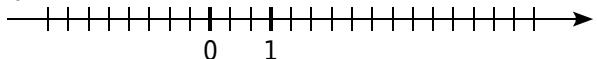
**13** Reproduis les dessins de chaque droite graduée et place les points A, B, C, D et E d'abscisses données.

a.



A(4) ; B(-0,5) ; C(0,8) ; D(3,4) ; E(-2,1).

b.



A( $\frac{1}{3}$ ) ; B( $\frac{7}{3}$ ) ; C( $-\frac{5}{3}$ ) ; D(-2) ; E( $\frac{14}{3}$ ).

**14** Points symétriques

a. En choisissant correctement l'unité de longueur, place sur une droite graduée d'origine O, les points R, S, T, U et V d'abscisses respectives :

- 0,1    0,65    - 0,9    0,9    - 0,3

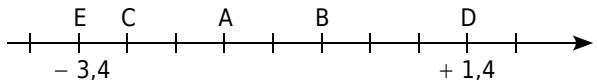
b. Place le point M ayant pour abscisse l'opposé de l'abscisse du point V.

c. Que peux-tu dire du point O pour le segment [VM] ?

d. Place le point N symétrique du point U par rapport au point S. Lis l'abscisse du point N.

e. Plus généralement, que peux-tu dire de deux points d'abscisses opposées ?

**15** Réponds par Vrai ou Faux à chacune des affirmations suivantes et justifie la réponse.



a. Il y a exactement quatre entiers relatifs compris entre les abscisses des points E et D.

b. Le point A a pour abscisse - 1,2.

c. L'abscisse de B est positive.

d. L'abscisse de C est - 2,8.

e. L'abscisse du milieu du segment [AB] est un nombre entier relatif positif.

f. Exactement deux points ont une abscisse positive.

g. L'origine de cet axe se situe entre les points B et D.

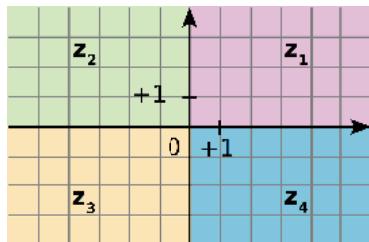
h. Le symétrique du point E par rapport au point d'abscisse - 1 est le point D.

# Exercices d'entraînement

## Utiliser les coordonnées dans un repère

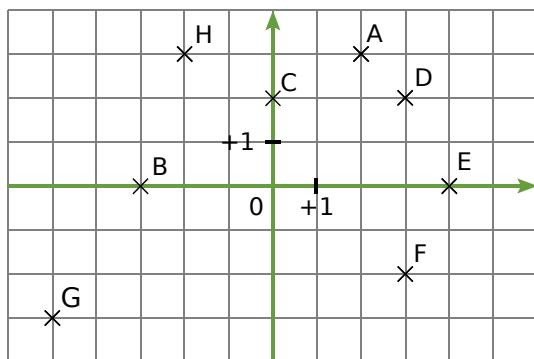
### 16 Signes des coordonnées

Les axes de coordonnées d'un repère partagent le plan en quatre zones, notées  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $z_3$  et  $z_4$ .



Pour chacune des zones, donne le signe de chacune des coordonnées (abscisse et ordonnée) d'un point de cette zone.

### 17 Lis puis écris les coordonnées des points A, B, C, D, E, F, G et H ci-dessous.



### 18 Construction d'un repère

Trace un repère d'unité 1 cm pour chaque axe puis place les points suivants.

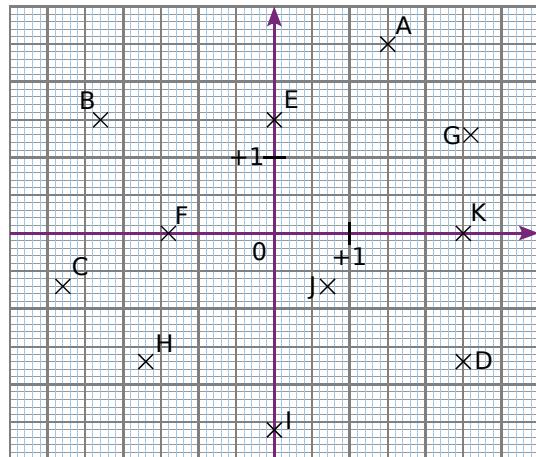
$P(+2 ; +5)$	$T(-5 ; -2)$	$W(-3 ; -5)$
$R(+2 ; -6)$	$U(0 ; -4)$	$X(+2 ; +6)$
$S(-7 ; +4)$	$V(+6 ; 0)$	$Z(+1 ; -5)$



On doit l'invention des coordonnées à René Descartes (1596- 1650), philosophe et mathématicien. De son nom est tiré l'adjectif « cartésien » qui s'applique par exemple à certains types de repères.

Source : Wikipédia

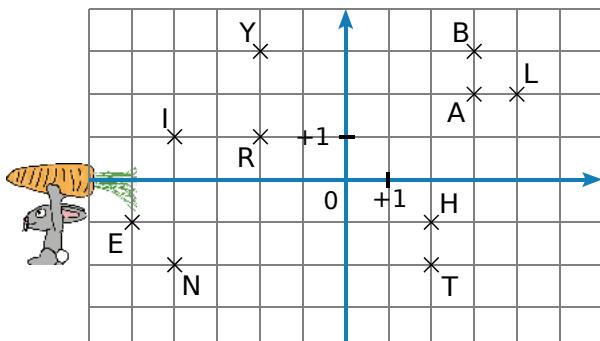
### 19 Lis puis écris les coordonnées des points A à K ci-dessous.



### 20 Sur une feuille de papier millimétré, trace un repère d'unité 1 cm pour chaque axe puis place les points suivants.

- |                  |                  |
|------------------|------------------|
| A(+ 1,3 ; - 2,4) | F(+ 4,7 ; 0)     |
| B(- 0,7 ; - 1,5) | G(- 4,6 ; - 3,3) |
| C(2,3 ; 1,1)     | H(+ 4,2 ; - 5,8) |
| D(- 3,5 ; + 4,9) | K(0 ; - 2,6)     |
| E(- 2,8 ; 0,3)   | L(- 2,7 ; - 1,4) |

### 21 Lapin et carotte



Sur la grille ci-dessus, Monsieur Lapin aimera dessiner l'itinéraire le conduisant à la carotte.

Pour ce faire, il doit :

- partir du point L ;
  - passer par tous les points de la figure une et une seule fois de telle sorte que deux points consécutifs aient une des deux coordonnées communes (abscisse ou ordonnée).
- Reproduis la figure et dessine le parcours.
  - En écrivant dans l'ordre de passage chacune des lettres rencontrées, quel mot trouves-tu ?

# Exercices d'entraînement

## 22 Mon beau ...

a. Sur une feuille de papier millimétré, trace un repère d'unité 10 cm pour chaque axe puis place les points suivants.

- |                  |                    |
|------------------|--------------------|
| A(0 ; 0,4)       | F(- 0,45 ; 0)      |
| B(- 0,25 ; 0,28) | G(- 0,05 ; 0)      |
| C(- 0,16 ; 0,28) | H(- 0,05 ; - 0,18) |
| D(- 0,37 ; 0,16) | K(0 ; - 0,18)      |
| E(- 0,25 ; 0,16) |                    |

b. Place les points L, M, N, P, Q, R, S, T et U symétriques respectifs des points K, H, G, F, E, D, C, B et A par rapport à l'axe des ordonnées.

c. Relie les points dans l'ordre alphabétique. Si tes tracés sont justes, tu devrais reconnaître un arbre célèbre. Quel est le nom de cet arbre ?

## Ranger des nombres relatifs

23 Poursuis les séries de nombres suivantes.

- a. - 36 ; - 35 ; - 34 ; ... ; ... ; ...  
 b. 8 ; 6 ; 4 ; ... ; ... ; ...  
 c. - 50 ; - 40 ; - 30 ; ... ; ... ; ...

24 Pour chaque nombre, recopie puis complète par l'entier relatif qui suit ou qui précède.

- |               |               |
|---------------|---------------|
| a. ... < - 4  | d. ... > - 15 |
| b. - 3 < ...  | e. ... > 3    |
| c. - 12 > ... | f. 0 > ...    |

25 Compare les nombres suivants.

- |               |                   |
|---------------|-------------------|
| a. - 1 et + 3 | f. + 3 et - 4     |
| b. + 4 et + 6 | g. + 4 et - 14    |
| c. - 6 et - 2 | h. - 12 et - 18   |
| d. - 2 et - 4 | i. - 4 et 0       |
| e. - 0 et + 8 | j. - 212 et + 212 |

26 Range dans l'ordre croissant les nombres suivants.

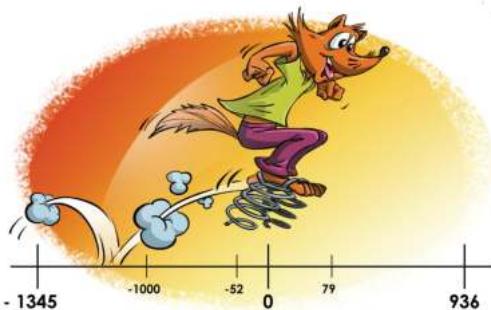
- a. + 12 ; - 2 ; + 1 ; + 13 ; - 31 ; - 11 ; - 5.  
 b. + 3 005 ; - 3 500 ; + 2 000 ; + 2 002 ; - 2 002 ; - 3 050 ; + 5 300.  
 c. - 20,1 ; + 2,01 ; + 2,21 ; - 2,1 ; - 22,1 ; + 2,1.

## 27 Histoire

a. Recherche les dates des événements suivants :

- la naissance de Louis XIV ;
- la mort de Toutankhamon ;
- l'éruption du Vésuve qui ensevelit Pompéi sous les cendres ;
- la défaite d'Alésia ;
- la mort de Léonard de Vinci ;
- la naissance de Jules César ;
- le début de la guerre de 100 ans ;
- la naissance de Jules Ferry ;
- ta date de naissance.

b. Classe ces dates par ordre chronologique.



28 Poursuis les séries de nombres suivantes.

- a. - 0,6 ; - 0,5 ; - 0,4 ; ... ; ... ; ...  
 b. 3,5 ; 2,5 ; 1,5 ; ... ; ... ; ...  
 c. - 9,7 ; - 9,8 ; - 9,9 ; ... ; ... ; ...

29 Pour chaque nombre, recopie puis complète par l'entier relatif qui suit ou qui précède.

- |                |                  |
|----------------|------------------|
| a. ... < - 2,3 | e. ... > + 3,2   |
| b. - 0,1 < ... | f. + 5,71 > ...  |
| c. ... < - 3,5 | g. ... > - 17,71 |
| d. ... < + 125 | h. - 114,5 > ... |

30 Compare les nombres suivants.

- |                          |                    |
|--------------------------|--------------------|
| a. - 2,4 et - 2,3        | c. 0 et + 3,9      |
| b. + 3,6 et - 6,3        | d. - 5,6 et - 5,60 |
| e. + 32,57 et + 32,507   |                    |
| f. - 125,64 et - 125,064 |                    |
| g. - 23,7 et + 23,69     |                    |

# Exercices d'entraînement

## 31 Nombres relatifs et droite graduée

- a. Trace une droite graduée en centimètres.
- b. Sur cette droite graduée, place les points suivants :  
 A (+ 3) ; B (- 1) ; C (- 3,5) ; D (+ 5,5) ; E (- 5,3).
- c. En observant la droite graduée, range par ordre croissant les nombres suivants :  
 + 3 ; - 1 ; - 3,5 ; + 5,5 et - 5,3.

## 32 En pleine décroissance

Range dans l'ordre décroissant les nombres.

- a. + 3,5 ; - 20,39 ; - 12,03 ; + 5,6 ; - 123,45.
- b. - 7,001 ; - 7,1 ; - 7,71 ; - 7,01 ; - 7,2 ; - 7,7.
- c. - 100,3 ; - 99,3 ; - 100,03 ; - 99,13 ; - 9,3.

## 33 Nombre sandwich

Recopie puis complète en intercalant un nombre entre les deux nombres proposés.

- a.  $-2 > \dots > -4$
- b.  $+5 < \dots < +6$
- c.  $-14,2 > \dots > -14,5$
- d.  $+0,1 > \dots > -0,2$
- e.  $+14,35 \dots \dots \dots +14,36$
- f.  $-1,44 \dots \dots \dots +0,71$
- g.  $-17,34 \dots \dots \dots -17,304$
- h.  $-132,24 \dots \dots \dots -132,247$

## 34 La chasse aux entiers

Écris tous les entiers relatifs compris entre - 7,04 et 1,03.

## 35 Petite énigme

$n$  est un nombre entier relatif tel que :

$-5,8 < n < 12$  et  $-18 < n < -4,9$ .

Qui est  $n$  ?

## 36 Encadrement

Intercalle les nombres suivants entre deux entiers relatifs consécutifs.

- |            |                   |
|------------|-------------------|
| a. 5,09    | c. $-0,008$       |
| b. - 12,97 | d. $-\frac{5}{4}$ |

- 37 Voici quelques températures relevées dans plusieurs villes de France.

	Matin	Midi	Soir
Lille	- 4	+ 1	- 1
Bordeaux	+ 2	+ 4	+ 3
Toulouse	+ 5	+ 9	+ 6
Nancy	- 10	- 6	- 7
Paris	- 2	0	- 3
Caen	0	+ 2	- 2
Poitiers	+ 4	+ 7	+ 2

- a. Range ces villes dans l'ordre croissant de leur température du matin.
- b. Range ces villes dans l'ordre décroissant de leur température du soir.
- c. Calcule la température moyenne de la journée pour Bordeaux, Toulouse et Poitiers.
- d. Range ces villes dans l'ordre croissant de leur température moyenne journalière.

## Additionner, soustraire

- 38 Relie chaque calcul à son résultat.

(- 12) + (- 4)	•
(+ 12) + (- 4)	•
(- 12) + (- 8)	•
(- 8) + (+ 12)	•
(+ 8) + (+ 4)	•

•	+ 4
•	- 20
•	- 16
•	+ 12
•	+ 8

- 39 Effectue les additions suivantes.

- |                   |                    |
|-------------------|--------------------|
| a. $(+2) + (+7)$  | e. $(-20) + (-12)$ |
| b. $(-4) + (+5)$  | f. $(+40) + (-60)$ |
| c. $(-8) + (-14)$ | g. $(-36) + (+18)$ |
| d. $(+9) + (-9)$  | h. $(-25) + (+0)$  |

- 40 Relie les expressions égales.

(- 8) + (- 16)	•
(+ 24) + (- 4)	•
(- 14) + (- 3)	•
(- 7) + (+ 7)	•
(+ 14) + (+ 8)	•

•	$(-11) + (+33)$
•	$(+30) + (-47)$
•	$(+19) + (+1)$
•	$(-11) + (-13)$
•	$(+63) + (-63)$

# Exercices d'entraînement

**41** Complète les égalités suivantes.

a.  $(+ 2) + (\dots) = (+ 7)$

b.  $(\dots) + (+ 15) = 11$

c.  $(- 5) + (\dots) = (- 7)$

d.  $(+ 8) + (\dots) = (+ 2)$

e.  $(\dots) + (+ 1) = 0$

f.  $(\dots) + (- 15) = 11$

g.  $(+ 3) + (\dots) = (- 9)$

h.  $(\dots) + (- 3) = - 6$

**42** Effectue les additions suivantes de gauche à droite.

a.  $(+ 12) + (- 3) + (- 8)$

b.  $(- 9) + (- 14) + (+ 25) + (- 3)$

c.  $(+ 3) + (- 7) + (- 8) + (+ 2)$

**43** Effectue les additions suivantes.

a.  $(- 2,3) + (- 4,7)$

b.  $(+ 6,8) + (- 9,9)$

c.  $(- 3,5) + (+ 1,8)$

d.  $(- 2,51) + (- 0,4)$

e.  $(- 7,8) + (- 2,1)$

f.  $(+ 13,4) + (- 20,7)$

g.  $(- 10,8) + (+ 11,2)$

h.  $(+ 17) + (+ 5,47)$

**44** Effectue les additions suivantes de gauche à droite.

a.  $(- 2,3) + (- 12,7) + (+ 24,7) + (- 1,01)$

b.  $(+ 7,8) + (+ 2,35) + (- 9,55) + (+ 4)$

**45** Recopie puis complète afin de transformer les soustractions suivantes en additions.

a.  $(+ 2) - (+ 7) = (+ 2) + (\dots)$

b.  $(- 4) - (+ 5) = (- 4) + (\dots)$

c.  $(- 8) - (- 14) = (\dots) + (\dots)$

d.  $(+ 9) - (- 9) = (\dots) + (\dots)$

**46** Transforme les soustractions suivantes en additions puis effectue-les.

a.  $(+ 4) - (+ 15)$

b.  $(- 12) - (+ 5)$

c.  $(- 10) - (- 7)$

d.  $(+ 14) - (- 4)$

e.  $(+ 6) - (+ 6)$

f.  $(- 20) - (+ 7)$

**47** Effectue les soustractions suivantes.

a.  $(- 2,6) - (+ 7,8)$

b.  $(+ 6,4) - (+ 23,4)$

c.  $(+ 4,5) - (- 12,8)$

d.  $(- 2,7) - (- 9,9)$

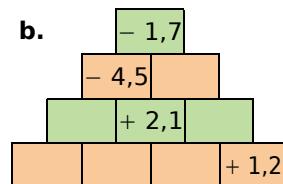
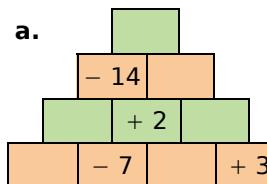
e.  $(- 12,8) - (+ 9,5)$

f.  $(+ 6,7) - (+ 2,4)$

g.  $(+ 8,1) - (- 13,6)$

h.  $(- 12,7) - (- 9,8)$

**48** Recopie puis complète les pyramides suivantes sachant que le nombre contenu dans une case est la somme des nombres contenus dans les deux cases situées en dessous de lui.



**49** Pour chaque expression, transforme les soustractions en additions puis effectue les calculs de gauche à droite.

a.  $(+ 4) - (- 2) + (- 8) - (+ 7)$

b.  $(- 27) - (- 35) - (- 20) + (+ 17)$

c.  $(+ 3,1) + (- 3,5) - (+ 7,8) - (+ 1,6)$

d.  $(- 16,1) - (+ 4,25) + (+ 7,85) - (+ 1,66)$

**50** Jean et Saïd vont à la fête foraine. Ils misent la même somme d'argent au départ. Jean perd 2,3 € puis gagne 7,1 €. Saïd gagne 6 € puis perd 1,3 €. Lequel des deux amis a remporté le plus d'argent à la fin du jeu ?

**51** Le professeur Sésamatheux donne à ses élèves un questionnaire à choix multiples (Q.C.M) comportant huit questions. Il note de la façon suivante :

- Réponse fausse (F) : – 3 points
- Sans réponse (S) : – 1 point
- Réponse bonne (B) : + 4 points

a. Calcule la note de Wenda dont les résultats aux questions sont : F ; B ; S ; F ; B ; B ; S.

b. Quelle est la note la plus basse qu'un élève peut obtenir ? Et la plus haute ?

c. Quels sont les résultats possibles pour Émeline qui a obtenu une note + 4 ?



# Exercices d'entraînement

## Calculer des sommes algébriques

**52** Calcule les sommes en regroupant les nombres positifs puis les nombres négatifs.

$$A = (+17) + (-5) + (+4) + (+5) + (-3)$$

$$B = (-12) + (-4) + (+7) + (+8) + (-6)$$

$$C = (-3) + (+5,4) + (-4,8) + (+6,6) + (-1)$$

$$D = (+1,2) + (+4,2) + (+7,1) + (-6,7)$$

**53** Pour chaque expression, transforme les soustractions en additions puis calcule les sommes en regroupant les nombres positifs puis les nombres négatifs.

$$E = (+12) - (-6) + (-2) + (+7) - (+8)$$

$$F = (-20) - (+14) + (+40) + (-12) - (-10)$$

$$G = (-7,1) - (-3,2) - (+1,5) + (+8,4)$$

$$H = (+1) - (-6,8) + (-10,4) + (+7,7) - (+2)$$

**54** Calcule astucieusement les expressions.

a.  $(+14) + (-45) + (-14) + (+15)$

b.  $(-1,4) + (-1,2) + (+1,6) - (+1,6)$

c.  $(+1,35) + (-2,7) - (-0,65) + (-1,3)$

d.  $(-5,7) - (-0,7) + (+1,3) - (-1) - (+1,3)$

**55** Relie chaque expression à son écriture équivalente.

$(-8) + (-16)$	•
$(+8) + (-16)$	•
$(-8) - (-16)$	•
$(-8) - (+16)$	•
$(+8) + (+16)$	•

•	$8 - 16$
•	$8 + 16$
•	$-8 + 16$
•	$-8 - 16$

**56** Recopie et complète le tableau.

Écriture avec parenthèses	Écriture équivalente
a. $(-9) - (+13) + (-15)$	
b. $(-10) + (+7) - (-3) - (-3)$	
c. $(+5) - (-2) + (+3) - (+2)$	
d.	$-6 - 8 + 5 - 3$
e.	$15 - 13 - 8 - 7$
f.	$-3 - 5 - 9 + 1$

**57** Donne une écriture simplifiée de chaque expression en supprimant les parenthèses et les signes qui ne sont pas nécessaires.

a.  $(-5) + (-3)$

b.  $(-4) - (+6)$

c.  $(+9) - (-3)$

d.  $(+4) + (+7)$

e.  $(-0,5) - (+4,5)$

f.  $(+1,7) - (-3,4)$

g.  $(-2,6) + (-4)$

h.  $(+17) - (-5) + (+4) - (+5) - (-3)$

i.  $(-15) + (+3,5) - (-7,9) + (-13,6)$



**58** Effectue les calculs suivants.

a.  $5 - 14$

e.  $53 - 18$

b.  $8 - 13$

f.  $-28 - 12$

c.  $-6 - 6$

g.  $-17 + 17$

d.  $-13 + 9$

h.  $0 - 89$

**59** Effectue les calculs suivants.

a.  $0,5 - 1,5$

e.  $-5,3 - 0,7$

b.  $1,8 - 1,3$

f.  $-2,8 - 4$

c.  $-0,6 + 0,6$

g.  $-5,7 + 4,4$

d.  $-1,3 + 2$

h.  $3,2 - 8,9$

**60** Calcule de gauche à droite.

A =  $24 - 36 + 18$

D =  $18 - 8 + 4 - 14$

B =  $-13 - 28 + 35$

E =  $-23 + 44 - 21$

C =  $-8 - 4 + 12$

F =  $14 - 23 + 56 - 33$

**61** Calcule de gauche à droite.

G =  $1,3 + 0,12 + 39$

I =  $-1,3 + 4,4 - 21$

H =  $-3,8 - 0,4 + 4,2$

J =  $-0,8 - 4,4 - 0,1$

**62** Calcule en regroupant les termes de même signe.

A =  $5 + 13 - 4 + 3 - 6$

B =  $-7 + 5 - 4 - 8 + 13$

C =  $-8 + 5 - 4 + 3 + 4$

# Exercices d'entraînement

**63** Calcule en regroupant les termes de même signe.

$$D = 3,5 - 4,2 + 6,5 - 3,5 + 5$$

$$E = 25,2 + 12 - 4,8 + 24 - 3,4$$

**64** Regroupe les termes astucieusement puis calcule.

$$F = 13 + 15 + 7 - 15$$

$$G = -8 + 4 + 18 - 2 + 12 + 6$$

$$H = 4,3 - 7,4 + 4 - 2,25 + 6,7 + 3,4 - 2,75$$

$$I = -2,5 + 4,8 - 3,6 + 0,2 + 2,5$$

**65** Calcule les expressions suivantes.

$$R = (-3 + 9) - (4 - 11) - (-5 - 6)$$

$$S = -3 + 12 - (13 - 8) - (3 + 8)$$

$$T = -3 - [4 - (3 - 9)]$$

**66** Recopie et complète le tableau suivant.

$a$	$b$	$c$	$a + b - c$	$a - (b + c)$
10	-3	8		
-6	-5	2		
3	-8	-2		
7	-2	-5		

**67** « Relevé de comptes »

	Débit	Crédit
Solde de début de mois		125
Salaire		1 350
Loyer	650	
Chèque	35	
Remboursement		75
Courses	430	

a. Écris une somme algébrique qui donnera le solde de fin de mois.

b. Calcule ce nouveau solde.

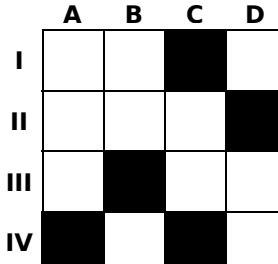
**68** Égalité ?

a. Pour  $x = -2$  calcule  $(-x)$ .

b. A-t-on  $x + 3 = -x - 5$  pour :

$$\bullet x = 0 ? \quad | \quad \bullet x = 4 ? \quad | \quad \bullet x = -4 ?$$

**69** Nombres croisés



**Horizontalement**

I : Opposé de 8 ◆ Positif et négatif à la fois.

II :  $-13 + 215 - 7 - 6$ .

III : Opposé de  $-5$  ◆  $-(-6 - 6)$ .

IV :  $-0,5 + 1,5$  ◆ Opposé de l'opposé de 6.

**Verticalement**

A : Entier relatif compris entre  $-15,6$  et  $-14,9$ .

B :  $(-3 + 7) - (4 - 88)$  ◆  $(-4) - (-5)$ .

C :  $52 + 34 - (35 - 41) - (8 - 7)$ .

D :  $(-3) - (-3)$  ◆ 2 dizaines et 6 unités.

**70** Programme de calcul

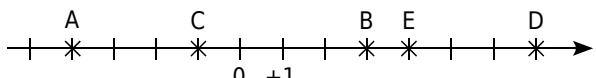
- Choisis un nombre ;
- Retranche-lui 5 ;
- Si le résultat est inférieur à  $-3$ , ajoute-lui 12 sinon ajoute-lui 9.

a. Applique ce programme à 6 puis à  $-3$ .

b. On obtient 15 comme résultat. Quel est le nombre choisi au départ ?

## Calculer des distances sur une droite

**71** Distance et axe gradué



a. Observe l'axe gradué ci-dessus puis recopie et complète les calculs suivants :

$$AB = x_B - x_A$$

$$AB = (\dots) - (\dots)$$

$$AB = \dots \text{ unités}$$

$$EC = x\dots - x\dots$$

$$EC = (\dots) - (\dots)$$

$$EC = \dots \text{ unités}$$

b. En prenant exemple sur la question a., calcule les distances ED, EB et AC.

c. Vérifie tes résultats à l'aide de l'axe gradué.

# Exercices d'entraînement

## 72 Axe gradué en centimètres

- Sur un axe gradué en centimètres, place les points A(+ 2,5), B(– 4) et C(– 2,5).
- Calcule les distances AC et BC.
- Place un point D à 4 cm de A. Combien y a-t-il de possibilité(s) ? Donne son (ou ses) abscisse(s) possible(s).

**73** Pour chaque cas, trace un axe gradué en choisissant avec soin l'unité puis calcule les longueurs demandées en écrivant l'opération adéquate.

- A(– 10), B(5) et C(– 4). Calcule AB, AC et BC.
- D(0,8), E(– 1,2) et F(1,9). Calcule DE et EF.
- G(– 2 500), H(– 3 000) et K(– 2 800). Calcule GH et HK.

**74** Pour chaque cas, calcule la distance entre les deux points donnés.

- A et B d'abscisses respectives 8 et 14.
- C et D d'abscisses respectives – 3 et 7.
- E et F d'abscisses respectives – 5,4 et – 12,6.
- G et H d'abscisses respectives – 8,7 et – 2,3.
- K et L d'abscisses respectives – 2,15 et 2,3.

## 75 Distances et milieux

Sur un axe gradué, on donne les points A(+ 37), B(– 67), C(– 15), D(+ 3) et E(+ 44).

- Calcule les distances AB, AC, AD, AE, BD, DE et BC.
- Quel est le milieu du segment [AB] ? Justifie ta réponse par un calcul.
- A est-il le milieu de [DE] ? Pourquoi ?

## 76 Calculs de durées

- Cicéron est né en l'an – 23 et est mort en l'an 38. Combien de temps a-t-il vécu ?
- Antoine est né en l'an – 35 et est mort à l'âge de 57 ans. En quelle année est-il mort ?
- L'Empire de Césarius a été créé en – 330 et s'est terminé en 213. Combien de temps a-t-il duré ?
- Antonionus est mort en l'an – 158 à l'âge de 63 ans. En quelle année est-il né ?

## 77 Températures de fusion et d'ébullition

	Fusion (°C)	Ébullition (°C)
Hydrogène	– 259	– 253
Fluor	– 220	– 188
Mercure	– 39	357
Brome	– 7	59
Éther	– 116,2	34,5

**a.** Pour chaque composé chimique, calcule l'écart entre les températures d'ébullition et de fusion.

**b.** Range ces composés chimiques dans l'ordre croissant de leur écart entre les températures d'ébullition et de fusion.

## 78 Températures de la semaine

Jour	Maximum	Minimum
Lundi	– 7	– 11
Mardi	– 3	– 8
Mercredi	3	– 8
Jeudi	5	– 8
Vendredi	0	– 10
Samedi	7	– 7
Dimanche	3	– 9

**a.** Pour chaque jour de la semaine, calcule l'écart de température.

**b.** Range les jours de la semaine dans l'ordre décroissant de leur écart de température.



**79** Quelle était la température à Lille sachant que :

- l'écart avec Nancy était le même que celui avec Paris ;
- la température de Paris était la moitié de celle de Nîmes où il faisait 8°C ;
- la température de Nancy était l'opposée de celle de Nîmes ?

# Exercices d'approfondissement

## 80 Températures

Pour mesurer la température, il existe plusieurs unités. Celle que nous utilisons en France est le degré Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ). Cette unité est faite de façon à ce que la température à laquelle l'eau se transforme en glace soit  $0^{\circ}\text{C}$  et celle à laquelle l'eau se transforme en vapeur soit  $100^{\circ}\text{C}$ . Dans cette échelle, il existe des températures négatives.

Il existe une autre unité, le Kelvin (K), dans laquelle les températures négatives n'existent pas. Pour passer de l'une à l'autre, on utilise la formule :

$$T_{\text{Kelvin}} = T_{\text{degrés Celsius}} + 273,15$$

Ainsi,  $10^{\circ}\text{C}$  correspondent à 283,15 K.

a. Convertis en Kelvin les températures suivantes :  $24^{\circ}\text{C}$  ;  $-3^{\circ}\text{C}$  et  $-22,7^{\circ}\text{C}$ .

b. Convertis en degré Celsius les températures suivantes : 127,7 K ; 276,83 K ; 204 K et 500 K.

c. Quelle est en Kelvin la plus petite température possible ?

À quelle température en degré Celsius correspond-elle ?

Cette température est appelée le zéro absolu.

## 81 Avec des lettres

Soient  $A = 2 + s + t$  ;  $B = -2 + s + t$  ;

$C = 2 - s - t$  ;  $D = -2 - s - t$ .

a. Calcule les valeurs numériques de A, B, C et D dans le cas où  $s = 4,1$  et  $t = 3$ .

b. Calcule, dans ce cas,  $A + D$  et  $B + C$ .

c. Calcule les valeurs numériques de A, B, C et D dans le cas où  $s = -5$  et  $t = -8$ .

d. Calcule, dans ce cas,  $A + D$  et  $B + C$ .

e. Que remarques-tu ?

**82** Recopie et remplace les  $\diamond$  par le signe  $-$  ou  $+$  de sorte que les égalités soient vraies.

a.  $\diamond 7 \diamond 3 = -4$

b.  $\diamond 13 \diamond 8 = -21$

c.  $\diamond 3,7 \diamond 8,4 = 4,7$

d.  $\diamond 45 \diamond 72 = -27$

e.  $\diamond 2 \diamond 7 \diamond 13 = -8$

f.  $\diamond 1,5 \diamond 2,3 \diamond 4,9 = -5,7$

g.  $\diamond 8 \diamond 5 \diamond 12 \diamond 2 = 13$

h.  $\diamond 7 \diamond 14 \diamond 18 \diamond 3 = -22$

**83** Recopie et complète ce carré magique sachant qu'il contient tous les entiers de  $-12$  à  $12$  et que les sommes des nombres de chaque ligne, de chaque colonne et de chaque diagonale sont toutes nulles.

		0	8	
			$-11$	2
$-9$	$-1$	12		3
$-3$		$-12$		9
$-2$	11	$-6$	7	

## 84 Coordonnées mystères

a. Construis un repère et places-y les points A, B, C, D, E et F sachant que :

- les valeurs des coordonnées des six points sont :  $0 ; 0 ; 3 ; 4 ; -2 ; 2 ; -4 ; 1 ; -1 ; 3 ; -1$  et  $-2$  ;
- les ordonnées des six points sont toutes différentes et si on range les points dans l'ordre décroissant de leurs ordonnées, on obtient : E, B, F, C, A et D ;
- les abscisses de tous les points sauf D sont différentes et si on range les points dans l'ordre croissant de leurs abscisses, on obtient : F, B, A, E et C ;
- le point E est sur l'axe des ordonnées ;
- l'ordonnée de E est l'opposée de l'abscisse de F ;
- le point C est sur l'axe des abscisses à une distance de 3 de l'origine ;
- les deux coordonnées du point B sont opposées.

b. Que dire de la droite (CD) ? Justifie ta réponse.

## 85 Milieu

a. Dans un repère, place les points suivants : P( $-2 ; 5$ ) ; Q( $4 ; -3$ ) ; R( $-4 ; 5$ )

b. Construis le milieu I de [PQ] et le milieu J de [QR]. Quelles sont les coordonnées de I et J ?

c. Essaie de deviner la formule qui donne les coordonnées du milieu d'un segment quand on connaît les coordonnées des extrémités. Teste ta formule sur le milieu K de [PR].

## 1 Morphing

Le morphing ou morphage est un des effets spéciaux applicables à un dessin. Il consiste à fabriquer une animation qui transforme de la façon la plus naturelle et la plus fluide possible un dessin initial vers un dessin final.

### 1<sup>re</sup> Partie : Construction d'une image

a. Construisez un repère (chaque élève du groupe le fait sur son cahier).

Placez les points suivants dans le repère :

A(0 ; 1)	E(- 3 ; - 1)	I(3 ; - 1)
B(- 4 ; 1)	F(- 2 ; - 3)	J(3 ; 3)
C(0 ; 5)	G(3 ; - 3)	K(1 ; 2)
D(0 ; - 1)	H(4 ; - 1)	L(3 ; 1)

Reliez à la règle les points dans l'ordre alphabétique de A jusqu'à L puis tracez le segment [DI].

b. Cette figure tient dans un carré. Construisez ce carré en rouge.

### 2<sup>e</sup> Partie : Transformation

Pour cette partie, le travail peut être réparti entre les différents membres du groupe. Voici plusieurs transformations subies par les coordonnées des points :

- On échange son abscisse et son ordonnée. On obtient A<sub>1</sub>, B<sub>1</sub> ...
- On double son abscisse. On obtient A<sub>2</sub>, B<sub>2</sub> ...
- On double son ordonnée. On obtient A<sub>3</sub>, B<sub>3</sub> ...
- On double son abscisse et son ordonnée. On obtient A<sub>4</sub>, B<sub>4</sub> ...
- On ajoute 4 à son abscisse et - 3 à son ordonnée. On obtient A<sub>5</sub>, B<sub>5</sub> ...

c. Pour chacune de ces transformations, indiquez les nouvelles coordonnées de chaque point puis construisez la figure dans un nouveau repère. Enfin, écrivez une phrase pour indiquer ce qu'est devenu le carré rouge.

### 3<sup>e</sup> Partie : Chacun sa figure

d. Construisez la figure de votre choix dans un repère (15 points au maximum). Faites bien attention que tous les points aient des coordonnées entières. À partir du dessin, remplissez un tableau de points comme à la question a..

e. Donnez ce tableau à un autre groupe pour qu'il réalise la figure puis une transformation de votre choix parmi celles de la **2<sup>e</sup> Partie**.

## 2 Création d'un jeu de dominos

Vous allez créer en groupe un jeu de dominos utilisant des nombres relatifs.

a. Chaque membre du groupe choisit un nombre relatif (il faut deux nombres opposés, deux nombres positifs et deux nombres négatifs) puis l'écrit dans la première ligne d'un tableau semblable à celui-ci (cases A1 à F1) :

	A	B	C	D	E	F
1	- 5	3				
2	(10) + (- 15)	(7) + (- 4)				
3	(0,2) + (- 5,2)	(- 3,7) + (6,7)				
4	7 - 12	18 - 13				
5	8,4 - 13,4	20,6 - 17,6				
6	35 - 52 + 12	16 + 4 - 17				
7	8,5 + 1,6 - 15,1	7,2 - 5 + 0,8				

b. En suivant les exemples donnés, chaque membre du groupe complète la colonne de son nombre pour que le nombre choisi soit le résultat des opérations suivantes :

- ligne 2 : une addition de nombres entiers relatifs ;
- ligne 3 : une addition de nombres décimaux relatifs ;
- ligne 4 : une soustraction de nombres entiers relatifs ;
- ligne 5 : une soustraction de nombres décimaux relatifs ;
- ligne 6 : une somme algébrique ;
- ligne 7 : une somme algébrique comportant au moins une soustraction.

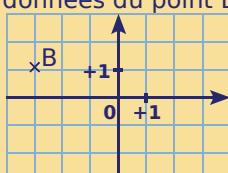
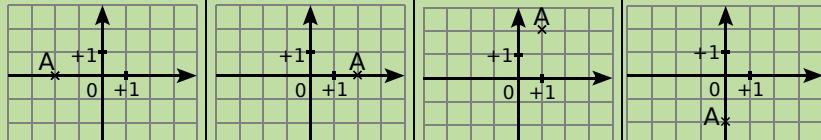
c. Le groupe crée le jeu de dominos en respectant le plan suivant (à chaque fois, il faut remplacer le nom de la case par son contenu).

A1	A2	A3	B1	A4	C2
A5	D3	A6	E4	A7	F5
B2	B3	B4	C1	B5	D2
B6	E3	B7	F4	C3	C4
C5	D1	C6	E2	C7	F3
D4	D5	D6	E1	D7	F2
E5	E6	E7	F1	F6	F7

Découpez les dominos et passez votre jeu à un autre groupe. Il ne vous reste plus qu'à jouer en accolant deux cases de même valeur.



## Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	Quel est l'opposé de $(- 4)$ ?	$\frac{1}{4}$	4	$+ 4$	0,4
2	Dans le repère ci-dessous, quelles sont les coordonnées du point B ? 	$(- 3 ; 1)$	$(1 ; - 3)$	$(3 ; - 1)$	$(- 3 ; - 1)$
3	Le point A a pour coordonnées $(0 ; - 2)$ . Dans quel repère est-il bien situé ? 	A	B	C	D
4	Quelle(s) est (sont) l' (les) inégalité(s) vraie(s) ?	$- 5 < 0$	$- 7 > - 3$	$- 98 < 0,01$	$- 7,1 < - 7,09$
5	Quel(s) nombre(s) peut (peuvent) remplacer * dans l'inégalité $- 5 < * < - 1$ ?	- 5,5	- 0,9	- 1,3	- 4,9
6	Parmi les expressions suivantes, quelle(s) est (sont) celle(s) qui est (sont) égale(s) à $- 2$ ?	$(- 4) + (+ 2)$	$(- 2) + (+ 4)$	$(- 1) + (- 1)$	$(- 1) + (+ 1)$
7	$(- 4,8) - (- 0,8) = \dots$	- 5,6	- 4	+ 4	+ 5,6
8	$3 - 5,5$ est la forme simplifiée de ...	$(+ 3) + (- 5,5)$	$(+ 3) - (- 5,5)$	$(+ 3) - (+ 5,5)$	$(- 3) + (- 5,5)$
9	$- 5 - 3 + 1 = \dots$	- 7	- 9	9	- 1
10	Albert est né en $- 102$ et il est mort en $- 55$ . À quel âge est-il mort ?	55 ans	47 ans	57 ans	102 ans



### À prendre ou à laisser !

En 2050, un libraire achète un exemplaire de la première édition du cahier Mathenpoche 5<sup>e</sup> pour 50 €.

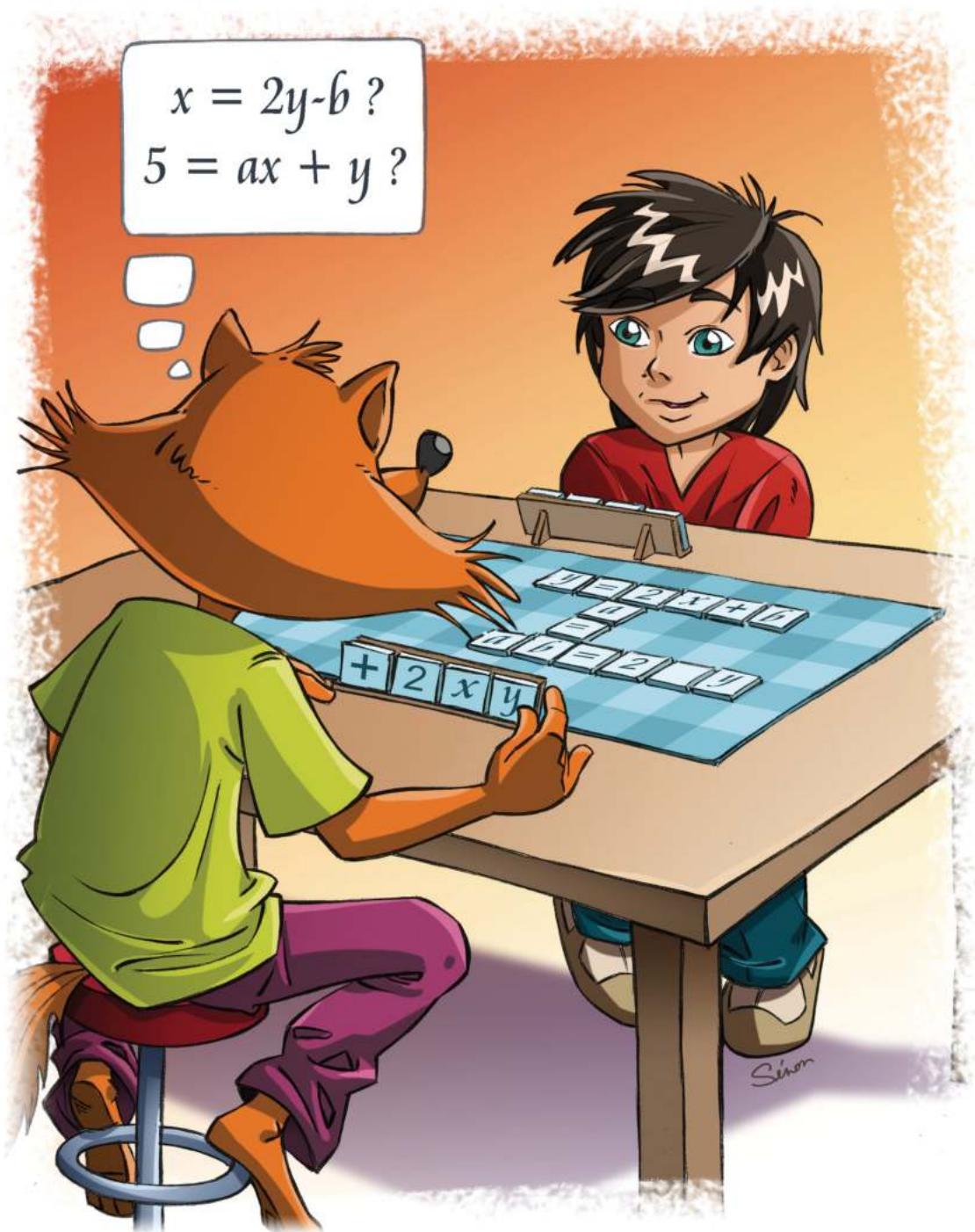
Un acheteur se présente et le lui rachète 60 €. Rongé par le remords d'avoir laissé filer une si belle pièce, le libraire le rappelle et le lui rachète à son tour pour 70 €.

Mais, ayant besoin d'argent, il le revend à un autre client 80 €. Combien d'argent le libraire a-t-il gagné ?



# >> Calcul littéral

N4

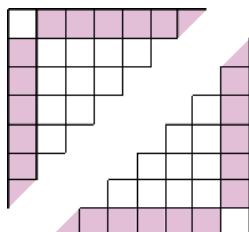


# Activités de découverte

## Activité 1 : Première approche

- 1. À quoi correspond chacune des expressions suivantes ?
  - $2 \times (L + l)$
  - $2 \times \pi \times r$
  - $4 \times c$
  - $L \times l \times h$
- 2. Calcule le périmètre d'un cercle de rayon 25 cm en utilisant une des expressions ci-dessus.
- 3. Pourquoi deux des expressions ci-dessus sont-elles équivalentes ?

## Activité 2 : Un carré sans coins



On a représenté ci-contre deux parties d'un carré. Il est constitué de petites cases ayant pour côté un carreau. Celles qui se trouvent sur les bords sont coloriées en rose, sauf les quatre coins.

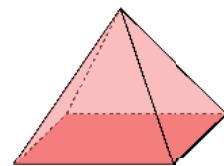
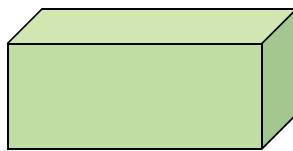
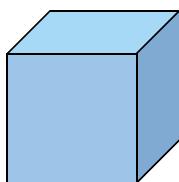
- 1. Réalise une figure de 3 carreaux de côté. Indique le nombre de cases roses. Recommence avec un carré de 4 carreaux de côté puis avec un carré de 5 carreaux de côté.
- 2. Quel est le nombre de cases roses pour un carré de 6 carreaux de côté ? Et pour 12 carreaux ? Et pour 100 ?
- 3. Le professeur appelle  $x$  le nombre de carreaux d'un côté du carré et  $G$  le nombre de cases roses. Des élèves ont obtenu les expressions suivantes :

Anis: $G = x \times 4 - 2$	Chloé: $G = 4 \times (x - 2)$	Enzo: $G = 4 \times x - 8$
Basile: $G = x - 2 \times 4$	Dalila: $G = (x - 2) \times 4$	Florian: $G = 4 \times x - 4$

Parmi ces expressions, lesquelles sont fausses ? Pourquoi ? Y a-t-il plusieurs bonnes réponses ? Justifie.
- 4. Calcule le nombre de cases roses lorsque  $x = 6$  puis  $x = 24$  et enfin pour  $x = 100$ .

## Activité 3 : L'art du contre-exemple

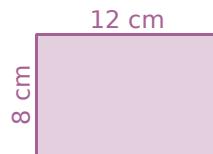
- 1. Calcule  $x^2 + 3$  puis  $3x + 1$  en remplaçant d'abord  $x$  par 1 puis par 2. Que remarques-tu ? Est-ce que  $x^2 + 3 = 3x + 1$  ? Justifie.
- 2. En étudiant un cube, Zoé remarque qu'il possède  $F = 6$  faces et  $S = 8$  sommets. Elle écrit  $F + 2 = S$ . Cette formule est-elle vraie pour un parallélépipède ? Est-elle vraie pour la pyramide ci-dessous ?



# Activités de découverte

## Activité 4 : Rectangles cousins

1. Calcule le périmètre et l'aire des deux rectangles suivants. Que remarques-tu ?



Dans cette activité, on s'intéresse uniquement aux rectangles dont le périmètre est 40 cm.

- L = 16,5 cm
2. Un 3<sup>e</sup> rectangle a pour longueur  $L = 16,5$  cm. Calcule sa largeur  $l$  puis son aire.
3. Donne les mesures d'un 4<sup>e</sup> rectangle de même périmètre.

4. La longueur peut-elle valoir 8 cm ? Et 21 cm ? Justifie et donne les valeurs possibles pour la longueur.

5. Écris une expression qui permet de calculer la largeur  $l$  en fonction de la longueur  $L$ .

6. En voulant exprimer l'aire  $A$  du rectangle en fonction de sa longueur  $L$ , des élèves ont donné les réponses suivantes.

Gaël : $A = L \times 20 - L$	Hamid : $A = L \times (20 - L)$	Karen : $A = 20L - L^2$
Inès : $A = 2 \times L + 2 \times (20 - L)$	José : $A = L \times 20 - 2 \times L$	Liam : $A = L^2 - 20 \times L$

Parmi ces expressions, lesquelles sont fausses ? Y a-t-il plusieurs bonnes réponses ? Justifie.

7. À l'aide d'un tableur, calcule l'aire de ces rectangles pour toutes les valeurs entières de  $L$  possibles.

8. Pour quelle valeur de  $L$  l'aire semble-t-elle la plus grande ?

## Activité 5 : Des valeurs inconnues dans des égalités

Le professeur a écrit une égalité au tableau et en a effacé une partie.

$$5 \times \text{ } = 3 \times \text{ } + 1$$

Il décide d'appeler  $x$  et  $y$  les deux valeurs qu'il a effacées.

$$5 \times x = 3 \times y + 1$$

1. Trouve deux valeurs entières de  $x$  et  $y$  qui conviennent. Penses-tu que ce sont forcément ces nombres qui ont été effacés par le professeur ? Pourquoi ?

2. Cherche des valeurs entières de  $x$  pour lesquelles l'égalité :  $x^2 + 46 = 25x$  est vraie. Utilise un tableur pour tester toutes les valeurs entières de  $x$  comprises entre 1 et 30.

3. Cherche des valeurs entières de  $x$  et  $y$  pour lesquelles l'égalité :  $x^2 - 2y^2 = 1$  est vraie. Utilise un tableur pour tester toutes les valeurs entières de  $x$  et de  $y$  comprises entre 1 et 20.

4. Cherche des valeurs entières de  $x$  pour lesquelles l'égalité :  $6x - 15 = 3(2x - 5)$  est vraie. En trouves-tu beaucoup ? Justifie.

5. Cherche des valeurs entières de  $x$  et  $y$  pour lesquelles l'égalité :  $4x - 2y = 1$  est vraie. Utilise un tableur pour tester toutes les valeurs entières de  $x$  et de  $y$  comprises entre 1 et 30. En trouves-tu beaucoup ? Explique pourquoi.

# Méthodes et notions essentielles

## Méthode 1 : Écrire une expression en suivant les conventions

### À connaître

Pour alléger l'écriture d'une expression littérale, on peut supprimer le signe  $\times$  devant une lettre ou une parenthèse.

**Remarque :** On ne peut pas supprimer le signe  $\times$  entre deux nombres.

**Exemple :** Supprime les signes  $\times$ , lorsque c'est possible, dans l'expression suivante :

$$A = 5 \times x + 7 \times (3 \times x + 2 \times 4)$$

$A = 5 \times x + 7 \times (3 \times x + 2 \times 4) \longrightarrow$  On repère tous les signes  $\times$  de l'expression.

$A = 5x + 7(3x + 2 \times 4) \longrightarrow$  On supprime les signes  $\times$  devant une lettre ou une parenthèse.

### À connaître

Pour tout nombre  $a$ , on peut écrire :  $a \times a = a^2$  (qui se lit «  $a$  au carré »)  
 $a \times a \times a = a^3$  (qui se lit «  $a$  au cube »).

### Exercices « À toi de jouer »

**1** Simplifie les expressions en supprimant les signes  $\times$  lorsque c'est possible.

$$B = b \times a$$

$$C = 5 \times x \times x \times x$$

$$D = (3,7 \times y - 1,5 \times z + 0,4 \times 3,5) \times 9$$

**2** Replace les signes  $\times$  dans chacune des expressions suivantes.

$$E = 12ac + 35ab - 40bc$$

$$F = 1,2abc$$

$$G = 5,6(x^2 - 2,5y + 32)$$

## Méthode 2 : Remplacer des lettres par des nombres

### À connaître

Pour calculer une expression littérale pour une certaine valeur des lettres, il suffit de remplacer les lettres par ces valeurs.

**Exemple :** Calcule l'expression  $A = 5x(x + 2)$  pour  $x = 3$ .

$A = 5 \times x \times (x + 2) \longrightarrow$  On remplace les signes  $\times$  dans l'expression A.

$A = 5 \times 3 \times (3 + 2) \longrightarrow$  On remplace la lettre  $x$  par sa valeur 3.

$A = 15 \times 5 \longrightarrow$  On effectue les calculs.

$$A = 75$$

### Exercices « À toi de jouer »

**3** Calcule la valeur de chacune des expressions pour  $x = 2$  puis pour  $x = 6$ .

$$E = 3x(x + 5)$$

$$F = 7x - x^2$$

$$G = x^3 + 3x^2 - x$$

**4** Calcule la valeur de chacune des expressions pour  $a = 3$  et  $b = 5$ .

$$B = 4a + 5b - 56$$

$$C = a^3 + b^2 + 7ab$$

$$D = 2(5a + 3b + 1)$$

# Méthodes et notions essentielles

## Méthode 3 : Développer une expression littérale

### À connaître

Soient  $k$ ,  $a$  et  $b$  trois nombres positifs. Pour **développer une expression**, on distribue un facteur à tous les termes entre parenthèses :

$$\begin{aligned} k \times (a + b) &= k \times a + k \times b \\ k \times (a - b) &= k \times a - k \times b \end{aligned}$$

**Exemple :** Développe l'expression suivante :  $A = 3(x + 7)$ .

- |                               |  |
|-------------------------------|--|
| $A = 3 \times (x + 7)$        | → On replace le signe $\times$ dans l'expression.          |
| $A = 3 \times x + 3 \times 7$ | → On distribue le facteur <b>3</b> aux termes $x$ et $7$ . |
| $A = 3x + 21$                 | → On calcule et on simplifie l'expression.                 |

### Exercices « À toi de jouer »

**5** Recopie puis complète les développements suivants.

$$\begin{aligned} B &= 5(a + 4) = 5 \times \dots + 5 \times \dots = \dots + \dots \\ C &= 7(\dots + \dots) = 21y + 28 \\ D &= a(a + 2b) = a \times \dots + \dots \times 2b = \dots + \dots \end{aligned}$$

**6** Développe les expressions suivantes.

$$\begin{aligned} E &= 2(x + 5) \\ F &= 5(3x - 4y) \\ G &= b(2a + b - 1) \end{aligned}$$

## Méthode 4 : Factoriser une expression littérale

### À connaître

Soient  $k$ ,  $a$  et  $b$  trois nombres positifs. Pour **factoriser une expression**, on repère un facteur commun à chaque terme et on le multiplie par la somme ou la différence des autres facteurs :

$$\begin{aligned} k \times a + k \times b &= k \times (a + b) \\ k \times a - k \times b &= k \times (a - b) \end{aligned}$$

**Exemple :** Factorise les expressions  $A = 5x + 35$  puis  $B = x^2 + 3x$ .

- |                               |  |
|-------------------------------|--|
| $A = 5 \times x + 35$         | → On replace le signe $\times$ dans l'expression.  |
| $A = 5 \times x + 5 \times 7$ | → On fait apparaître le facteur commun : <b>5</b> .  |
| $A = 5 \times (x + 7)$        | → On met en facteur le nombre <b>5</b> .   |
| $A = 5(x + 7)$                | → On simplifie l'expression.   |
| $B = x \times x + 3 \times x$ | → On replace le signe $\times$ dans l'expression et on repère le facteur commun : <b>x</b> . |
| $B = x(x + 3)$                | → On met en facteur la lettre <b>x</b> puis on simplifie.                                    |

### Exercices « À toi de jouer »

**7** Fais apparaître le facteur commun.

$$\begin{aligned} C &= 7x + 14 \\ D &= a^2 + 5a \\ E &= 6x + 11xy \end{aligned}$$

**8** Factorise les expressions suivantes.

$$\begin{aligned} F &= 15y + 10 \\ G &= x^2 - 9x \\ H &= 21a^2 - 35a \end{aligned}$$

# Exercices d'entraînement

## Utiliser une expression littérale

### 1 En électricité

Une formule relie la Puissance  $P$  consommée par un dipôle à la tension  $U$  à ses bornes et à l'intensité  $I$  qui le traverse :

$P = U \times I$  où  $P$  s'exprime en Watts (W),  $U$  en Volts (V) et  $I$  en Ampères (A).

a. Quelle puissance génère un courant de 220 V et d'intensité 3 A ?

b. Construis un tableau donnant toutes les puissances générées par un courant de 220 V pour des intensités entières allant de 1 A à 10 A. Que peut-on dire d'un tel tableau ?



### 2 Sur Internet et avec tableur !

a. S'il est 10 h à Paris en été, quelle heure est-il au même moment à New-York ? Moscou ? Tokyo ?

b. Paris est à l'heure d'été. À l'aide d'un tableur, programme une feuille de calculs qui donne l'heure qu'il est dans une dizaine de villes du monde quand on entre l'heure de Paris.

### 3 Formule d'Euler - Poincaré

Pour certains solides convexes (par exemple le cube), il existe une formule qui relie le nombre de sommets du solide ( $S$ ), son nombre d'arêtes ( $A$ ) et son nombre de faces ( $F$ ) :  
 $S - A + F = 2$ .

a. Vérifie que cette formule fonctionne bien avec un cube.

b. Si on connaît  $A$  et  $F$ , peut-on trouver directement  $S$ ? Écris une formule permettant de trouver  $S$ .

c. Combien d'arêtes a un solide convexe qui a 4 sommets et 4 faces ? Dessine-le à main levée.

## Simplifier une expression littérale

4 Recopie les expressions en supprimant les signes  $\times$  s'ils sont inutiles.

$$A = 9 \times n$$

$$E = n \times x$$

$$B = x \times 3$$

$$F = 2 \times \pi \times R$$

$$C = 12 \times (7 - 3)$$

$$G = (3 + 6) \times (7 - 1)$$

$$D = 4 \times (3,2 + 6)$$

$$H = 16 \times 3,5$$

5 Recopie les expressions en ajoutant les signes  $\times$  lorsqu'ils sont sous-entendus.

$$A = 3x + 2$$

$$E = 3a - 5b$$

$$B = ab - 4$$

$$F = ab + 3 \times 7a$$

$$C = 5(2x - 7)$$

$$G = b - a + 7(3x + 7)$$

$$D = 2a(2 + 8)$$

$$H = a + a - 7b + 1$$

6 Écris le plus simplement possible.

$$A = 3 \times a \times b$$

$$D = 5 + 3 \times b$$

$$B = 3 \times a + 3 \times b$$

$$E = 5 \times a + 3 + 2$$

$$C = 8 \times a \times 2$$

$$F = 2 \times 3 \times a \times (b \times c)$$

7 Écris le plus simplement possible.

$$A = 7 \times a \times b \times 3$$

$$C = 3 \times (2 \times a + b) \times 5$$

$$B = 7 + a \times b + 3$$

$$D = (2,5 - 1) \times a \times b$$

8 Simplifie les expressions en utilisant les notations "au carré" et "au cube".

$$A = a \times a$$

$$E = c \times c \times 3$$

$$B = b \times b \times b$$

$$F = 9 + d \times d \times d$$

Aire d'un Carré de côté  $c$  :  $c \times c = \dots$

Aire d'un Disque de rayon  $r$  :  $\pi \times r \times r = \dots$

9 Écris les expressions suivantes le plus simplement possible en utilisant les notations "au carré" et "au cube" si nécessaire.

$$A = 1 \times a + a \times a$$

$$E = a \times a \times b \times 3$$

$$B = a \times a \times a - 0 \times b$$

$$F = 1 \times a \times a \times b \times 0$$

$$C = 6 \times a \times a - a$$

$$G = a \times 2 \times b \times a \times b$$

$$D = 2 \times a \times 3 \times a$$

$$H = (a + b)(a + b)$$

# Exercices d'entraînement

**10** Écris les multiplications cachées.

$$A = 5a^2$$

$$B = 2 - b^3$$

$$C = a^2 + 2b^3$$

$$D = a^2b^3$$

**11** Si  $x$  représente un nombre, comment écrire les expressions suivantes ?

- a. Le double de  $x$ . | b. Le tiers de  $x$ .
- c. La somme de  $x$  et de 13.
- d. La différence de  $x$  et de 7.
- e. Le triple de la somme de 2 et de  $x$ .
- f. Le tiers de la différence de 16 et  $x$ .

**12** Traduis par une phrase les expressions.

$$A = x + 7$$

$$B = 3x$$

$$C = 2x + 1$$

$$D = 5 - 2x$$

$$E = (3 + x)(3 - x)$$

$$F = x^2 + 5$$

**13** Calcule chaque expression pour la valeur de  $x$  indiquée.

$$A = x + 11 \text{ pour } x = 7 \quad D = 14x \text{ pour } x = 1,5$$

$$B = 5x \text{ pour } x = 2 \quad E = 2 + 2x \text{ pour } x = 5$$

$$C = 14 + x \text{ pour } x = 3 \quad F = 15 - 3x \text{ pour } x = 1$$

**14** Calcule chaque expression pour la valeur de  $x$  indiquée.

$$A = x^2 \text{ pour } x = 2,5 \quad D = x^3 \text{ pour } x = 3$$

$$B = 5x^2 \text{ pour } x = 2 \quad E = 2x^3 \text{ pour } x = 5$$

$$C = 4 + 2x^2 \text{ pour } x = 0 \quad F = 15 - x^3 \text{ pour } x = 1$$



**15** Calcule chacune des expressions suivantes pour  $x = 3$  et  $y = 2$ .

$$C = xy + 4$$

$$D = x - y + 8$$

$$E = xy - x - y + 4$$

$$F = xyx$$

**16** Calcule chacune des expressions suivantes pour  $x = 1$  et  $y = 4$ .

$$C = x^2 + x + y$$

$$D = x^2 + 2xy + y^2$$

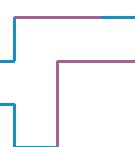
$$F = x^2y$$

$$E = x^2 + y^2$$

## Produire une expression littérale

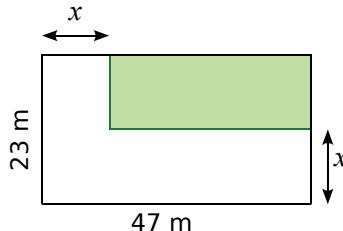
**17** Périmètre de polygones

a. Exprime le périmètre des figures ci-dessous en fonction de  $a$  et de  $b$  sachant qu'un trait bleu mesure  $a$  cm, un trait violet mesure  $2a$  cm, et un trait vert mesure  $b$  cm.



b. Calcule ces deux périmètres pour  $a = 1,3$  et  $b = 4$ .

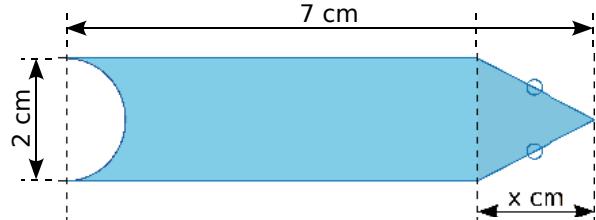
**18** Rectangles imbriqués



a. Calcule l'aire de la partie coloriée en fonction de  $x$ .

b. Combien vaut cette aire si  $x = 14,7$  m ?

**19** La grande bleue

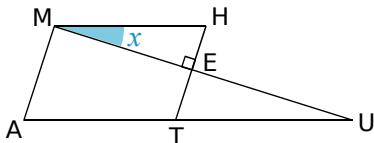


a. Exprime l'aire de la surface bleue en fonction de  $x$  et de  $\pi$ . Réduis l'expression obtenue.

b. Calcule cette aire pour  $x = 3$  cm. Donne la valeur exacte puis un arrondi au dixième.

# Exercices d'entraînement

**20** Sachant que le quadrilatère MATH est un parallélogramme, exprime tous les angles de la figure ci-dessous en fonction de  $x$ .



**21** Pour son téléphone portable, Grégoire paye : 12 € d'abonnement,  $a$  € par SMS envoyé et 40 centimes d'euros par minute de communication.

a. Écris une expression permettant de calculer sa dépense sachant que ce mois-ci, Grégoire a envoyé 30 SMS et a utilisé  $m$  minutes de communication.

b. Quelle est cette dépense si  $a = 0,8$  et  $m = 150$  ?

**22** Cendrine a construit un triangle tel que la longueur du petit côté vaut la moitié de celle du grand et la longueur du moyen vaut les trois quarts de celle du grand.

a. Écris une expression permettant de calculer le périmètre du triangle en fonction de la longueur  $L$  du plus grand des côtés.

b. Détermine le périmètre si  $L$  vaut 7 cm.

**23** Marc a rentré trois nombres en mémoire dans sa machine à calculer. Pour cela, il a utilisé les lettres  $a$ ,  $b$  et  $c$ . Il veut maintenant calculer les expressions suivantes :

- $S = 2a - 3b + 7c + 5$
- $T = 7a \times b + 4c - 8$

Calcule ces expressions pour  $a = 12$ ,  $b = 5$  et  $c = 7$ . Vérifie tes résultats à la calculatrice.

## Développer, factoriser, réduire

**24** Développe puis réduis les expressions.

$A = 3 \times (x + 2)$	$E = 1,6(x - 0,5)$
$B = 7 \times (x - 6)$	$F = 4(x + 1)$
$C = 1 \times (x + 5)$	$G = 7(3x - 8)$
$D = 4 \times (5 - x)$	$H = 6(2x + 9)$

**25** Développe puis réduis les expressions.

$A = x(x + 2)$	$F = 5x(x - 1)$
$B = x(x - 6)$	$G = 6x(2 + 9x)$
$C = 3x(x + 5)$	$H = x(x^2 - 4)$

**26** Factorise puis réduis les expressions.

$A = 5x + 4x$	$F = 5ab - 9ab + ab$
$B = 9x - 2x$	$G = 18z^2 - 9z^2 + 3z^2$
$C = 6x + x$	$H = a^3 + a^3 + a^3$
$D = 2x + 7x - 5x$	$I = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x$
$E = 8xy - 7xy$	

**27** Factorise les expressions.

$A = 4x + 8$	$C = 2 - 16x$
$B = 7 + 21x$	$D = x^2 + 8x$

**28** Factorise les expressions.

$A = 3x + 3$	$C = 4 - 4y$
$B = 9t + 9$	$D = 1,2 + 1,2r$

**29** Factorise les expressions.

$A = 8x + 12y$	$D = 15xy + 30xz$
$B = 49a - 56b$	$E = 2x^2 + 8x$
$C = 24x + 30y - 18z$	$F = 25x^2y - 15xy^2$

**30** Regroupe puis réduis les expressions.

$A = 16x + 7 - 9x + 2$	
$B = 5z + 4,5 - z + 0,5$	
$C = 3 + 4t + 12t - 7t - 3$	
$D = 5x^2 + 4 + 2x^2 - 1$	
$E = 15t^2 - 4t^2 + 2t^2 + 9$	
$F = 12x + 8x^2 - 9x - x^2$	

**31** Regroupe puis réduis les expressions.

$A = 5x^2 + 1 + 3x + 14 + 2x^2 + 1$	
$B = 6 + 6x + 8x^2 - 9x - x^2 + 4$	
$C = 9x^2 - xy + 17 + 4y^2 + 5xy - 8x^2 - 11$	

# Exercices d'entraînement



- 32** Développe puis réduis les expressions.

$$A = 3(x + 6) + 2$$

$$B = 4 + 3(2y - 2)$$

$$C = 7(2x + 2) - 6$$

$$D = 9(x - 6) + 2x$$

$$E = 3,5(2 - x) + 8,2$$

$$F = 2(3 + 5x) + 8(7 - x) + 4(x - 1)$$



- 33** Développe puis réduis les expressions.

$$A = x(x + 6) - x$$

$$C = 3x(x + 4) - 6x^2$$

$$B = x(y - 2) + xy$$

$$D = 9x(x^2 - 6) + 2x^2$$

$$E = 5x(3 + 5x) + x(5 + x) + 4x(2x + 1)$$

- 34** On souhaite démontrer que la somme de deux nombres pairs est un nombre pair.

- a. Vérifie cette affirmation sur des exemples.  
 b. Explique pourquoi un nombre pair peut s'écrire sous la forme  $2n$  où  $n$  est un entier.  
 c. Exprime la somme de deux nombres pairs  $2n$  et  $2p$  en fonction de  $n$  et  $p$  entiers.  
 d. Conclus.

- 35** Voici un programme de calcul :

- Choisis un nombre  $x$  ;
- Multiplie ce nombre par 5 ;
- Ajoute 7 ;
- Prends le double du résultat ;
- Enlève 14.

Mathilde dit qu'à la seule annonce du résultat, elle est capable de retrouver le nombre choisi très vite. Comment fait-elle ?

- 36** Programme de calcul et tableur

- a. Rédige un programme de calcul qui permet d'obtenir l'expression  $2x(x - 6) + 4$  où  $x$  désigne le nombre choisi au départ.  
 b. Utilise un tableur afin de calculer cette expression pour les valeurs entières de  $x$  entre 10 et 20.  
 c. Quel nombre de départ permet d'aboutir à 274 quand on applique ce programme ?

- 37** Marie dit qu'en ajoutant deux nombres impairs, on obtient toujours un nombre impair.

- a. Prouve-lui qu'elle a tort à l'aide d'un contre-exemple.  
 b. En utilisant la variable  $n$ , écris une expression désignant un nombre pair puis une autre désignant un nombre impair.  
 c. Utilise la question b. pour démontrer à Marie que la somme de deux nombres impairs n'est jamais impaire.

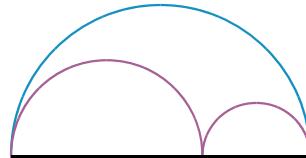
## 38 Remarquable !

$$\text{Soit } G = a(a - b) + b(a - b)$$

- a. Développe et réduis l'expression  $G$ .  
 b. Factorise  $G$  en mettant  $(a - b)$  en facteur.  
 c. Déduis-en une égalité remarquable.

## 39 Demi-cercles

Sur le schéma ci-dessous, le demi-cercle bleu a pour rayon  $R$  et les deux demi-cercles roses ont pour rayons  $R_1$  et  $R_2$  tels que  $R = R_1 + R_2$ .



- a. Exprime la longueur de l'arc bleu en fonction de  $R$ .  
 b. Exprime la longueur des arcs roses en fonction de  $R_1$  et  $R_2$ .  
 c. Montre par un calcul littéral que ces deux longueurs sont égales.

## Tester si une égalité ou une inégalité est vraie

- 40** Teste chacune des égalités suivantes pour  $x = 2$  puis pour  $x = 3$ .

- |                  |                       |
|------------------|-----------------------|
| a. $4x - 10 = 8$ | c. $2x - 4 = 5x - 10$ |
| b. $4x - 12 = 0$ | d. $3x - 7 = x + 1$   |

- 41** Teste chacune des égalités pour  $x = 5$ .

- |                   |                       |
|-------------------|-----------------------|
| a. $x^2 - 25 = 0$ | c. $x^2 = 10$         |
| b. $x^2 - 5 = 4x$ | d. $3x - 7 = x^2 + 1$ |

# Exercices d'entraînement

**42** Dans chacun des cas proposés, détermine si l'égalité  $3x + 5 = 2y - 4$  est vraie ou pas.

a.  $x = 1$  et  $y = 1$

b.  $x = 3$  et  $y = 9$

c.  $x = \frac{1}{3}$  et  $y = 6$

d.  $x = 1,5$  et  $y = 1$

e.  $x = 0$  et  $y = 0$

f.  $x = \frac{5}{3}$  et  $y = 2$

**43** Soit l'expression littérale :

$$F = 3(2x + 9) + 4(7 - x) - 12$$

a. Développe et réduis  $F$ .

b. Teste ton résultat pour  $x$  égal à 0 ; 2 et 0,1.

**44** L'inégalité  $4x + y < 6x + 3$  est-elle vraie pour :

a.  $x = 0$  et  $y = 1$  ?

b.  $x = 3$  et  $y = 11$  ?

c.  $x = 1$  et  $y = 5$  ?

d.  $x = 1,5$  et  $y = 7$  ?

**45** À l'achat d'un portable, on propose deux forfaits possibles :

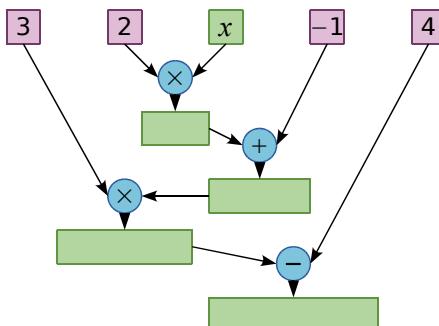
- Première offre : 0,25 € par SMS.
- Deuxième offre : abonnement de 2 € et 0,15 € par SMS.

On note  $n$  le nombre de SMS envoyés.

a. Pour chaque offre, écris le coût du forfait en fonction de  $n$ .

b. Estelle a payé 4,70 € pour 18 SMS envoyés. Quel forfait a-t-elle choisi ?

**46** Recopie puis complète l'arbre de calcul.



# Exercices d'approfondissement

## 52 Par paires

Regroupe par deux les expressions qui sont égales.

$$A = 6x^2 + 4$$

$$B = 6x^2 + 2$$

$$C = 3x^2(2x + 4)$$

$$D = 3(2x^2 + 1) - 1$$

$$E = 6x(x^2 + 2x)$$

$$F = 8x^2 - 4 - 2x^2 + 8$$

## 53 Une expression en trop

Trouve l'intrus.

$$A = 4(2x - 3)$$

$$B = 8x - 12$$

$$E = 6(2x - 3) + 2(3 - 2x)$$

$$C = 5(x - 4) + 3x + 8$$

$$D = 10(x - 1) - 2x$$

## 54 Substitution

Soit  $G = 3(4x - 2)$ . Calcule  $G$  lorsque :

a.  $x = 5$

b.  $4x - 2 = 7$

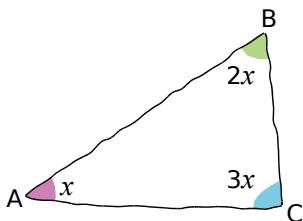
c.  $12x = 11$

d.  $6x = 5$

e.  $2x - 1 = 3$

f.  $3x = 25$

## 55 Vrai ou faux



Laura affirme que ABC est un triangle rectangle. Es-tu du même avis ? Justifie clairement ta réponse.

## 56 Au zoo

Au zoo, il y a des cacatoès et des koalas. On peut y dénombrer 50 têtes et 140 pattes.

a. Si besoin, recherche, dans un dictionnaire ou sur internet, le nombre de pattes d'un cacatoès et d'un koala.

b. On note  $c$  le nombre de cacatoès. Exprime le nombre de koalas en fonction de  $c$ .

c. Écris une expression  $P$  représentant le nombre de pattes en fonction de  $c$ .

d. Développe puis réduis  $P$ .

e. Calcule le nombre de cacatoès puis le nombre de koalas.

## 57 Un carré qui grandit

Soit ABCD un carré de 5 cm de côté.

a. Calcule le périmètre  $P_1$  et l'aire  $A_1$  de ABCD.

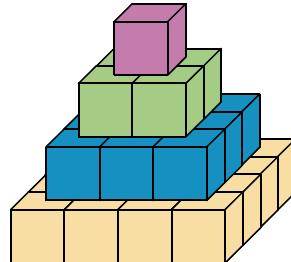
b. On augmente ses côtés de  $k$  cm.

Exprime, en fonction de  $k$  :

- la longueur  $L$  du nouveau côté ;
- le nouveau périmètre  $P_2$  de ce carré ;
- la nouvelle aire  $A_2$  de ce carré ;
- l'augmentation du périmètre ;
- l'augmentation de l'aire.

## 58 La pyramide de Gelo

Godtfred a construit une pyramide de briques Gelo. Il y a une brique au premier niveau, 4 briques au deuxième niveau, 9 briques au troisième niveau, comme sur le schéma suivant.



a. Combien y a-t-il de briques au quatrième niveau ? Au 20<sup>e</sup> niveau ? Au  $n$ <sup>e</sup> niveau ?

b. Combien y a-t-il de briques au total lorsque la pyramide compte un niveau ? Deux niveaux ? Trois niveaux ? Quatre niveaux ?

Godtfred veut savoir combien de briques seront nécessaires pour construire une pyramide à vingt niveaux. Ne voulant pas faire un gros calcul, il cherche sur internet une formule lui donnant le résultat. Il a trouvé les trois expressions suivantes où  $n$  représente le nombre de niveaux :

$$A = -6n + 7$$

$$B = \frac{5n^2 - 7n + 4}{2} \qquad C = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Godtfred veut alors vérifier la véracité de ces informations.

c. En testant chacune des formules par les valeurs trouvées à la question b., quelles sont les formules que l'on peut éliminer d'office ?

d. Godtfred demande à son professeur si la formule non éliminée est exacte. Il lui répond par l'affirmative. Combien de briques sont nécessaires pour construire la pyramide à vingt niveaux ?

# Exercices d'approfondissement

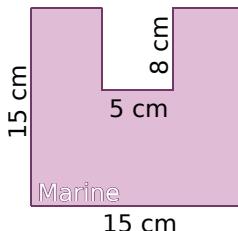
## 59 Tracé d'un U dans une feuille

En cours d'Arts Plastiques, le professeur a distribué aux élèves des feuilles carrées de 15 cm de côté.

Il leur demande de découper un rectangle de largeur 5 cm pour former la lettre U.

- a. Marine découpe un rectangle de longueur 8 cm (et de largeur 5 cm).

Calcule le périmètre du U de Marine.



- b. Ses amies Alison et Laura ont découpé des rectangles de largeur 5 cm mais de longueurs différentes : celui d'Alison a une longueur de 6,3 cm alors que celui de Laura a une longueur de 9,6 cm.

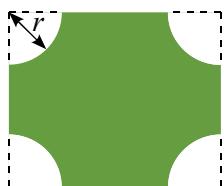
Calcule les périmètres des U d'Alison et de Laura. Quelle partie du calcul est la même pour tous les U ?

- c. Après tous ces calculs, Kévin remarque que si  $L$  désigne la longueur du rectangle en centimètres et  $\mathcal{P}$  le périmètre du U en centimètres, alors  $\mathcal{P} = 60 + 2L$ . Calcule  $\mathcal{P}$  lorsque  $L = 7,5$  cm puis lorsque  $L = 10$  cm.

- d. Priscilla dit : « On peut encore simplifier :  $60 + 2 = 62$  donc  $\mathcal{P} = 62 L$  ». Utilise l'expression proposée par Priscilla pour calculer  $\mathcal{P}$  lorsque  $L = 10$  cm. Qu'en déduis-tu ?

## 60 Usinons des plaques

Dans des plaques rectangulaires de cuivre (de 20 cm sur 23 cm), une machine usine quatre quarts de cercles de rayon  $r$  cm. C'est l'outilleur qui choisit sa valeur en réglant la machine. Si  $r$  est compris entre 0 et 10, l'aire de la plaque obtenue est :  $A = 460 - \pi r^2$ .



- a. À l'aide d'un tableur, trouve toutes les valeurs de l'aire lorsque  $r$  est un entier compris entre 0 et 10.

- b. À l'aide d'un tableur, détermine, à 0,1 cm près, le rayon à choisir pour obtenir une aire égale à  $206 \text{ cm}^2$ .

- c. Détermine, à 0,01 cm près, le rayon à choisir pour obtenir une aire égale à  $177 \text{ cm}^2$ .

## 61 À l'aide d'un tableur

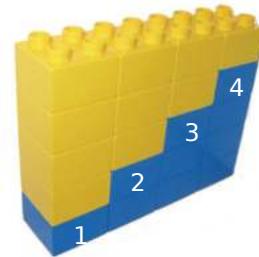
Juliette affirme que le carré d'une somme de deux nombres est égal à la somme des carrés de ces deux nombres.

- a. Montre sur un contre-exemple simple qu'elle a tort.

- b. Peut-on prévoir quelle sera la différence entre le carré de la somme et la somme des carrés ? Fais des essais à l'aide d'un tableur.

## 62 Construction d'un escalier

- a. Clémence a fabriqué un escalier de quatre marches à l'aide de briques bleues toutes identiques d'un jeu de construction. Martin a ajouté des briques jaunes (toutes identiques) afin de former le même escalier « à l'envers » au dessus.



Quel est le nombre de briques bleues utilisées ? Écris-le sous la forme d'une somme.

- b. Clémence rajoute des briques bleues pour obtenir une cinquième marche à son escalier. À son tour, Martin rajoute autant de briques jaunes pour avoir le même escalier « à l'envers ».

- Réalise un dessin représentant les deux escaliers. Ils forment un rectangle.
- Quel est alors le nombre total de briques utilisées ? Écris-le sous la forme d'un produit.
- Déduis-en la valeur de  $1 + 2 + 3 + 4 + 5$ .

- c. Sans faire de dessin, donne le nombre total de briques qu'il faudrait si on rajoutait une sixième marche à chacun des deux escaliers. Quel serait alors le nombre de briques bleues ? Déduis-en la valeur de  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$ .

- d. On appelle  $n$  le nombre de marches d'un escalier.

- Écris une expression qui donne le nombre total de briques nécessaires à la construction de deux escaliers de  $n$  marches.

- Et pour un seul escalier ?
- Quelle égalité peut-on alors en déduire ?

- e. Combien de briques faut-il pour construire un escalier de 30 marches ? Et pour un escalier de 300 marches ?

## Boîte noire...

### 1<sup>re</sup> étape : Pour bien démarrer

a. Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre ;
- Multiplier ce nombre par 3 ;
- Ajouter 4 au résultat précédent.

Appliquez ce programme aux nombres : 3 ; 5 et 2,5.

b. On considère l'expression :  $A = 3x + 4$ .

- Calculez A pour  $x = 5$  puis pour  $x = 2,5$ .
- Que remarquez-vous ? Expliquez pourquoi.

c. Proposez un programme de calcul qui correspond à l'expression  $B = 7x - 3$  ?

d. Essayez de construire un programme de calcul permettant d'obtenir 5 quand on choisit 2 pour nombre de départ.

Y a-t-il une seule solution selon vous ?

e. Achille a écrit un programme de calcul sur son cahier mais il l'a oublié chez lui. Il avait noté sur une feuille à part le tableau suivant :

Nombre de départ	2	4	17
Résultat du programme	9	11	24

À partir de ce tableau, pouvez-vous retrouver un programme de calcul qui conviendrait ?

f. À l'aide de ce programme, recopiez le tableau précédent puis complétez-le avec trois nouveaux nombres de départ : 5,5 ; 7 et 3,1.

g. Donnez l'expression avec la lettre  $x$  qui correspond à ce programme.

h. Voici un autre tableau de valeurs :

Nombre de départ	2	10	1,5
Résultat du programme	5	21	4

Leïla dit que l'expression  $C = 3x - 1$  pourrait parfaitement convenir à un tel tableau. Expliquez pourquoi elle se trompe.

i. Trouvez un programme de calcul et l'expression associée qui conviendrait pour ce nouveau tableau.

### 2<sup>e</sup> étape : Boîte noire

Quand on rentre un nombre dans une boîte noire, elle exécute un programme de calcul pour fournir un résultat.

L'objectif de cette partie est de construire des boîtes noires puis d'essayer de démasquer les boîtes noires d'un autre groupe.

j. Vous allez construire deux boîtes noires : une facile et une difficile. La construction de ces boîtes doit rester secrète pour garder le mystère. Pour chacune de ces deux boîtes, il faut :

- trouver un programme de calcul comme au a. (les nombres utilisés doivent être entiers et plus petits que 10) ;
- trouver l'expression qui correspond comme au b. ;
- faire un tableau comme au e. avec trois valeurs et les résultats obtenus.

Pour la boîte facile, le programme ne peut comporter qu'une seule fois la lettre  $x$ .

Pour la boîte difficile, le programme ne peut comporter qu'un seul terme avec  $x^2$ .

k. Une fois que vous avez construit vos boîtes, écrivez les deux tableaux de valeurs sur une feuille séparée. Vérifiez bien que vos tableaux sont corrects ! Échangez cette feuille avec la feuille d'un autre groupe.

l. Quand un groupe pense avoir réussi à décoder une boîte noire, il peut s'en assurer en demandant au groupe qui l'a créée, le résultat que donnerait la boîte noire pour la valeur de leur choix. Le défi est relevé quand un groupe est capable d'écrire sur une feuille le programme et l'expression correspondante pour chacune des boîtes noires.

m. Attention : Si un groupe s'est trompé dans ses calculs pour réaliser le tableau alors c'est ce groupe qui aura perdu le défi !

### 3<sup>e</sup> étape : Avec l'ordinateur

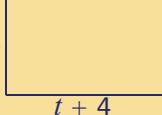
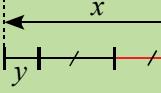
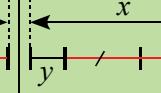
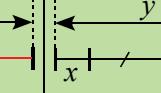
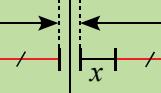
Cette fois-ci, c'est l'ordinateur qui vous défie. Il va vous proposer trois niveaux de défis (niveau facile, difficile et champion). Vous aurez relevé le défi si vous parvenez à écrire l'expression avec «  $x$  » qui correspond au programme de la boîte noire. Vous serez alors grand maître du niveau.

Pour vous aider, voici des exemples d'expressions que l'ordinateur pourrait vous proposer :

- Niveau facile :  $D = 3x + 1$  ;
- Niveau difficile :  $E = 2x^2$  ;
- Niveau champion :  $F = x(2 - x)$ .

m. Pour chaque niveau, écrivez sur votre cahier le tableau de valeurs qui correspond à vos différents essais ainsi que les expressions qui correspondent à chaque boîte noire.

## Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	$5 \times x + 2 \times y = \dots$	$10xy$	$5x + 2y$	$7xy$	$7x + y$
2	$3x^2y$ est égal à ...	$6x \times y$	$3x \times 3y$	$3x \times xy$	$y \times 3x^2$
3	Quelles sont les affirmations vraies ?	$2x + 4$ est une forme factorisée de $2(x + 2)$	$5x + 1$ est la forme développée de $5(x + 1)$	$3x - 12$ est une forme factorisée de $3(x + 4)$	- $7x + 14$ est la forme développée de $- 7(x - 2)$
4		L'aire de ce rectangle est égale à $t^2 + 4t$	Le périmètre de ce rectangle est égal à $t(t + 4)$	Le périmètre de ce rectangle est égal à $2t + 4$	L'aire de ce rectangle est égale à $t(t + 4)$
5	L'expression $\frac{x - y}{2}$ correspond à la longueur du segment rouge pour le schéma...				
6	Quelles sont les affirmations vraies ?	On peut encore factoriser $3x + 6$	On peut encore développer $2x^2 - 1$	On peut encore factoriser $5x$	On peut encore développer $2(x^2 - 1)$
7	$3x - 5y - 4x + 2y = \dots$	$-x - 3y$	$-4xy$	$-7x - 7y$	$-x^2 - 3y^2$
8	Soit $A = 5x$ . Si on remplace $x$ par 5, alors $A = \dots$	55	25	10	$5^2$
9	Pour $x = 2$ , quelles sont les égalités vraies ?	$x - 2 = 0$	$x + 2 = 0$	$x^2 = 4$	$x^2 = -4$
10	Quels sont les nombres qui vérifient l'inégalité $t - 5 < 2t + 3$ ?	0	2	-9	10



### Les yeux dans l'œil !

Sur la planète Volcoudœil, il y a deux populations : les Kachmoipalavu qui n'ont qu'un œil et les Jeupeutouzieuter qui en ont trois.

Lors de ma dernière visite sur cette planète, une photo a été prise. J'y figurais avec mes meilleurs amis, issus de ces deux populations. Bref, une photo de 13 personnes et 24 yeux dont les deux miens.

Combien de Kachmoipalavu y avait-il sur cette photo ?



# >> Proportionnalité

D1



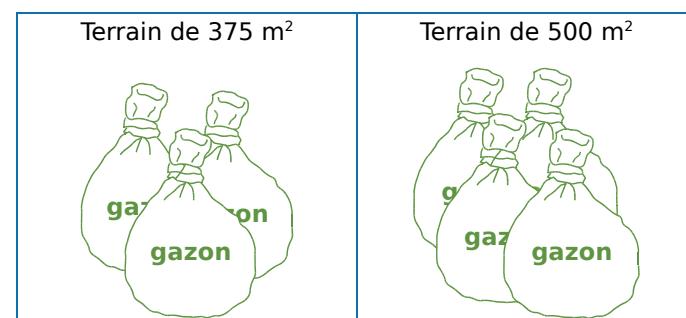
# Activités de découverte

## Activité 1 : Qui a dit « proportionnel » ?

- Les situations suivantes relèvent-elles d'une situation de proportionnalité ? Pourquoi ?
  1. Saïd achète 2 mètres de corde qui coûte 2,30 € le mètre.
  2. Daniel a planté dans son potager 8 pieds de tomates et en a récolté 14 kg. L'an passé, il en avait planté 12 pieds et en avait récolté 18 kg. L'an prochain, il en plantera 10 pieds et espère en récolter 16 kg.
  3. À 6 ans, Armand chaussait du 30 et à 18 ans, il chausse du 42.
  4. **Abonnement à Mathmag**  
6 mois pour 18 €  
1 an pour 32 €  
2 ans pour 60 €
  5. Un piéton se promène à allure régulière le long des quais de la Seine et parcourt 3,5 km en 1 h 30.
  6. On peut acheter de l'enduit de lissage par sac de 1 kg, 5 kg et 25 kg. Le mode d'emploi précise qu'il faut 2,5 L d'eau pour 10 kg.
  7. Un commerçant a décidé de faire une journée promotion en baissant tous les prix de 10 %.
  8. Un loueur de DVD propose la formule d'abonnement suivante :
    - 10 € l'adhésion ;
    - 2 € par DVD.

## Activité 2 : L'affaire est dans le sac !

- Dans une jardinerie, les pancartes ci-dessous indiquent le nombre de sacs de graines à utiliser en fonction de la surface du terrain à ensemencer.



- 1. À l'aide de cette illustration, réponds aux questions suivantes.

Quelle surface pourra ensemencer Jean-Paul avec 7 sacs ?	Quelle surface pourra ensemencer Emmanuel avec 6 sacs ?	De combien de sacs aura besoin Rachid pour réaliser une pelouse de 1 500 m <sup>2</sup> ?	Quelle surface pourra ensemencer Léonard avec 19 sacs ?
Quelle surface pourra ensemencer Fatima avec 28 sacs ?	De combien de sacs aura besoin Steeve pour réaliser une pelouse de 3 875 m <sup>2</sup> ?	Quelle surface pourra ensemencer Sonda avec 21 sacs ?	
- 2. Trouve un moyen simple de présentation pour synthétiser ces questions et ces réponses.
- 3. Propose plusieurs méthodes pour déterminer quelle surface de gazon on peut ensemencer avec un seul sac.

# Activités de découverte

## Activité 3 : Le juste prix !

### 1. Pour 1 euro de plus !

Dans chacune de ces quatre situations, le prix est proportionnel à la quantité proposée.

a. Monsieur Radin n'a qu'un euro et se demande ce qu'il pourrait acheter.

À l'aide d'un tableur, reproduis chaque tableau puis programme chacune des cellules C2 pour répondre à M. Radin.

	A	B	C	D
1	Prix en €	24	1	
2	Nombre de paquets de gâteaux	6		15

	A	B	C	D
1	Prix en €	3,6	1	
2	Longueur en cm	4,32		37,2

	A	B	C	D
1	Prix en €	35	1	
2	Volume d'eau en L	52,5		99

	A	B	C	D
1	Prix en €	9	1	
2	Masse en kg	7		11,2

b. Les quantités achetées par M. Budget sont affichées dans chaque cellule D2.

Pour chaque tableau, programme la cellule D1 pour déterminer combien M. Budget a dépensé.

### 2. Proportionnalité et graphique

Pour faire du ciment, il est indiqué sur le sac qu'il faut mélanger les 25 kg de poudre avec 7,5 L d'eau.

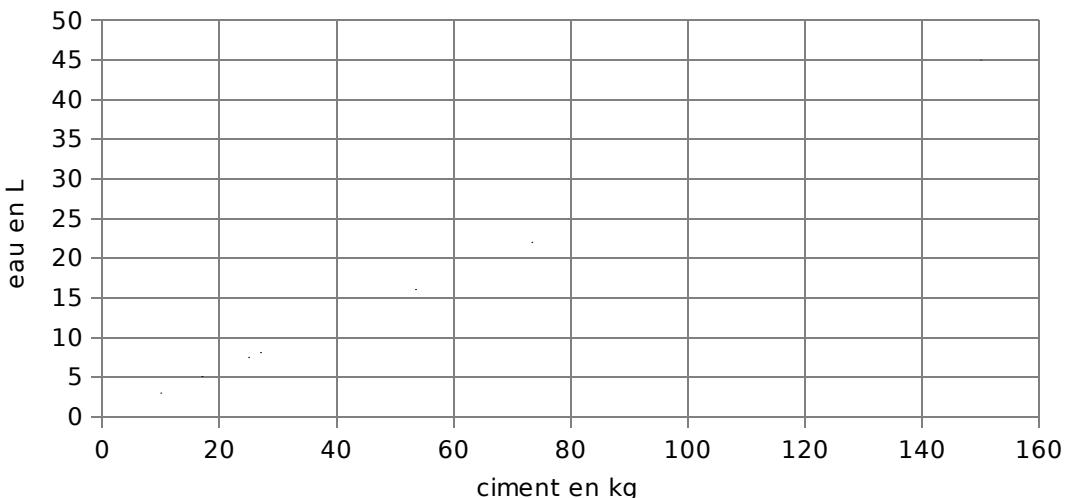
a. À l'aide d'un tableur, réalise un tableau comme ci-dessous.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Ciment en kg	25	17	27	53,5			
2	Eau en L	7,5				22	45	3

b. Programme la cellule C2 puis recopie-la dans les cellules D2 et E2.

c. Programme la cellule F1 que tu recopieras dans les cellules G1 et H1.

d. Sur ton cahier, choisis judicieusement les unités sur chaque axe puis construis un graphique reprenant les valeurs du tableau ci-dessus. Que remarques-tu ?



# Activités de découverte

## Activité 4 : Plus ou moins sportif...

- Les professeurs d'E.P.S. de deux collèges comparent les effectifs des associations sportives.

Collège Prévert

Nombre d'élèves	Association Sportive		
	Football	Volley-ball	Autres
637	42	35	217

Collège Rimbaud

Nombre d'élèves	Association Sportive		
	Football	Volley-ball	Autres
480	32	35	157

### 1. Discussion entre profs

- Le professeur du collège Prévert trouve que dans son A.S., il y a plus de joueurs de football.
- Le professeur du collège Rimbaud n'est pas d'accord mais trouve qu'il y a autant de volleyeurs dans les deux A.S..
- Que penses-tu des affirmations de ces deux professeurs ?

### 2. Comparaison

- Quel collège est le plus sportif ? Donne tes arguments.

## Activité 5 : Jour de soldes !

### 1. Chez Madame Bienvêtu...

- Madame Bienvêtu construit une feuille de calcul à l'aide d'un tableur afin de préparer les nouveaux prix des articles soldés dans son magasin de vêtements.

- a. Reproduis le tableau suivant.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Ancien prix en €	100	37	42	54	72	83
2	Remise en €						
3	Nouveau prix en €						

- b. Dans un premier temps, elle commencera par une remise de 10 %. Complète les cellules par des formules qui permettront de déterminer les nouveaux prix.

- c. Indécise, elle change d'avis et appliquera dès le premier jour une remise de 18 %. Modifie les formules afin de trouver les nouveaux prix.

### 2. Chez Monsieur Bonhabit...

- Monsieur Bonhabit, qui tient le magasin concurrent, a dressé le tableau suivant.

	A	B	C	D	E
1	Ancien prix en €	56	65	78	87
2	Remise en €	8,96	10,4	12,48	13,92
3	Nouveau prix en €				

- a. Reproduis ce tableau puis complète la dernière ligne.

- b. Madame Bienvêtu voudrait savoir si son concurrent fait une remise plus importante qu'elle. Que dirais-tu à Madame Bienvêtu ?

- c. Quel est le pourcentage de réduction fait par Monsieur Bonhabit ?

# Méthodes et notions essentielles

## Méthode 1 : Remplir un tableau de proportionnalité

### Exemple 1 : En utilisant un coefficient de proportionnalité

Le carburant pour un motoculteur est un mélange de super et d'huile où les doses d'huile et de super sont proportionnelles : il faut 2 doses d'huile pour 3 doses de super. Quelle quantité de super faut-il rajouter si l'on verse d'abord 4,5 L d'huile ?

Le coefficient de proportionnalité qui permet d'obtenir la dose de super en fonction de la dose d'huile est  $3 : 2 = 1,5$ .

Dose d'huile (en L)	2	4,5
Dose de super (en L)	3	$x$

On multiplie par le coefficient de proportionnalité et on obtient :

$$x = 4,5 \times 1,5 = 6,75$$

### Exercices « À toi de jouer »

1 Un skipper doit acheter plusieurs bouts. Il choisit un cordage à 3,50 € le mètre. Combien coûte un bout de 5 m ? De 3,5 m ? De 23 m ? De 36 m ?

2 Le pouvoir couvrant d'une peinture est de 5 L pour 15 m<sup>2</sup>. Calcule les surfaces que l'on a recouvertes en utilisant 2 L, 13 L, 15 L et 32 L de cette peinture.

### Exemple 2 : En utilisant des relations entre les différentes valeurs des grandeurs

(On utilise cette méthode lorsque le coefficient de proportionnalité n'est pas un nombre décimal, ou pour simplifier les calculs.)

La prime annuelle d'un vendeur est proportionnelle au montant des ventes qu'il a réalisées pendant l'année. Le directeur du magasin utilise le tableau suivant pour verser les primes à ses vendeurs. Aide-le à compléter les cases colorées.

Ventes (en €)	2 000	8 000		18 000	20 000	38 000
Primes (en €)		500	1 000	1 125	1 250	

		Les ventes sont divisées par 4...	...donc les ventes doublent.	Les montants s'additionnent...		
Ventes (en €)	2 000	8 000	<b>16 000</b>	18 000	20 000	38 000
Primes (en €)	<b>125</b>	500	1 000	1 125	1 250	<b>2 375</b>
		...donc les primes sont divisées par 4.	La prime double...	...donc les primes s'additionnent.		

### Exercices « À toi de jouer »

3 Dans une recette, les quantités d'ingrédients sont proportionnelles au nombre de personnes qui mangent : il faut 420 g de riz pour 6 personnes.

a. Quelle quantité de riz faut-il pour 2 personnes ? Pour 8 personnes ?

b. Combien de personnes pourrai-je nourrir avec 630 g de riz ? Et avec 2,1 kg de riz ?

4 Recopie puis complète les tableaux de proportionnalité suivants.

Tu indiqueras la méthode que tu as choisie pour chacun des tableaux et pourquoi.

a.

1		6	
3	12		51

b.

2,5	5		50
	6	18	

c.

1	2		3,5
	9	45	

# Méthodes et notions essentielles

## Méthode 2 : Reconnaître un tableau de proportionnalité

### À connaître

Un tableau de nombres relève d'une situation de proportionnalité si un même coefficient (non nul) multiplicateur s'applique dans **tout** le tableau. On parle alors de **coefficient de proportionnalité**.

**Exemple :** Ces tableaux de nombres sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

a.	5	8	14	19	24
	12	19,2	33,6	45,6	57,6

On a :  $5 \times 2,4 = 12$  (on obtient 2,4 en effectuant le quotient de 12 par 5) et on vérifie que cela convient pour les autres valeurs :

$$8 \times 2,4 = 19,2 \quad 14 \times 2,4 = 33,6$$

$$19 \times 2,4 = 45,6 \quad 24 \times 2,4 = 57,6$$

On obtient bien les valeurs du tableau, c'est un tableau de proportionnalité.

b.	12	18	32	27	54
	8	12	20	18	36

On calcule les quotients :

$$\frac{12}{8} = 1,5 \quad \frac{18}{12} = 1,5 \quad \frac{32}{20} = 1,6$$

On a trouvé un quotient différent des deux précédents, il est donc inutile de calculer les suivants. Ce n'est pas un tableau de proportionnalité.

### Exercice « À toi de jouer »

**5** Ces tableaux de nombres sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

a.	3,4	7,5	9	11,6
	6,8	15	18,9	23,2

b.	7	11	18	24
	9,1	12,1	19,8	26,4

## Méthode 3 : Utiliser des pourcentages

**Exemple :** Dans un collège, trois élèves sur cinq possèdent un vélo. Quel pourcentage des élèves du collège possèdent un vélo ?

Cette situation revient à déterminer le nombre  $t$  dans le tableau de proportionnalité suivant.

Elèves qui ont un vélo	3	$t$
Elèves du collège	5	100

$$\text{Donc } t = 100 \times \frac{3}{5} = 60.$$

Il y a donc 60 % des élèves qui ont un vélo dans ce collège.

**Remarque :** On peut aussi déterminer  $t$  en utilisant les propriétés sur les colonnes, en remarquant que  $100 = 5 \times 20$  donc  $t = 3 \times 20 = 60$ .

### Exercices « À toi de jouer »

- 6** Un œuf est constitué principalement de trois parties (le reste peut être négligé) :
- la coquille qui représente 10 % de la masse de l'œuf ;
  - le blanc qui en représente 60 % ;
  - le jaune.

Sachant qu'un œuf moyen pèse 60 g, calcule de deux façons la masse du jaune.

- 7** Sur 600 poulets, 240 sont des coqs. Quel est le pourcentage de coqs parmi les poulets ?

# Exercices d'entraînement

## Reconnaître et utiliser des situations de proportionnalité

### 1 Au cinéma

Un cinéma propose les tarifs suivants.

Nombre de séances	1	4	12
Prix à payer (en €)	7	28	80

Le prix est-il proportionnel au nombre de séances ? Justifie ta réponse.

### 2 À boire...

Un carton de 6 bouteilles de jus de fruit coûte 4,20 €. Recopie puis complète le tableau de proportionnalité en justifiant par un calcul.

Nombre de bouteilles	6	1	4	
Prix (en €)	4,2			13,3

### 3 ...et à manger

Pour préparer du foie gras, on doit préalablement saupoudrer le foie frais d'un mélange de sel et de poivre. Ce mélange doit être élaboré selon les proportions suivantes : une dose de poivre pour trois doses de sel.

Recopie puis complète le tableau suivant.

Poivre (en g)	10		35	
Sel (en g)		60	36	90

### 4 Au marché

1 kg de carottes coûte 0,35 €, 2 kg de tomates coûtent 2,60 € et 5 kg de pommes de terre 2 €.

Une ratatouille « flèchoise » est un plat constitué de ces trois légumes à parts égales.

Avant cuisson, les ingrédients pèsent 1,2 kg.

Quel est le prix du plat préparé ?

### 5 Une menthe à l'eau

On verse 4 cl de menthe dans un verre de 30 cl. On complète avec de l'eau à ras bord.

a. Combien verse-t-on d'eau pour 1 cl de menthe ?

b. Quelle quantité de menthe doit-on mettre dans un verre de 45 cl pour obtenir exactement le même goût ?

### 6 Des bouteilles...

Une usine produit 1 200 bouteilles en 3 heures.

a. Combien de bouteilles produit-elle en une heure ? En deux heures ?

b. Combien de temps faut-il pour produire 6 000 bouteilles ?

### 7 ...à la mer

Pour remonter l'ancre de son voilier, un marin a mis 3 minutes pour enruler 21 m de chaîne lors d'une escale. Une autre fois, il met 4 min 30 s pour 31,50 m.

a. En supposant qu'il remonte l'ancre à vitesse constante, combien de temps mettra-t-il pour remonter une ancre jetée à 10,50 m de fond ?

b. Quelle longueur de chaîne enrourera-t-il en 1 min ? En 13 min 30 s ?

### 8 Tableaux de proportionnalité

Recopie puis complète les tableaux de proportionnalité par la méthode de ton choix.

a.	1	4		20	
	0,6		1,2		66,6

b.	2	4		20	
	5		15		60

c.	4	6			48
	3		12	36	

d.	1,4		3,5	10,5	
	2	3			16

### 9 Des œufs

Six œufs au chocolat sont vendus 14 €.

a. Combien coûte un œuf ?

b. Combien coûtent dix œufs ?

### 10 Le journal

Un journal, paraissant tous les jours sauf le dimanche, est proposé à l'essai avec plusieurs formules d'abonnement :

• 25 jours de parution consécutifs pour 30 € ;

• 8 semaines pour 55 €.

Le prix est-il proportionnel aux nombres de journaux reçus ?

# Exercices d'entraînement

## 11 Composition d'un jus

Sur l'étiquette d'une bouteille d'un litre de jus d'orange, on lit :

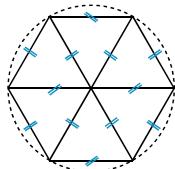
Valeurs nutritionnelles moyennes pour 100 mL	
Protéines	0,4 g
Glucides	11,8 g
Lipides	< 0,1 g
Valeur énergétique moyenne : 50 Kcal	

Recopie puis complète le tableau suivant.

Volume de jus d'orange	200 mL	250 mL	1 L	2 L
Protéines				
Glucides				
Lipides				
Valeur énergétique				

## 12 L'hexagone

Construis un hexagone régulier inscrit dans un cercle de rayon 4 cm.



- Quel est le périmètre de cet hexagone ?
- Quand on double le rayon du cercle, qu'en est-il du périmètre de l'hexagone ? Y a-t-il proportionnalité entre longueur d'un côté et périmètre ?
- Construis un hexagone régulier de 33,6 cm de périmètre et de même centre que le premier.

## Utiliser la proportionnalité pour calculer des grandeurs

## 13 En panne de froid

Au cours du dernier semestre, une usine d'électroménager a produit 15 200 réfrigérateurs. Le service après-vente a noté des dysfonctionnements sur 608 d'entre eux. En t'aïtant du tableau suivant, détermine le pourcentage d'appareils défectueux.

Appareils défectueux	608	
Appareils produits		100

- 14 Sur 204 pays qui ont participé aux phases éliminatoires pour la qualification à la coupe du monde de football 2010 en Afrique du Sud, seuls 31 pays y ont pris part, le trente-deuxième étant le pays organisateur. Quel est le pourcentage, au dixième près, de pays qualifiés pour cette compétition ?



Source : Wikipédia

- 15 Dans un collège de 360 élèves, 171 d'entre eux sont des garçons.
- Quel est le pourcentage de garçons ?
  - Calcule de deux manières différentes le pourcentage de filles.

- 16 Une ville possède deux collèges. Dans le premier, il y a 350 élèves et 40 % d'entre eux sont des demi-pensionnaires. Dans le deuxième, il y a 620 élèves dont 124 demi-pensionnaires.
- Dans le premier collège, combien y a-t-il d'élèves demi-pensionnaires ?
  - Dans le second collège, quel est le pourcentage d'élèves demi-pensionnaires ?
  - Dans les deux établissements réunis, quel est le pourcentage de demi-pensionnaires ? Quelle remarque peux-tu faire ?

- 17 Lors de l'élection des délégués de classe, les 28 élèves de la classe ont élu Ahmed avec 20 voix et Séraphine avec 18 voix.
- Calcule le pourcentage d'élèves qui ont voté pour chacun de ces deux délégués.
  - Eric, qui n'a pas été élu, a eu entre 15 % et 20 % des suffrages. Combien d'élèves ont voté pour lui ? Calcule le pourcentage de votants pour Eric au dixième près.

- 18 Au club de ski, 155 licenciés pratiquent régulièrement leur sport de glisse favori : 53 d'entre eux pratiquent le ski de fond, 80 le ski de piste et le reste du surf.
- Calcule le pourcentage représenté par ces trois sports.
  - Effectue une représentation graphique qui te semble le mieux convenir à la situation.

# Exercices d'entraînement

## 19 Chambre miniature

Simona veut réaliser le plan de sa chambre à l'échelle 1/50.

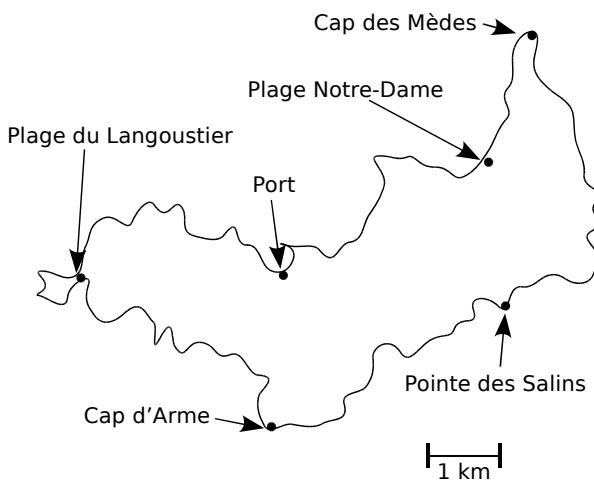
- a. Reproduis et complète le tableau de proportionnalité suivant.

	Échelle	Longueur	Largeur
Dimensions sur le plan (en cm)	1		
Dimensions réelles (en cm)	50	450	380

- b. La largeur d'une porte est de 1,8 cm sur le plan. Quelle est sa largeur en réalité ?

## 20 À la mer

La carte suivante schématise l'île de Porquerolles.



- a. Quelle est l'échelle de cette carte ?  
 b. Quelle distance y a-t-il entre la Plage du Langoustier et le Cap des Mèdes à vol d'oiseau ? Et entre le Port et le Cap d'Arme ?  
 c. Construis un tableau qui donne la distance à vol d'oiseau entre le Cap de Mèdes et les autres points de l'île.

## 21 Annecy et Grenoble sont distantes de 97 km.

- a. Sur une carte à l'échelle 1/100 000, quelle distance sépare Annecy de Grenoble ?  
 b. Chambéry est situé entre Annecy et Grenoble, à 40 km d'Annecy. À quelle distance cela correspond-il sur la carte ?  
 c. Aix-les-Bains est à 1,1 cm de Chambéry sur la carte. À quelle distance cela correspond-il en réalité ?

- 22 Exprime, à l'aide d'une fraction de numérateur 1, les échelles suivantes.

- a. 1 cm sur un plan représente 100 cm dans la réalité.  
 b. 5 cm sur une carte représentent 1 500 cm dans la réalité.  
 c. 1 cm sur une carte correspond à 5 km dans la réalité.

- 23 Détermine, dans chaque cas, l'échelle utilisée.

- a. Sur une carte routière, la distance entre deux villes est de 15 cm. En réalité, cette distance est de 300 km.  
 b. Sur la maquette d'un building, la flèche de l'immeuble mesure 12 cm. En réalité, elle mesure 36 m.  
 c. Sur le plan d'une halle des sports, les gradins ont une longueur de 82,5 cm. En réalité, ils mesurent 55 m.  
 d. Une Tour Eiffel en modèle réduit mesure 18 cm. En réalité, elle mesure 324 m (antennes de télévision incluses).

## 24 Avec les unités de temps

- a. Convertis les durées suivantes en secondes : 8 min ; 9 min 48 s ; 3 h 29 min et 2 h 07 min 09 s.  
 b. Convertis les durées suivantes en minutes : 6 h ; 1 h 15 min ; 5 h 48 min et 1 j 23 h 17 min.  
 c. Effectue les divisions euclidiennes suivantes.

$$1\ 896 \quad | \quad 60 \qquad 37\ 193 \quad | \quad 60 \qquad 619 \quad | \quad 60$$

Utilise les résultats trouvés pour convertir :

- 1 896 min en secondes ;
  - 37 193 s en heures, minutes et secondes.
- d. Exprime en heures, minutes et secondes les durées suivantes.

<ul style="list-style-type: none"> <li>• 3 876 s</li> <li>• 18 178 s</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 88 400 s</li> <li>• 16 198 s</li> </ul>
---	--

- 25 Convertis les heures décimales en heures, minutes et secondes comme dans l'exemple.

$$3,5 \text{ h} = 3 \text{ h} + 0,5 \times 60 \text{ min} = 3 \text{ h } 30 \text{ min}$$

- |   |   |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>a. 6,2 h</li> <li>b. 3,75 min</li> <li>c. 8,6 h</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>d. 3,55 min</li> <li>e. 2,15 h</li> <li>f. 5,35 h</li> </ul> |
|---|---|

# Exercices d'entraînement

## **26** Payer pour calculer

Pour effectuer des calculs longs et complexes, les entreprises louent du temps de calcul sur des super-ordinateurs. On leur facture 2 130 € l'heure de calcul. Combien paieront-elles pour un calcul qui dure :

- a.** 40 min ?      **c.** 3 h 25 min ?  
**b.** 2 h 12 min ?      **d.** 1 jour 2 h 30 s ?

## 27 À la banque

En t'a aidant des changes en novembre 2009 donnés ci-dessous, réponds aux questions.

1 € = 1,5138 dollar US

1 € = 69,8591 roupies indiennes

1 yuan chinois = 0,0967 €

- a.** Combien valent 3 euros en dollars US ?
  - b.** Combien valent 20,5 yuans chinois en euros ?
  - c.** Combien valent 50 euros en roupies indiennes ?
  - d.** Combien valent 100 dollars US en euros ?
  - e.** Combien valent 200 roupies indiennes en euros ?
  - f.** Combien valent 3 000 yuans en dollars ?

**28** *Un problème de robinet*

Un robinet fuit de façon régulière et remplit un seau de 6 L en 45 minutes.

- a.** Quel volume d'eau s'échappe en 15 minutes ?
  - b.** Si on laisse couler le robinet pendant une heure, quel volume d'eau s'écoulera-t-il ?
  - c.** On place une bassine de 50 L sous le robinet. En combien de temps sera-t-elle remplie ?

29 Remontée de piste

Un télésiège fonctionne de 9 h à 16 h 45 sans s'arrêter et peut transporter jusqu'à 1 200 skieurs par demi-heure.

Quel nombre maximal de skieurs ce téléski peut-il déposer chaque jour en haut des pistes ?

## **30** Voyager sur l'eau

Un pétrolier navigue à allure constante. Il effectue 15 miles en 2 heures. Donne la distance qui sera couverte en :

- a.** 6 heures      **b.** 8 h 30 min      **c.** 10 h 45 min

31 Voyager sur terre

Un véhicule a effectué 98 km en 1 h 10 min. En supposant son mouvement uniforme, quelle distance a-t-il couverte en une heure ?

## **32** Voyager à la vitesse du son et de la lumière

La vitesse du son est de 340 mètres par seconde et celle de la lumière est de 299 792 458 mètres par seconde.

- a.** Exprime ces vitesses en kilomètres par heure.

**b.** La Terre est assimilée à une sphère de 6 400 kilomètres de rayon. Combien de temps mettrait-on pour en faire le tour à la vitesse du son ?



- c. Une Année-Lumière (notée A.L.) est une unité de longueur utilisée par les astronomes pour mesurer les distances entre les planètes. Une Année-Lumière est la distance parcourue par la lumière en une année. Exprime cette distance en kilomètres.

## **33** *Un rapporteur gradé*

Le grade est une autre unité pour mesurer les angles : 100 grades correspondent à 90°.

- a.** Convertis en grades la mesure des angles suivants :  $45^\circ$  ;  $135^\circ$  ;  $180^\circ$  ;  $27^\circ$  et  $153^\circ$ .

**b.** Convertis en degrés la mesure des angles suivants : 66 grades ; 75 grades et 160 grades.

**34** Longueur d'un arc de cercle

On considère un cercle de rayon 1 dm, de centre O.

- a. Quelle est la longueur de ce cercle ?
  - b. Quelle est la longueur d'une moitié de ce cercle ? Combien mesure l'angle de sommet O qui correspond à cet arc ?
  - c. Quelle est la longueur d'un arc de ce cercle qui correspond à un angle de  $90^\circ$  ?  $45^\circ$  ?  $1^\circ$  ?

# Exercices d'approfondissement

## 35 Les petites rivières font de grands fleuves

Une famille décide de changer les ampoules classiques de son domicile qui avaient une puissance moyenne de 75 W pour des ampoules basse consommation d'une puissance moyenne de 15 W.

On rappelle qu'une ampoule de 75 W consomme 75 Wh, c'est-à-dire 75 W en 1 heure et que 1 kW correspond à 1 000 W.

a. En moyenne, une de ces ampoules est éclairée 1,5 h par jour. Quel est alors le nombre de kWh (1 kWh = 1 kW consommé pendant 1 h) économisés par année de 365 jours par cette famille ?

b. Le prix du kWh est approximativement de 0,6 €. Calcule ainsi l'économie réalisée par an au centime d'euro près.

c. Une ampoule classique coûte 1 € et une ampoule basse consommation 7 €.

Dans combien de temps environ la famille aura-t-elle remboursé son investissement ?

## 36 Des rabais

a. Le gérant d'un magasin de vêtements décide d'appliquer une réduction de 20 % sur l'ensemble de son magasin.

Quel sera le nouveau prix d'un pull coûtant 27 € ? D'un tee-shirt coûtant 15 € ?

b. Pour ses clients disposant d'une carte de fidélité, il décide d'appliquer une réduction supplémentaire de 10 % à celle déjà effectuée en a..

Calcule le prix des articles du a. pour ces clients.

c. Quel est alors le pourcentage de la remise effectuée aux clients fidèles ? Que peut-on dire ?

## 37 Des intérêts

Samir dispose de 150 €. Il les place le 31 décembre 2009 sur un livret rapportant 2 % d'intérêt par an.

a. Quels seront les intérêts la première année ? De quelle somme disposera-t-il au 1<sup>er</sup> janvier 2011 ?

b. Cet argent fructifie à nouveau la deuxième année. De combien d'argent disposera-t-il le 1<sup>er</sup> janvier 2012 ?

c. Il laisse cet argent pendant 5 ans sur son livret. Quelle sera la somme dont il disposera au 1<sup>er</sup> janvier suivant ?

**38** En décembre, une manufacture de jouets augmente sa production de 20 % par rapport à celle de novembre, et en janvier elle diminue sa production de 20 % par rapport à celle du mois de décembre.

a. Que penses-tu des productions en novembre et janvier ?

b. En novembre, 1 250 jouets ont été produits. Combien ont été produits en décembre ? Combien ont été produits en janvier ? Ta réponse à la question a. était-elle correcte ?

c. Le gérant de la manufacture a annoncé à ses employés qu'il prévoyait une augmentation de 200 % de la production d'ici 10 ans. Cela signifie que la production va être multipliée par un certain nombre, lequel ?

d. Cette année, 15 000 jouets seront produits. Combien le gérant espère-t-il en produire d'ici 10 ans ?

**39** Une ville compte 40 000 habitants en 2010. Elle perd chaque année 1,5 % de sa population.

a. Quel sera le nombre d'habitants dans un an ?

b. Dans un tableur, reproduis la feuille de calcul suivante puis programme les cellules pour connaître la population de cette ville dans 10 ans.

	A	B
1	Année	Population
2	2010	40 000
3	2011	=B2-B2*1.5/100

c. Dans combien d'années la ville aura moins de 20 000 habitants ?

**40** Voici deux programmes de calcul.

### Programme A

- Choisir un nombre
- Lui ajouter 3
- Multiplier le résultat par 5
- Retrancher 15

### Programme B

- Choisir un nombre
- Lui retrancher 7
- Multiplier le résultat par 3
- Ajouter 14

a. Que donnent ces programmes pour les nombres suivants : 3 ; 3,7 ; 0,5 ; 13 ?

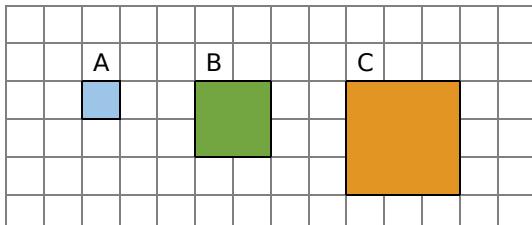
b. Pour chaque programme, les nombres de départ et d'arrivée te semblent-ils proportionnels ?

c. Applique chaque programme en notant  $x$  le nombre de départ. Les expressions littérales obtenues te permettent-elles de contrôler ta réponse au b. ?

# Exercices d'approfondissement

## 41 À la TV

Un présentateur TV montre le prix de trois articles à l'aide du schéma suivant.



a. Sachant que les articles A, B et C coûtent respectivement 1 € ; 4 € et 6,25 €, que penses-tu de la représentation effectuée ?

b. Comment représenterais-tu un article coûtant 9 € ?

c. Comment aurais-tu représenté ces quatre articles en utilisant des segments ?

## 42 Avec des carrés

On va utiliser un tableau pour calculer le périmètre et l'aire de carrés de côtés entiers de 1 à 10 cm.

	A	B
1	Longueur du côté	1
2	Périmètre	
3	Aire	

a. Reproduis puis programme les cellules B2, C2... et B3, C3... pour calculer le périmètre et l'aire des carrés demandés.

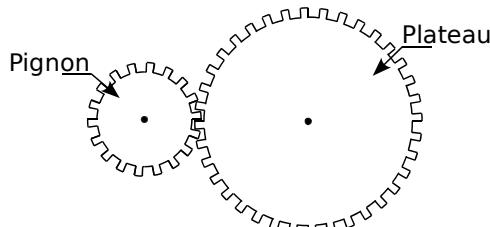
b. Fais un graphique représentant le périmètre en fonction de la longueur, puis un deuxième graphique représentant l'aire en fonction de la longueur.

Quelles remarques peux-tu faire ?

## 43 Engrenages et vélo

### 1<sup>re</sup> Partie

On s'intéresse à l'engrenage ci-dessous, composé d'un pignon et d'un plateau :



a. Compte le nombre de dents des deux éléments de l'engrenage puis réponds aux questions suivantes :

- Si le plateau parcourt un tour, combien de tours le pignon parcourt-il ?
- Si le pignon parcourt sept tours, combien de tours le plateau parcourt-il ?
- Est-on dans une situation de proportionnalité ?

### 2<sup>e</sup> Partie

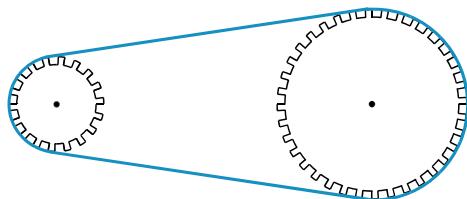
On s'intéresse à présent à un engrenage composé d'un plateau de rayon 8 cm et d'un pignon de rayon 3 cm.

b. Calcule le périmètre du plateau et du pignon puis réalise un tableau qui te permettra de répondre rapidement aux questions suivantes :

- Si le plateau parcourt un tour, combien de tours le pignon parcourt-il ?
- Si le pignon parcourt neuf tours, combien de tours le plateau parcourt-il ?
- Quel est le coefficient qui permet de passer du nombre de tours du plateau à celui du pignon ?

### 3<sup>e</sup> Partie

On considère à présent le vélo de M. Mathenpoche composé d'un plateau de rayon 20 cm et d'un pignon de rayon 8 cm reliés par une chaîne.



c. Sur le pignon est fixée la roue arrière et sur le plateau sont fixées les pédales.

- Combien de tours le plateau parcourt-il lorsque M. Mathenpoche donne un coup de pédales ?
- Combien de tours le pignon parcourt-il lorsque M. Mathenpoche donne un coup de pédales ?

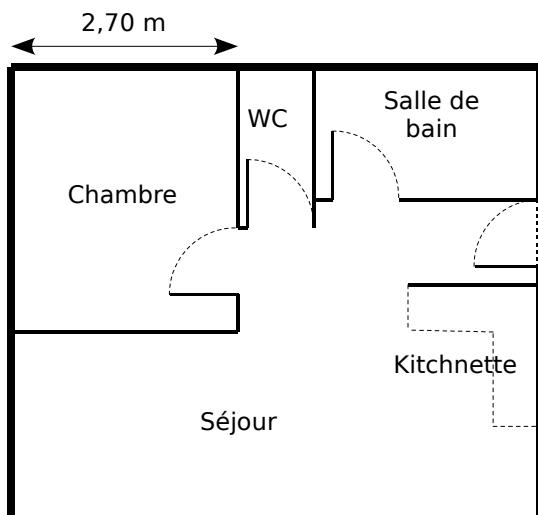
d. Le diamètre de la roue du vélo de M. Mathenpoche mesure 60 cm. Combien de mètres parcourt M. Mathenpoche lorsqu'il donne un coup de pédales ? Deux coups de pédales ? Sept coups de pédales ?

e. Réalise un tableau qui donne la distance parcourue en fonction du nombre de coups de pédales.

## 1 À la courte échelle...

### 1<sup>re</sup> Partie : S'entraîner

Voici le plan d'un appartement :



- a. Quelle est la largeur de cet appartement dans la réalité ?
- b. Quelles autres dimensions réelles pouvez-vous déterminer facilement ?
- c. Quelle est l'échelle de ce plan ?
- d. Calculez toutes les dimensions réelles et présentez-les dans un tableau (on arrondira au centimètre).

### 2<sup>e</sup> Partie : Imaginer

- e. Réalisez à main levée le plan d'une maison qui respecte les critères suivants :

- elle possède entre 5 et 8 pièces (chaque pièce compte) ;
- il doit y avoir tout le confort nécessaire (WC, salle de bain en particulier...) ;
- cette maison doit pouvoir s'inscrire dans un rectangle de longueur inférieure au double de sa largeur.

Sur cette figure à main levée, doivent figurer toutes les dimensions réelles nécessaires à la réalisation d'un plan de cette maison.

### 3<sup>e</sup> Partie : Réaliser

- f. Une fois ce dessin terminé, échangez votre plan avec celui d'un autre groupe puis :

- déterminez la meilleure échelle pour que le plan de cette maison puisse être réalisé sur une feuille de papier A4 (29,7 cm × 21 cm) ;
- construisez avec vos instruments le plan en respectant les dimensions.

## 2 Le lapin et la tortue...

- Le lapin et la tortue s'affrontent sur une course de 5 km.
- Les règles du jeu sont les suivantes (avec deux dés) :
  - la tortue part en premier ;
  - le premier dé donne le temps (en minutes) pendant lequel l'animal court ;
  - le deuxième dé donne la vitesse de course de l'animal (en km/h) pendant le temps donné par le premier dé ;
  - le vainqueur est celui qui arrive le premier au bout des 5 km.
- Si nécessaire, on arrondira au dixième les résultats trouvés.

### 1<sup>re</sup> Partie : Sur des exemples

- a. La tortue obtient un 5 avec le 1<sup>er</sup> dé et un 3 avec le 2<sup>e</sup> dé. Pour ce premier lancer, pendant combien de temps et à quelle vitesse va-t-elle courir ?
- b. À cette vitesse et en 60 minutes, quelle distance parcourrait-elle ? Aidez-vous alors du tableau de proportionnalité ci-dessous pour déterminer la distance parcourue par la tortue après le 1<sup>er</sup> lancer.

Temps en minutes	60	5
Distance en km	3	...

- c. Le lièvre obtient un 6 avec le 1<sup>er</sup> dé et un 2 avec le 2<sup>e</sup> dé. Va-t-il dépasser la tortue ?

### 2<sup>e</sup> Partie : Et si on jouait ?

- d. Préparez sur votre cahier un tableau permettant de recueillir les distances parcourues par les deux animaux, puis à vous de jouer...

### 3<sup>e</sup> Partie : Pour aller plus vite...

- e. Quelle distance maximale peut-on parcourir avec un lancer de dés ? Quelle distance minimale peut-on parcourir ?
- f. Dans un tableur, programmez les cellules de la colonne C de manière à obtenir directement la distance parcourue (en kilomètres) à partir de n'importe quel lancer de dés.

	A	B	C
1	1 <sup>er</sup> dé	2 <sup>e</sup> dé	Distance parcourue
2	1	1	
3	1	2	
4	1	3	
5	...	...	

# Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4						
1	Quelles sont les grandeurs proportionnelles ?	L'âge et la taille d'une personne	La taille d'un avion et sa vitesse	Le périmètre d'un cercle et son diamètre	L'ancien prix et le nouveau prix après réduction de 10 %						
2	Quelles sont les situations où les grandeurs sont proportionnelles ?	Un taxi fait payer 10 € pour 8 km et 14 € pour 12 km	Un piéton parcourt 0,5 km en 10 min et 3 km en 1 h	Un forfait de ski coûte 27 € pour un jour et 162 € pour 6 jours	Il a plu 5 cm d'eau en 3 jours et 20 cm en 14 jours						
3	Quels sont les tableaux de proportionnalité ?	1 5 9 2 6 10	0,3 0,9 7,6 3 9 76	2 4 6 7 14 21	7 15 7,1 15 7 1,7						
4	Ce tableau est un tableau de proportionnalité. <table border="1"> <tr> <td>2,5</td> <td>7,5</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>9</td> <td><math>a</math></td> </tr> </table>	2,5	7,5	10	3	9	$a$	Pour calculer $a$ , je peux faire $3 + 9$	Pour calculer $a$ , je peux faire $9 + 2,5$	Pour calculer $a$ , je peux faire $10 + 1,5$	Pour calculer $a$ , je peux faire $3 \times 4$
2,5	7,5	10									
3	9	$a$									
5	Une maquette d'un bateau est à l'échelle $\frac{1}{50}$ donc...	1 cm sur la maquette représente 50 m en réalité	50 cm sur la maquette représentent 25 m en réalité	1 m en réalité est représenté par 50 cm sur la maquette	1 mm sur la maquette représente 5 cm en réalité						
6	Si 4 crayons coûtent 7 € alors...	7 crayons coûtent 4 €	40 crayons coûtent 70 €	5 crayons coûtent 8 €	6 crayons coûtent 10,50 €						
7	Quelles sont les affirmations vraies ?	0,5 et $\frac{1}{2}$ représentent la même proportion.	$\frac{1}{3}$ et $\frac{6}{9}$ représentent la même proportion.	20 % et $\frac{1}{5}$ représentent la même proportion.	7 % et 0,7 représentent la même proportion.						
8	12 % de 150 €, c'est...	$12 : 100 \times 150$	$100 : 12 \times 150$	$12 : 150 \times 100$	18						
9	Après une réduction de prix de 20 %...	un pantalon qui coûtait 20 € coûte 1 € désormais	une télévision qui coûtait 200 € coûte 20 € désormais	une baguette qui coûtait 1 € coûte 0,80 € désormais	un vélo qui coûtait 100 € coûte 20 € désormais						



## Récréation mathématique

### Vive les soldes !

Pour les soldes, le vendeur d'un magasin te laisse le choix entre

- Formule 1 : une réduction de 60 % ;
  - Formule 2 : une réduction de 50 % puis de 10 % sur ce qui rest
  - Formule 3 : une réduction de 10 % puis de 50 % sur ce qui rest
- Y a-t-il une proposition plus avantageuse que les autres ? Si oui,



# >> Statistiques

D2



# Activités de découverte

## Activité 1 : Regrouper par classes

- Un chauffeur de bus effectue la navette entre le camping et la plage. Il a noté le nombre de passagers qu'il a transportés chaque jour du mois de juillet :

52	46	32	47	20	31	26	32	40	31	57
33	41	17	44	39	7	36	43	51	24	23
44	51	34	44	54	35	49	30	56		

**1.** Combien de voyages a-t-il effectués au total ?

**2.** Quel est le nombre minimum de passagers transportés pour un voyage ? Le maximum ?

**3.** Combien de voyages a-t-il effectués avec un nombre de passagers compris entre 41 (inclus) et 50 ?

**4.** Pour présenter le résultat de son travail à son patron, il aimerait réaliser un tableau et un histogramme permettant de visualiser facilement la répartition globale. Comment faire ? Construis-les.

## Activité 2 : Tableaux et classes

- Afin d'évaluer la fiabilité de sa chaîne de production, un fabricant de ciment a noté la masse (en kg) des sacs de ciment qui ont été produits en 10 minutes.

25,1	24,7	24,7	24,7	25,4	25,2	25,2	25,3	25,3	25,1
24,6	25,1	24,6	24,9	25,3	24,9	25,2	25,1	25,0	24,9
25,2	25,0	25,3	25,1	24,8	24,7	25,2	24,7	24,7	25,1
25,2	25,1	24,6	24,9	24,6	25,3	25,1	25,1	25,2	25,4
25,4	24,8	24,7	24,9	25,3	25,2	25,2	24,7	24,8	25,2

- 1.** Combien de sacs ont été produits ?
- 2.** Combien de sacs pèsent plus de 24,9 kg ? Combien pèsent 25 kg ? Combien pèsent 25,3 kg ?
- 3.** Combien de sacs sont dans la norme « 25 kg », c'est-à-dire qui pèsent 25 kg à un dixième près ?
- 4.** Reproduis et complète le tableau de **regroupement par classes** suivant.

Masse (en kg)	Entre 24,6 kg et 24,8 kg	Entre 24,9 kg et 25,1 kg	Entre 25,2 kg et 25,4 kg
Nombre de sacs			

- 5.** Reprends alors les questions **1.**, **2.** et **3.**. Ce tableau permet-il de répondre à toutes les questions ?
- 6.** Quels sont les intérêts et les inconvénients selon toi d'un tel tableau ?

# Activités de découverte

## Activité 3 : La roulette

À la roulette, on peut parier soit sur le numéro sorti, soit sur la couleur du numéro sorti (noir ou rouge). Au bout de 25 parties consécutives, voilà les couleurs sorties :

N N R N R R N N R N R N N R N N N R R R N R R N N

1. Peut-on dire que plus de 50 % des tirages sont rouges ?

2. Que pourrait-on appeler « fréquence d'apparition de la couleur rouge » dans cette série ?

3. Les 40 parties suivantes ont donné les résultats ci-dessous :

N R N R R R N N R N R R R N N N R N R R N R N R R  
N R R N N R R N R N R N N R R N R N R N R N R N N

Calcule la fréquence d'apparition de la couleur rouge pour ces 40 tirages.

4. Un joueur qui n'a effectué que les 25 premières parties et qui ne parie que sur la couleur rouge a fait la réflexion suivante : « J'aurais plus souvent gagné si j'avais fait plutôt ces 40 parties ! ». A-t-il raison ?

## Activité 4 : Pourcentages, diagrammes et tableur

Au collège, l'an dernier, la moitié des élèves de troisième ont été orientés en seconde générale, 20 % en bac professionnel, 15 % en CAP et 15 % d'entre eux ont doublé. On souhaite illustrer cette répartition par un diagramme circulaire.

1. Reproduis le tableau suivant puis places-y les données de l'énoncé.

Orientation	2 <sup>nde</sup> générale	Bac pro.	C.A.P.	Doublement	Total
Effectif					
Fréquence (%)					
Angle (°)					

2. Sachant que cette étude concerne 160 élèves, complète la ligne des effectifs.

3. Quelle mesure en degrés dois-tu placer dans la dernière case du tableau ?

4. Quel est l'angle en degrés correspondant à la part du diagramme illustrant la catégorie « 2<sup>nde</sup> générale » ?

5. Les angles des parts du diagramme étant proportionnels aux fréquences des catégories qu'elles représentent, par quel coefficient dois-tu multiplier chaque fréquence pour obtenir l'angle correspondant ? Complète alors la dernière ligne du tableau.

6. Construis alors au rapporteur le diagramme circulaire, sans oublier le titre et la légende.

7. Dans une feuille de calcul d'un tableur, reporte les données de l'énoncé. Par le menu *Insertion - Diagramme*, choisis le diagramme de type *Secteurs* pour construire le diagramme circulaire illustrant la répartition.

	A	B	C	D	E
1 Orientation	2 <sup>nde</sup> générale	Bac pro.	C.A.P.	Doublement	
2 Fréquence (%)	50	20	15	15	

8. D'après toi, quels sont les avantages et les inconvénients d'un tel diagramme par rapport au tableau ?

# Méthodes et notions essentielles

## Méthode 1 : Regrouper des données par classes

### À connaître

Lorsque l'on étudie un **caractère quantitatif** sur une série brute de données, pour **limiter la taille du tableau de données**, on est parfois amené à **regrouper les données par classes** : on détermine alors les effectifs de chaque classe.

**Exemple :** On a demandé à 28 élèves leur taille en centimètres. La série brute constituée par les résultats de cette enquête est la suivante :

155 151 153 148 155 153 148 152 151 153 156 147 145 156  
154 156 149 153 155 152 149 148 152 156 153 148 148 150

La population étudiée est constituée par les élèves de la classe. Son effectif total est 28. Le caractère étudié – leur taille – est quantitatif.

Les tailles allant ici de 145 cm à 156 cm, on décide de regrouper ces données par classes d'amplitude 4 cm.

Taille comprise (en cm)	Entre 145 et 149	Entre 150 et 154	Entre 155 et 159
Effectif	9	12	7

### Exercice « À toi de jouer »

**1** Une sage-femme a relevé le poids à la naissance des bébés qu'elle a aidés à mettre au monde au cours de son dernier mois de garde (poids en kilogrammes) :

3,97 4,27 2,89 3,09 4,17 2,31 2,57 3,44 4,13 2,27 3,5  
4,14 2,5 3,11 4 2,6 2,92 3,97 3,46 2,75

Regroupe ces données par classes dans le tableau suivant.

Poids p du nourrisson (en kg)	$2 \leq p < 2,5$	$\dots \leq p < \dots$			
Effectif					

## Méthode 2 : Calculer une fréquence

### À connaître

**La fréquence d'une valeur est le quotient :**  $\frac{\text{effectif de la valeur}}{\text{effectif total}}$ .

Elle peut être exprimée sous forme décimale (exacte ou approchée) ou fractionnaire. Dans le cas de pourcentage, on parle de **fréquence en pourcentage**.

**Exemple :** Dans une classe de 30 élèves, il y a 12 filles. Calcule la fréquence puis la fréquence en pourcentage des filles dans cette classe.

Il y a dans la classe **12 filles sur 30** élèves : la fréquence des filles est donc  $\frac{12}{30}$ .

Or  $\frac{12}{30} = \frac{4 \times 3}{10 \times 3} = \frac{4}{10} = \frac{40}{100}$ . Donc 40 % des élèves de cette classe sont des filles.

# Méthodes et notions essentielles

## Exercice « À toi de jouer »

- 2 À l'école maternelle Jean Moulin, il y a 120 enfants dont 36 en grande section, 54 en moyenne section et 30 en petite section. À l'école maternelle Alphonse Daudet, il y a 63 enfants en grande section, 72 en moyenne section et 45 en petite section. Calcule, pour chacune de ces deux écoles, la fréquence en pourcentage de chaque catégorie d'enfant.

## Méthode 3 : Construire un diagramme circulaire

### À connaître

L'angle de chaque secteur angulaire d'un diagramme circulaire (ou semi-circulaire) est **proportionnel** à l'effectif correspondant.

L'effectif total correspond à **un angle de 360°** (180° pour les semi-circulaires).

**On obtient l'angle en degrés en multipliant la fréquence par 360** (ou 180).

**Exemple :** Le recensement de l'INSEE de 1999 (sur la population française) montre que :

- 14 951 165 personnes ont moins de 20 ans ;
- 32 555 443 ont entre 20 et 59 ans ;
- 12 680 597 ont plus de 60 ans.

On présente les calculs dans un tableau (valeurs arrondies au centième pour les fréquences et au degré pour les angles) :

Tranche d'âge	Moins de 20 ans	Entre 20 et 59 ans	Plus de 60 ans	Total
Effectif	14 951 165	32 555 443	12 680 597	60 187 205
Fréquence	0,25	0,54	0,21	1
Angle (°)	90	194	76	360

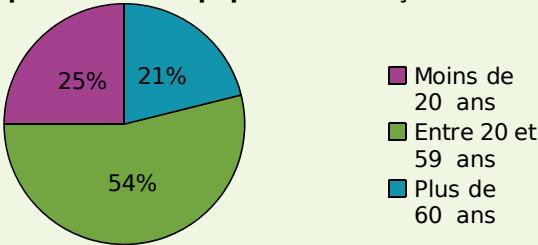
× 360

Par exemple, pour les moins de 20 ans, la fréquence est :

$14\,951\,165 \div 60\,187\,205 \approx 0,25$  donc l'angle vaudra :  $0,25 \times 360^\circ = 90^\circ$ .

On construit ensuite le diagramme à l'aide d'un rapporteur.

Répartition de la population française en 1999



## Exercice « À toi de jouer »

- 3 À la fin de l'année scolaire 2002/03, l'orientation des élèves de 3<sup>e</sup> a donné les résultats suivants (source INSEE) :

3 <sup>e</sup> (Doublement).....	38 898	CAP.....	36 626
2 <sup>nde</sup> .....	362 573	Autres.....	456
BEP.....	151 736		

Construis un diagramme semi-circulaire représentant ces données.

# Exercices d'entraînement

## Lire un tableau ou une représentation graphique

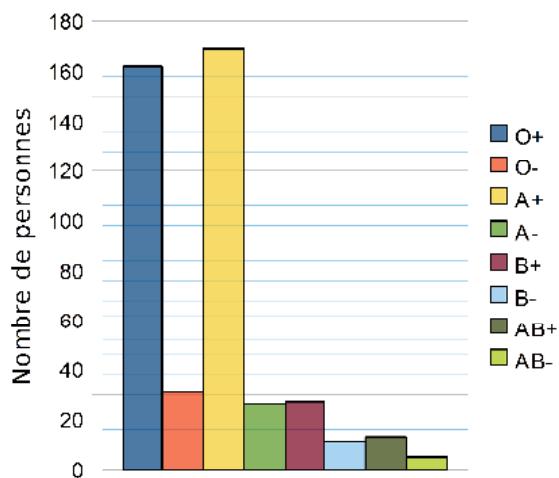
- 1** Un concessionnaire automobile a vendu ce mois-ci 85 véhicules de tous types. En voici un descriptif partiel :

Vendeurs	Citadines	Sportives	Routières	Totaux
Paul	3	5		17
Denis	4		6	15
Henri	3		8	
Steeve		4		18
Eliess	5		2	16
Totaux		31	30	85

Complète-le au fur et à mesure des questions.

- a. Combien de voitures Henri a-t-il vendues ?
- b. Combien de citadines ont été vendues dans cette concession ?
- c. Quel est le vendeur qui a vendu le plus de sportives ?
- d. Denis est persuadé d'avoir vendu autant de sportives que de routières. A-t-il raison ?
- e. Qui est le meilleur vendeur ?
- f. Quel type de véhicule a été le plus vendu ce mois-ci ?

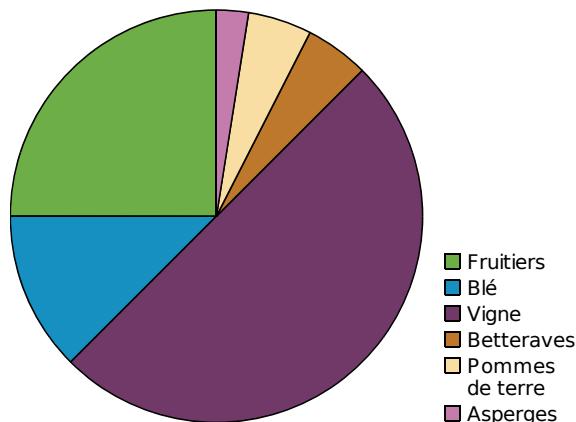
- 2** Voici la répartition en groupes sanguins des salariés d'une entreprise.



- a. Quel est le groupe sanguin le plus répandu ? Le moins répandu ?
- b. Réalise un tableau permettant de regrouper les informations portées sur le graphique.

## **3** Plein champ

Un agriculteur a réalisé le diagramme circulaire suivant illustrant l'utilisation des terres de son exploitation.



- a. Quel type de culture occupe la moitié de ses terres ?
- b. Quel type de culture est la moins répandue sur ses terres ?
- c. Quel type de culture occupe le quart de ses terres ?
- d. Quelles cultures occupent la même surface ?

## Regrouper des données par classes

- 4** Le professeur a organisé un concours de lancer de javelot. Voici les distances atteintes (en mètres) par ses 21 élèves de 5<sup>e</sup> :

9,1    6,5    9,8    13,6    11,9    14,5    8  
 11    13,1    13,7    8,7    6,1    11,9    10  
 9,1    8,3    8    12,1    13,7    9,4    8,1

- a. Combien d'élèves ont lancé à 12 mètres ou plus ?
- b. Combien d'élèves ont lancé à 8,9 mètres ou moins ?
- c. Complète le tableau ci-dessous obtenu en regroupant les lancers des élèves par classes.

Performance	De 6 m à 8,9 m	De 9 m à 11,9 m	De 12 m à 14,9 m
Nombre de lancers			

- d. Combien d'élèves ont lancé à 9 mètres ou plus ?

# Exercices d'entraînement

## 5 Recensement départemental

- a. Télécharge le fichier tableur donnant la population des départements français.
- b. À l'aide du tableur, effectue un tri des départements du moins peuplé au plus peuplé.
- c. Construis un tableau qui donne le nombre de départements de moins de 200 000 habitants, entre 200 000 et 399 999 habitants, etc.
- d. Combien de départements ont plus d'un million d'habitants ?

- 6** Un fabricant de reblochons pèse chaque fromage à la sortie de sa chaîne de production. Chaque reblochon doit peser théoriquement 250 g. Voici ce qu'il obtient :

248	247	255	244	253	248	252
252	253	248	252	245	250	246
246	255	250	255	251	252	255
254	251	251	257	246	252	245
253	249	246	247	248	250	255
245	249	254	252	244	251	245
247	249	248	244	246	251	252
253	246	254	243	244	254	244
254	245	251	249	248	249	249

Dans un premier temps, il décide de vendre :

- au marché ceux qui sont entre 243 g et 247 g avec un bénéfice de 1,50 € par fromage ;
- à un supermarché ceux qui sont entre 248 g et 252 g avec un bénéfice de 0,90 € par fromage ;
- les autres à des fromagers avec un bénéfice de 1,20 € par fromage.

- a. Utilise un tableau à trois classes pour indiquer combien de fromages ce fabricant peut vendre pour chacune des trois possibilités.

- b. Quel bénéfice récupère-t-il de la vente de tous ses fromages ?

## Calculer des effectifs et des fréquences

- 7** « Se Canto » est une chanson provençale dont voici la partition.



Quelle est la fréquence (arrondie au dixième) d'apparition de chaque note ?

- 8** Deux cinquièmes des légumes produits par un maraîcher sont des carottes.

Exprime cette fréquence sous forme d'un nombre puis en pourcentage.

- 9** Alice, François et Abdel travaillent sur des exercices de calcul de fréquences.

- a. Lors d'un exercice, Abdel trouve une fréquence de  $\frac{1}{4}$  et Alice trouve 0,25. Ont-ils bien obtenu le même résultat ?

- b. Pour un autre exercice, les trois élèves calculent chacun une fréquence qu'ils doivent ensuite comparer. Abdel trouve une fréquence de  $\frac{1}{5}$ , tandis qu'Alice obtient 0,1 et François 17 %. Propose plusieurs méthodes pour comparer ces trois fréquences.

- 10** Le chef du rayon peinture d'un magasin de bricolage a fait un inventaire de ses pots de peinture blanche pour boiseries et a constaté qu'il lui restait 221 pots de 0,5 L, 272 pots de 1 L, 170 pots de 2 L et 187 pots de 5 L.

- a. Récapitule ces informations dans la deuxième ligne du tableau ci-dessous.

Contenance	0,5 L	1 L	2 L	5 L	Total
Effectif					
Fréquence					1
Fréquence en %					100

- b. Combien lui reste-t-il de pots au total ?

- c. Complète la ligne « fréquence ».

- d. Complète la ligne « fréquence en % ».

- e. Les pots de volume supérieur ou égal à 2 L représentent-ils moins de 50 % du total ?

- 11** Voici une feuille de calcul incomplète.

A	B	C	D	E	F
1	... Entre 1 et 5	Entre 6 et 10	Entre 11 et 15	Entre 16 et 20	...
2	... 4	8	11	5	=SOMME(B2:E2)
3	=B2/F2				
4	=B3*100				

- a. Que proposes-tu comme contenus pour les cellules A1 et A2 ?

- b. Que permettent de calculer chacune des formules des cellules F2, B3 et B4 ?

- c. Fais alors des propositions pour les contenus des cellules F1, A3 et A4.

- d. Reproduis et complète cette feuille de calcul à l'aide d'un tableur.

# Exercices d'entraînement

**12** Reporte-toi au graphique de l'exercice **2**.

- Calcule la fréquence pour chaque groupe sanguin. Présente tes résultats dans un tableau.
- A-t-on des résultats analogues pour l'ensemble de la population française ?

**13** Voici le relevé des quatre tarifs appliqués aux visiteurs de la Tour Eiffel au cours de la première heure d'un jour donné.

Origine	Adultes	Enfants	Étudiants	Groupes
Fréquence	0,45		0,1	0,2

- Reproduis et complète ce tableau.
- Ajoute une ligne pour indiquer la fréquence en pourcentage puis complète-la.
- Ajoute une nouvelle ligne et calcule l'effectif de chaque catégorie sachant qu'il y a eu 1 700 visiteurs au total.

## Représenter des données sous forme d'un graphique

**14** Reporte-toi au tableau de l'exercice **1**. Construis un diagramme en barres représentant le total des ventes pour chaque vendeur.

**15** Lors d'un sondage télévisé, 50 % des personnes interrogées ont répondu « oui », 25 % ont répondu « non » et 25 % ne se sont pas prononcées. Sans aucun calcul, représente les résultats de cette enquête à l'aide d'un diagramme circulaire.

**16** Les employés d'un magasin de meubles ont fait l'inventaire du stock de canapés.

Type	2 places	3 places	Clic-clac	BZ	Total
Stock	18	14	42	9	
Angle					360°

- Combien y a-t-il de canapés en stock ?
- Réalise un diagramme à barres permettant de visualiser l'état du stock.  
On prendra pour unité graphique sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour 5 canapés.
- Recopie puis complète le tableau ci-dessus de sorte à pouvoir réaliser un diagramme circulaire représentant cet inventaire.
- Réalise ce diagramme circulaire.

**17** Un vote lors de l'assemblée générale d'une association a donné ces résultats :

- 96 voix pour M. Marcel ;
- 72 voix pour Mme Samia ;
- 60 voix pour M. Brandon ;
- 156 voix pour M. David ;
- 48 abstentions.

Réalise un tableau, comme dans l'exercice précédent, qui permet de récapituler ces données et de construire un diagramme semi-circulaire.

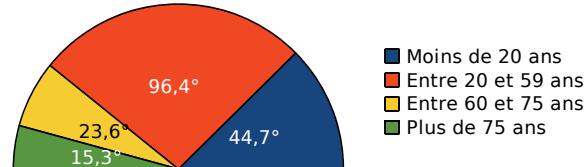
**18** Reporte-toi au tableau de l'exercice **11**. Construis un diagramme en barres représentant les différentes catégories puis un diagramme circulaire.

**19** Lors des vendanges, chaque tombereau est pesé à la cave coopérative avant d'être déversé dans les cuves à raisins. Voilà ce qu'a relevé le caviste le premier jour (en kilogrammes) :

740	1 243	827	327	977	352
685	1 025	1 221	690	475	605
401	893	799	723	469	552
717	985	799	581	787	989
361	963	1 213	752	804	605
293	473	677	313	520	732
264	627	469	421	555	824
963	522	1 209	993	928	547

Regroupe ces données en quatre classes de même amplitude puis réalise l'histogramme correspondant.

**20** Voici le diagramme semi-circulaire représentant la répartition de la population française par tranches d'âge en 2008 (INSEE).



**a.** Sachant qu'en 2008 il y avait environ 63,7 millions d'habitants en France, construis le tableau des effectifs représentant ces catégories. (On arrondira les résultats au dixième de million le plus proche.)

**b.** À l'aide d'un tableur, construis un diagramme circulaire représentant cette répartition.

# Exercices d'entraînement

## Interprétation de données statistiques

### 21 Question de proportions

Voici les doses pour 2 recettes de madeleines.

Ingrédients	Farine	Sucre	Beurre	Œufs
Recette 1	135 g	135 g	150 g	4
Recette 2	150 g	110 g	130 g	3

Chaque recette comprend également une part très faible de levure et de sel que nous négligerons.

- a. Compare la quantité de beurre puis de sucre dans chaque recette.
- b. Pour chaque recette, calcule la proportion de la masse totale pour chaque ingrédient en considérant qu'un œuf pèse en moyenne 60 g.
- c. Quelle est la recette la moins riche en matières grasses ? La moins sucrée ?
- d. Compare les résultats que tu as obtenus aux questions a. et c..

### 22 Sur autoroute

Il existe cinq classes de véhicules. Par exemple, la classe 1 correspond aux véhicules légers et la classe 4 aux poids-lourds et autocars à 3 essieux et plus. Le prix à payer au péage dépend de la classe.

- a. Lundi, la fréquentation du péage a été :

Classe	1	2	3	4	5
Effectif	681	171	255	336	57

Combien de véhicules sont passés au péage ?

- b. Pour chacune des catégories, calcule en pourcentage la fréquence de passage.
- c. Dimanche, voici quel était le relevé de passage au même péage pour un total de 1 200 véhicules.

Classe	1	2	3	4	5
Pourcentage	55	11	15	3	16

Combien de véhicules de classe 3 sont passés ce jour-là ?

- d. Est-ce dimanche ou lundi que sont passés le plus de véhicules de classe 1 ?
- e. En arrêtant un véhicule au hasard à ce péage, avait-on plus de chances qu'il soit de classe 1 le lundi ou le dimanche ?

- 23 Lors d'une élection de délégués, Ahmed a obtenu 40 % des voix.

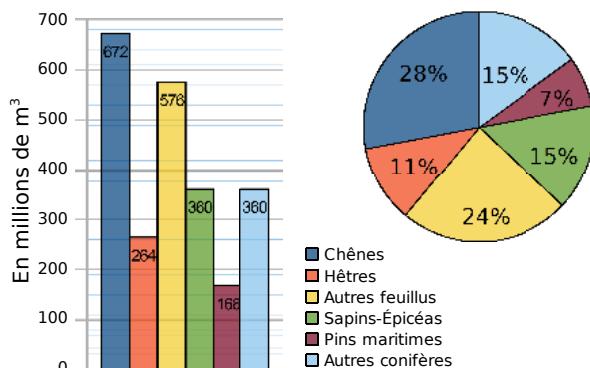
- a. Peut-on connaître le nombre de personnes qui ont voté pour lui ? Si oui, calcule-le. Si non, explique pourquoi.
- b. Peut-on représenter sa part de voix sur un diagramme semi-circulaire ? Si oui, construis-le. Si non, explique pourquoi.
- c. A-t-il obtenu la majorité des voix ? Peut-on lire le résultat de cette question sur un diagramme circulaire ou en barres ? Pourquoi ?

- 24 Les poubelles d'une famille de quatre personnes sont pesées toutes les semaines pendant 1 an afin de déterminer la redevance annuelle d'enlèvement des ordures ménagères. On obtient la répartition suivante.

Masse en kg	De 0 à 14	De 15 à 29	De 30 à 44	De 45 à 60
Effectif	6	17	22	7

- a. Combien de semaines les poubelles de cette famille ont pesé 30 kg et plus ?
- b. Combien de semaines les poubelles de cette famille ont pesé moins de 7 kg ?
- c. Explique les avantages et les inconvénients d'une répartition en classes dans ce cas.

- 25 Voici deux graphiques représentant la répartition du volume sur pied de la forêt française en 2008 (ONF).



- a. Détermine le volume sur pied total de la forêt française en 2008. Quel graphique as-tu utilisé pour répondre ?
- b. Le volume sur pied des chênes représente-t-il plus ou moins du quart du volume total ? Quel graphique permet de répondre facilement ?
- c. Leïla affirme qu'elle peut trouver le volume total en utilisant les données du diagramme circulaire et une valeur du diagramme en barres. Comment fait-elle ?

# Exercices d'approfondissement

## 26 À table !

Le gestionnaire a fait l'état des lieux du collège et a vérifié en particulier l'état des tables :

- 132 sont neuves ;
- 231 sont en bon état ;
- 99 sont dans un état passable ;
- 55 sont à réparer ;
- 33 sont à changer.

a. Remplis la deuxième ligne du tableau ci-dessous réalisé à l'aide d'un tableur.

	A	B	C	D	E	F	G
1		Neuves	Bon état	Passables	À réparer	À changer	Total
2	Nombre						
3	Fréquence						
4	Fréquence en %						

b. Dans quelle cellule doit-on calculer le nombre total de tables du collège ?  
Quel calcul dois-tu programmer pour générer automatiquement la cellule G2 ?

c. Que dois-tu programmer dans la cellule B3 pour faire calculer la fréquence des tables neuves ?  
Programme alors toutes les cellules de la ligne 3.

d. Quel valeur devra contenir la cellule G4 ?

e. Comment obtiens-tu la fréquence en pourcentage à partir de la fréquence ?  
Programme alors les cellules de la ligne 4 à l'aide d'une instruction simple.

f. Afin de présenter cet état des lieux, le gestionnaire souhaite réaliser un diagramme circulaire.  
En utilisant les fonctions de construction de diagramme du tableur, construis le diagramme circulaire correspondant à ces données.

g. Il veut maintenant le réaliser sur papier. Pour cela, tu dois ajouter sur le tableur la ligne suivante.

	A	B	C	D	E	F	G
...							
5	Angle						

Quel nombre dois-tu saisir en G5 ?

h. À l'aide du tableur et en utilisant uniquement les valeurs de la ligne 3 et de la cellule G5, calcule la valeur des angles pour la représentation de ces données sous forme d'un diagramme circulaire.

i. Comment passe-t-on de la ligne 4 à la ligne 5 ?

j. Réalise alors ce diagramme circulaire sur ton cahier.

k. En changeant uniquement la valeur d'une cellule, comment peux-tu obtenir toutes les données permettant de construire un diagramme semi-circulaire ? Construis-le sur ton cahier.

## 27 Pêche en haute mer

Un poissonnier est fier de ne vendre que des poissons pêchés par des chalutiers français. Il s'approvisionne en Bretagne, en Méditerranée, en Mer du Nord et en Vendée.

Il achète en Bretagne deux fois plus de kilos de poissons qu'en Vendée et quatre fois plus qu'en Mer du Nord. Il achète en Méditerranée autant de kilos de poissons qu'en Mer du Nord.

a. Exprime, en pourcentage, l'importance de ces commandes.

b. Construis un diagramme circulaire permettant de représenter la répartition des commandes de ce poissonnier à ses différents fournisseurs.

c. Sachant qu'il a acheté pour l'année dernière 45 t de poissons à ses fournisseurs, détermine pour chacun d'eux la quantité commandée.



## 1 Menez l'enquête...

Vous allez réaliser une petite enquête dans la classe. Pour cela, vous établirez un questionnaire constitué de deux questions : une qui portera sur un caractère qualitatif et une qui portera sur un caractère quantitatif.

### 1<sup>re</sup> Partie : Le questionnaire

- a. Par groupe, élaborez le questionnaire demandé, la question à caractère qualitatif ne devant pas proposer plus de six réponses différentes.
- b. Préparez un tableau qui vous permettra de traiter les réponses.
- c. À l'aide d'un traitement de texte, mettez en forme vos questions puis distribuez un questionnaire à chacun de vos camarades.

### 2<sup>e</sup> Partie : Les réponses

- d. Récupérez les questionnaires puis, à l'aide de votre tableau, récapitez les réponses de vos camarades.
- e. Combien de questionnaires avez-vous récupérés ? Combien de personnes ont répondu à vos questions ?

### 3<sup>e</sup> Partie : Première question

On s'intéresse ici à l'exploitation des résultats de la première question.

- f. Construisez alors un diagramme circulaire représentant les résultats de votre sondage.
- g. Préparez un petit texte qui décrit ce que ce graphique vous apporte comme informations.

### 4<sup>e</sup> Partie : Deuxième question

On s'intéresse ici à l'exploitation des résultats de la deuxième question.

- h. Effectuez judicieusement un regroupement par classes des réponses à votre question. Justifiez ce choix.
- i. Construisez un histogramme qui récapitule les données ainsi obtenues. N'oubliez pas d'écrire une légende pour cet histogramme.
- j. Préparez un petit texte qui décrit le graphique.

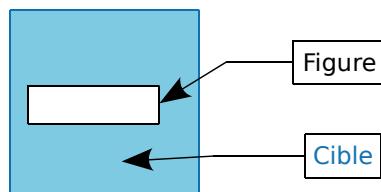
### 5<sup>e</sup> Partie : Bilan

- k. Présentez les résultats de votre enquête au reste de la classe.

## 2 Du côté de Monte-Carlo...

Vous allez utiliser un simulateur de jeu de fléchettes. Vous trouverez le simulateur dans les compléments du manuel Sésamath 5<sup>e</sup>, disponibles sur <http://manuel.sesamath.net/>.

### L'idée :



On lance les fléchettes sur la cible un très grand nombre de fois sans viser d'endroit en particulier (mais en supposant qu'on ne la manque jamais...) et à chaque tir, on note si on a touché l'intérieur de la figure dessinée. On regarde alors le pourcentage de réussite et on peut en déduire une approximation de l'aire de la figure.

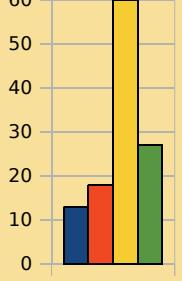
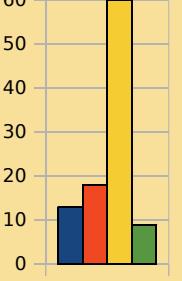
- a. La cible du simulateur est un carré de 15 cm de côté. Quelle est son aire ? (Utilisez la formule connue.)
- b. Faites tracer au simulateur un rectangle de 5 cm de longueur et 3 cm de largeur. Effectuez 100 tirs et notez le « nombre de tirs dans la cible ». Effectuez alors d'autres simulations de 100 tirs (il suffit de cliquer sur « tirer »). Que remarquez-vous ? Pourquoi ?
- c. Effectuez une simulation avec 2 000 tirs. Déterminez quelle est la fréquence de tirs dans la cible. Multipliez alors l'aire de la cible par cette fréquence. Comparez cette approximation avec l'aire du rectangle que vous calculerez avec la formule.
- d. Chaque élève du groupe remplit le tableau suivant :

Nombre de tirs	10	100	1 000	10 000
Fréquence				
Aire approximative de la figure				

- e. On veut faire une simulation de 40 000 tirs. Comment procédez-vous ? Complétez alors le tableau de la question précédente en rajoutant une colonne.
- f. Recommez cette expérience avec un carré de côté 4 cm.
- g. Recommez cette expérience avec un cercle de 3 cm de rayon.



## Se tester avec le QCM !

			R1	R2	R3	R4							
1	Voici les notes des élèves d'une classe à l'oral de l'histoire des arts au Brevet : 8-15-17-10-9-8-5-17-20-8-12-9-14-18-14-14-10-8-12-15-6-11-13-7-9		L'effectif total est...			100		20		25		180	
2			Quelles sont les répartitions possibles en classes ?	Note 1 à 4 5 à 9 10 à 14 15 à 20	Effectif 0 9 10 6	Note 1 à 4 5 à 9 10 à 14 15 à 20	Effectif 0 10 9 6	Note 1 à 3 4 à 7 8 à 11 12 à 15 16 à 20	Effectif 0 3 10 8 4	Note 1 à 3 4 à 7 8 à 11 12 à 15 16 à 20	Effectif 0 3 9 8 4		
3			Quelles sont les affirmations vraies ?	La fréquence du 17 est 0,08		La fréquence du 8 est $\frac{1}{5}$		La fréquence du 15 est $\frac{2}{25}$		15 % des élèves ont obtenu 14			
4	Voici la répartition de tous les animaux d'un zoo :		La fréquence d'oiseaux est...	0,18		8 %		18 %		82 %			
5			La mesure de l'angle d'un diagramme circulaire correspondant aux poissons est...	9°		18°		16,2°		14,4°			
6			Il y a 27 poissons... et 120 mammifères	et 39 reptiles		et 17 reptiles		et 69 mammifères					
7	Type Reptiles Oiseaux Mammifères Poissons	Fréquence en % 13 60 9	Avec la légende : ■ reptiles ■ oiseaux ■ mammifères ■ poissons la répartition peut être représentée par les deux graphiques...	 		 							
8	Quelles sont les affirmations vraies ?			La fréquence d'une valeur est un nombre compris entre 0 et 1	La fréquence 0,5 correspond à 5 %	Dans un diagramme circulaire, la fréquence 100 % correspond à 100°	Dans un diagramme semi-circulaire, un angle droit correspond à une fréquence de 0,25						



## Pour aller plus loin

### Les mystères du nombre pi

Voici les 60 premières décimales de :

$$\frac{22}{7} \approx 3,142857142857142857142857142857142857142857142857142857$$

$$\pi \approx 3,141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944$$

- Que dire des parties décimales de chacun de ces deux nombres ?
- Pour chacun d'eux, calcule la fréquence d'apparition de chaque chiffre pour les soixante premières décimales. Que remarques-tu ?
- Quel monument de Paris contient une salle où sont écrites les premières décimales de  $\pi$  ? Combien connaît-on de décimales de  $\pi$  à l'heure actuelle ?

# >> Symétrie centrale

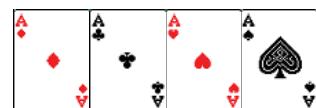
G1



# Activités de découverte

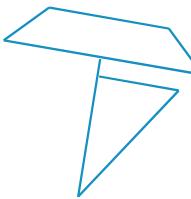
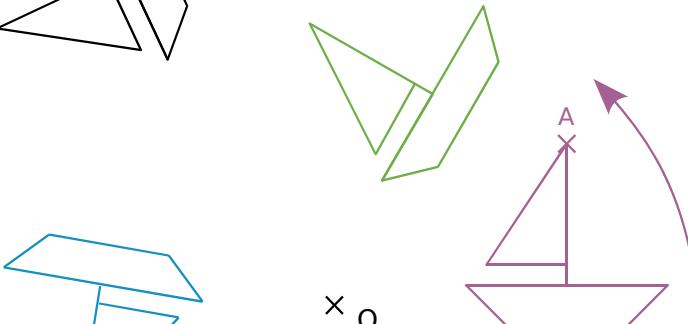
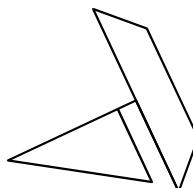
## Activité 1 : Magique ?

- Un magicien pose les quatre as sur une table comme ci-contre.
- Il les ramasse, les bat puis fait tirer une carte à un spectateur qui la regarde et la remet dans le paquet tenu par le magicien.
- Le magicien bat de nouveau les cartes et les retourne sur la table. Voici ce qu'il obtient :
- **1.** En comparant avec la position de départ, devine la carte qui a été tirée. Quelle manipulation a fait le magicien ?
- **2.** Le magicien recommence son tour en repartant de la position de départ et obtient l'alignement suivant. Quelle carte a été tirée ?
- **3.** En observant un jeu de cartes, propose un tour de magie basé sur le même principe avec d'autres cartes que les as.



## Activité 2 : Calque et demi-tour

- Mathieu a décalqué le bateau violet puis a construit quatre autres bateaux à l'aide de celui-ci.
- **1.** Trois de ces bateaux ont été obtenus par la même méthode. Laquelle ? Quel est le bateau qui ne respecte pas cette méthode et pourquoi ?
- *On ne tiendra plus compte de ce bateau pour la suite de l'activité.*
- **2.** Certains bateaux sont à moins d'un demi-tour, d'autres à plus d'un demi-tour du bateau de départ. Peux-tu préciser lesquels ?
- **3.** Parmi les bateaux dessinés, y en a-t-il deux qui se déduisent l'un de l'autre par un demi-tour autour du point O ? Si oui, précise lesquels.
- **4.** Mathieu aimeraient bien construire un bateau rouge qui soit exactement à un demi-tour du bateau violet. À l'aide d'un papier calque et de tes instruments de géométrie, aide Mathieu à construire ce nouveau bateau.
- **Le demi-tour autour du point O est encore appelé symétrie de centre O.**
- **5.** Construis deux phrases utilisant le mot « symétrique » et les différents bateaux de couleur.



× O

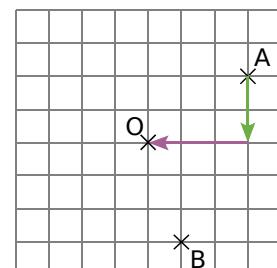


## Activité 3 : InstrumenPoche embarqué

- À l'aide du logiciel InstrumenPoche, place deux points A et O.
- **1.** On veut construire le point A', image du point A par la symétrie de centre O en utilisant uniquement la règle graduée. Détaille les différentes étapes de ta construction puis effectue le tracé à l'aide des instruments virtuels d'InstrumenPoche.
- **2.** Place un point B à 3 cm de O. On veut construire le point B', image du point B par la symétrie de centre O en utilisant uniquement la règle non graduée et le compas. Détaille les différentes étapes de ta construction puis effectue le tracé à l'aide des instruments virtuels d'InstrumenPoche.

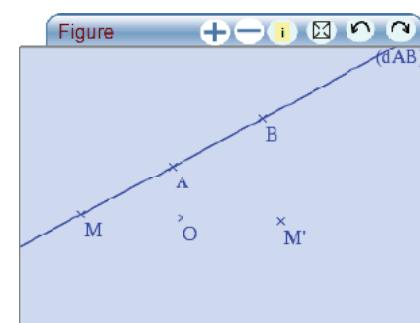
## Activité 4 : Dans un quadrillage

- **1.** Reproduis les points O, A et B sur le quadrillage de ton cahier.
- **2.** Construis le point A', symétrique de A par rapport à O.
- **3.** Pour aller de A à O, on suit la flèche verte puis la violette, comme indiqué sur la figure ci-contre. Reproduis ces flèches sur ton cahier.
- **4.** Construis des flèches similaires pour aller de O à A'. Que remarques-tu ?
- **5.** Y a-t-il un autre chemin possible pour aller de A à O en suivant le quadrillage ?
- **6.** En utilisant uniquement le quadrillage, place le point B' symétrique du point B par rapport à O.



## Activité 5 : Symétrique d'une droite

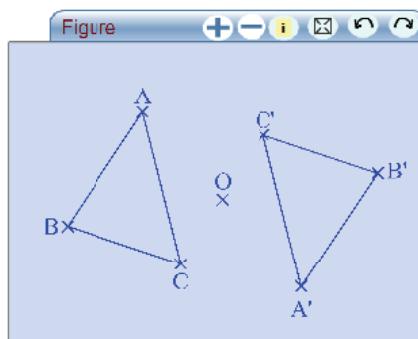
- **1. Avec le logiciel TracenPoche**
- À l'aide du bouton , place trois points A, B et O.
- À l'aide du bouton , construis la droite (AB).
- À l'aide du bouton , place un point M sur (AB).
- À l'aide du bouton , construis le point M' symétrique du point M par rapport au point O.
- **2.** En utilisant le bouton , demande la trace du point M'. Déplace le point M et observe la trace de M'. Qu'en déduis-tu concernant le symétrique de la droite (AB) par rapport à O ? Désactive la fonction Trace.
- **3.** Propose une méthode de construction du symétrique de la droite (AB) par rapport à O.
- **4.** Déplace les points A ou B et observe la position de la droite symétrique.
- **5.** Sur ton cahier, trace une droite (d) et un point O qui n'appartient pas à (d), puis construis la droite (d') symétrique de la droite (d) par rapport au point O.



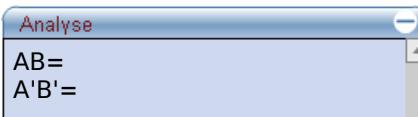
# Activités de découverte

## Activité 6 : Conjectures avec TracenPoche

1. Avec le logiciel TracenPoche, place quatre points A, B, C et O. En utilisant le bouton , construis les points A', B' et C' symétriques respectifs des points A, B et C par rapport à O puis, en utilisant le bouton , trace les triangles ABC et A'B'C'.



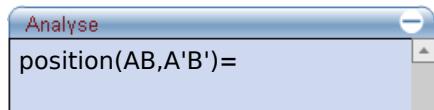
2. Dans la fenêtre Analyse, recopie :



- Appuie sur la touche F9 puis déplace les points A et B. Que remarques-tu ?  
Conjecture une propriété de la symétrie centrale.

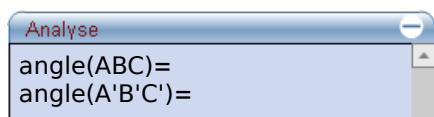
3. À l'aide du bouton , place le point I milieu du segment [AC]. Construe une façon de construire le point I' symétrique du point I par rapport à O en utilisant uniquement le bouton *Milieu*.

4. Dans la fenêtre Analyse, recopie :



Appuie sur la touche F9 puis déplace les points A et B.  
Conjecture une propriété de la symétrie centrale.

5. Dans la fenêtre Analyse, recopie :



Appuie sur la touche F9 puis déplace les points A, B et C.  
Que remarques-tu ?  
Conjecture une propriété de la symétrie centrale.

6. Dans la fenêtre Analyse, recopie :



Appuie sur la touche F9 puis déplace les points A, B et C.  
Que remarques-tu ?  
Conjecture une propriété de la symétrie centrale.

## Activité 7 : Polygones et centre de symétrie

1. Avec le logiciel TracenPoche, construis un triangle ABC et un point O. Construis le triangle A'B'C' symétrique du triangle ABC par rapport à O.
  - En déplaçant les points, est-il possible de superposer les deux triangles sans qu'ils soient aplatis ?
  - Peux-tu construire un triangle qui possède un centre de symétrie ?
2. Construis un quadrilatère ABCD et son symétrique A'B'C'D' par rapport à un point O.
  - En déplaçant les points, peux-tu superposer les deux quadrilatères ?  
Où se trouve alors le point O ?
  - Que peux-tu dire du quadrilatère obtenu ?
3. Parmi les figures géométriques que tu connais, quelles sont celles qui possèdent un centre de symétrie ? Précise à chaque fois sa position.

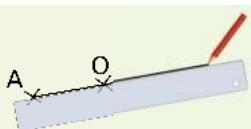
# Méthodes et notions essentielles

## Méthode 1 : Construire le symétrique d'un point

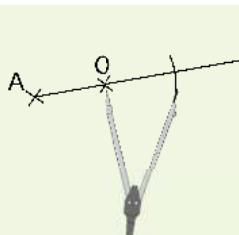
### À connaître

**Deux points A et A' sont symétriques par rapport au point O lorsque le point O est le milieu du segment [AA'].**

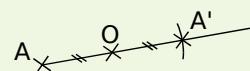
**Exemple :** Trace le point A' symétrique du point A par rapport au point O.



On trace la demi-droite [AO).



On trace un arc de cercle de centre O et de rayon OA. Il coupe la demi-droite [AO) en un point.



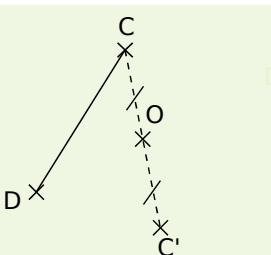
On place le point A' à l'intersection de la demi-droite [AO) et de l'arc de cercle. On code la figure.

### Exercices « À toi de jouer »

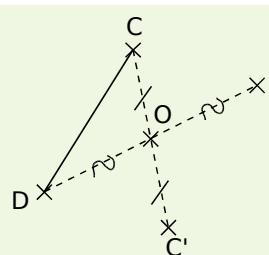
- 1 Trace un segment [AB] de 5 cm de longueur puis construis le point C symétrique de B par rapport à A.
- 2 Trace un segment [RT] de 8,4 cm de longueur puis place le point W tel que R et T soient symétriques par rapport au point W.

## Méthode 2 : Construire le symétrique d'un segment

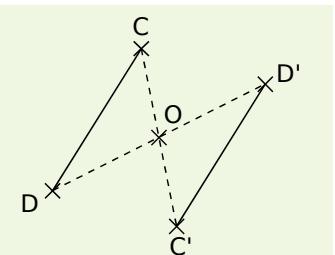
**Exemple :** Trace le segment [C'D'] symétrique du segment [CD] par rapport au point O.



On construit le point C' symétrique du point C par rapport au point O.



On construit le point D' symétrique du point D par rapport au point O.



On trace le segment [C'D'].

**Remarque :** Pour construire le symétrique d'une droite par rapport à un point, on choisit deux points sur la droite et on construit leur symétrique. On trace ensuite la droite passant par ces deux points.

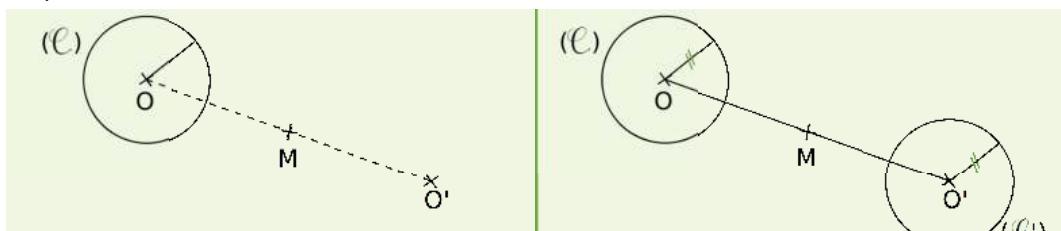
### Exercices « À toi de jouer »

- 3 Trace un segment [NA] de 5 cm de longueur. Place le point F sur la demi-droite [AN) tel que AF = 3 cm. Construis le symétrique du segment [NA] par rapport au point F.
- 4 Construis un triangle THE tel que TE = 4 cm ; TH = 5 cm et EH = 6 cm. Construis le symétrique de la droite (TH) par rapport au point E.

# Méthodes et notions essentielles

## Méthode 3 : Construire le symétrique d'un cercle

**Exemple :** Soit  $(\mathcal{C})$  un cercle de centre O, trace le cercle  $(\mathcal{C}')$  symétrique de  $(\mathcal{C})$  par rapport au point M.



On construit le point  $O'$  symétrique du point O par rapport au point M.  $(\mathcal{C}')$  est le cercle de centre  $O'$  et de même rayon que le cercle  $(\mathcal{C})$ .

**Remarque :** Pour un arc de cercle, on construit les symétriques du centre et des extrémités de l'arc puis on trace l'arc de cercle de même rayon.

### Exercice « À toi de jouer »

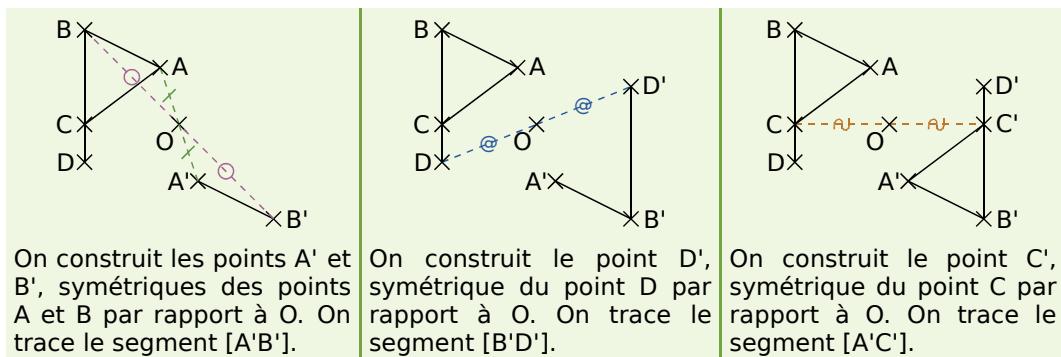
- 5 Trace un cercle  $(\mathcal{C})$  de centre O et de 3 cm de rayon. Place un point M sur ce cercle. Construis le symétrique du cercle  $(\mathcal{C})$  par rapport au point M.

## Méthode 4 : Construire le symétrique d'une figure

### À connaître

Le symétrique d'une figure par rapport à un point s'obtient par un **demi-tour autour de ce point**. On obtient donc une figure qui lui est **superposable**.

**Exemple :** Construis le symétrique de la figure ABCD par rapport au point O.



On construit les points  $A'$  et  $B'$ , symétriques des points A et B par rapport à O. On trace le segment  $[A'B']$ .

On construit le point  $D'$ , symétrique du point D par rapport à O. On trace le segment  $[B'D']$ .

On construit le point  $C'$ , symétrique du point C par rapport à O. On trace le segment  $[A'C']$ .

### Remarques :

- On peut aussi construire d'abord les points  $A'$ ,  $B'$  et  $D'$ , et obtenir le point  $C'$  en reportant la longueur  $AC$  à partir du point  $A'$  (ou la longueur  $BC$  à partir du point  $B'$ ).
- La figure formée par ABCD et  $A'B'C'D'$  est son propre symétrique par rapport à O, on dit que O est le centre de symétrie de cette figure.

### Exercice « À toi de jouer »

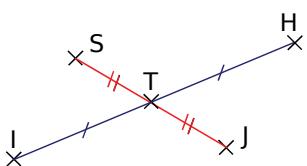
- 6 Trace un rectangle ABCD tel que  $AB = 4 \text{ cm}$  et  $BC = 2,5 \text{ cm}$ . Trace le cercle de centre B passant par C. Construis le symétrique de cette figure par rapport au point D.

# Exercices d'entraînement

## Utiliser la définition de la symétrie centrale

**1** La symétrie de centre E transforme A en B et F en G. Construis une figure à main levée codée qui illustre cet énoncé.

### **2** Vocabulaire

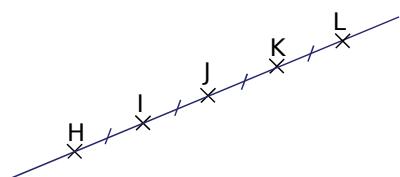


Construis deux phrases qui utilisent le mot « symétrique » en rapport avec cette figure.

### **3** Vocabulaire (bis)

S et K sont symétriques par rapport à U.  
J et V sont symétriques par rapport à T.  
Construis deux phrases qui utilisent le mot « milieu » en rapport avec cet énoncé.

### **4** Regarde attentivement la figure suivante.



On a commencé à remplir le tableau ci-dessous.

Le point	est le symétrique du point	par rapport au point
I	K	J
...	...	...

**a.** Reproduis ce tableau puis complète-le en mettant toutes les solutions possibles.

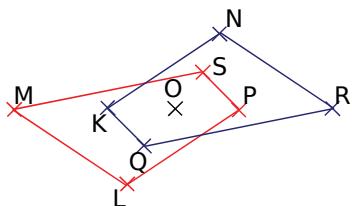
**b.** Quelle(s) remarque(s) peux-tu faire sur ce tableau ?

**5** Soit un segment [AB] de 5 cm de longueur. Soit C le symétrique de B par rapport à A et D le symétrique de A par rapport à B.

**a.** Construis une figure à main levée.

**b.** Quelle est la longueur du segment [CD] ? Justifie.

**6** Les figures bleue et rouge sont symétriques par rapport au point O.

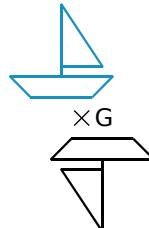


Donne tous les couples de points qui sont symétriques par rapport au point O.

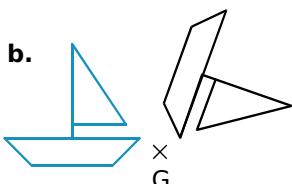
## Associer la symétrie centrale à la notion de demi-tour

**7** Dans chaque cas, des élèves ont voulu tracer la figure symétrique du bateau bleu par rapport au point G. Les tracés sont-ils exacts ? Explique pourquoi.

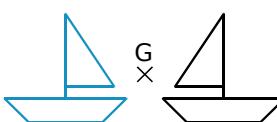
a.



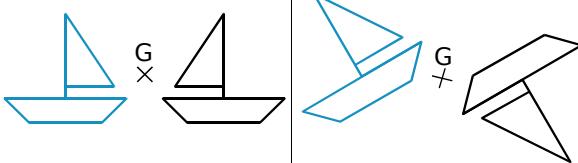
b.



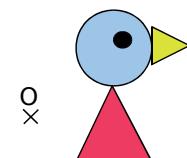
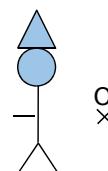
c.



d.



**8** Reproduis, à main levée, les figures puis construis leur symétrique par rapport à O.



**9** Dessine à main levée une flèche qui indique la gauche. Place un point O et construis à main levée le symétrique de cette flèche par rapport à O. Quel sens indique cette nouvelle flèche ? Est-ce vrai quelle que soit la position de O ?

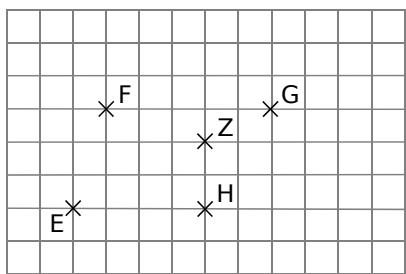
# Exercices d'entraînement

## 10 Avec un calque

Reproduis la figure ci-dessous puis construis son symétrique par rapport au point T.



## 11 Reproduis la figure ci-dessous et construis les points E', F', G' et H', symétriques respectifs de E, F, G et H par rapport au point Z.

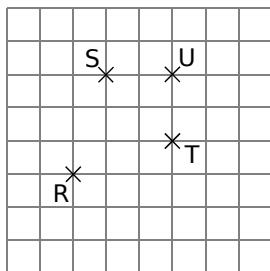


## 12 Symétrie centrale et coordonnées

a. Dans un repère, place les points A(1 ; 2) ; B(3 ; 3) ; C(2 ; 5) et D(6 ; 6).

b. Donne les coordonnées des points A', C' et D', symétriques respectifs des points A, C et D par rapport au point B.

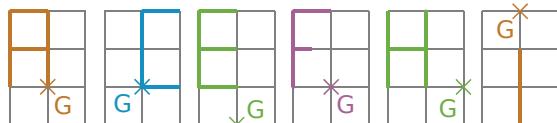
## 13 Deux à deux !



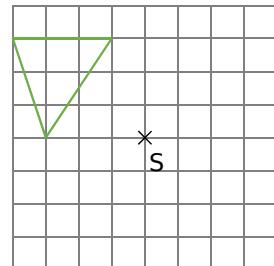
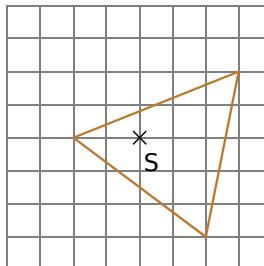
a. Sur la figure, est-il possible que deux des points soient les symétriques des deux autres dans une symétrie centrale ? Pourquoi ?

b. Déplace le point U pour que ce soit possible. Y a-t-il plusieurs solutions ?

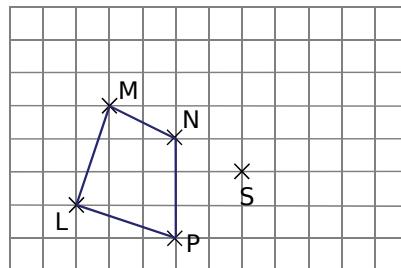
14 Dans chaque cas, reproduis la lettre sur du papier quadrillé et construis son symétrique par rapport au point G.



## 15 Reproduis chaque triangle sur du papier quadrillé et construis son symétrique par rapport au point S.

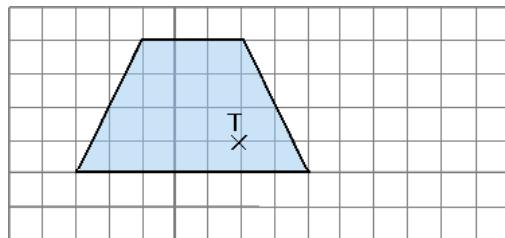


## 16 Reproduis le quadrilatère suivant sur ton cahier puis construis son symétrique par rapport au point S.

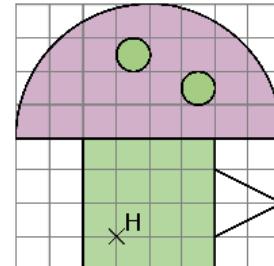
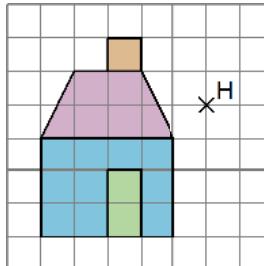


## 17 Reproduis le quadrilatère précédent et construis son symétrique par rapport à L.

## 18 Reproduis le polygone suivant sur ton cahier puis construis son symétrique par rapport au point T.



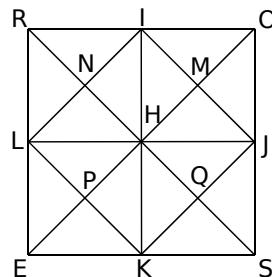
## 19 Reproduis les figures ci-dessous sur du papier quadrillé et construis le symétrique de chacune d'elles par rapport au point H.



# Exercices d'entraînement

## 20 Axiale ou centrale

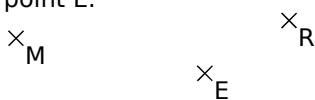
Sur la figure ci-contre, ROSE est un carré de centre H. Les points I, J, K et L sont les milieux respectifs des côtés [RO], [OS], [SE] et [RE].



- Reproduis la figure en prenant  $RO = 8 \text{ cm}$ .
- Colorie en jaune le triangle RNI.
- Colorie en rouge le symétrique du triangle RNI par rapport à (IK) puis en orange le symétrique du triangle RNI par rapport à (LJ).
- Colorie en bleu le symétrique du triangle RNI par rapport à N puis en vert le symétrique du triangle RNI par rapport à H.

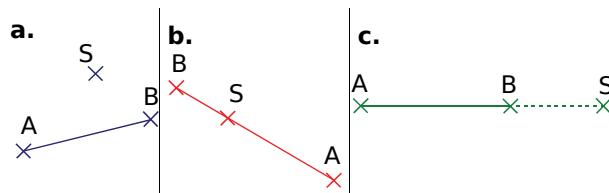
## Construire l'image d'un point, d'un segment...

- 21 Reproduis la figure ci-dessous sur papier blanc et construis, avec la règle non graduée et le compas, le symétrique des points M et R par rapport au point E.

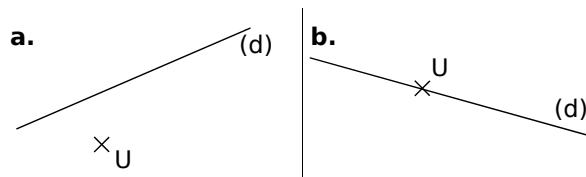


- 22 Avec TracenPoche, place deux points O et M. Sans le bouton Symétrique, construis le point  $M'$  symétrique du point M par rapport à O. Explique ta construction.

- 23 Reproduis chaque figure sur papier blanc et construis le symétrique du segment [AB] par rapport au point S.



- 24 Reproduis chaque figure sur papier blanc et construis le symétrique de la droite (d) par rapport au point U.



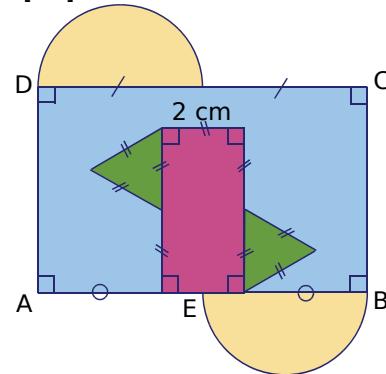
## 25 Avec TracenPoche

- Construis un cercle de centre I et de rayon 3 cm puis place un point O quelconque.
- Construis le symétrique du cercle par rapport au point O.
- Combien de points d'intersection le cercle et son symétrique peuvent-ils avoir ? Selon la position du point O, envisage tous les cas possibles en détaillant avec précision.
- Sur ton cahier, trace une figure illustrant chacun des cas précédents.

- 26 Construis un rectangle MATH tel que  $MA = 5 \text{ cm}$  et  $AT = 7 \text{ cm}$  puis place le point E sur le côté [AT] tel que  $AE = 2 \text{ cm}$ . Construis en rouge le symétrique du rectangle MATH par rapport au point E.

## 27 Figure complexe

- a. En haut à gauche de ta feuille de cahier, reproduis la figure ci-dessous, avec  $AB = 8 \text{ cm}$  et  $AD = 5 \text{ cm}$ . Le point E est le milieu du segment [AB].



- b. Construis le symétrique de cette figure par rapport au point B.

## Connaître et utiliser les propriétés de conservation de la symétrie centrale

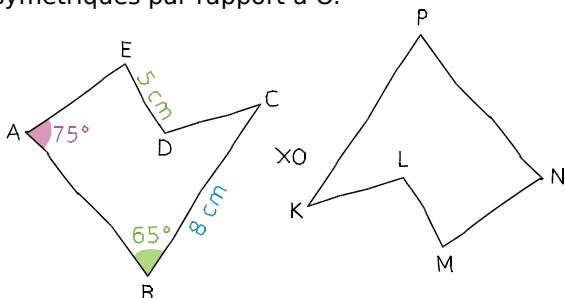
- 28 Éric a commencé la phrase suivante :

« Le symétrique par rapport à O d'un triangle isocèle est ... ».

- Peux-tu compléter sa phrase ?
- Éric a oublié de justifier sa phrase. Fais-le pour lui.
- Écris deux autres phrases du même type en justifiant.

# Exercices d'entraînement

**29** On a tracé, à main levée, deux figures symétriques par rapport à O.

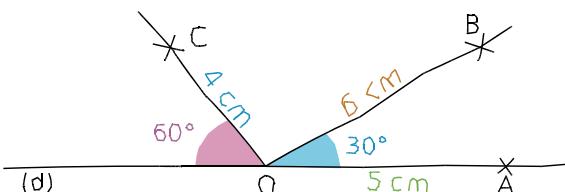


- Indique le symétrique par rapport à O de chaque sommet du polygone ABCDE.
- Donne la longueur du segment [PK]. Justifie.
- Donne la mesure de l'angle  $\widehat{NPK}$ . Justifie.
- De quelles autres informations disposes-tu concernant le polygone KLMNP ? Pourquoi ?

**30** Soit ABC un triangle isocèle en A tel que  $BC = 3 \text{ cm}$  et  $BA = 4 \text{ cm}$ .

- Construis le triangle ABC.
- Construis le symétrique de ABC par rapport à A (D est le symétrique de B et E celui de C).
- Construis le milieu I de [BC] et J celui de [DE].
- Démontre que les trois points J, A et I sont alignés. Que représente la droite (IJ) pour les segments [BC] et [DE] ?

**31** Le dessin ci-dessous a été réalisé à main levée. (d) est une droite passant par O.



- Reproduis en vraie grandeur ce dessin en y ajoutant les points D et E, symétriques respectifs de B et C par rapport à O.
- Paul affirme que l'angle  $\widehat{BOE}$  mesure  $60^\circ$  et l'angle  $\widehat{COD}$  mesure  $100^\circ$ . A-t-il raison ? Sinon, donne la mesure de chacun de ces angles.

**32** Symétrie et périmètre

À l'aide de TracenPoche, construis un quadrilatère ABCD, un point O et le symétrique A'B'C'D' de ABCD par rapport au point O. Affiche les périmètres des deux quadrilatères. Que remarques-tu ? Pourquoi ?

**33** Sans figure

Mélinda a réalisé une superbe figure et son symétrique. Malheureusement, elle a perdu sa feuille mais elle avait pris la précaution de faire le tableau suivant sur son cahier.

Point	E	T	R	S	A	C
Symétrique	V	J	I	S	Z	D

Frédérique lui fait remarquer qu'avec un tel tableau, on n'a pas besoin de la figure pour obtenir des indications.

- Quel est le centre de la symétrie ?
- On sait que  $ET = 3,4 \text{ cm}$  et  $ZD = 5,1 \text{ cm}$ . Donne les longueurs AC et VJ. Justifie.
- RSA est un triangle équilatéral de 3 cm de côté. Quel autre triangle équilatéral est-on certain d'avoir sur la figure ? Justifie.
- On sait que  $VJ = JI$ . Quelle est la nature du triangle ETR ? Pourquoi ?

**34** ABC est un triangle tel que  $AB = 4 \text{ cm}$ ,  $AC = 5 \text{ cm}$  et  $BC = 6 \text{ cm}$ . I désigne le milieu de [AB] et D le symétrique de C par rapport à I.

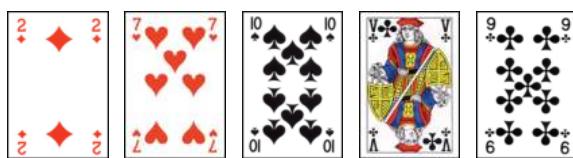
- Construis la figure.
- Sans mesurer, mais en justifiant tes réponses, donne les mesures AD et BD.

**35** Un défi en géométrie dynamique !

- Avec TracenPoche, construis trois points A, B et C, puis le segment [BC] et son milieu O.
- Comment construire le symétrique de A par rapport à O en utilisant uniquement les boutons , et ?
- Quelle propriété de la symétrie centrale as-tu utilisée ?

## Trouver le centre de symétrie éventuel d'une figure

**36** Parmi les cartes ci-dessous, quelles sont celles qui possèdent un centre de symétrie ?



# Exercices d'entraînement

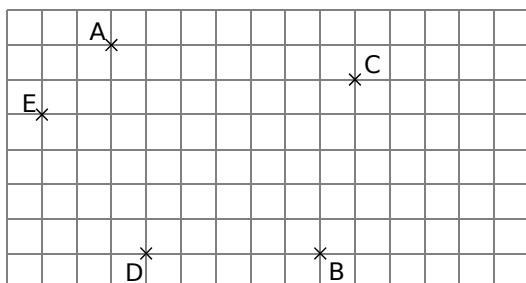
**37** Pour chacun de ces panneaux de signalisation, indique s'il a des axes de symétrie et/ou un centre de symétrie.



**38** Reproduis les lettres ci-dessous sur ton cahier puis trace en vert l'axe (ou les axes) de symétrie et en rouge le centre de symétrie de chaque lettre lorsqu'il(s) existe(nt).

A B C D E F G H I

**39** Sur la figure ci-dessous, le point B est le symétrique du point A par rapport au point O.

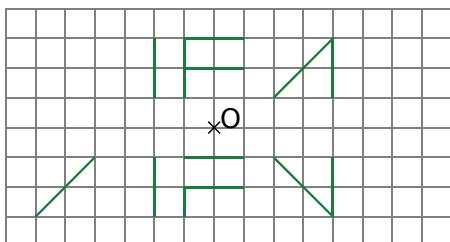


a. Reproduis la figure ci-dessus sur ton cahier puis place le point O.

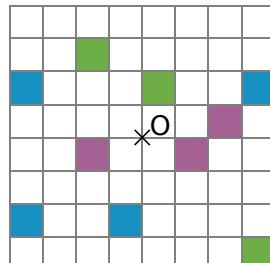
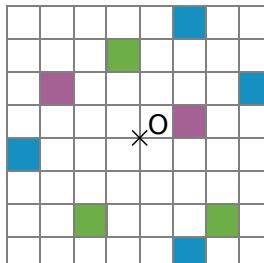
b. En t'a aidant du quadrillage, place les points C', D' et E' symétriques respectifs des points C, D et E par rapport au point O.

## Construire ou compléter une figure possédant un centre de symétrie

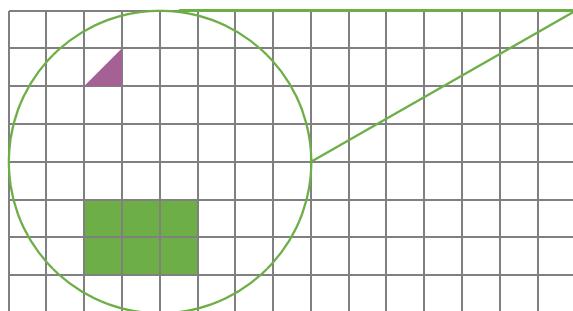
**40** Reproduis puis complète la figure ci-dessous pour que O soit le centre de symétrie de celle-ci.



**41** Reproduis puis colorie le minimum de cases pour que chacune des figures ci-dessous admette le point O pour centre de symétrie.



**42** Reproduis la figure ci-dessous et complète-la de telle sorte que le centre du rectangle vert soit le centre de symétrie de la figure.



## **43** Nombres et centre de symétrie

Christian a écrit les chiffres comme ci-dessous :

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

a. Il dit : « Si je fais le double du produit de 17 par 29, j'obtiens le plus grand nombre de trois chiffres différents qui possède un centre de symétrie ». A-t-il raison ?

b. Trouve le plus petit nombre de trois chiffres différents dont l'écriture possède un centre de symétrie. Trace une figure et place le centre de symétrie.

**44** Soit un angle  $\widehat{BAD}$  mesurant  $120^\circ$  tel que  $AB = 4 \text{ cm}$  et  $AD = 5 \text{ cm}$ . Soit C un point tel que le quadrilatère non croisé formé par les points A, B, C et D admette un centre de symétrie.

a. Trace une figure à main levée.

b. Combien y a-t-il de positions possibles pour le point C ? Pour chaque cas, indique la position du centre de symétrie.

c. Trace autant de figures qu'il y a de centres de symétrie et indique pour chaque cas le nom et la nature du quadrilatère ainsi construit.

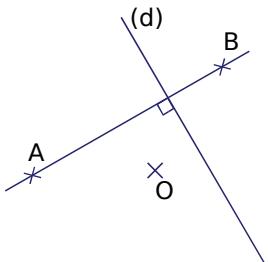
# Exercices d'approfondissement

**45** Reproduis la figure ci-dessous sur ton cahier.

a. Construis les points E et F, symétriques respectifs de A et B par rapport à O.

b. Que peut-on dire des droites (AB) et (EF) ? Justifie ta réponse.

c. Démontre que les droites (d) et (EF) sont perpendiculaires.



## 46 Qui est qui ?

A, B, C, D, E, F, G, H, I et J sont 10 points tels que 5 d'entre eux sont les symétriques des 5 autres dans la symétrie de centre O.

Grâce aux informations ci-dessous, reconstitue les couples de points symétriques.

- O est le milieu de [AC] ;
- AJ = CG ; EJ = HG et IJ = DG ;
- I, O et D sont alignés tel que OI = OD ;
- E et H sont diamétralement opposés sur un cercle de centre O.



## 47 Symétrie et repère

a. Dessine un repère d'origine O ayant pour unité le centimètre.

b. Place les points suivants : I(1 ; 0) ; A(2 ; 3) ; B(6 ; -1) ; C(7 ; 3) ; D(-1 ; 1) ; E(3 ; 0).

c. Construis les points F, G, H et K symétriques respectifs de A, B, C et D par rapport à O.

d. Donne les coordonnées de F, G, H et K. Que remarques-tu ?

e. Donne les coordonnées des symétriques par rapport à O des points T(4 ; -5) et U(5 ; 0) sans les placer dans le repère.

f. Place les points M, N, P et R, symétriques respectifs des points A, B, C et D par rapport à E.

g. Donne les coordonnées de M, N, P et R. La remarque du **d.** est-elle encore valable ici ? À quelle condition est-elle vérifiée ?

## 48 Rectangle et symétrie

a. Construis un rectangle ABCD tel que  $AB = 4 \text{ cm}$  et  $AD = 3 \text{ cm}$ .

b. Place le point E tel que les points B, C et E soient alignés dans cet ordre et que  $CE = 3 \text{ cm}$ .

c. Place le point F tel que les points D, C et F soient alignés dans cet ordre et que  $CF = 4 \text{ cm}$ .

d. Démontre que les triangles BCD et ECF sont symétriques par rapport à C.

e. Déduis-en que  $DB = FE$ .

f. Que peux-tu dire des droites (DB) et (FE) ? Justifie ta réponse.

## 49 Plusieurs fois de suite

Soient un point O et une figure F. On appelle  $F'$  le symétrique de F par rapport à O.

a. Xavier fait la remarque suivante : « Le symétrique du symétrique du symétrique du symétrique du symétrique du symétrique de F est F. » Est-ce vrai ? Quelle est la règle ?

b. Fais des recherches sur le mot « involution ». La symétrie centrale est-elle une involution ?

## 50 L'hexagone régulier

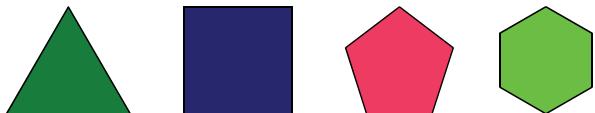
a. Construis un cercle de centre O et de rayon 4 cm.

Place un point A sur ce cercle puis, en reportant 6 fois le rayon, construis l'hexagone régulier ABCDEF.

b. Cet hexagone a-t-il un centre et des axes de symétrie ? Trace-les.

## 51 Polygones : axes et centre de symétrie

Voici les quatre premiers polygones réguliers à 3, 4, 5 et 6 côtés.



a. Pour chacun d'eux, indique s'il a un centre de symétrie.

b. D'après toi, qu'en serait-il pour un polygone régulier à 27 côtés ? À 28 côtés ? Quelle est la règle ?

c. Pour chacun d'eux, indique combien il a d'axes de symétrie.

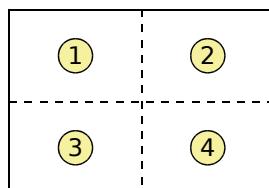
d. D'après toi, combien d'axes de symétrie aurait un polygone régulier à 27 côtés ? À 28 côtés ? Quelle est la règle ?

## 1 Pavage rectangulaire

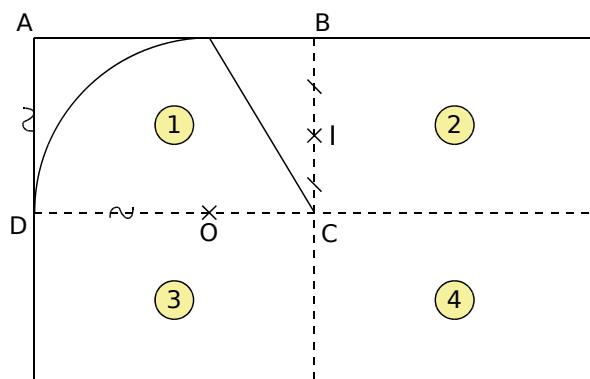
"Un **pavage** est une méthode de remplissage d'un espace à l'aide d'un motif répétitif, sans trou ni débordement."

### 1<sup>re</sup> Partie :

- a. À partir d'une feuille au format A4, effectuez deux pliages pour obtenir quatre rectangles de même taille comme sur le schéma ci-contre.



- b. Sur votre feuille, construisez dans le rectangle ①, la figure ci-dessous (O est le centre de l'arc de cercle).



- c. Construisez le symétrique par rapport à I de la figure tracée dans le rectangle ①. Dans quelle partie de la feuille va-t-il se situer ?

- d. Construisez les symétriques par rapport à la droite (DC) des figures des parties ① et ②.

- e. Rassemblez toutes les feuilles du groupe que vous placerez les unes à côté des autres pour former un grand rectangle. C'est un pavage rectangulaire.

### 2<sup>e</sup> Partie :

- f. À partir de nouvelles feuilles A4, tracez, dans le rectangle ①, un motif géométrique composé de droites, segments ou cercles. Tous les élèves du groupe doivent avoir exactement le même motif.

- g. De la même façon qu'à la **1<sup>re</sup> Partie**, construisez l'image, par la symétrie de centre I, de la figure tracée dans le rectangle ① puis l'image, par la symétrie d'axe (DC), des figures tracées dans les rectangles ① et ②.

- h. En regroupant les feuilles, on obtient ainsi un nouveau pavage rectangulaire.

## 2 Plutôt deux fois qu'une

### 1<sup>re</sup> Partie : À la main

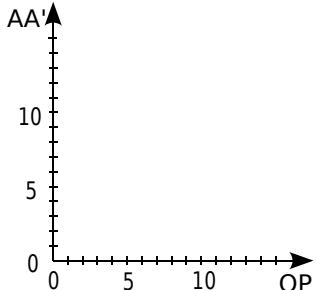
- a. Sur une feuille non quadrillée, chaque élève du groupe doit effectuer le programme de construction suivant :

- Tracer un triangle ABC.
- Placer deux points O et P.
- Tracer le triangle  $A_1B_1C_1$ , symétrique du triangle ABC par rapport à O.
- Tracer le triangle  $A'B'C'$ , symétrique du triangle  $A_1B_1C_1$  par rapport à P.
- Tracer en rouge le segment [OP] et en vert le segment [AA'].
- Incrire la longueur du segment [OP] et la longueur du segment [AA'] sur la figure.

- b. Sur votre cahier, reproduisez le tableau ci-dessous et complétez-le en reportant les longueurs trouvées par les camarades de votre groupe.

	Elève 1	Elève 2	Elève 3	Elève 4
OP				
AA'				

- c. Sur votre cahier, reproduisez le graphique ci-contre en prenant comme unité le centimètre et complétez-le à l'aide du tableau de la question b..



### 2<sup>e</sup> Partie : En utilisant TracenPoche

- d. En utilisant le logiciel TracenPoche, effectuez le programme de construction de la question a..

- e. Affichez les longueurs des segments [AA'] et [OP].

- f. Déplacez le point A. Que remarquez-vous ?

- g. Déplacez le point O. Que remarquez-vous ?

- h. Que se passe-t-il si on place le point O sur le point P ? Pourquoi ?

### 3<sup>e</sup> Partie : En utilisant un tableur

- En utilisant un tableur, tracez un graphique représentant la longueur AA' en fonction de OP. Pour cela, vous utiliserez les résultats de la question b. de la **1<sup>re</sup> Partie**.

## Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	Quelles sont les affirmations vraies ?	Dans une symétrie centrale, le symétrique du centre est lui-même	La symétrie centrale transforme une droite en une droite parallèle	La symétrie centrale double les mesures des angles	La symétrie centrale conserve les aires
2		E est le symétrique de B par rapport à S	C est le symétrique de B par rapport à S	B est le symétrique de C par rapport à S	U est le symétrique de L par rapport à E
3	On considère la symétrie de centre S dans la figure de la question 2.	Le symétrique de C est L	E est son propre symétrique	Le symétrique du segment [BE] est le segment [BE]	Le symétrique du segment [SC] est le segment [SC]
4	Si Q est le symétrique de S par rapport à F alors...	F est le milieu de [SQ]	Q est le milieu de [SF]	S est le milieu de [FQ]	Le triangle FQS est isocèle en F
5		E et G sont symétriques par rapport à T	T et G sont symétriques par rapport à E	E et T sont symétriques par rapport à G	G et E sont symétriques par rapport à T
6	H est l'image de U dans la symétrie de centre P				
7	Si V et W sont les symétriques respectifs de X et Y par rapport à Z alors...	(VZ) // (WX)	(WZ) // (YX)	(VW) // (YZ)	(VW) // (XY)
8		VW = YX	VY = WX	VZ = ZX	VX = WY
9	Parmi les figures suivantes, quelle(s) est (sont) celle(s) qui a (ont) un centre de symétrie ?	Un carré		Un triangle équilatéral	

## Pour aller plus loin

### Au quart de tour !

Karim a bien compris qu'une symétrie centrale correspond à un demi-tour. Mais il se pose la question suivante : « Quelle différence y a-t-il entre une symétrie centrale et une transformation correspondant à un quart de tour seulement ? ».

Aide Karim à répondre à cette question. En particulier, ce « quart de tour » conserve-t-il les distances, transforme-t-il une droite en une droite qui lui est parallèle, etc. ?

Donne les différences et les points communs entre ces deux transformations.



# >> Triangles

G2



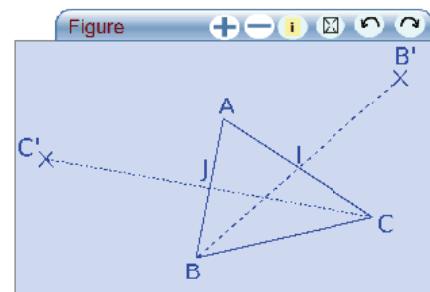
# Activités de découverte

## Activité 1 : Somme des angles d'un triangle (découverte)

1. Trace deux triangles quelconques de formes différentes et mesure leurs angles à l'aide d'un rapporteur.
2. Trace un triangle particulier (isocèle, rectangle ou équilatéral) puis mesure ses angles à l'aide d'un rapporteur.
3. Pour chaque triangle tracé, additionne les mesures des trois angles. Que remarques-tu ?
4. Essaie de tracer un triangle dont la somme des angles est égale à  $220^\circ$ . Que remarques-tu ?

## Activité 2 : Somme des angles d'un triangle (démonstration)

1. Avec TracenPoche, place trois points A, B et C.  
En utilisant le bouton , construis le triangle ABC.  
À l'aide du bouton , place les points I et J, milieux respectifs de [AC] et [AB].  
En utilisant le bouton , construis le point C', symétrique de C par rapport à J et enfin le point B', symétrique de B par rapport à I.
2. Dans la fenêtre Analyse, recopie :



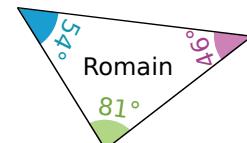
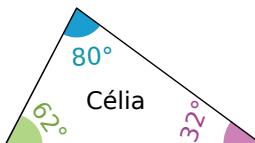
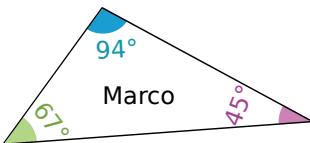
Appuie sur la touche F9. Quelle est la réponse ? Nous allons démontrer cette réponse.

3. En utilisant une propriété sur la symétrie centrale, démontre que les droites (AB') et (AC') sont parallèles à la droite (BC). Déduis-en que les points C', A et B' sont alignés. Trace alors la droite (B'C').
4. On va maintenant s'intéresser aux angles. Dans la fenêtre Analyse, recopie :



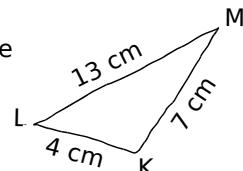
Appuie sur la touche F9 puis déplace les points A, B et C. Que remarques-tu ?

- Nous allons démontrer ce que TracenPoche affirme.
5. En utilisant la symétrie de centre J, démontre que  $\widehat{ABC} = \widehat{BAC'}$  puis en utilisant la symétrie de centre I, démontre que  $\widehat{ACB} = \widehat{CAB'}$ .
  6. Déduis-en que  $\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^\circ$ .
  7. Application : Marco, Célia et Romain ont tracé chacun un triangle et ont mesuré leurs angles. Sans utiliser de rapporteur, indique si certains se sont trompés :



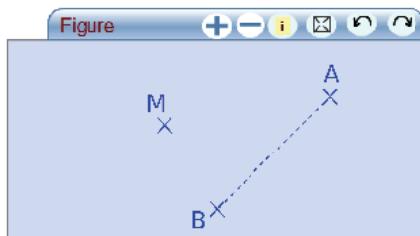
## Activité 3 : Hasardons-nous à construire un triangle

- 1. Choisis trois nombres compris entre 2 et 15. Note-les sur ton cahier. À main levée, trace un triangle dont les trois nombres choisis sont les mesures de ses côtés (en cm).
  - 2. Essaie de tracer précisément ce triangle (en t'a aidant de ta règle et de ton compas).
  - 3. Tous les élèves de la classe ont-ils forcément réussi à tracer leur triangle ? Explique pourquoi.
  - 4. Penses-tu qu'il soit possible de tracer en vraie grandeur le triangle représenté ci-contre à main levée ? Justifie.

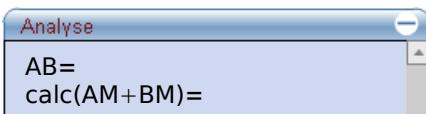


## Activité 4 : Inégalité ou égalité ?

- Nous allons utiliser le logiciel TracenPoche pour mener une expérience.
  - **1.** Place trois points A, B et M et trace le segment [AB].



- ## 2. Dans la fenêtre Analyse, recopie :



- Appuie sur la touche F9 puis déplace les points et observe les nombres donnés.
  - 3.** Peut-on avoir  $AM + MB < AB$  ? Si oui, quand cela se produit-il ?
  - 4.** Peut-on avoir  $AM + MB = AB$  ? Si oui, quand cela se produit-il ?

## Activité 5 : Trois données insuffisantes

1. Trace un triangle EFG tel que  $\widehat{EFG} = 48^\circ$ ,  $\widehat{FGE} = 70^\circ$  et  $\widehat{GEF} = 62^\circ$ . Mesure le périmètre de ce triangle. Obtiens-tu la même valeur que tous les autres élèves de la classe ?

2. **Deux triangles pour les mêmes mesures**

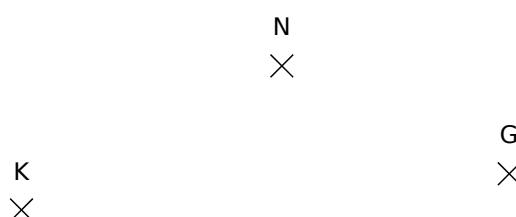
  - Trace un segment [RS] qui mesure 5 cm et une demi-droite [Sx) telle que  $\widehat{RSx} = 50^\circ$ .
  - Trace le cercle de centre R et de rayon 4 cm.  
Celui-ci coupe la demi-droite [Sx) en deux points que tu nommeras T et U.
  - Quelles mesures sont communes aux triangles RST et RSU ? Combien y en a-t-il ?

3. Trois mesures permettent-elles toujours de construire un triangle unique ? Justifie.

# Activités de découverte

## Activité 6 : Un joli cercle d'amis

- Kévin et Nicolas ont tous les deux leur arbre fétiche sous lequel ils aiment se reposer à l'ombre. Mais ils aiment aussi faire la course en partant chacun de leur arbre. Pour que la course soit équitable, il faut que l'arrivée soit située à la même distance des deux arbres.
- **1.** Sur ton cahier, place deux points K et N (distants de 4 cm) pour représenter les arbres de Kévin et de Nicolas. Construis ensuite un point à égale distance des deux arbres K et N et places-y un drapeau.
- **2.** Où placer l'arrivée pour que la course soit la plus courte possible ? Si Kévin et Nicolas veulent une course plus longue, où peuvent-ils encore planter le drapeau ? Quel est l'ensemble des points possibles pour l'arrivée ? Trace-le en bleu.
- **3.** Gabin a aussi son arbre et il aimerait bien jouer avec Nicolas au même jeu. Sur ton cahier, place un point G, comme sur la figure ci-dessous représentant l'arbre de Gabin.



- Trace **en rouge** l'ensemble des points équidistants des arbres de Gabin et de Nicolas.
- **4.** Mais Kévin, désormais, s'ennuie. Il propose : « Organisons une course à trois ! ». Où peuvent-ils planter le drapeau ? Pourquoi ?
- **5.** Yann n'a pas d'arbre à lui mais veut aussi courir avec ses amis. Nicolas est catégorique : « Si tu veux jouer avec nous, ton arbre doit être aussi loin du drapeau que les nôtres ! ». Place plusieurs points où pourrait être l'arbre de Yann. Où semblent se situer ces points ? Trace, au crayon de papier, l'ensemble des points où pourrait être l'arbre de Yann.

## Activité 7 : Position du centre du cercle circonscrit

- Nous allons utiliser le logiciel TracenPoche pour mener une expérience.
- **1.** Trace un triangle ABC.  
En utilisant le bouton , construis les médiatrices de ses côtés.  
À l'aide du bouton , place le point O centre du cercle circonscrit au triangle ABC.  
En utilisant le bouton , trace enfin le cercle circonscrit au triangle ABC.
- **2.** Déplace les sommets du triangle. Le point O se trouve-t-il toujours à l'intérieur du triangle ABC ?
- **3.** Dans la fenêtre Analyse, recopie :  
  
Appuie sur la touche F9 puis déplace le point A. À quelle condition le point O se trouve-t-il à l'intérieur du triangle ABC ? Sinon, que se passe-t-il ?
- **4.** Le point O peut-il se trouver sur l'un des côtés du triangle ABC ? Si oui, que peut-on dire alors de sa position ? Quelle est, dans ce cas, la nature du triangle ABC ?

# Méthodes et notions essentielles

## Méthode 1 : Utiliser la somme des angles d'un triangle

### À connaître

Dans un triangle, **la somme des mesures des angles** est égale à  $180^\circ$ .

**Exemple :** Le triangle PAF est tel que  $\widehat{PAF} = 67^\circ$  et  $\widehat{FPA} = 56^\circ$ .

Quelle est la mesure de l'angle  $\widehat{PFA}$  ?

$$\widehat{PAF} + \widehat{FPA} = 67^\circ + 56^\circ = 123^\circ.$$

Or, la **somme des mesures des angles d'un triangle** est égale à  $180^\circ$ .

$$\text{Donc } \widehat{PFA} = 180^\circ - 123^\circ = 57^\circ.$$

### Exercices « À toi de jouer »

**1** Peut-on construire le triangle DOG avec  $\widehat{DOG} = 72^\circ$  ;  $\widehat{OGD} = 37^\circ$  et  $\widehat{GDO} = 73^\circ$  ?  
Justifie ta réponse.

**2** Dans le triangle RAT, l'angle  $\widehat{RAT}$  mesure  $34^\circ$  et l'angle  $\widehat{ATR}$  mesure  $23^\circ$ .  
Quelle est la mesure de l'angle  $\widehat{TRA}$  ?

**3** Le triangle BEC est isocèle en B et  $\widehat{EBC}$  mesure  $107^\circ$ .  
Quelles sont les mesures des deux autres angles ?

**4** Quelles sont les mesures des angles d'un triangle équilatéral ?

## Méthode 2 : Utiliser l'inégalité triangulaire

### À connaître

Dans un triangle, **la longueur d'un côté** est toujours **inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés**.

Lorsqu'il y a égalité, les trois points sont alignés.

**Remarque :** Pour vérifier si on peut construire un triangle, il suffit de vérifier que la plus grande longueur est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

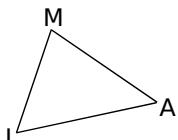
**Exemple 1 :** Peut-on construire le triangle COR avec  $CO = 5 \text{ cm}$  ;  $OR = 6 \text{ cm}$  et  $RC = 4 \text{ cm}$  ?  
[OR] est le plus grand côté ( $OR = 6 \text{ cm}$ ). Donc on calcule  $RC + CO = 4 + 5 = 9 \text{ cm}$ .  
Comme  $OR < RC + CO$ , le triangle COR est constructible.

**Exemple 2 :** Écris les trois inégalités pour le triangle BOL.

Dans le triangle BOL, on a :  $BO < BL + OL$  ;  
 $OL < BO + BL$  ;  
 $LB < OB + OL$ .

### Exercices « À toi de jouer »

**5** Écris toutes les inégalités pour le triangle ci-dessous.



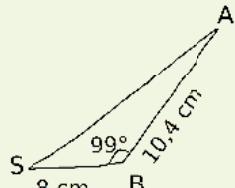
**6** Le triangle THE avec  $TH = 3,4 \text{ cm}$  ;  $HE = 7 \text{ cm}$  et  $ET = 3,7 \text{ cm}$  est-il constructible ?  
Justifie la réponse.

**7** Peut-on construire le triangle SEL tel que  $SE = 9 \text{ cm}$  ;  $EL = 3 \text{ cm}$  et  $LS = 4 \text{ cm}$  ?  
Justifie ta réponse.

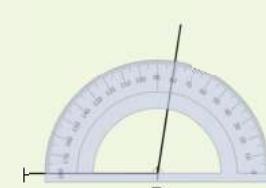
# Méthodes et notions essentielles

## Méthode 3 : Construire un triangle

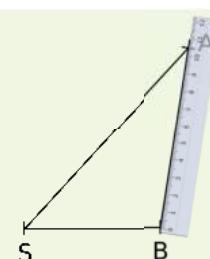
- Exemple 1 : Construis un triangle BAS tel que  $AB = 10,4 \text{ cm}$  ;  $BS = 8 \text{ cm}$  et  $\widehat{ABS} = 99^\circ$ .



On effectue une figure à main levée en respectant la nature des angles.

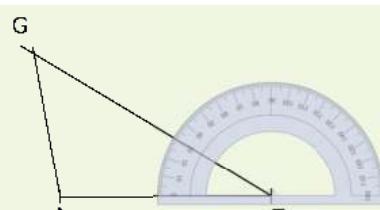
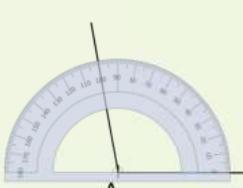
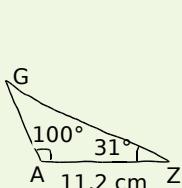


On construit un segment  $[SB]$  de 8 cm de longueur.  
On trace un angle de sommet B mesurant  $99^\circ$ .



On place le point A à 10,4 cm du point B.  
On trace le triangle BAS.

- Exemple 2 : Construis le triangle GAZ tel que  $AZ = 11,2 \text{ cm}$  ;  $\widehat{GAZ} = 100^\circ$  et  $\widehat{AZG} = 31^\circ$ .



### Exercice « À toi de jouer »

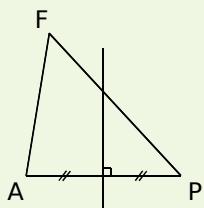
- 8 Construis un triangle LET tel que  $\widehat{ETL} = 55^\circ$  ;  $ET = 5 \text{ cm}$  et  $TL = 4,3 \text{ cm}$ .

## Méthode 4 : Construire le cercle circonscrit à un triangle

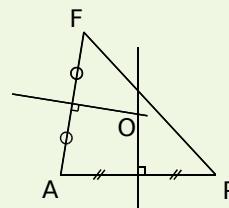
### À connaître

Le point de concours des trois médiatrices d'un triangle est **le centre du cercle circonscrit au triangle**. Ce cercle passe par les trois sommets du triangle.

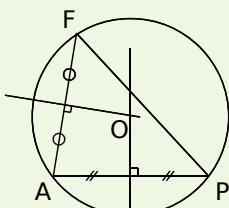
- Exemple : Trace le cercle circonscrit au triangle PAF.



On construit la médiatrice du segment  $[AP]$ .



Il suffit de construire les médiatrices de deux côtés. Elles se coupent en O.



Le cercle circonscrit est le cercle de centre O et de rayon OA (ou OF ou OP).

### Exercice « À toi de jouer »

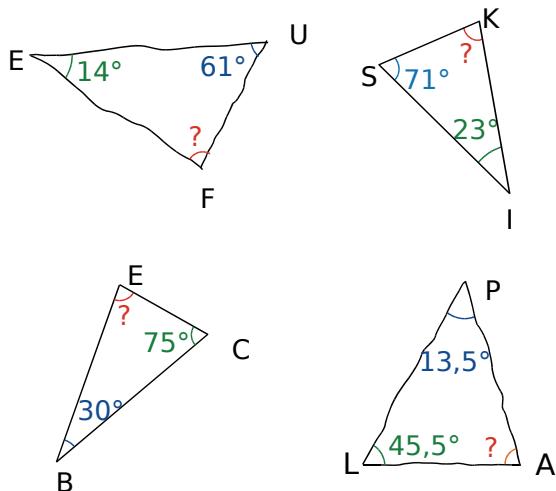
- 9 Trace le cercle circonscrit à EST tel que  $ET = 4,6 \text{ cm}$  ;  $\widehat{SET} = 93^\circ$  et  $\widehat{ETS} = 34^\circ$ .

# Exercices d'entraînement

## Somme des angles

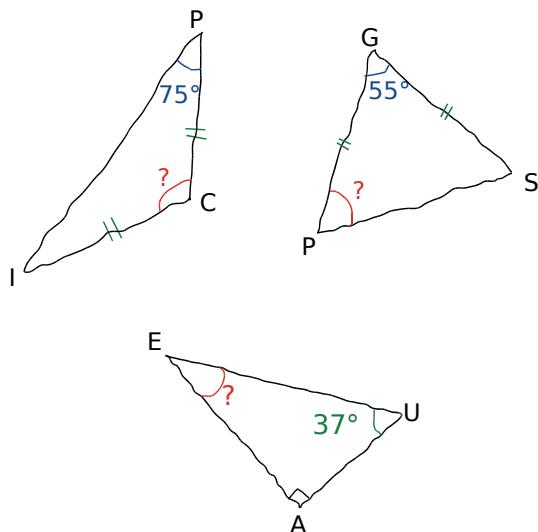
### 1 Calcul de l'angle manquant

Dans chaque cas, calcule la mesure de l'angle inconnu.



### 2 Calcul de l'angle manquant (bis)

Dans chaque cas, calcule la mesure de l'angle demandé.



### 3 Sans figure !

- PIF est un triangle tel que  $\widehat{IFP} = 44^\circ$  et  $\widehat{FPI} = 40^\circ$ . Calcule la mesure de  $\widehat{PIF}$ .
- COL est un triangle tel que  $\widehat{CLO} = 5,5^\circ$  et  $\widehat{LCO} = 160,5^\circ$ . Calcule la mesure de  $\widehat{COL}$ .

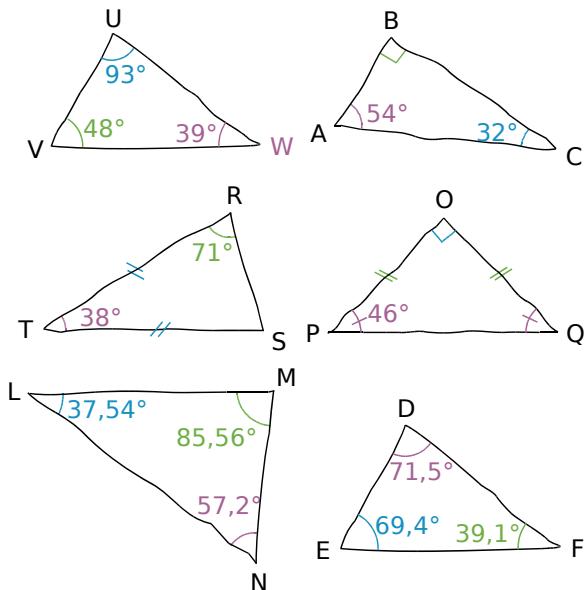
### 4 Sans figure ! (bis)

Dans chaque cas, fais un schéma à main levée puis calcule l'angle  $\widehat{OUI}$ .

- OUI est rectangle en I et  $\widehat{IOU} = 58^\circ$ .
- OUI est isocèle en I et  $\widehat{IOU} = 58^\circ$ .
- OUI est isocèle en O et  $\widehat{IOU} = 58^\circ$ .

### 5 Erreurs ?

Les triangles représentés ci-dessous à main levée existent-ils ? Justifie chacune de tes réponses par un calcul.



### 6 À toi de choisir !

60°	50°	10°	40°
90°	80°	60°	80°
50°	60°	50°	10°

Choisis trois nombres du tableau correspondant aux mesures d'angles d'un triangle :

- quelconque ;
- équilatéral ;
- non constructible ;
- isocèle non équilatéral.

### 7 Nature du triangle

Dans chacun des cas suivants, quelle est la nature du triangle ABC ? Justifie.

- $\widehat{BAC} = 28^\circ$  et  $\widehat{ABC} = 124^\circ$ .
- $\widehat{BAC} = 37^\circ$  et  $\widehat{ABC} = 53^\circ$ .
- $\widehat{ACB} = 60^\circ$  et  $BA = BC$ .

# Exercices d'entraînement

## 8 Avec un tableau

On connaît les mesures de deux angles d'un triangle et on cherche la mesure du troisième à l'aide d'un tableau.

	A	B	C
1	Valeur du premier angle	57°	
2	Valeur du deuxième angle	72°	
3			
4	Valeur du troisième angle		
5	(calcul sans parenthèse)		
6			
7	Valeur du troisième angle		
8	(calcul avec des parenthèses)		

a. Quelles formules faut-il écrire dans les cellules B4 et B7 du tableau ?

b. Dans un triangle KLM, on suppose que  $\widehat{LMK} = 57^\circ$  et que  $\widehat{KLM} = 72^\circ$ .

Rédige puis effectue le calcul de la mesure de l'angle  $\widehat{MKL}$ , de deux façons différentes.

c. Vérifie tes réponses ainsi que celles des exercices 1 et 3 à l'aide de ta feuille de calcul.

## 9 Triangle isocèle et tableau

On connaît la mesure de l'angle principal d'un triangle isocèle et on cherche les mesures des deux autres angles à l'aide d'un tableau.

	A	B	C
1	Pour un triangle isocèle :		
2	Valeur de l'angle principal	66°	
3			
4	Valeur des deux autres angles		

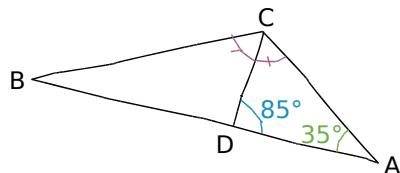
a. Quelle formule faut-il écrire dans la cellule B4 du tableau ?

b. Dans un triangle RST isocèle en S, on sait que  $\widehat{RST} = 48^\circ$ . Rédige puis effectue les calculs des mesures des angles  $\widehat{SRT}$  et  $\widehat{STR}$ .

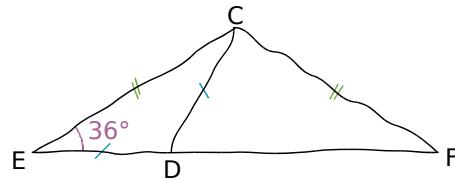
c. Vérifie à l'aide de ta feuille de calcul.

## 10 En plusieurs fois

Calcule, en justifiant, la mesure de l'angle  $\widehat{ABC}$  sachant que les points A, D et B sont alignés.



## 11 Calculs, démonstration, construction

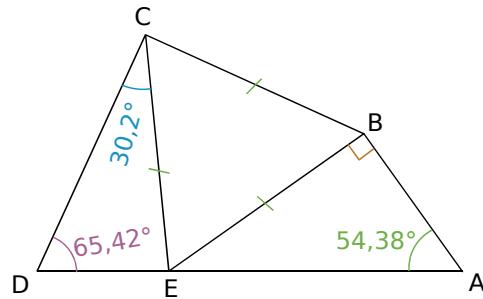


- a. Sur la figure ci-dessus, réalisée à main levée, les points E, D et F sont alignés. En utilisant les indications portées sur la figure, calcule les mesures des angles  $\widehat{ECD}$ ,  $\widehat{EDC}$ ,  $\widehat{CDF}$  et  $\widehat{DCF}$ .
- b. Que peut-on dire du triangle CDF ? Justifie.
- c. Construis la figure lorsque  $CD = 5 \text{ cm}$ .

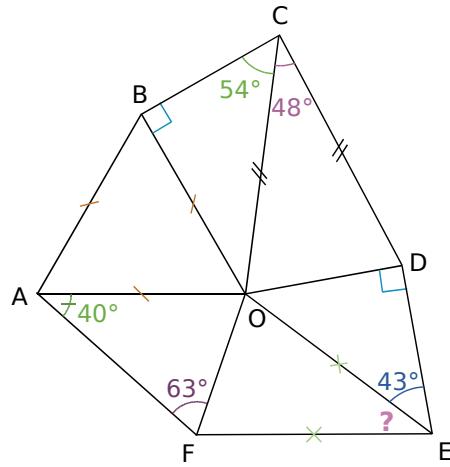
## 12 Vrai ou faux ?

En observant la figure ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, Aline affirme que les points D, E et A sont alignés.

Qu'en penses-tu ?



## 13 Calcul sans justification



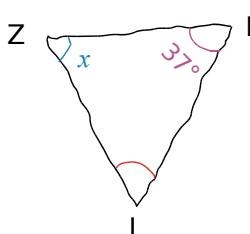
À partir des données de la figure, calcule (sans justifier) la mesure de l'angle  $\widehat{OEF}$ .

# Exercices d'entraînement

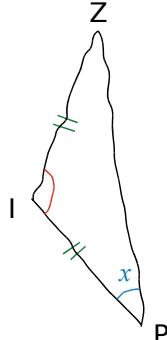
## 14 Avec des lettres

Dans chaque cas, exprime en fonction de  $x$  la mesure de l'angle  $\widehat{ZIP}$ .

a.



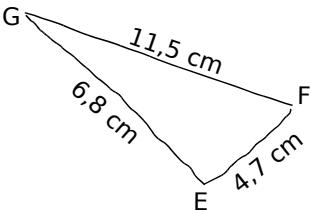
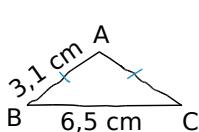
b.



## Inégalité triangulaire

## 15 Constructible ?

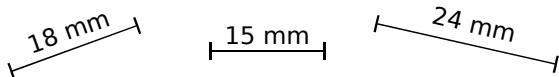
Explique pourquoi il est impossible de construire de tels triangles.



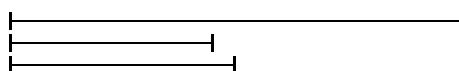
## 16 Constructible ? (bis)

Dans chacun des cas suivants, indique, sans le construire, si les trois segments donnés peuvent être les côtés d'un même triangle.

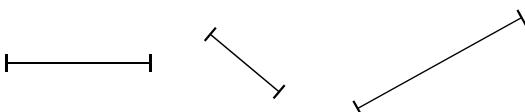
a. En effectuant des calculs.



b. En mesurant et en effectuant les calculs nécessaires.



c. À l'aide du compas et d'une demi-droite à tracer sur ton cahier.



## 17 À toi de choisir ! (bis)

8 cm	5 cm	12 cm	2 cm
10 cm	12 cm	15 cm	10 cm
9 cm	3 cm	5 cm	7 cm

Choisis trois nombres du tableau correspondant aux longueurs des côtés d'un triangle :

- a. non constructible ; c. quelconque ;
- b. isocèle ; d. de périmètre 13 cm.

## 18 Comment est-ce possible ?

Les trois côtés d'un triangle YHU ont pour mesure un nombre entier d'unités de longueur. Dans chaque cas, indique les valeurs minimale et maximale possibles pour YH lorsque :

- a.  $UH = 6$  et  $UY = 6$  ;
- b.  $UH = 12$  et  $UY = 3$ .

## 19 Cas particuliers

On considère trois points B, U et S.

- a. On suppose que  $BU = 7$ ,  $US = 16$  et  $SB = 9$ . Les points B, U et S sont-ils alignés ? Si oui, dans quel ordre ?
- b. À présent, on suppose que  $BU = 5$ ,  $US = 13$  et  $SB = 7$ . Les points B, U et S sont-ils alignés ? Si non, quelle longueur dois-tu modifier pour que B appartienne au segment [US] ?

## 20 Quelle étourdie !

Marie a recopié l'exercice de mathématiques à faire pour demain. En voici l'énoncé :

« ABCD est un quadrilatère tel que :  
 $AB = 3 \text{ cm}$  ;  $BC = 5 \text{ cm}$  ;  $AC = 7 \text{ cm}$  ;  
 $CD = 3 \text{ cm}$  et  $BD = 1 \text{ cm}$ . ».

Après plusieurs essais sans succès, Marie réalise qu'une des longueurs est fausse. Laquelle ? Modifie-la pour qu'il soit possible de placer les quatre points.



# Exercices d'entraînement

## 21 Réfléchir puis construire

Soit un segment  $[AB]$  mesurant 7 cm. Construis sur la même figure, lorsque cela est possible, des points M, N, P, Q, R et S du même côté de  $(AB)$ , vérifiant les conditions ci-dessous. Dans les cas où les points sont alignés, tu préciseras la position relative des trois points.

- a.  $AM = 6 \text{ cm}$  et  $BM = 4,5 \text{ cm}$ .
- b.  $AN = 4,8 \text{ cm}$  et  $BN = 2,2 \text{ cm}$ .
- c.  $AP = 5 \text{ cm}$  et  $BP = 12 \text{ cm}$ .
- d.  $AQ = 3,1 \text{ cm}$  et  $BQ = 3 \text{ cm}$ .
- e.  $AR = 6,5 \text{ cm}$  et  $BR = 2,4 \text{ cm}$ .
- f.  $AS = 11 \text{ cm}$  et  $BS = 4 \text{ cm}$ .

## 22 Connaissant le périmètre

Le périmètre d'un triangle est 18 cm.  
Ce triangle peut-il avoir un côté ...

- a. de 7 cm ? Justifie.
- b. de 6,4 cm ? Justifie.
- c. de 10,5 cm ? Justifie.
- d. de 9 cm ? Justifie.

## Constructions

## 23 Faire un schéma

Dans chaque cas, replace les informations sur une figure à main levée.

- a. Le triangle SUR tel que :  
 $SU = 4,5 \text{ cm}$ ,  $\widehat{USR} = 60^\circ$  et  $\widehat{RUS} = 40^\circ$ .
- b. Le triangle QTD tel que :  
 $QT = 1 \text{ dm}$ ,  $TD = 7 \text{ cm}$  et  $\widehat{QTD} = 110^\circ$ .
- c. Le triangle MFV tel que :  
 $MF = 9 \text{ cm}$ ,  $FV = 12 \text{ cm}$  et  $MV = 6 \text{ cm}$ .

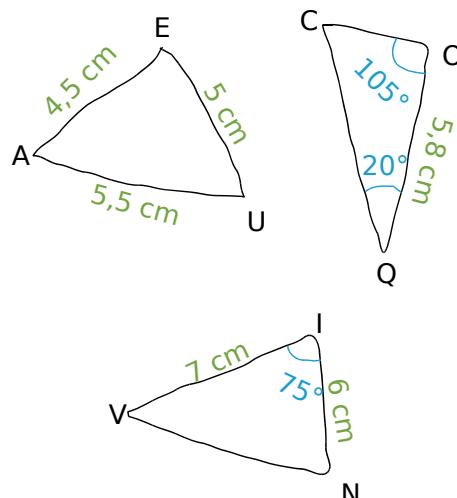
## 24 Faire un schéma (bis)

Dans chaque cas, dessine une figure à main levée (code les longueurs et les angles).

- a. Le triangle POL isocèle en P tel que :  
 $PO = 14 \text{ cm}$  et  $LO = 5 \text{ cm}$ .
- b. Le triangle DYS isocèle en Y tel que :  
 $DS = 7,2 \text{ cm}$  et  $\widehat{DYS} = 95^\circ$ .
- c. Le triangle GEH isocèle en G tel que :  
 $EG = 4,8 \text{ cm}$  et  $\widehat{GEH} = 57,2^\circ$ .
- d. Le triangle MER équilatéral tel que :  
 $ME = 5 \text{ cm}$ .
- e. Le triangle FAC rectangle en C tel que :  
 $CA = 6,5 \text{ cm}$  et  $\widehat{AFC} = 50^\circ$ .
- f. Le triangle BUT rectangle isocèle en U tel que :  $BU = 3,8 \text{ cm}$ .

## 25 Construire à partir d'un schéma

Reproduis, en vraie grandeur, les triangles suivants.



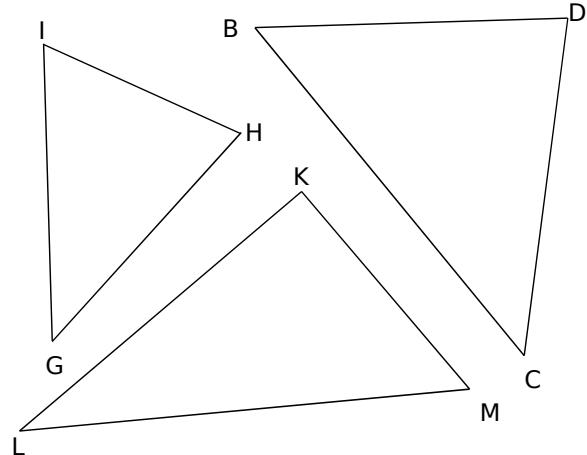
## 26 Un schéma pour une figure

Après avoir tracé une figure à main levée, construis en vraie grandeur ces triangles.

- a. Le triangle GHI tel que :  
 $GH = 8 \text{ cm}$ ,  $HI = 5 \text{ cm}$  et  $GI = 6 \text{ cm}$ .
- b. Le triangle MNO tel que :  
 $MN = 4,5 \text{ cm}$ ,  $MO = 7 \text{ cm}$  et  $\widehat{NMO} = 48^\circ$ .
- c. Le triangle DEF tel que :  
 $\widehat{FDE} = 45^\circ$ ,  $DE = 8 \text{ cm}$  et  $\widehat{FED} = 28^\circ$ .
- d. Le triangle ABC tel que :  
 $AB = 4 \text{ cm}$ ,  $AC = 6,7 \text{ cm}$  et  $\widehat{BAC} = 132^\circ$ .

## 27 Reporter pour reproduire

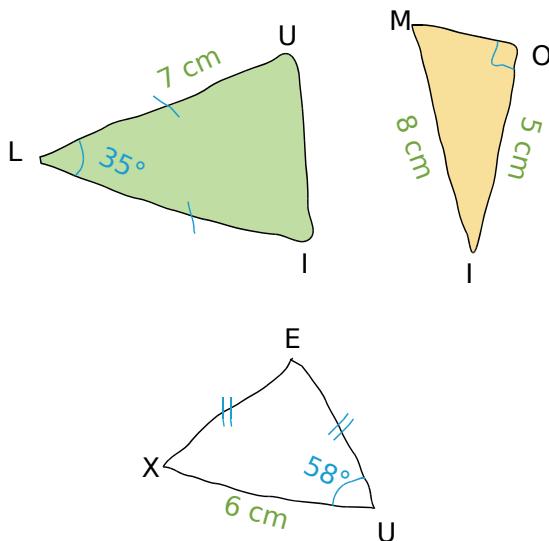
Reproduis les triangles suivants en utilisant uniquement une règle non graduée et un compas.



# Exercices d'entraînement

## 28 Construire à partir d'un schéma (bis)

Reproduis en vraie grandeur les triangles suivants.



## 29 Un schéma pour une figure (bis)

Trace une figure à main levée puis construis, en vraie grandeur, les triangles suivants :

- Le triangle VUZ isocèle en U tel que :  $VU = 6,5 \text{ cm}$  et  $VZ = 4,5 \text{ cm}$ .
- Le triangle KGB équilatéral tel que :  $KG = 6 \text{ cm}$ .
- Le triangle CIA rectangle en C tel que :  $\widehat{CIA} = 37^\circ$  et  $CI = 5,5 \text{ cm}$ .
- Le triangle RTL isocèle en T tel que :  $RT = 8 \text{ cm}$  et  $\widehat{TRL} = 48^\circ$ .

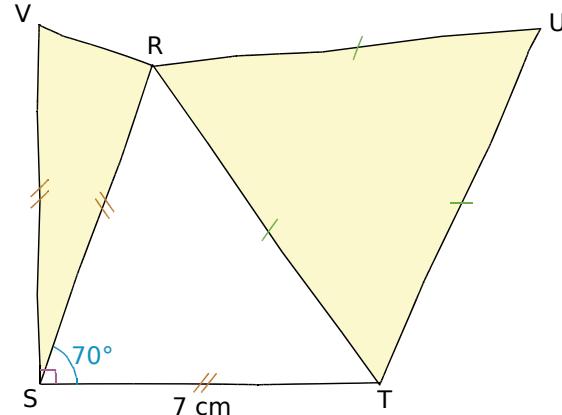
## 30 Calculer pour construire

Après avoir effectué les calculs nécessaires, trace chacun des triangles suivants en vraie grandeur.

- Le triangle EFG tel que :  $EF = 7,5 \text{ cm}$ ,  $\widehat{EFG} = 49^\circ$  et  $\widehat{EGF} = 72^\circ$ .
- Le triangle PLM équilatéral de périmètre  $15 \text{ cm}$ .
- Le triangle RST isocèle en S de périmètre  $13 \text{ cm}$  et tel que  $ST = 4 \text{ cm}$ .
- Le triangle AYB isocèle et rectangle en Y tel que  $BA = 7 \text{ cm}$ .
- Le triangle OCI isocèle en I tel que :  $CO = 4,5 \text{ cm}$  et  $\widehat{CIO} = 30^\circ$ .

## 31 Construire puis décrire

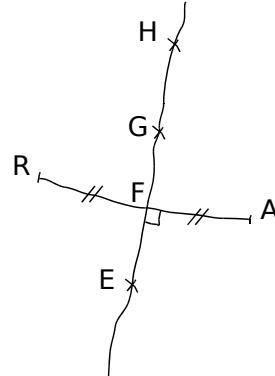
- Sur ton cahier, reproduis en vraie grandeur la figure suivante.



- Écris le programme de construction.

## Cercle circonscrit

## 32 Longueurs égales



Sur la figure à main levée ci-dessus, F est le milieu de [RA] et les points E, F, G et H sont alignés. Écris, en justifiant, toutes les égalités de longueurs sur cette figure.

## 33 Tracés de médiatrices d'un triangle

- Construis un triangle CJR.
- Trace en rouge la médiatrice de [JR] à l'aide du compas.
- Trace en noir la médiatrice de [CJ] avec la règle graduée et l'équerre.
- Construis la médiatrice (d) de [CR] avec seulement une équerre non graduée. Explique ta réponse.
- Comment construire (d) avec uniquement une règle graduée ? Explique ta réponse.

# Exercices d'entraînement

## 34 Médiatrice et équidistance

[AB] est une corde d'un cercle de centre O.

Démontre que la médiatrice du segment [AB] passe par le point O.

## 35 Cercles circonscrits

Dans chaque cas, construis le triangle LYS puis son cercle circonscrit. (Tu nommeras O son centre.)

- a.  $LS = 8 \text{ cm}$ ,  $\widehat{YLS} = 65^\circ$  et  $\widehat{YSL} = 45^\circ$ .
- b.  $LS = 4 \text{ cm}$ ,  $LY = 5 \text{ cm}$  et  $\widehat{YLS} = 103^\circ$ .
- c. LYS est isocèle en L tel que  $LY = 8 \text{ cm}$  et  $YS = 5,5 \text{ cm}$ .
- d. LYS est un triangle équilatéral de côté 6 cm.

## 36 Sois malin !

- a. Construis un triangle MEC tel que son cercle circonscrit ait un rayon de 5 cm.
- b. Construis un triangle RNB isocèle en B avec  $BN = 4 \text{ cm}$  tel que son cercle circonscrit ait un rayon de 5 cm.

## 37 Avec TracenPoche

- a. Construis un triangle NRV, puis construis les médiatrices et le cercle circonscrit à ce triangle. Tu nommeras O le centre de ce cercle.
- b. À quelle condition le point O se trouve-t-il à l'intérieur du triangle ? À l'extérieur du triangle ?
- c. Est-il possible que O appartienne à l'un des côtés du triangle ? Si oui, à quelle condition ?

## Droites remarquables

### 38 Vocabulaire

- a. Construis un triangle BOA. Trace la droite ( $d_1$ ) perpendiculaire à [BO] et passant par A.
- b. Trace la droite ( $d_2$ ) perpendiculaire au segment [OA] et passant par son milieu.
- c. Trace la droite ( $d_3$ ) qui coupe l'angle  $\widehat{BOA}$  en deux angles égaux.
- d. Trace la droite ( $d_4$ ) qui passe par O et par le milieu de [BA].
- e. Reformule les questions précédentes en utilisant les mots : médiatrice, bissectrice, médiane et hauteur.

## 39 Tracés à main levée et codages

a. Construis un triangle TOC à la règle.

b. À main levée, trace puis code :

- en bleu, la médiatrice de [TO] ;
- en noir, la médiane relative à [OC] ;
- en rouge, la hauteur issue de O.

## 40 Médiane (« relative à » ou « issue de »)

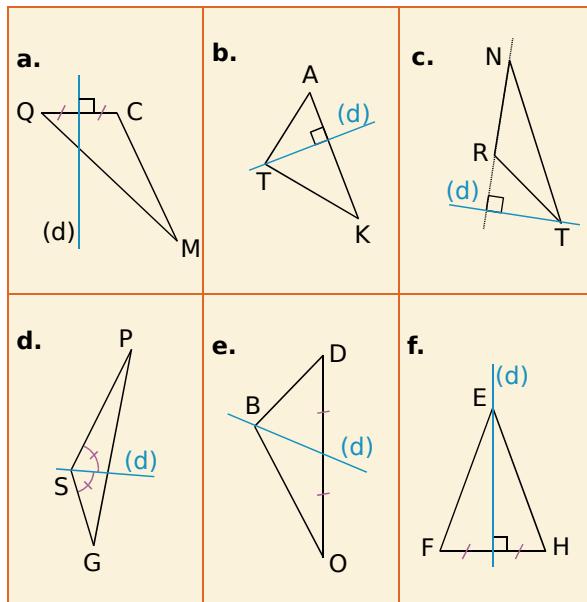
a. Avec TracenPoche, construis un triangle TEP puis trace :

- la médiane issue de E ;
- la médiane relative au côté [EP] ;
- la médiane issue de P.

b. Observe la figure et déplace les points T, E et P. Que remarques-tu ?

## 41 Identification

Dans chaque cas, décris précisément la droite (d) en utilisant les mots : médiatrice, bissectrice, médiane et hauteur.



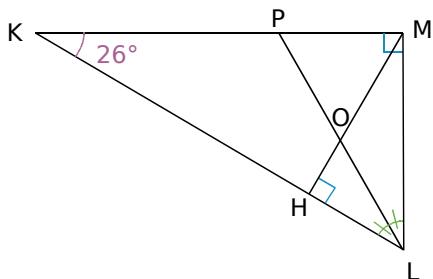
## 42 Prenons de la hauteur !

- a. Construis un triangle DER ayant tous ses angles aigus, puis les hauteurs de ce triangle.
- b. Construis un triangle NRV tel que  $\widehat{NRV}$  soit un angle obtus puis les hauteurs de ce triangle.
- c. Construis un triangle GHT rectangle en T puis les hauteurs de ce triangle.
- d. Observe les trois figures. Que remarques-tu ?

# Exercices d'approfondissement

## 43 Triangle rectangle et bissectrice

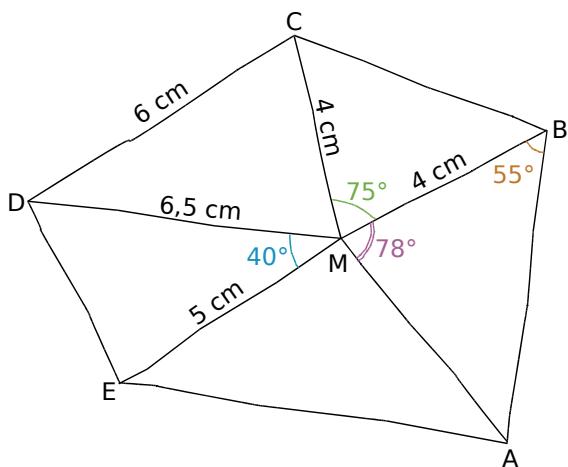
Dans le triangle KLM ci-dessous, la bissectrice de l'angle  $\widehat{KLM}$  et la hauteur issue de M se coupent en un point O.



Calcule (sans justifier) les angles nécessaires pour démontrer que le triangle POM est isocèle et précise en quel point.

## 44 Que de triangles !

Sur ton cahier, reproduis, en vraie grandeur, la figure ci-dessous.

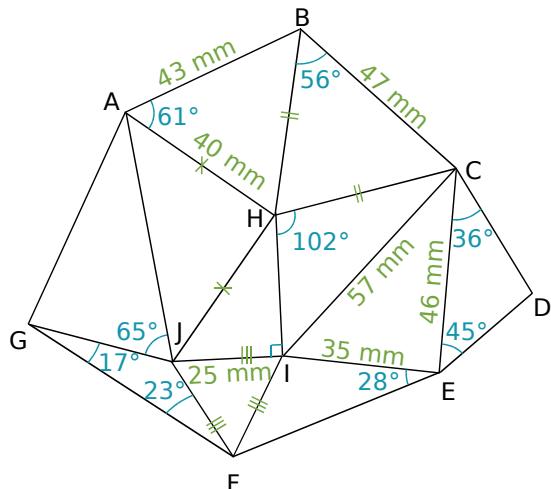


## 45 Avec le périmètre et les angles

On veut tracer un triangle tel que son périmètre mesure 16 cm et deux de ses angles mesurent  $64^\circ$  et  $46^\circ$ .

- Fais un dessin à main levée de ce triangle et calcule la mesure de son troisième angle.
- Trace un segment [DE] mesurant 16 cm et place A tel que :  $\widehat{ADE} = 32^\circ$  et  $\widehat{AED} = 23^\circ$  (on a pris les moitiés de  $64^\circ$  et  $46^\circ$ ).
- Place un point B sur le segment [DE] à égale distance de A et de D puis un point C sur le segment [DE] à égale distance de A et E. Indique la nature des triangles ABD et ACE.
- Calcule les mesures des angles des triangles ABD et ACE.
- Démontre que le périmètre et les angles du triangle ABC correspondent bien à ceux du triangle cherché.
- Trace un triangle RST de périmètre 20 cm tel que  $\widehat{RST} = 36^\circ$  et  $\widehat{STR} = 68^\circ$ .

## 46 Des triangles, beaucoup de triangles !



- Parmi les onze triangles tracés, indique ceux qui sont isocèles, rectangles ou équilatéraux.
- Calcule le périmètre du triangle CIE.
- Recopie et complète le tableau suivant (une ligne par triangle).

Triangle	Je connais ou je peux calculer :
ABH	un angle et les deux côtés adjacents à cet angle
...	...

- Quels sont les triangles dont on ne connaît pas assez de données pour pouvoir les construire individuellement ?

# Exercices d'approfondissement

## 47 De multiples triangles

Ludie a trouvé un triangle intéressant dont tous ses angles ont pour mesure un entier pair (c'est-à-dire multiple de 2) :  $44^\circ$ ,  $66^\circ$  et  $70^\circ$ .

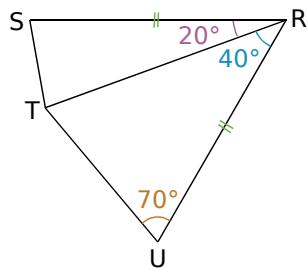
- a. Trouve un autre exemple de triangle dont les mesures d'angles sont paires.

En poursuivant ses recherches, elle a trouvé un triangle dont les mesures sont des multiples de 3 :  $45^\circ$ ,  $51^\circ$  et  $84^\circ$ .

- b. Trouve un autre exemple de triangle dont les mesures d'angles sont des multiples de 3.
- c. Continue les recherches de Ludie en cherchant des triangles dont les mesures des angles sont des multiples de 4.
- d. Cela est-il possible avec tous les nombres entiers ? Justifie.

## 48 Des diagonales intéressantes

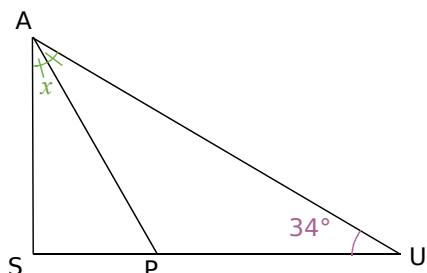
- a. En prenant  $RU = 6 \text{ cm}$ , trace sur ton cahier la figure suivante.



- b. Donne la nature des triangles TUR, STR et SUR. Justifie en t'a aidant des propriétés des triangles.

- c. Qu'en déduis-tu sur les diagonales du quadrilatère RUTS ?

## 49 En fonction de $x$



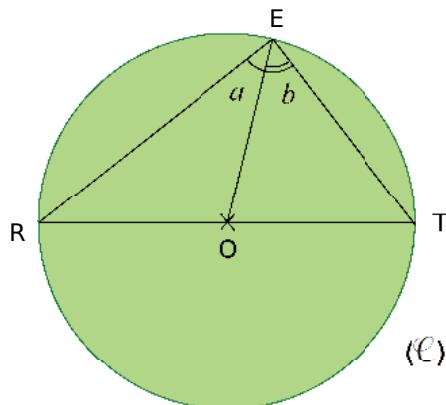
- a. Exprime l'angle  $\widehat{USA}$  en fonction de  $x$ .
- b. Est-il vrai que l'angle  $\widehat{SPA}$  mesure  $34^\circ$  de plus que l'angle  $\widehat{PAS}$  ? Justifie ta réponse.

## 50 Différents triangles

Combien de triangles ABC isocèles de dimensions différentes peut-on construire sachant que  $\widehat{ABC} = 70^\circ$  et  $AB = 5\text{cm}$  ?

## 51 Triangles et cercle

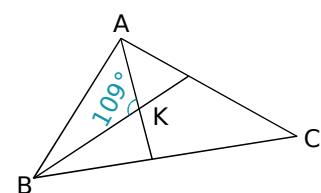
Soit  $(\mathcal{C})$  un cercle de centre O et de diamètre [RT] et E un point quelconque de  $(\mathcal{C})$ .



- a. Reproduis cette figure et code-la. Quelle est la nature des triangles ORE et TEO ?
- b. On désigne par  $a$  et  $b$  les mesures respectives des angles  $\widehat{REO}$  et  $\widehat{OET}$ . Quelles sont les mesures des angles  $\widehat{ORE}$  et  $\widehat{OTE}$  ?
- c. En te plaçant dans le triangle RET, explique ensuite pourquoi :  $2 \times a + 2 \times b = 180^\circ$ .
- d. Déduis-en que le triangle RTE est rectangle et précise en quel point.
- e. Recopie et complète la propriété suivante : « Si un côté d'un triangle est un ... du cercle ... à ce triangle alors ce triangle est ... . »

## 52 Avec deux bissectrices

Dans le triangle ABC, les bissectrices de deux des angles se coupent au point K, en formant un angle de  $109^\circ$ .



- a. Reproduis la figure à main levée et code-la.
- b. On désigne par  $x$  et  $y$  les mesures respectives des angles  $\widehat{BAK}$  et  $\widehat{ABK}$ . Exprime les angles  $\widehat{KAC}$  et  $\widehat{KBC}$  en fonction de  $x$  et  $y$ .
- c. Sans calculer les mesures des angles  $\widehat{BAK}$  et  $\widehat{ABK}$ , indique la valeur de  $x + y$ . Déduis-en la valeur de  $2 \times x + 2 \times y$ .
- d. En te plaçant dans le triangle ABC, trouve la valeur de  $2 \times x + 2 \times y + \widehat{ACB}$ . Déduis-en la mesure de l'angle  $\widehat{ACB}$ .
- e. Construis en vraie grandeur un triangle ABC satisfaisant aux données de cet exercice.

## Étude des mesures des angles d'un triangle

### 1<sup>re</sup> partie :

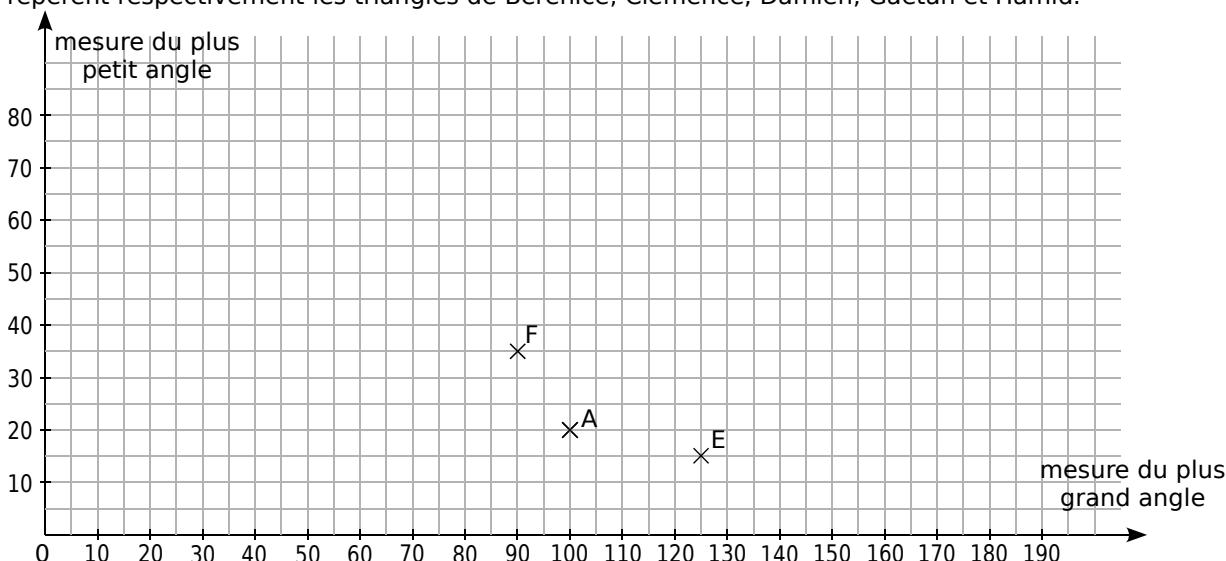
Alex, Bérénice, Clémence et Damien ont chacun tracé un triangle et ont noté certaines mesures d'angles dans le tableau ci-contre. Gaëtan a tracé un triangle équilatéral et Hamid a tracé un triangle isocèle dont la mesure de l'angle principal est  $20^\circ$ .

a. Complétez ce tableau.

Élève	Mesures des angles du triangle		
Alex	$20^\circ$	$60^\circ$	
Bérénice	$50^\circ$		$70^\circ$
Clémence	$155^\circ$	$10^\circ$	
Damien		$45^\circ$	$45^\circ$
Gaëtan			
Hamid			

b. Dans un autre tableau, indiquez pour chaque triangle le plus grand angle et le plus petit angle.

c. Sur le graphique, le triangle d'Alex est repéré par le point A(100 ; 20) dont l'abscisse est la mesure du plus grand angle et l'ordonnée celle de son plus petit angle. Placez les points B, C, D, G et H qui repèrent respectivement les triangles de Bérénice, Clémence, Damien, Gaëtan et Hamid.



d. Sur le graphique, on a placé les points E et F qui représentent les triangles d'Emma et de Fabien. Complétez le tableau ci-contre.

Élève	Mesures des angles du triangle		
Emma			
Fabien			

### 2<sup>e</sup> partie :

e. Alex remarque qu'on ne peut pas placer de points avec une abscisse inférieure à 60 ou supérieure à 180. Justifiez sa remarque puis hachurez au crayon de papier ces parties du graphique.

f. Clémence remarque ensuite qu'on ne peut pas placer de points avec une ordonnée supérieure à 60. Justifiez sa remarque puis hachurez au crayon de papier cette partie du graphique.

g. Placez, en rouge, les points de coordonnées (75 ; 25) et (110 ; 50). Représentent-ils des triangles ? Justifiez votre réponse (en calculant quelle serait alors la mesure du troisième angle).

h. Chaque élève du groupe doit donner les coordonnées de deux autres points (situés en dehors des hachures) qui ne représentent pas un triangle puis les placer en rouge sur le graphique.

i. On s'intéresse, à présent, aux triangles isocèles dont la mesure de l'angle principal est un multiple de dix. Complétez le tableau ci-dessous (en ajoutant autant de colonnes que nécessaire) :

Mesure de l'angle principal	$10^\circ$	$20^\circ$	$30^\circ$	$40^\circ$	$50^\circ$	$60^\circ$	$70^\circ$	$80^\circ$	...
Mesure des deux angles égaux									

j. Sur le graphique, placez des points verts correspondant à ces triangles isocèles. Où semblent-ils situés ? Que dire alors de la zone des points qui représentent les triangles ?

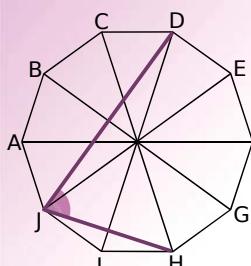
# Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	Quel(s) triangle(s) est (sont) constructible(s) ?				
2	Dans le triangle EFG, on a $\widehat{EFG} = 34^\circ$ et $\widehat{EGF} = 48^\circ$ alors...	$\widehat{FEG} = 8^\circ$	$\widehat{FEG} = 278^\circ$	$\widehat{FEG} = 98^\circ$	EFG est un triangle quelconque
3		BOL n'est pas constructible	$\widehat{OLB} = 17^\circ$	$\widehat{OLB} = 68^\circ$	BOL est un triangle quelconque
4	RAT est isocèle en T et $\widehat{ART} = 45^\circ$ alors...	$\widehat{RTA} = 45^\circ$	RAT est rectangle en R	$\widehat{RAT} = 45^\circ$	RAT est rectangle en T
5		AXE est un triangle isocèle en E	AXE est un triangle isocèle en A	La médiatrice de [EX] passe par A	AXE est un triangle rectangle en A
6	GEO est isocèle et $\widehat{OGE} = 100^\circ$ alors...	E est le sommet principal	$\widehat{GEO} = 80^\circ$	$GE = GO$	$\widehat{EOG} = 40^\circ$
7		x peut être égal à 3 cm	FOU peut être isocèle en F	x peut être égal à 4 cm	FOU peut être isocèle en U
8	O est le centre du cercle circonscrit d'un triangle GYM alors...	(OG) est perpendiculaire à (YM)	$OG = OM$	les triangles OGY et OGM ont le même périmètre	$\widehat{OYM} = \widehat{OMY}$



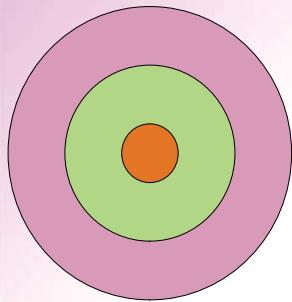
Récréation mathématique

## Un décagone



Tous les côtés du décagone régulier ABCDEFGHIJ mesurent 2 cm. Quelle est la mesure exacte de l'angle  $\widehat{HJD}$  ?

## Dans le mille !



En l'état actuel, cette cible est inutilisable !  
Sauras-tu retrouver son centre ?

# >> Parallélogrammes

G3



# Activités de découverte

## Activité 1 : Croisement de deux bandes

- On croise deux bandes de papier et on s'intéresse à l'intersection.
- Quels quadrilatères peut-on obtenir ?
- Réalise une affiche qui présente toutes les possibilités que tu auras trouvées.



## Activité 2 : Parallélogramme à la trace...

- Avec TracenPoche, place 3 points A, B et C.  
À l'aide des boutons et , complète la construction pour obtenir le parallélogramme ABCD comme ci-contre.
- En utilisant le bouton , demande la trace du point B et du point D. Déplace le point B et observe les traces des points B et D.  
Que peux-tu dire des points B et D ?
- Peux-tu dire la même chose pour les points A et C ?
- Qu'en déduis-tu pour les diagonales du parallélogramme ABCD ?
- En utilisant le bouton , fais apparaître les mesures des côtés du parallélogramme ABCD. Que remarques-tu ?  
Quelle propriété de la symétrie centrale permet de justifier cette observation ?
- Dans la fenêtre Analyse, demande la mesure des angles en tapant :

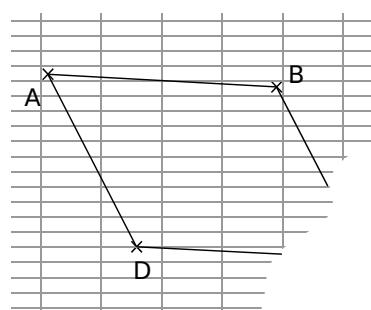
Analyse  
angle(ABC)=  
angle(BCD)=  
angle(CDA)=  
angle(DAB)=

Que remarques-tu ?  
Quelle propriété permet de justifier cette observation ?

- Quelle est la somme des quatre angles du parallélogramme ?  
Qu'en déduis-tu pour les angles  $\widehat{ABC}$  et  $\widehat{BCD}$  ?

## Activité 3 : Ça déchire !

- Kévin a retrouvé sa construction du parallélogramme ABCD mais est très embêté car sa feuille est déchirée et il doit mesurer les côtés pour déterminer son périmètre.  
Sabrina le rassure et lui dit que le plus important est encore présent sur sa feuille.
- Explique comment Kévin peut tout de même déterminer le périmètre du parallélogramme ABCD.
- Sabrina lui dit qu'il peut même trouver les longueurs des diagonales. Comment fait-elle ?
- Peux-tu donner d'autres informations à propos de ce parallélogramme ?



# Activités de découverte

## Activité 4 : Identification

### 1. À première vue

- Les figures codées ci-dessous ont été faites à main levée.  
Selon toi, certaines représentent-elles des parallélogrammes ?  
Explique quelle a été ta démarche pour répondre à cette question.

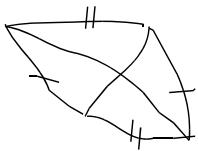


Figure 1

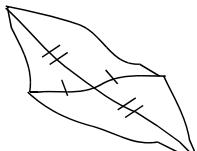


Figure 2

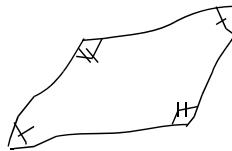


Figure 3

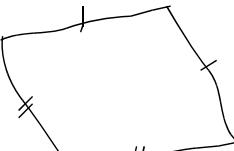
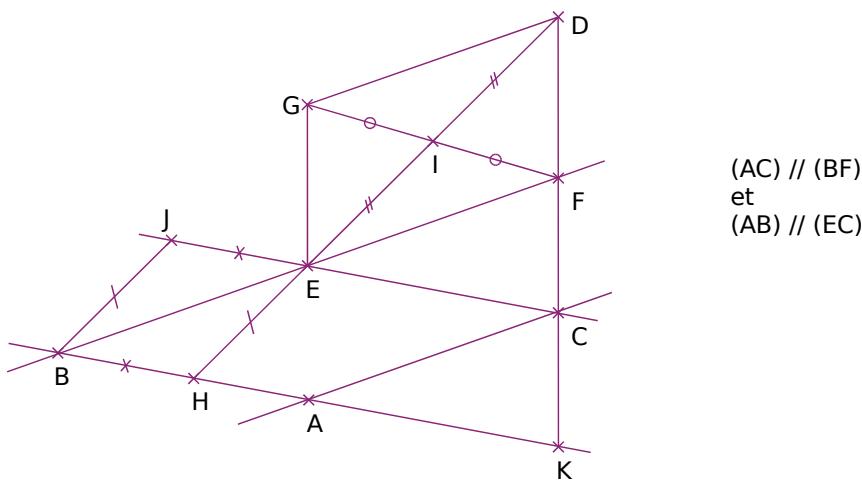


Figure 4

### 2. Justifier en appliquant des propriétés

- Sur la figure ci-dessous, trouve tous les quadrilatères dont tu peux affirmer qu'ils sont des parallélogrammes. Pour chacun, énonce une propriété qui permet de justifier ta réponse.



## Activité 5 : Avec un truc en plus

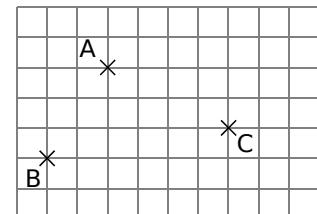
- À l'aide du logiciel TracenPoche, construis un triangle MNP. On appelle I le milieu du segment [MP]. Construis le point Q symétrique du point N par rapport au point I. Démontre que MNPQ est un parallélogramme.
- Morgane trouve que MNPQ ressemble plutôt à un losange. À ton avis, comment a-t-elle placé les points M, N et P ?  
Énonce une propriété permettant d'affirmer qu'un parallélogramme est un losange.
- Rachid, quant à lui, trouve que MNPQ ressemble plutôt à un rectangle. Comment expliquer l'observation de Rachid ?  
Énonce une propriété permettant d'affirmer qu'un parallélogramme est un rectangle.
- Comment choisir la position des points M, N et P pour que MNPQ soit un carré ? Justifie.
- Trace à main levée plusieurs parallélogrammes. Pour chacun d'eux, place le minimum de codage pour qu'il soit un losange, un rectangle ou un carré.

# Méthodes et notions essentielles

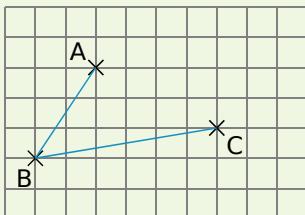
## Méthode 1 : Construire un parallélogramme dans un quadrillage

**Exemple :** Soient trois points A, B et C non alignés placés comme ci-contre. Place le point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

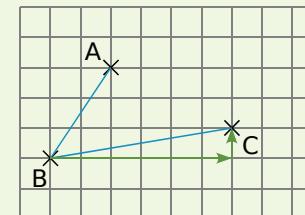
Cela peut être résolu de deux façons différentes :



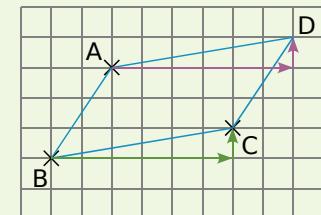
### En utilisant une propriété des côtés d'un parallélogramme



On trace les côtés  $[AB]$  et  $[BC]$  du quadrilatère ABCD. Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme donc ses côtés  $[BC]$  et  $[AD]$  sont de même longueur et parallèles.

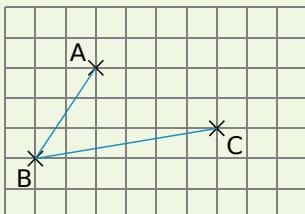


Pour aller de B à C, on se déplace de 6 carreaux vers la droite et de 1 carreau vers le haut.

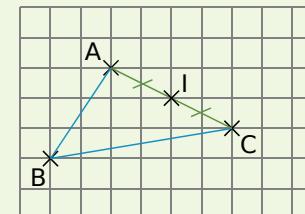


On reproduit ces mêmes déplacements à partir de A. Ainsi on obtient un quadrilatère non croisé tel que  $AD = BC$  et  $(AD) \parallel (BC)$ , c'est donc bien un parallélogramme.

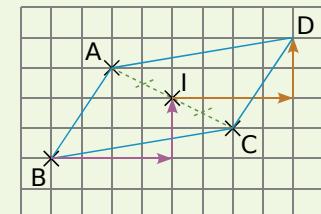
### En utilisant la propriété des diagonales d'un parallélogramme



On trace les côtés  $[AB]$  et  $[BC]$  du quadrilatère ABCD. Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme donc ses diagonales  $[AC]$  et  $[BD]$  se coupent en leur milieu qu'on appelle I.



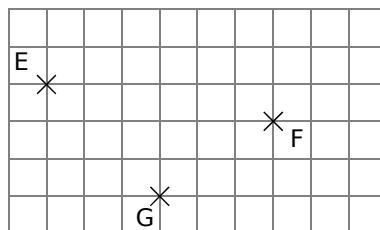
On trace le segment  $[AC]$  et on place son milieu I. C'est également le milieu du segment  $[BD]$ .



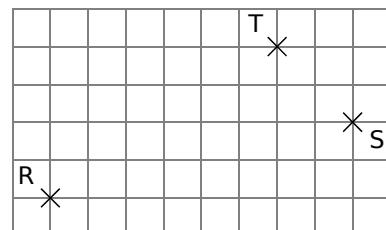
On place D tel que I soit le milieu du segment  $[BD]$  en comptant les carreaux. Ainsi ABCD a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, c'est donc bien un parallélogramme.

### Exercices « À toi de jouer »

**1** Reproduis sur ton cahier la figure suivante puis trace le parallélogramme EFGH en utilisant une propriété des côtés du parallélogramme.



**2** Reproduis sur ton cahier la figure suivante puis trace le parallélogramme RSTU en utilisant la propriété des diagonales du parallélogramme.



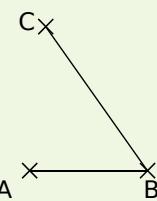
# Méthodes et notions essentielles

## Méthode 2 : Construire un parallélogramme avec des instruments de géométrie

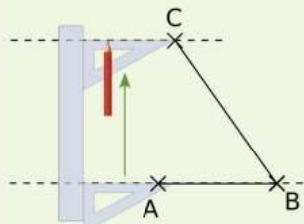
**Exemple :** Soient trois points A, B et C non alignés. Place le point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

Cela peut être résolu de plusieurs façons différentes, en voici deux :

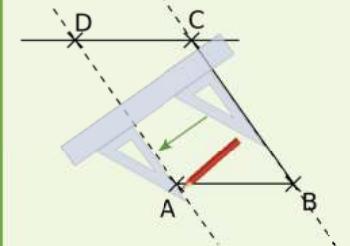
### En utilisant une propriété des côtés d'un parallélogramme



On trace les côtés [AB] et [BC] du quadrilatère ABCD. Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme donc ses côtés opposés sont parallèles deux à deux : soit  $(AB) \parallel (CD)$  et  $(BC) \parallel (AD)$ .

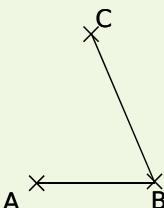


On trace la parallèle à (AB) passant par C.

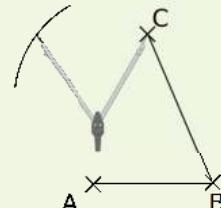


On trace la parallèle à (BC) passant par A. Ces deux droites sont sécantes en D. Ainsi ABCD a ses côtés opposés parallèles deux à deux, c'est donc bien un parallélogramme.

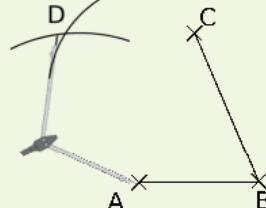
### En utilisant une autre propriété des côtés d'un parallélogramme



On trace les côtés [AB] et [BC] du quadrilatère ABCD. Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme donc ses côtés opposés [AB] et [CD] sont de la même longueur deux à deux : soit  $AB = CD$  et  $BC = AD$ .



À l'aide du compas, on reporte la longueur AB à partir du point C.



On reporte la longueur BC à partir du point A. On place le point D à l'intersection des deux arcs de cercle puis on trace les côtés [AD] et [CD]. Ainsi, ABCD a ses côtés opposés égaux deux à deux, c'est donc bien un parallélogramme.

### Exercices « À toi de jouer »

**3** Construis le parallélogramme PRLG tel que  $PR = 5\text{ cm}$ ,  $PG = 6\text{ cm}$  et  $\widehat{RPG} = 74^\circ$  en utilisant la propriété sur le parallélisme des côtés opposés du parallélogramme.

**4** Construis le parallélogramme DRAP tel que  $DR = 6\text{ cm}$ ,  $DP = 8\text{ cm}$  et  $\widehat{RDP} = 40^\circ$  en utilisant la propriété sur l'égalité des longueurs des côtés opposés du parallélogramme.

**5** Construis le parallélogramme VOLE tel que  $VO = 4\text{ cm}$ ,  $VE = 5\text{ cm}$  et  $VL = 3\text{ cm}$ .

# Méthodes et notions essentielles

## Méthode 3 : Construire un quadrilatère particulier par ses diagonales

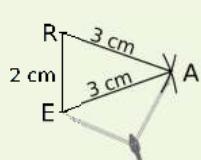
### À connaître

Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur alors c'est un rectangle.

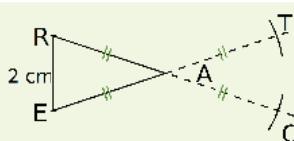
Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires alors c'est un losange.

Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur et perpendiculaires alors c'est un carré.

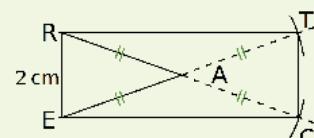
**Exemple 1 :** Dessine un rectangle RECT de centre A dont les diagonales mesurent 6 cm et tel que  $RE = 2$  cm.



Le quadrilatère RECT est un rectangle donc ses diagonales ont même milieu et même longueur. On construit le triangle REA isocèle en A tel que  $RE = 2$  cm et  $AE = 3$  cm.

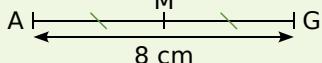


On construit alors les points C et T symétriques respectifs de R et de E par rapport à A.

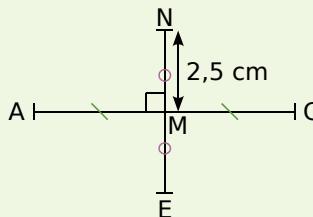


On termine le rectangle en traçant les segments [RT], [TC] et [EC]. Ainsi, le quadrilatère RECT a ses diagonales qui se coupent en leur milieu et qui ont la même longueur, c'est donc bien un rectangle.

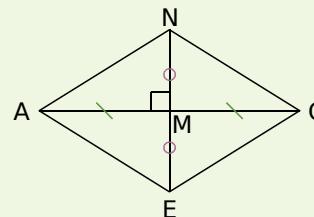
**Exemple 2 :** Dessine un losange ANGE de centre M dont les diagonales vérifient  $AG = 8$  cm et  $NE = 5$  cm.



Pour que le quadrilatère ANGE soit un losange, il faut tracer un quadrilatère dont les diagonales ont même milieu et sont perpendiculaires. On trace la diagonale [AG] et on place son milieu M.



On trace la droite perpendiculaire à la droite (AG) passant par M et on place les points N et E sur cette droite à 2,5 cm du point M.



On relie les points A, N, G et E pour former le losange. Ainsi, le quadrilatère ANGE a ses diagonales qui se coupent en leur milieu et qui sont perpendiculaires, c'est donc bien un losange.

**Remarque :** Pour construire un carré, on utilise la même méthode que pour le losange, les diagonales étant en plus de même longueur.

### Exercice « À toi de jouer »

- 6 Construis un rectangle BLAN de centre C dont les diagonales mesurent 7 cm et tel que l'angle  $\widehat{BCL}$  mesure  $80^\circ$ .

# Exercices d'entraînement

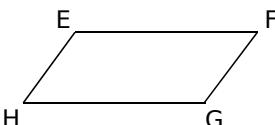
## Utiliser les propriétés du parallélogramme

### 1 Nom d'un parallélogramme !

Parmi tous ces noms, relève ceux qui correspondent au parallélogramme ci-dessous.

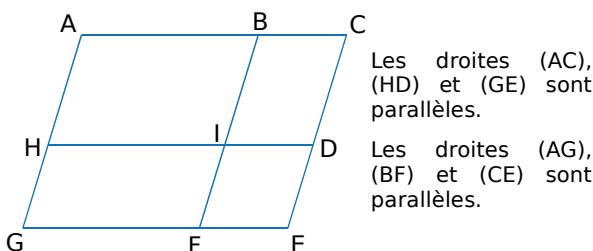
- |      |      |      |      |   |   |
|------|------|------|------|---|---|
| ABCD | BDAC | ACDB | BADC | A | B |
| BDCA | DABC | CBAD | CABD |   |   |
| BCDA | ABDC | DBAC | ADCB | D | C |
| BACD | DACB | CDBA | DCBA |   |   |

### 2 a. Trouve tous les noms possibles du parallélogramme ci-contre (8 réponses).



### b. Trouve quatre noms utilisant les lettres E, F, G et H qui ne correspondent pas à ce parallélogramme.

### 3 Cite tous les parallélogrammes que tu vois sur le dessin ci-dessous (un seul nom par parallélogramme).

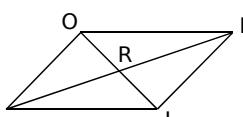


### 4 On considère le parallélogramme LION ci-dessous. Recopie et complète les phrases.

#### a. N est l'image de ... par la symétrie de ... .

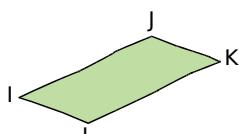
#### b. L'image du segment [IL] par la symétrie de centre ... est le segment ... .

#### c. OI = ...      d. $\widehat{ILN} = \dots$      e. RL = ...



### 5 IJKL est un parallélogramme.

#### a. Reproduis-le à main levée. Code les longueurs et les angles égaux.

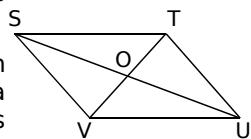


#### b. Écris les égalités de longueurs et les égalités d'angles.

### 6 STUV est un parallélogramme de centre O.

#### a. Fais deux phrases utilisant le mot « milieu ». S

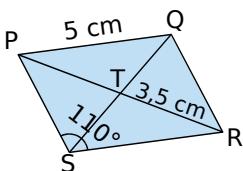
#### b. Sachant que $OV = 3 \text{ cm}$ et $SU = 8 \text{ cm}$ , indique la longueur de quatre autres segments. Justifie.



### 7 PQRS est un parallélogramme de centre T.

#### a. Quelle est la mesure du segment [TP] ? Justifie.

#### b. Quelles autres mesures de longueurs ou d'angles est-il possible de déterminer ? Justifie.



#### c. Peut-on déterminer la longueur de [SP] ?

### 8 Propriétés du parallélogramme

Pour chaque énoncé, trace une figure à main levée puis justifie tes réponses.

#### a. Le quadrilatère NOIR est un parallélogramme tel que $RN = 4 \text{ cm}$ . Donne la longueur OI.

#### b. Le quadrilatère BLEU est un parallélogramme de centre S tel que sa diagonale [BE] a pour longueur 8 cm. Donne la longueur BS.

#### c. Le quadrilatère VERT est un parallélogramme tel que l'angle $\widehat{VER}$ a pour mesure $53^\circ$ . Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{VTR}$ ?

### 9 Milieu de trois segments

#### a. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, construis trois segments [AB], [CD] et [EF] ayant le même milieu O.

#### b. Construis trois parallélogrammes dont les sommets sont parmi les points A, B, C, D, E et F.

#### c. Nomme chacun des trois parallélogrammes.

## Construire des parallélogrammes

### 10 Construis les parallélogrammes ABCD, EFGH et IJKL de centre M respectant les conditions suivantes.

#### a. $AB = 5 \text{ cm}$ , $AD = 3,5 \text{ cm}$ et $BD = 7 \text{ cm}$ .

#### b. $EF = 2 \text{ cm}$ , $EH = 4,5 \text{ cm}$ et $EG = 3,5 \text{ cm}$ .

#### c. $IJ = 6 \text{ cm}$ , $JM = 5 \text{ cm}$ et $IM = 4 \text{ cm}$ .

# Exercices d'entraînement

**11** Est-il possible de construire un parallélogramme ABCD tel que  $AD = 4 \text{ cm}$ ,  $AB = 2,8 \text{ cm}$  et  $BD = 7 \text{ cm}$ ? Pourquoi ?

## 12 Avec trois points

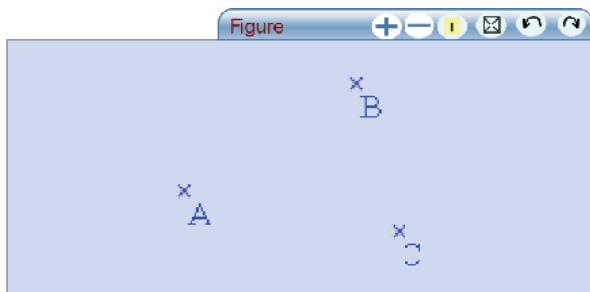
- Place trois points P, I et M non alignés.
- Place à main levée un point N tel que les points P, I, M et N soient les sommets d'un parallélogramme.
- Combien y a-t-il de positions possibles pour le point N ? On appellera ces points  $N_1, N_2, \dots$ . Dans chaque cas, trace puis nomme le parallélogramme obtenu.

**13** Dans chaque cas, construis un parallélogramme en respectant les contraintes données.

- LISE tel que  $LI = 5 \text{ cm}$  et  $IS = 2,5 \text{ cm}$  en utilisant l'équerre et la règle graduée.
- MARC tel que  $MR = 7 \text{ cm}$  et  $AC = 6 \text{ cm}$  en utilisant la règle graduée.
- NOAH tel que  $NO = 3 \text{ cm}$  et  $NA = 8 \text{ cm}$  en utilisant le compas et la règle graduée.
- Les parallélogrammes tracés sont-ils les mêmes pour tous les élèves de la classe ?

## 14 Avec TracenPoche

- Construis trois points A, B et C.



- En utilisant les boutons et , construis le point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

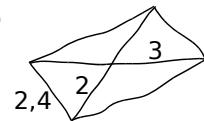
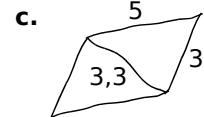
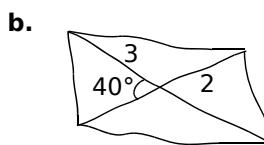
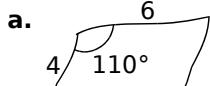
- En utilisant les boutons et , construis le point E tel que ABEC soit un parallélogramme.

- En utilisant les boutons et , construis le point F tel que AFBC soit un parallélogramme.

- Que dire des points A, B et C pour le triangle DEF ? Utilise la fenêtre Analyse pour t'aider.

**15** Trace un segment [GR] de longueur 7 cm. Construis un parallélogramme dont [GR] est un côté puis un autre dont [GR] est une diagonale.

**16** Construis en vraie grandeur les parallélogrammes schématisés ci-dessous en utilisant les instruments de ton choix. (Les longueurs sont exprimées en centimètres.)



## 17 Dans un repère

- Place dans un repère les points suivants :  $J(-1 ; 0)$ ,  $K(1 ; 1)$  et  $L(4 ; -2)$ .
- Place les points M et N pour que JKLM et JKMN soient des parallélogrammes. Que remarques-tu ?
- Donne les coordonnées des points M et N.

**18** Après avoir tracé une figure à main levée, construis en vraie grandeur :

- un parallélogramme VERT tel que  $VT = 5 \text{ cm}$ ,  $\widehat{ERT} = 125^\circ$  et  $VE = 4 \text{ cm}$  ;
- un parallélogramme BLEU de centre I tel que  $BL = 6 \text{ cm}$ ,  $UI = 3 \text{ cm}$  et  $IE = 4 \text{ cm}$  ;
- un parallélogramme NOIR tel que  $NI = 62 \text{ mm}$ ,  $\widehat{NIR} = 40^\circ$  et  $\widehat{RNI} = 30^\circ$ .

## 19 Avec le périmètre

Construis un parallélogramme dont le périmètre est 16 cm et dont la longueur d'un côté est le triple de celle d'un côté consécutif.

## 20 Avec des cercles

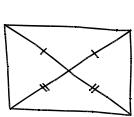
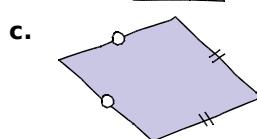
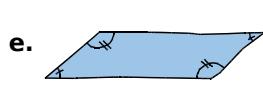
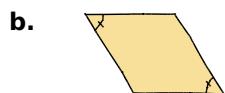
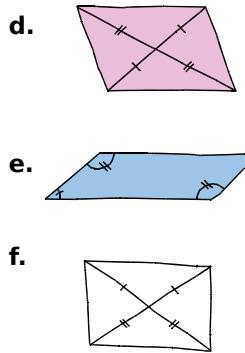
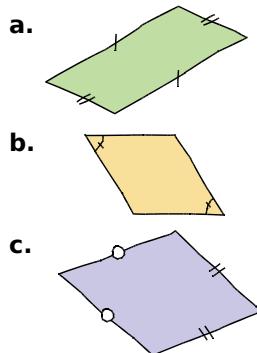
Trace deux cercles concentriques de centre O. En te servant uniquement d'une règle non graduée, trace un parallélogramme de centre O dont deux sommets appartiennent à l'un des cercles et les deux autres à l'autre cercle.

**21** Utilise un logiciel de géométrie dynamique pour faire une conjecture sur la somme de deux angles consécutifs d'un parallélogramme.

# Exercices d'entraînement

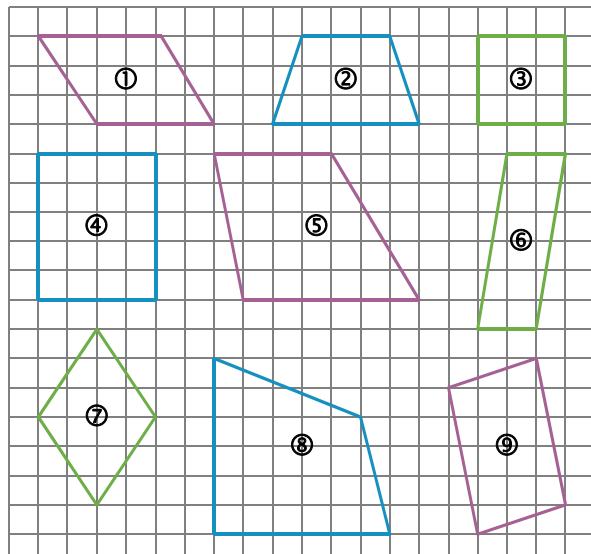
## Démontrer (parallélogrammes)

**22** Dans chaque cas, indique si les codages permettent ou non de prouver que le quadrilatère est un parallélogramme. Justifie.



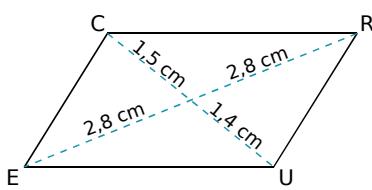
**23** Parallélogramme ou pas ?

a. Observe tous les quadrilatères ci-dessous et cite tous ceux qui sont des parallélogrammes en justifiant ta réponse.



b. Reproduis les parallélogrammes sur ton cahier et code-les.

**24** Le quadrilatère CRUE ci-dessous est-il un parallélogramme ? Explique pourquoi.



## 25 Programme de tracé

- Place trois points R, S et T non alignés et trace la droite (d) parallèle à (RS) passant par T.
- Trace le cercle de centre T et de rayon RS. Il coupe la droite (d) en deux points U et V.
- Nomme les deux quadrilatères dont trois des sommets sont R, S et T. Démontre que ce sont des parallélogrammes.

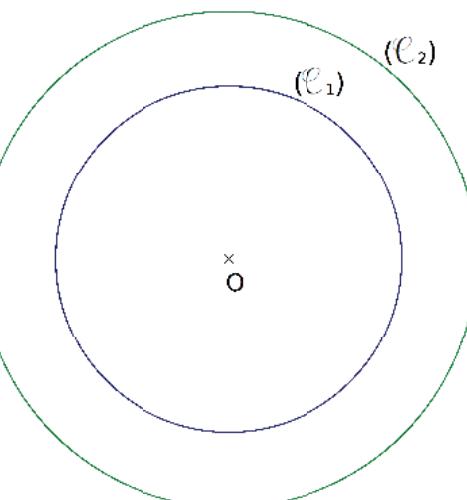
## 26 Petites démonstrations

Dans chaque cas, trace une figure codée à main levée puis démontre que le quadrilatère est un parallélogramme.

- JEUX est un quadrilatère de centre K tel que  $KJ = KU$  et  $KX = KE$ .
- GARS est un quadrilatère tel que (GA) est parallèle à (SR) et (GS) est parallèle à (RA).
- DOUX est un quadrilatère non croisé tel que  $\widehat{ODX} = \widehat{OUX}$  et  $\widehat{DOU} = \widehat{DXU}$ .
- VERS est un quadrilatère non croisé tel que (VE) est parallèle à (SR) et  $VE = SR$ .

## 27 Avec des cercles

- Construis un cercle  $(\mathcal{C}_1)$  de centre O et de rayon 3,5 cm et un cercle  $(\mathcal{C}_2)$  de centre O et de rayon 5 cm.



- Place deux points N et P sur  $(\mathcal{C}_1)$  tels que [NP] soit un diamètre de  $(\mathcal{C}_1)$ . Place deux autres points Q et R sur  $(\mathcal{C}_2)$ , non alignés avec N et P tels que [QR] soit un diamètre de  $(\mathcal{C}_2)$ .
- Démontre que le quadrilatère NQPR est un parallélogramme.
- Donne les longueurs NP et QR. Justifie ta réponse.

# Exercices d'entraînement

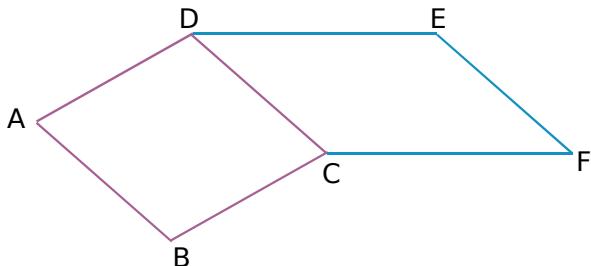
## 28 En utilisant la symétrie

a. On considère un triangle BAS.

Construis le point I symétrique du point A par rapport au point B. Construis le point L symétrique du point S par rapport au point B.

b. Démontre que le quadrilatère LISA est un parallélogramme.

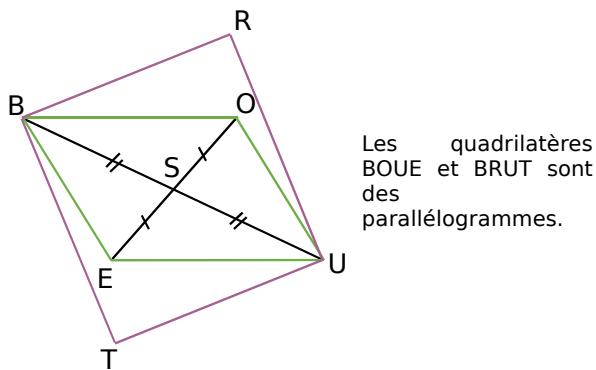
## 29 En deux étapes



a. ABCD et CDEF sont deux parallélogrammes. Démontre que ABFE est un parallélogramme.

b. Déduis-en que  $AE = BF$ .

## 30 L'un dans l'autre



a. Que représente le point S ?

b. Démontre que le quadrilatère TERO est un parallélogramme.

## 31 Bissectrices

a. Construis un parallélogramme ABCD tel que  $\widehat{ADC} = 110^\circ$ ,  $DA = 5 \text{ cm}$  et  $DC = 9 \text{ cm}$ .

b. Construis la bissectrice de l'angle  $\widehat{ADC}$  qui coupe le segment [AB] en K et la bissectrice de l'angle  $\widehat{ABC}$  qui coupe le segment [DC] en L.

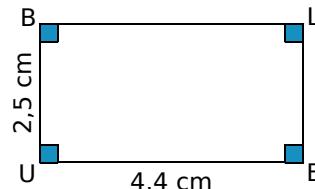
c. Démontre que les angles  $\widehat{KDC}$  et  $\widehat{ABL}$  sont de même mesure.

d. Démontre que le quadrilatère LBKD est un parallélogramme.

## Utiliser les propriétés des rectangles, losanges, carrés

## 32 Un parallélogramme particulier

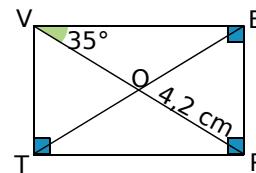
a. Dans la figure ci-dessous, quelle est la nature du quadrilatère BLEU ? Pourquoi ?



b. Que peut-on dire de la longueur des côtés opposés d'un rectangle ? Déduis-en les longueurs des côtés [BL] et [LE].

c. Que peut-on dire des diagonales [BE] et [LU] ?

## 33 Propriétés du rectangle



a. Recopie et complète en justifiant.

$$OV = \dots ; \quad \widehat{RVT} = \dots ;$$

$$ET = \dots ; \quad \widehat{OEV} = \dots .$$

b. Cite tous les triangles isocèles de la figure.

c. Cite tous les triangles rectangles de la figure.

## 34 Propriétés du carré

a. Construis, sur une feuille blanche, un carré NOIR tel que  $NO = 5,2 \text{ cm}$ .

b. Place son centre et trace ses axes de symétrie.

c. Explique pourquoi  $\widehat{NOR} = 45^\circ$ .

d. Recopie et complète en justifiant.

$$\widehat{RNI} = \dots ; \widehat{OIN} = \dots ; \widehat{ONI} = \dots .$$

## 35 Faux semblants

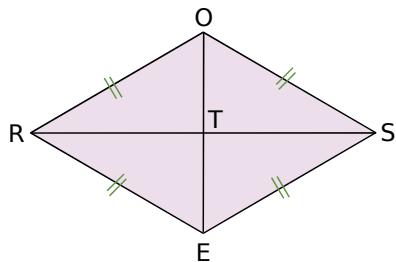
a. Construis un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur et qui n'est pas un carré. Quelle est la nature de ce quadrilatère ?

b. Construis un quadrilatère qui a quatre angles droits et qui n'est pas un carré. Quelle est la nature de ce quadrilatère ?

# Exercices d'entraînement

## 36 Propriétés du losange

Dans chacun des cas suivants, on donne certaines mesures d'un losange ROSE de centre T. Trouve celles qui sont demandées. Justifie tes réponses en appliquant les propriétés du losange.



- a. On donne :  $RO = 9,1$  cm,  $\widehat{ORE} = 50^\circ$ .  
On demande :  
son périmètre  $\mathcal{P}$ ,  $\widehat{ORS}$ ,  $\widehat{OSE}$  et  $\widehat{ROS}$ .
- b. On donne :  $RT = 2,8$  cm,  $OE = 4,2$  cm.  
On demande :  $OT$ ,  $RS$  et  $\widehat{RTO}$ .
- c. On donne :  $RE = 5,1$  cm,  $\widehat{RES} = 110^\circ$ .  
On demande :  $\widehat{REO}$ ,  $\widehat{ROE}$  et  $\widehat{ORE}$ .
- d. On donne :  $OR = 5$  cm,  $\widehat{OSE} = 60^\circ$ .  
On demande :  $\widehat{ORE}$ ,  $\widehat{SOR}$ ,  $\widehat{SOE}$  et  $\widehat{SEO}$ .  
Quelle est la nature du triangle OSE ?

## 37 Propriétés

Pour chaque énoncé, trace une figure à main levée et justifie tes réponses.

- a. Le quadrilatère PONT est un losange de centre E.  
Démontre que les droites (PN) et (OT) sont perpendiculaires.
- b. Le quadrilatère CRUE est un rectangle de centre O tel que  $CU = 5,5$  cm.  
Donne la longueur RE.
- c. Le quadrilatère BALI est un rectangle de centre M.  
Démontre que le triangle BAM est isocèle.
- d. Le quadrilatère TORE est un carré de centre D tel que  $TO = 3,7$  cm.  
Donne la longueur OR.

## 38 Axes de symétrie du carré

Sur une feuille blanche, trace deux droites ( $d$ ) et ( $d'$ ) perpendiculaires. Dans chacun des cas, construis le(s) carré(s) ayant ( $d$ ) et ( $d'$ ) pour axes de symétrie sachant que ...

- a. ... ses côtés mesurent 5 cm.  
b. ... ses diagonales mesurent 5 cm.

## Construire des rectangles, losanges, carrés

### 39 Unique ou pas ?

- Dans chacun des cas, construis deux figures non superposables quand c'est possible.
- Un rectangle de diagonale 7 cm.
  - Un losange de côté 4 cm.
  - Un carré de diagonale 6 cm.

### 40 Au compas

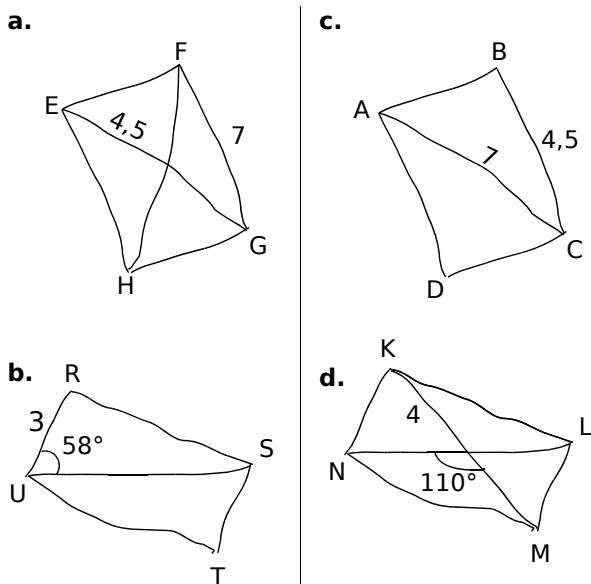
Construis un triangle LIN rectangle en I. Trace ensuite le rectangle LINU en utilisant le compas et la règle non graduée.

### 41 Carré en géométrie dynamique

- À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, trace un segment [AB].
- Construis les points C et D tels que ABCD soit un carré. (Attention, ABCD doit « rester carré » lorsque tu déplaces A, B, C ou D !)
- Décris ta construction. Quelles propriétés du carré utilises-tu pour ta construction ?
- Y a-t-il plusieurs façons de procéder ?

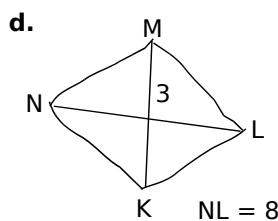
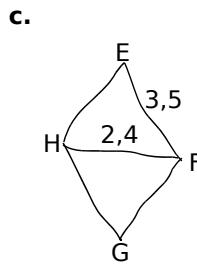
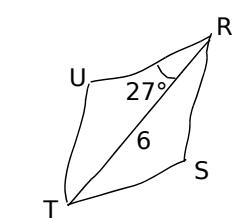
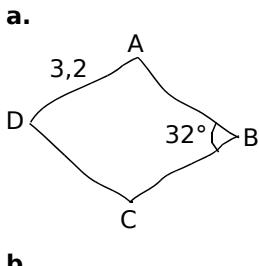
### 42 Constructions de rectangles

Construis en vraie grandeur les rectangles dessinés ci-dessous à main levée en respectant les mesures indiquées sur les figures. (Les longueurs sont données en centimètres.)



# Exercices d'entraînement

**43** Construis les losanges suivants.



**44** Réalise une figure à main levée puis construis le quadrilatère demandé.

- a. Le rectangle MANU tel que  $MN = 9 \text{ cm}$  et  $MA = 5 \text{ cm}$ .
- b. Le losange OURS tel que  $OR = 8 \text{ cm}$  et  $US = 6 \text{ cm}$ .
- c. Le rectangle PAUL tel que  $PA = 8 \text{ cm}$  et  $\widehat{LAU} = 53^\circ$ .
- d. Le losange LOUP de centre I tel que  $OI = 4,5 \text{ cm}$  et  $LO = \frac{2}{3} OP$ .

**45** Réfléchir avant de construire

Un losange a pour périmètre 20 cm et l'une de ses diagonales mesure 6 cm. Construis un tel losange.

**46** Avec l'équerre et la règle graduée

Place un point C puis construis un carré MUSE de centre C et de diagonale mesurant 6,4 cm.

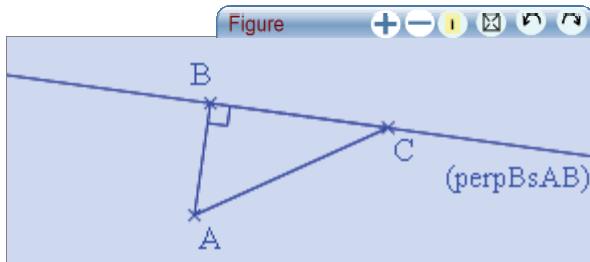
**47** Avec les axes de symétrie

- a. Trace une droite (d), place un point S sur la droite (d) et un point L hors de cette droite tels que (LS) n'est pas perpendiculaire à (d). Construis un losange dont S et L sont deux sommets et (d) un axe de symétrie.
- b. Trace une droite (d), place un point T sur la droite (d) et place un point R hors de cette droite. Construis un rectangle dont R est un sommet, T un point d'un côté et (d) un axe de symétrie.

**48** Avec le centre de symétrie

- a. Construis un triangle ABH rectangle en H tel que  $BH = 3 \text{ cm}$  et  $AH = 2,1 \text{ cm}$ .
- b. Construis le point C symétrique du point B par rapport à la droite (AH).
- c. Place les points D et E tels que BCDE soit un rectangle de centre A.
- d. Place le point O tel que le quadrilatère COBA soit un losange de centre H.

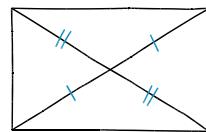
**49** Double triangle rectangle



- a. À l'aide de TracenPoche, construis un triangle ABC rectangle en B.
- b. En utilisant les boutons , et , propose une construction du milieu I de [AC].
- c. Trace le cercle de centre I passant par A. Que remarques-tu ? Pourquoi ?

## Démontrer avec des losanges, rectangles, carrés

**50** Les deux quadrilatères ci-dessous sont-ils des rectangles ? Justifie ta réponse.



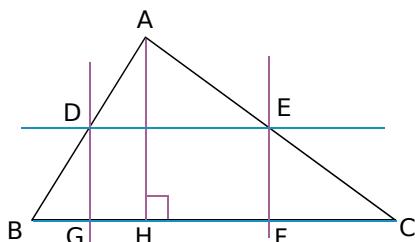
**51** Petites démonstrations

- a. Le quadrilatère CHAT est un parallélogramme tel que  $AT = TC$ . Démontre que c'est un losange.
- b. Le quadrilatère GRIS est un parallélogramme tel que  $GI = RS$ . Démontre que c'est un rectangle.
- c. Le quadrilatère NUIT est un parallélogramme de centre S tel que  $SN = SU$  et les droites (IN) et (UT) sont perpendiculaires. Démontre que c'est un carré.

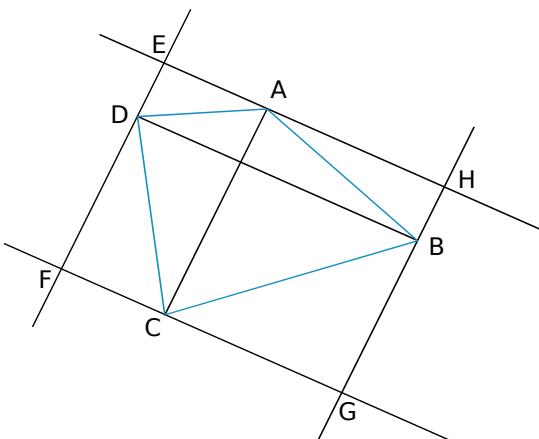
# Exercices d'entraînement

## 52 Avec les propriétés de droites

En observant la figure ci-dessous (les droites de même couleur sont parallèles), prouve que le quadrilatère DEFG est un rectangle.



## 53 D'un quadrilatère à l'autre



Sur la figure ci-dessus, on a dessiné un quadrilatère ABCD puis on a tracé les parallèles aux diagonales passant par les sommets A, B, C et D du quadrilatère. Les droites ainsi obtenues se coupent en E, F, G et H.

a. Démontre que le quadrilatère EFGH est un parallélogramme.

b. On suppose maintenant que ABCD est un rectangle. Construis une nouvelle figure et démontre que EFGH est un losange.

c. On suppose enfin que ABCD est un losange. Construis une nouvelle figure et démontre que EFGH est un rectangle.

## 54 Avec la symétrie centrale

a. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, construis un rectangle PLUS.

b. Construis les points E et A, symétriques respectifs des points U et P par rapport à L.

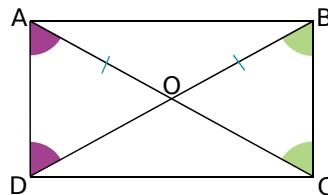
c. Déplace les points U et P. Quelle semble être la nature du quadrilatère PEAU ?

d. Démontre la conjecture que tu as faite à la question précédente.

## 55 Avec les angles

Sur la figure ci-dessous :

$\widehat{OAD} = \widehat{ODA}$ ,  $OA = OB$  et  $\widehat{OBC} = \widehat{BCO}$ .



a. Quelle est la nature des triangles AOD, BOA et COB ? Justifie.

b. Que peux-tu en déduire pour les longueurs OA, OB, OC et OD ?

c. Démontre alors que le quadrilatère ABCD est un rectangle.

d. Les angles  $\widehat{OAD}$  et  $\widehat{OBC}$  ont-ils la même mesure ? Explique pourquoi.

## 56 Points cocycliques...

a. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, construis un rectangle ABCD de centre O.

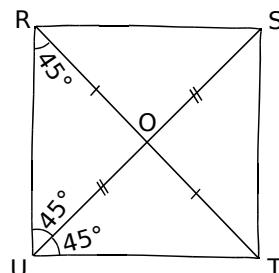
b. Construis le cercle de centre O passant par A. Que remarques-tu ? Démontre ce résultat.

c. On dit que des points sont cocycliques lorsqu'ils sont situés sur un même cercle. En règle générale, les sommets d'un parallélogramme sont-ils **cocycliques** ?

d. Éric affirme : « Si quatre points sont cocycliques, alors ils sont les sommets d'un rectangle. ». À l'aide d'un contre-exemple que tu construiras grâce au logiciel de géométrie dynamique, montre qu'il a tort.

e. Modifie la phrase d'Éric pour la rendre vraie.

## 57 En utilisant le codage de la figure



a. Démontre que le quadrilatère RSTU est un parallélogramme.

b. Peut-on être plus précis sur la nature du quadrilatère RSTU ? Justifie.

# Exercices d'approfondissement

## 58 Les poupées russes

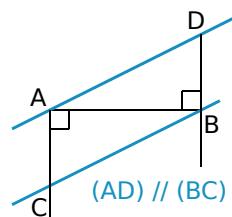
- Soit ABCD un parallélogramme. Les droites (AC) et (BD) se coupent en O. Fais une figure.
- Démontre que O est le milieu de [AC].
- Soit E le milieu de [DO] et F le milieu de [BO]. Explique pourquoi O est le milieu de [EF].
- Démontre que AECF est un parallélogramme.

## 59 Comme au cirque

- ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD]. La perpendiculaire à (AC) passant par D coupe (AB) en I et la perpendiculaire à (AC) passant par B coupe (DC) en J. Construis la figure.
- Démontre que le quadrilatère IBJD est un parallélogramme.

## 60 Triangle et cercle

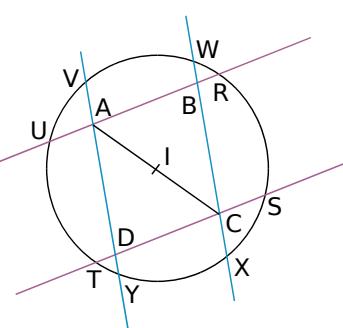
- En utilisant les informations portées sur la figure ci-contre, démontre que ABCD est un parallélogramme.
- Trace le cercle de diamètre [AB] et appelle O son centre. Place un point M en dehors du cercle et de la droite (AB). Place le point N, symétrique du point M par rapport au point O. Démontre que AMBN est un parallélogramme.



## 61 Au feu !

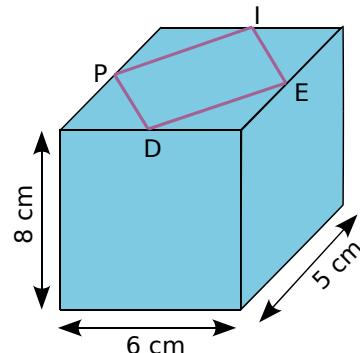
- Construis le parallélogramme FEUX tel que  $FE = 5 \text{ cm}$ ,  $EU = 6 \text{ cm}$  et  $\widehat{FEU} = 50^\circ$ .
- Trace la perpendiculaire à (FE) passant par F, elle coupe (UX) en R. Trace la perpendiculaire à (UX) passant par U, elle coupe (FE) en G.
- Quelle est la nature du quadrilatère FRUG ? Justifie ta réponse.

- 62** ABCD est un parallélogramme de centre I. Le cercle (C) a pour centre I.



- Démontre que RSTU est un rectangle.
- Démontre que VWXY est un rectangle.

- 63** On a tracé le quadrilatère PIED sur la face supérieure d'un parallélépipède rectangle de telle sorte que chaque sommet du quadrilatère soit le milieu d'une arête de la face.



- Reproduis le quadrilatère PIED en vraie grandeur.
- Démontre que c'est un losange.
- Quels quadrilatères obtient-on si on procède de la même façon sur les autres faces ?
- Quelle particularité le parallélépipède doit-il avoir pour que PIED soit un carré ?
- Quelles particularités doit-il avoir pour que les quadrilatères tracés sur toutes ses faces soient des carrés ?

## 64 Figures juxtaposées

- Construis un triangle équilatéral ABC de 5 cm de côté.
- À l'extérieur du triangle et de telle sorte que les figures ne se recouvrent pas, place les points D et E tels que ABDE soit un rectangle avec  $AD = 7 \text{ cm}$ .
- De la même façon, place les points F et G tels que ACFG soit un losange avec  $\widehat{ACF} = 150^\circ$ .
- En justifiant, donne la mesure de l'angle  $\widehat{CAG}$  puis celle de l'angle  $\widehat{BAG}$ . Que peut-on en déduire pour les points G, A et E ? Justifie.

## 65 Bissectrices de deux angles consécutifs

- Construis un parallélogramme ABCD puis les bissectrices ( $d_1$ ) et ( $d_2$ ) respectivement des angles  $\widehat{ABC}$  et  $\widehat{BAD}$ . Ces droites se coupent en un point U.
- Détermine  $\widehat{BAU} + \widehat{ABU}$  sans mesurer d'angle. Quelle est la nature du triangle ABU ?
- Que peut-on en déduire pour les droites ( $d_1$ ) et ( $d_2$ ) ?

## 1 La bataille des quadrilatères !

### 1<sup>re</sup> partie : Réalisation des cartes

a. Découpez trois feuilles de format A4 en 16 parties rectangulaires identiques qui formeront les cartes.

b. Sur 7 cartes, faites une figure à main levée et codée des quadrilatères suivants : parallélogramme, rectangle, losange, carré, cerf-volant, trapèze et quadrilatère quelconque.

c. Sur 7 autres cartes, construisez avec vos instruments les quadrilatères précédents.

d. Réalisez 9 cartes en complétant chaque propriété ci-dessous pour chacune des catégories suivantes : rectangles, losanges et carrés.

- « Je suis un quadrilatère avec des diagonales ... » ;
- « Je suis un quadrilatère avec des côtés ... » ;
- « Je suis un quadrilatère avec un centre de symétrie et ... axe(s) de symétrie qui sont ... ».

e. Réalisez 4 autres cartes en complétant chaque propriété ci-dessous pour chacune des catégories suivantes : rectangles et losanges.

- « Je suis un parallélogramme qui a des diagonales ... » ;
- « Je suis un parallélogramme qui a des côtés ... ».

f. Enfin, réalisez 6 cartes en complétant chaque propriété ci-dessous de deux façons différentes pour les carrés.

- « Je suis un parallélogramme qui a ... » ;
- « Je suis un rectangle qui a ... » ;
- « Je suis un losange qui a ... » .

g. Vérifiez que vous avez bien 33 cartes (14 avec des figures et 19 avec des propriétés).

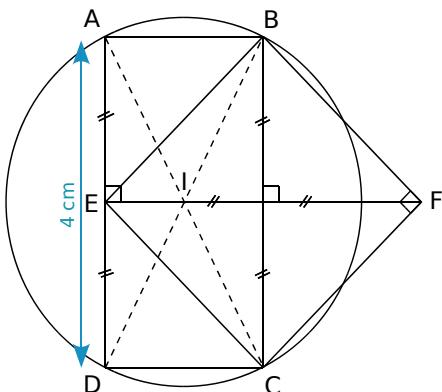
### 2<sup>e</sup> partie : À la bataille !

h. Maintenant que le jeu est construit, vous allez pouvoir jouer, par groupe de deux, à la bataille des quadrilatères.

i. Mélangez puis distribuez les cartes faces cachées. Appliquez alors les règles de la bataille traditionnelle sachant que les cartes sont rangées dans l'ordre suivant :

- carré (la plus forte) ;
- losange ou rectangle (à égalité) ;
- parallélogramme ;
- trapèze ou cerf-volant (à égalité) ;
- quadrilatère quelconque (la plus faible).

## 2 Rédiger des programmes de tracé



a. Voici deux programmes de construction de la figure ci-dessus. Le premier a été écrit par un élève et le second par un professeur. Indiquez les différences entre les deux textes et dites pourquoi la formulation de l'élève n'est pas correcte.

### Texte de l'élève

Je trace une ligne verticale de 4 cm de longueur et je mets les points A et D. Puis je trace une ligne horizontale formant un angle droit avec la première et qui la coupe au milieu (qui s'appelle E), de 4 cm aussi ; je place le point F au bout. Après, je trace une autre ligne verticale qui forme un angle droit avec la ligne horizontale, je place les points B et C et je trace des lignes qui relient E, B, F et C. Pareil pour A et B, puis C et D. Et pour finir, je prends le compas, je mets la pointe sur I et j'écarte jusqu'au point A pour faire un cercle. Et voilà !

### Texte du professeur

Trace un segment [AD] de longueur 4 cm et de milieu E. Place le point F sur la médiatrice de [AD] tel que  $EF = 4$  cm. Place les points B et C tels que BECF soit un carré. Place le point I à l'intersection de (BD) et (AC). Trace le quadrilatère ABCD. Trace le cercle de centre I et passant par A.

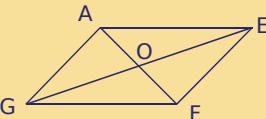
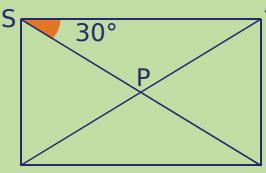
b. Dessinez sur une feuille blanche une autre figure géométrique contenant six points, un cercle et deux quadrilatères particuliers. (Pensez à coder la figure et à nommer les points.)

c. Rédigez sur une feuille blanche un programme de construction de la figure tracée au b. en tenant compte des caractéristiques d'un texte mathématique.

d. Échangez avec un autre groupe les programmes de construction puis réalisez la figure correspondant au programme reçu. Remettez le programme de construction et la figure au professeur qui validera l'ensemble.



## Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	Quelles sont les affirmations vraies ?	Les quadrilatères sont tous des parallélogrammes	Les parallélogrammes sont tous des quadrilatères	Les rectangles sont tous des losanges	Les carrés sont tous des losanges
2		AEFG a pour autre nom possible : GAEF	(AE) et (GF) sont parallèles	EO = OF	$\widehat{GAE} = 60^\circ$
3	AEFG est un parallélogramme avec $AO = 3 \text{ cm}$ et $\widehat{AGF} = 60^\circ$	$AO = OF$	AEFG a pour autre nom possible : AEGF	$AE = EF$	$\widehat{AEF} = 60^\circ$
4	ABCD est un quadrilatère de centre I...	Si $AI = IC$ et $IB = ID$ alors c'est un parallélogramme	Si $AC = BD$ alors c'est un parallélogramme	Si (AB) et (DC) sont parallèles alors c'est un parallélogramme	Si $AD = BC$ alors c'est un parallélogramme
5		$\widehat{STU} = 90^\circ$	$SP = 3,2 \text{ cm}$	$TU = ST$	$\widehat{VSP} = 30^\circ$
6	STUV est un rectangle tel que $PU = 3,2 \text{ cm}$ .	Le cercle de centre P passant par S passe aussi par T, U et V	(SU) et (VT) sont perpendiculaires	$VT = 6,4 \text{ cm}$	PTU est un triangle rectangle
7	Pour que je sois un carré, il suffit que je sois un...	rectangle dont les diagonales sont perpendiculaires	parallélogramme avec un centre de symétrie	losange avec un angle droit	quadrilatère avec 3 angles droits



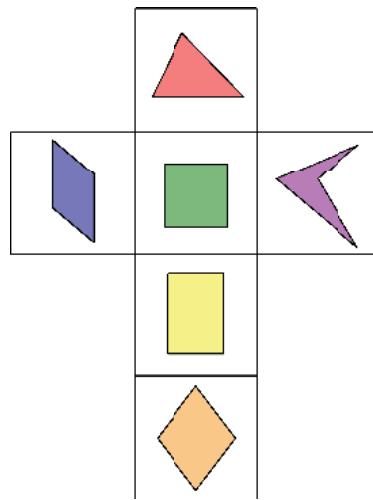
### Récréation mathématique

#### Le quadrigolo !

Hugo et Laura ont construit, à partir du patron ci-contre, trois dés identiques. Ils ont inventé un nouveau jeu, le « quadrigolo » dont la règle est la suivante :

- Lancer les trois dés en même temps.
- Additionner les faces supérieures de chaque dé sachant que :
  - un quadrilatère rapporte 1 point ;
  - un triangle rapporte 3 points ;
  - un parallélogramme rapporte 6 points ;
  - un rectangle rapporte 10 points ;
  - un losange rapporte 15 points ;
  - un carré rapporte 21 points.

Hugo lance les trois dés, fait les comptes et dit : « J'ai 82 points ! ». Hugo ne s'est pas trompé et n'a pas triché. Mais qu'y avait-il sur les faces supérieures des trois dés ?



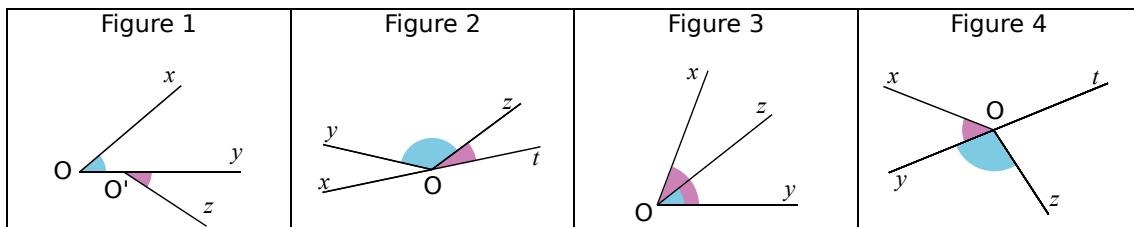
# >> Angles

G4



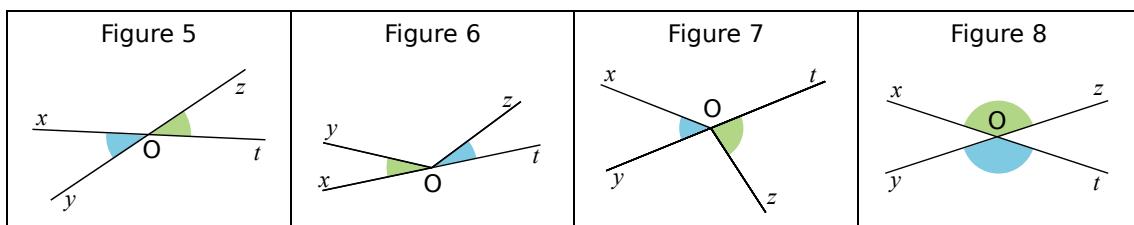
# Activités de découverte

## Activité 1 : Les deux font la paire



1. Dans les figures 2 et 4, les angles bleu et rose sont dits **adjacents**. Ce n'est pas le cas pour les autres figures. À partir de tes observations, essaie d'expliquer à quelles conditions deux angles sont adjacents.

2. Deux angles adjacents ont-ils nécessairement la même mesure ? Justifie ta réponse.



3. Dans les figures 5 et 8, les angles bleu et vert sont dits **opposés par le sommet**. Ce n'est pas le cas pour les autres figures. À partir de tes observations, essaie d'expliquer à quelles conditions deux angles sont opposés par le sommet.

4. Deux angles opposés par le sommet ont-ils nécessairement la même mesure ? Justifie ta réponse en utilisant une propriété sur deux angles symétriques par rapport à un point.

## Activité 2 : De jolies sommes !

1. Trace un triangle ABC rectangle en A puis mesure les angles  $\widehat{ABC}$  et  $\widehat{BCA}$ .

2. Marie affirme que tous les élèves de la classe ne trouveront pas nécessairement les mêmes mesures mais qu'il y a quand même une relation entre ces deux mesures. Quelle est-elle ? Justifie ta réponse.

On dit que deux angles sont **complémentaires** lorsque la somme de leurs mesures est égale à  $90^\circ$ .

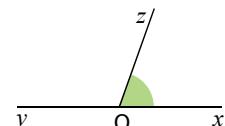
3. Les angles  $\widehat{ABC}$  et  $\widehat{BCA}$  sont-ils complémentaires ?

4. Construis deux angles complémentaires et adjacents dont l'un mesure  $64^\circ$ .

5. Ahmed a mesuré l'angle  $x\widehat{O}z$  ci-contre et a trouvé  $110^\circ$ .

Sa voisine lui dit que ce n'est pas possible et qu'à partir de l'erreur d'Ahmed elle pense connaître la bonne mesure.

Quelle est cette mesure ? Comment a-t-elle pu la trouver ?



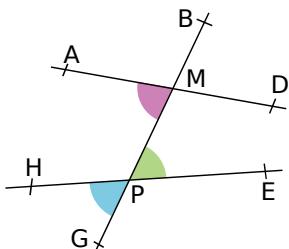
On dit que deux angles sont **supplémentaires** lorsque la somme de leurs mesures est égale à  $180^\circ$ .

6. Les angles  $x\widehat{O}z$  et  $z\widehat{O}y$  sont-ils supplémentaires ?

7. Construis deux angles supplémentaires et non adjacents dont l'un mesure  $52^\circ$ .

# Activités de découverte

## Activité 3 : Quand ils sont symétriques, ils sont sympathiques



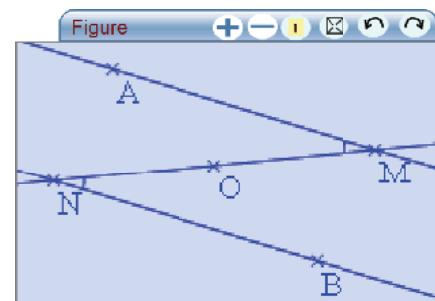
1. Les angles  $\widehat{AMG}$  et  $\widehat{EPB}$  sont des angles alternes-internes déterminés par les droites (AD), (HE) et la sécante (BG). Cite une autre paire d'angles alternes-internes déterminés par les droites (AD), (HE) et la sécante (BG).

2. Les angles  $\widehat{AMG}$  et  $\widehat{HPG}$  sont des angles correspondants déterminés par les droites (AD), (HE) et la sécante (BG). Cite trois autres paires d'angles correspondants déterminés par les droites (AD), (HE) et la sécante (BG).

3. Avec le logiciel TracenPoche, place trois points A, M et O non alignés.

En utilisant le bouton , construis les points B et N symétriques respectifs des points A et M par rapport à O.

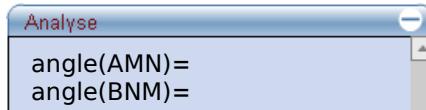
Puis, en utilisant le bouton , trace les droites (AM), (BN) et (MN).



4. Que peux-tu dire des droites (AM) et (BN) ? Justifie ta réponse.

5. Comment peux-tu qualifier les angles  $\widehat{AMN}$  et  $\widehat{BNM}$  ?

6. Dans la fenêtre Analyse, recopie :



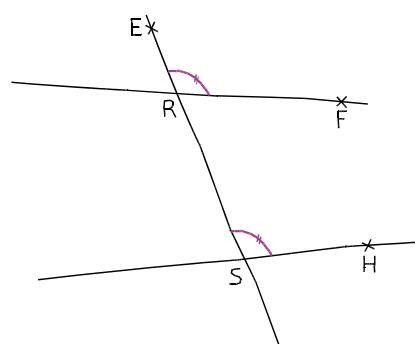
Appuie sur la touche F9 puis déplace le point M. Que remarques-tu ? Justifie ta remarque en utilisant une propriété sur deux angles symétriques par rapport à un point.

7. À l'aide des questions 5. et 6., recopie puis complète la phrase : « Si deux angles alternes-internes sont déterminés par des droites ... alors ils ... ».

8. Écris une propriété identique à celle de la question 7. pour des angles correspondants.

## Activité 4 : Avec des angles correspondants égaux...

1. Observe la figure ci-contre puis reproduis-la en choisissant la même mesure pour les angles  $\widehat{ERF}$  et  $\widehat{ESH}$ .



2. Comment peux-tu qualifier les angles  $\widehat{ERF}$  et  $\widehat{ESH}$  ?

3. Sur ta figure, quelle est la position relative des droites (RF) et (SH) ?

4. À l'aide des questions 2. et 3., recopie puis complète la phrase : « Si deux angles correspondants sont ... alors les deux droites coupées par la sécante sont ... ».

5. Écris une propriété identique à celle de la question 4. pour les angles alternes-internes.

# Méthodes et notions essentielles

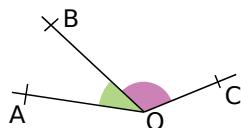
## Méthode 1 : Caractériser deux angles ayant un sommet commun

### À connaître

**Deux angles adjacents** sont deux angles qui ont un sommet commun, un côté commun et qui sont situés de part et d'autre de ce côté commun.

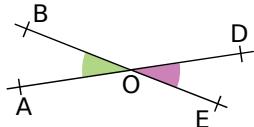
**Deux angles opposés par le sommet** sont deux angles qui ont un sommet commun et qui ont leurs côtés dans le prolongement l'un de l'autre.

**Exemple 1 :** Sur la figure ci-dessous, que peux-tu dire des angles  $\widehat{AOB}$  et  $\widehat{BOC}$  ?



Les angles  $\widehat{AOB}$  et  $\widehat{BOC}$  ont comme sommet commun le point O, comme côté commun la demi-droite [OB) et sont placés de part et d'autre de [OB) : ils sont donc adjacents.

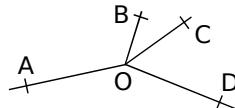
**Exemple 2 :** Sur la figure ci-dessous, que peux-tu dire des angles  $\widehat{AOB}$  et  $\widehat{DOE}$  ?



Les angles  $\widehat{AOB}$  et  $\widehat{DOE}$  ont comme sommet commun le point O et des côtés dans le prolongement l'un de l'autre (A, O, D et B, O, E sont alignés) : ils sont donc opposés par le sommet.

### Exercices « À toi de jouer »

1 Sur la figure ci-contre, nomme trois paires d'angles adjacents.



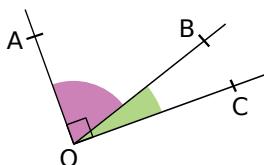
2 Que dire des angles  $\widehat{VST}$  et  $\widehat{ESR}$  pour un parallélogramme VERT de centre S ?

## Méthode 2 : Caractériser deux angles complémentaires

### À connaître

**Deux angles complémentaires** sont deux angles dont la somme de leurs mesures est égale à  $90^\circ$ .

**Exemple :** Sur la figure ci-dessous, que peux-tu dire des angles  $\widehat{AOB}$  et  $\widehat{BOC}$  ?

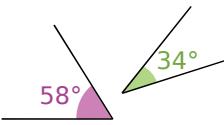


Les angles  $\widehat{AOB}$  et  $\widehat{BOC}$  forment un angle droit : la somme de leurs mesures vaut  $90^\circ$ . Ce sont donc des angles complémentaires.

**Remarque :** Deux angles complémentaires et adjacents forment un angle droit. On peut donc en déduire que des droites sont perpendiculaires.

### Exercices « À toi de jouer »

3 Les angles ci-contre sont-ils complémentaires ?



4 Donne le complémentaire d'un angle de  $27^\circ$ .

5 Que peux-tu dire des angles aigus d'un triangle rectangle ? Justifie ta réponse.

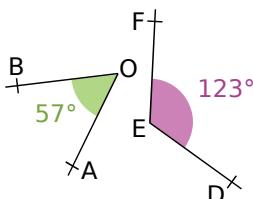
# Méthodes et notions essentielles

## Méthode 3 : Caractériser deux angles supplémentaires

### À connaître

**Deux angles supplémentaires** sont deux angles dont la somme de leurs mesures est égale à  $180^\circ$ .

**Exemple :** Sur la figure ci-dessous, que peux-tu dire des angles  $\widehat{AOB}$  et  $\widehat{FED}$  ?

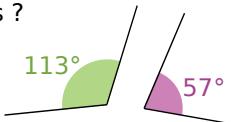


$\widehat{AOB} + \widehat{FED} = 57^\circ + 123^\circ = 180^\circ$  donc les angles  $\widehat{AOB}$  et  $\widehat{FED}$  sont supplémentaires.

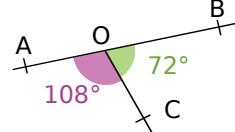
**Remarque :** Deux angles supplémentaires et adjacents forment un angle plat. On peut donc en déduire que des points sont alignés.

### Exercices « À toi de jouer »

6 Les angles ci-dessous sont-ils supplémentaires ?

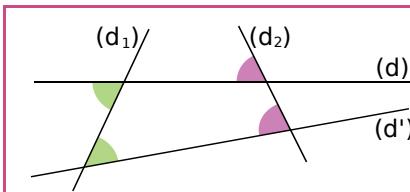


7 Les points A, O et B sont-ils alignés ?



## Méthode 4 : Caractériser deux angles définis par deux droites et une sécante

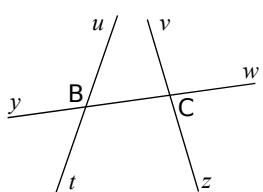
### À connaître



Les angles verts sont **alternes-internes**. Ils sont déterminés par les droites  $(d)$ ,  $(d')$  et la sécante  $(d_1)$ .

Les angles roses sont **correspondants**. Ils sont déterminés par les droites  $(d)$ ,  $(d')$  et la sécante  $(d_2)$ .

**Exemple :** À l'aide de la figure, nomme des angles alternes-internes et des correspondants.

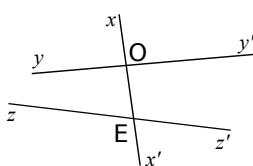


Les droites  $(ut)$ ,  $(vz)$  et la sécante  $(yw)$  forment :

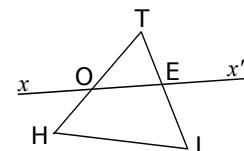
- deux paires d'angles alternes-internes qui sont :  $\widehat{uBw}$  et  $\widehat{yCz}$ ,  $\widehat{vCy}$  et  $\widehat{tBw}$ .
- quatre paires d'angles correspondants qui sont :  $\widehat{yBu}$  et  $\widehat{vCy}$ ,  $\widehat{yBt}$  et  $\widehat{yCz}$ ,  $\widehat{uBw}$  et  $\widehat{vCw}$ ,  $\widehat{tBw}$  et  $\widehat{zCw}$ .

### Exercices « À toi de jouer »

8 Sur la figure ci-contre, les angles  $\widehat{yOx'}$  et  $\widehat{xEz'}$  sont-ils alternes-internes ? Justifie.



9 Sur la figure ci-contre, nomme deux paires d'angles alternes-internes et quatre paires d'angles correspondants.



# Méthodes et notions essentielles

## Méthode 5 : Calculer la mesure d'un angle

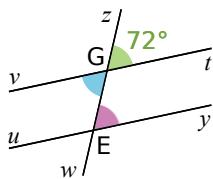
### À connaître

Si deux angles sont opposés par le sommet **alors ils ont la même mesure**.

Si deux angles alternes-internes sont déterminés par des droites parallèles **alors ils ont la même mesure**.

Si deux angles correspondants sont déterminés par des droites parallèles **alors ils ont la même mesure**.

**Exemple :** Les droites ( $vt$ ) et ( $uy$ ) sont parallèles. Calcule la mesure des angles  $\widehat{zE}y$  et  $\widehat{vGw}$ .

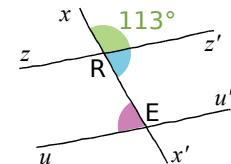


Les angles correspondants  $\widehat{zGt}$  et  $\widehat{zE}y$  sont déterminés par les droites ( $vt$ ) et ( $uy$ ) qui sont parallèles. Ils sont donc de la même mesure. L'angle  $\widehat{zE}y$  mesure donc 72°.

Les angles  $\widehat{zGt}$  et  $\widehat{vGw}$  sont opposés par le sommet. Ils sont donc de la même mesure. L'angle  $\widehat{vGw}$  mesure donc 72°.

### Exercice « À toi de jouer »

**10** Sur la figure ci-contre, les droites  $(zz')$  et  $(uu')$  sont parallèles. Calcule la mesure de l'angle  $x'Rz'$  puis celle de l'angle  $u'Ez$ .



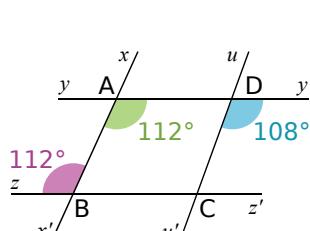
## Méthode 6 : Justifier que des droites sont parallèles

### À connaître

Si deux angles alternes-internes sont de même mesure **alors les deux droites coupées par la sécante sont parallèles**.

Si deux angles correspondants sont de même mesure **alors les deux droites coupées par la sécante sont parallèles**.

**Exemple :** Les droites  $(yy')$  et  $(zz')$  sont-elles parallèles ? Les droites  $(xx')$  et  $(uu')$  sont-elles parallèles ?

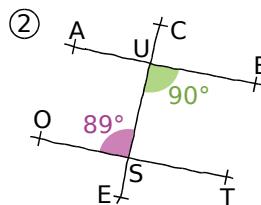
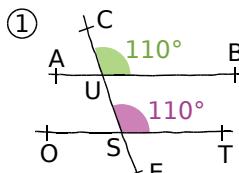


Les angles  $\widehat{x'Ay'}$  et  $\widehat{x'Bz}$  déterminés par les droites  $(yy')$ ,  $(zz')$  et la sécante  $(xx')$  sont alternes-internes. Les angles  $\widehat{x'Ay'}$  et  $\widehat{x'Bz}$  ont la même mesure. Donc les droites  $(yy')$  et  $(zz')$  sont parallèles.

Les angles  $\widehat{x'Ay'}$  et  $\widehat{u'Dy'}$  déterminés par les droites  $(xx')$ ,  $(uu')$  et la sécante  $(yy')$  sont correspondants. Si les droites  $(xx')$  et  $(uu')$  étaient parallèles alors les angles  $\widehat{x'Ay'}$  et  $\widehat{u'Dy'}$  seraient de la même mesure, ce qui n'est pas le cas. Donc les droites  $(xx')$  et  $(uu')$  ne sont pas parallèles.

### Exercice « À toi de jouer »

**11** Dans chaque cas, indique si les droites  $(AB)$  et  $(OT)$  sont parallèles. Justifie ta réponse.



# Exercices d'entraînement

## Utiliser le vocabulaire associé aux angles

- 1**  $\hat{a}$  et  $\hat{b}$  sont deux angles complémentaires. Calcule la mesure de  $\hat{b}$  si :

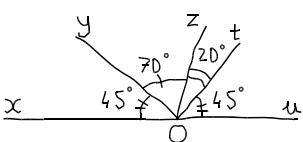
$$\hat{a} = 45^\circ, \quad \hat{a} = 37^\circ, \quad \hat{a} = 2^\circ, \quad \hat{a} = 88,3^\circ.$$

- 2**  $\hat{x}$  et  $\hat{y}$  sont deux angles supplémentaires. Calcule la mesure de  $\hat{y}$  si :

$$\hat{x} = 103^\circ, \quad \hat{x} = 95^\circ, \quad \hat{x} = 56^\circ, \quad \hat{x} = 0,3^\circ.$$

- 3** Indique si les angles proposés sont adjacents, complémentaires ou bien encore supplémentaires. Justifie tes réponses.

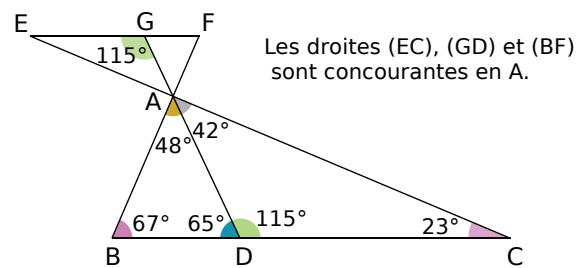
- a.  $\widehat{yOz}$  et  $\widehat{zOt}$  ;
- b.  $\widehat{xOy}$  et  $\widehat{yOu}$  ;
- c.  $\widehat{xOy}$  et  $\widehat{tOu}$  ;
- d.  $\widehat{yOu}$  et  $\widehat{tOu}$  ;
- e.  $\widehat{xOz}$  et  $\widehat{zOt}$  ;
- f.  $\widehat{xOt}$  et  $\widehat{uOt}$  .



## **4** Les deux font la paire

Nomme, en justifiant, deux angles de la figure, codés ou non :

- a. complémentaires et adjacents ;
- b. complémentaires et non adjacents ;
- c. supplémentaires et adjacents ;
- d. supplémentaires et non adjacents ;
- e. opposés par le sommet.



## **5** Les angles inconnus

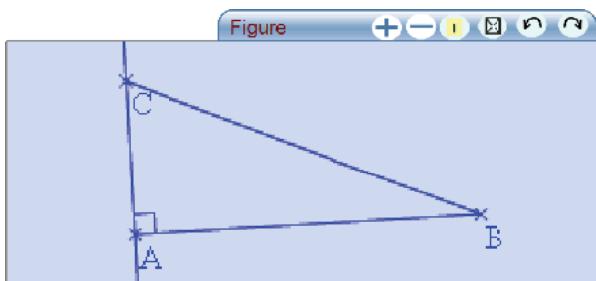
- a. Trouve la mesure de deux angles complémentaires, sachant que l'un d'eux est 8 fois plus grand que l'autre.
- b. Trouve la mesure de deux angles supplémentaires, sachant que l'un d'eux est 9 fois plus petit que l'autre.

## **6** Des angles dynamiques...

- a. À l'aide du logiciel TracenPoche, construis deux angles complémentaires et adjacents.
- b. Propose une façon de procéder pour que ces angles restent adjacents, complémentaires et égaux à  $45^\circ$ , même quand on bouge les points.

## **7** Triangle rectangle

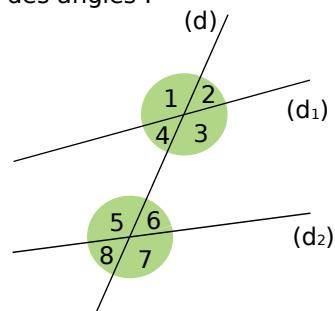
- a. Construis comme ci-dessous un triangle ABC rectangle en A à l'aide du logiciel TracenPoche.



- b. Affiche la valeur de chacun des angles  $\widehat{ABC}$  et  $\widehat{BCA}$ . Que remarques-tu ?
- c. Démontre que les angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires.

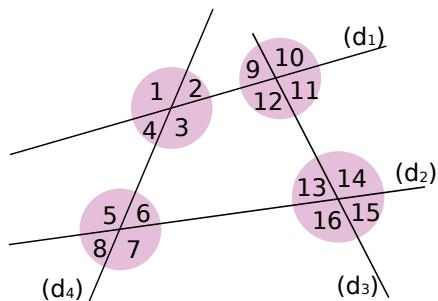
## **8** Que peut-on dire des angles :

- a. 1 et 3 ?
- b. 1 et 5 ?
- c. 3 et 5 ?
- d. 1 et 4 ?
- e. 4 et 6 ?
- f. 3 et 7 ?



- 9** Nomme deux angles de la figure et précise le nom de la sécante correspondante :

- a. alternes-internes avec l'angle n° 3 ;
- b. correspondants avec l'angle n° 10 ;
- c. alternes-internes avec l'angle n° 13 ;
- d. correspondants avec l'angle n° 7.

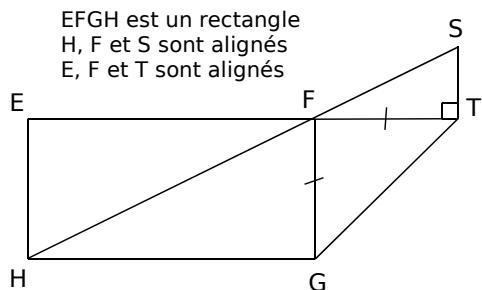


# Exercices d'entraînement

## 10 Recherche de mesures d'angles

a. Nomme deux paires d'angles de la figure :

- alternes-internes aigus ;
- alternes-internes de même mesure ;
- correspondants aigus ;
- supplémentaires et non adjacents.



b. Sachant de plus que  $\widehat{EFH} = 27^\circ$ , calcule la mesure de l'angle  $\widehat{SFT}$  puis celle de  $\widehat{SFG}$ .

## Caractériser des droites parallèles par les angles

11 Dans chaque cas, dire si les droites  $(d_1)$  et  $(d_2)$  sont ou non parallèles et pourquoi.

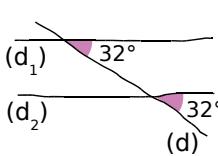


Figure 1

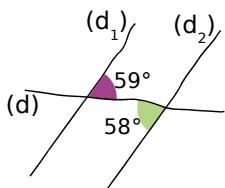
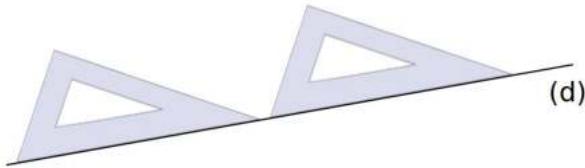


Figure 2

## 12 Le coup des équerres !

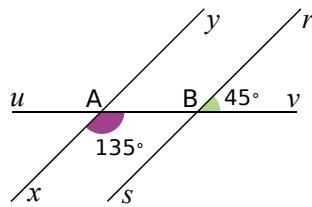
Arnaud a placé ses deux équerres identiques sur la droite  $(d)$  comme l'illustre le schéma ci-dessous.



a. Il affirme que, de cette façon, il peut tracer des droites parallèles. Est-ce vrai et pourquoi ?

b. Quelles seraient les autres façons de positionner les équerres pour obtenir le même résultat ?

## 13 Angles et droites parallèles

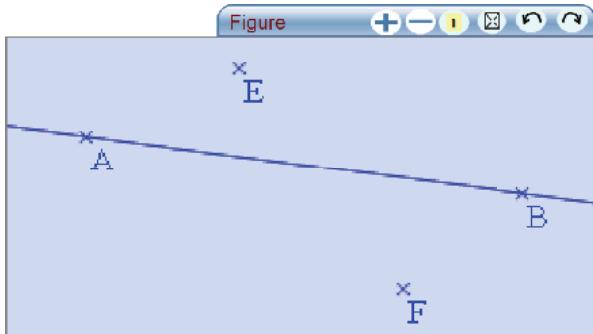


a. Calcule la mesure de l'angle  $\widehat{uBr}$ .

b. Les droites  $(xy)$  et  $(sr)$  sont-elles parallèles ? Justifie ta réponse.

## 14 Un défi à l'aide de TracenPoche

On souhaiterait construire deux droites parallèles passant par les points E et F.



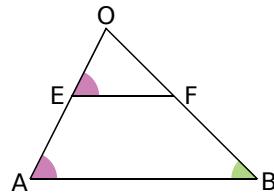
a. Reproduis une figure similaire à celle-ci.

b. Construis deux droites parallèles avec le seul bouton . Quelle propriété as-tu utilisée ?

c. Construis deux droites parallèles avec le seul bouton . Quelle propriété as-tu utilisée ?

## Calculer des angles formés par des droites parallèles

## 15 Parallèles ?



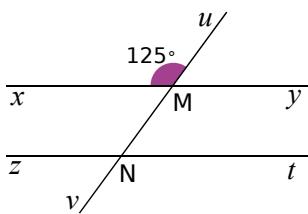
Sur la figure ci-contre, les angles  $\widehat{BAE}$  et  $\widehat{FEO}$  sont égaux à  $58^\circ$ .

a. Que peux-tu dire des droites  $(EF)$  et  $(AB)$  ? Justifie ta réponse.

b. On sait de plus que la mesure de l'angle  $\widehat{FBA}$  est  $45^\circ$ . Déduis-en la mesure de l'angle  $\widehat{OFE}$ . Justifie ta réponse.

# Exercices d'entraînement

## 16 Droites parallèles



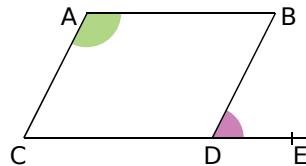
Sur la figure ci-dessus, les droites  $(xy)$  et  $(zt)$  sont parallèles. L'angle  $\widehat{xMu}$  vaut  $125^\circ$ .

a. Donne la mesure de l'angle  $\widehat{vMy}$ . Justifie ta réponse.

b. Donne d'autres angles dont la mesure est de  $125^\circ$ . Justifie ta réponse.

## 17 Angles supplémentaires

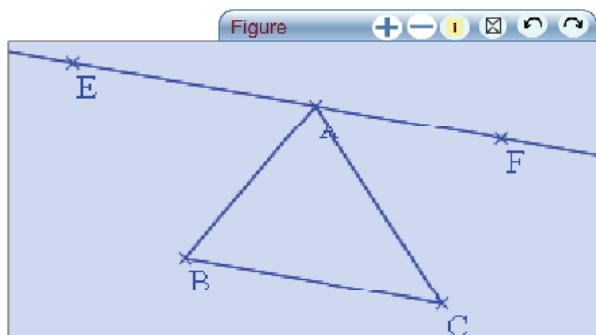
ABDC est un parallélogramme.  
C, D et E sont alignés.



a. Justifie que les angles  $\widehat{BAC}$  et  $\widehat{BDC}$  sont de même mesure.

b. Que dire des angles  $\widehat{BDC}$  et  $\widehat{BDE}$ ? Pourquoi? Justifie alors que les deux angles marqués sont supplémentaires.

## 18 Angles et triangle



a. À l'aide du logiciel TracenPoche, construis un triangle ABC et la parallèle (EF) à la droite (BC) passant par A.

b. Affiche les mesures des angles  $\widehat{EAB}$  et  $\widehat{ABC}$ . Déplace le point A. Que remarques-tu?

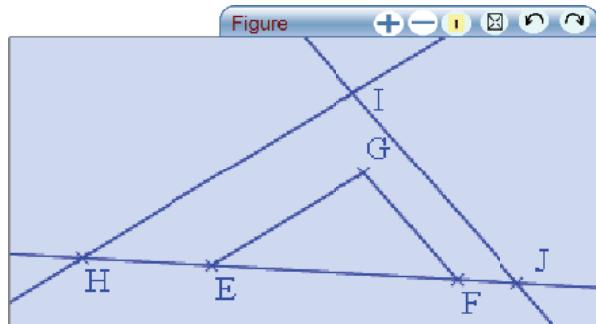
c. Montre que  $\widehat{EAB} = \widehat{ABC}$ .

d. Montre que  $\widehat{FAC} = \widehat{ACB}$ .

e. Quelle propriété connue sur les triangles peux-tu alors démontrer?

**19** Calcule la mesure de chacun des angles manquants dans la figure de l'exercice 4.

## 20 Agrandissement



a. À l'aide du logiciel TracenPoche, construis un triangle EFG, et deux points H et J sur (EF) comme ci-dessus. Construis la parallèle à (EG) passant par H et la parallèle à (FG) passant par J. Ces deux droites se coupent en I.

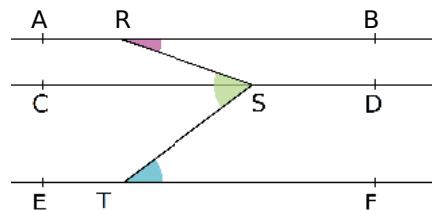
b. Affiche la mesure des angles  $\widehat{EGF}$  et  $\widehat{HIJ}$ . Que remarques-tu?

c. Démontre que  $\widehat{IHE} = \widehat{GEF}$ .

d. Démontre que  $\widehat{IJF} = \widehat{GFE}$ .

e. Déduis-en que  $\widehat{EGF} = \widehat{HIJ}$ .

## 21 Zigzag



Sur la figure ci-dessus :

- les droites (AB), (CD) et (EF) sont parallèles ;
- R est un point de la droite (AB), S est un point de la droite (CD) et T est un point de la droite (EF) tels que :  $\widehat{BRS} = 20^\circ$  et  $\widehat{RST} = 57^\circ$ .

Calcule la mesure de l'angle  $\widehat{STF}$ .

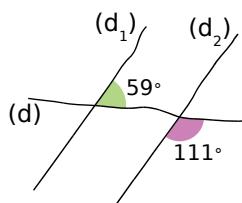
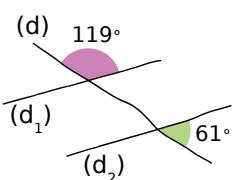
**22** Construis à l'aide de TracenPoche un quadrilatère EFGH ayant deux angles droits, en E et en G.

a. Affiche la mesure des angles  $\widehat{EFG}$  et  $\widehat{EHG}$ . Que remarques-tu?

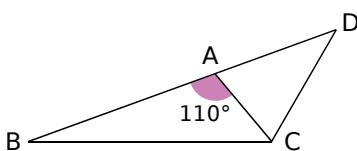
b. Trace le segment [FH]. En raisonnant dans les triangles EFH et FHG, démontre que  $\widehat{EFG}$  et  $\widehat{EHG}$  sont supplémentaires.

# Exercices d'approfondissement

- 23** Dans chaque cas, précise si les droites  $(d_1)$  et  $(d_2)$  sont ou non parallèles et pourquoi.



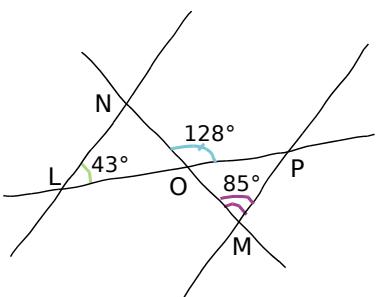
- 24 Triangle isocèle**



La figure ci-dessus est telle que :

- B, A et D sont des points alignés ;
  - $\widehat{BAC}$  et  $\widehat{ACD}$  sont supplémentaires ;
  - $\widehat{BAC} = 110^\circ$ .
- a. Montre, en justifiant, que les angles  $\widehat{DAC}$  et  $\widehat{ACD}$  sont égaux à  $70^\circ$ .
- b. Montre alors que le triangle ADC est isocèle.
- c. De plus, l'angle  $\widehat{ACB}$  mesure  $50^\circ$ . Montre, en justifiant, que les angles  $\widehat{BCA}$  et  $\widehat{ADC}$  sont complémentaires.
- d. Trouve, en justifiant, deux autres paires d'angles complémentaires.

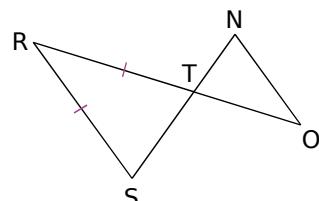
- 25 Parallèles ou non ?**



La figure est tracée à main levée.

- a. Calcule la mesure de l'angle  $\widehat{LON}$ .
- b. Déduis-en la mesure de l'angle  $\widehat{ONL}$ .
- c. Détermine alors si les droites  $(LN)$  et  $(MP)$  sont parallèles.
- d. Sachant que les segments  $[LN]$  et  $[MP]$  sont de même longueur, détermine la nature du quadrilatère  $LNPM$ .

- 26 Un isocèle de plus**



La figure ci-dessus est telle que :

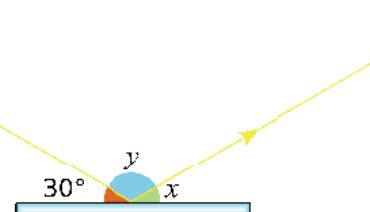
- les droites  $(RO)$  et  $(SN)$  sont sécantes en  $T$  ;
- le triangle  $RST$  est isocèle en  $R$  ;
- les droites  $(RS)$  et  $(NO)$  sont parallèles.

Montre que le triangle  $TNO$  est isocèle.

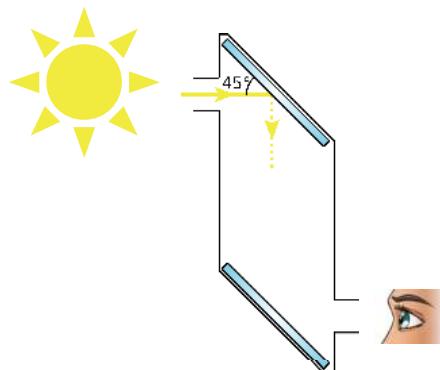
- 27 Un périscope de fortune !**

a. Fais une recherche sur Internet concernant la loi de réflexion de la lumière.

b. Le schéma ci-dessous illustre un rayon de lumière qui se réfléchit sur un miroir avec un angle de  $30^\circ$ . Détermine  $x$  et  $y$ . Justifie.



c. Éric a construit un périscope avec une boîte de carton et deux miroirs parallèles comme l'illustre le schéma ci-dessous.



- Si un rayon entre horizontalement dans le périscope, en sortira-t-il horizontalement aussi ?

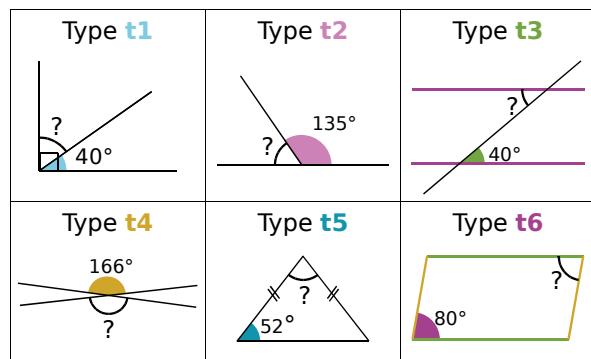
(Tu pourras montrer que les rayons d'entrée et de sortie sont parallèles.)

- Ce résultat dépend-il de l'inclinaison des miroirs parallèles ?  
(Autrement dit, a-t-on le même résultat si l'angle formé par le rayon et le miroir est différent de  $45^\circ$  ?)

## Triominos avec les angles

### 1<sup>re</sup> étape : Calculer et justifier

a. Voici six figures. Pour chacune d'elles, calculez, en justifiant votre calcul, l'angle marqué par un point d'interrogation. (Les droites d'une même couleur sont parallèles.)



b. Voici six énoncés. Pour chacun d'eux, répondez à la question en justifiant la réponse :

Type t7	Le complémentaire de $14^\circ$ ?
Type t8	Le supplémentaire de $56^\circ$ ?
Type t9	$\hat{A}$ et $\hat{B}$ sont deux angles opposés par le sommet. $\hat{A} = 34^\circ$ . $\hat{B} = ?$
Type t10	Dans un triangle ABC, $\hat{A} = 25^\circ$ , $\hat{B} = 8^\circ$ . $\hat{C} = ?$
Type t11	Dans un triangle EFG isocèle en F, $\hat{F} = 46^\circ$ . $\hat{E} = ?$
Type t12	Dans le parallélogramme HIJK, $\hat{H} = 34^\circ$ . $\hat{I} = ?$

### 2<sup>e</sup> étape : Construction des Triominos

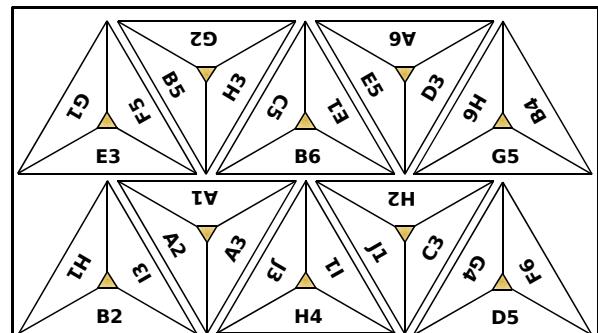
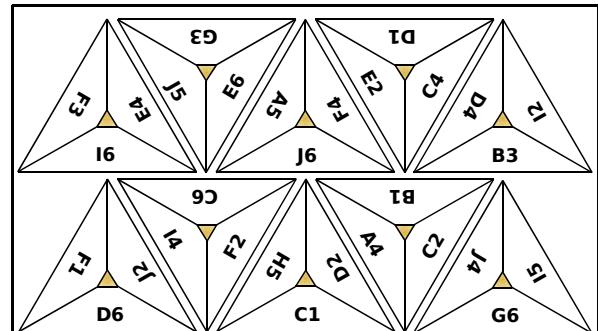
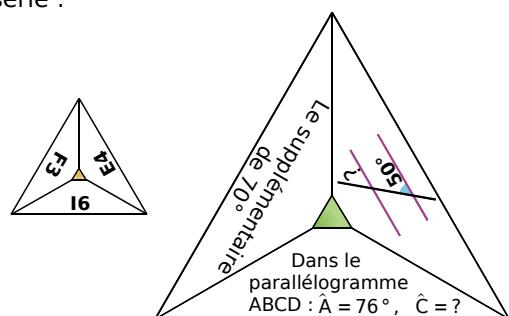
c. Voici un tableau qui va vous permettre de construire le jeu de triominos.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$65^\circ$	$50^\circ$	$110^\circ$	$14^\circ$	$166^\circ$	$76^\circ$	$80^\circ$
2	t1	t7	t1	t7	t1	t7	t1	t7	t1	t7
3	t2	t8	t2	t8	t2	t8	t2	t8	t2	t8
4	t3	t3	t9	t4	t3	t3	t9	t4	t3	t3
5	t5	t5	t5	t6	t6	t6	t5	t6	t5	t6
6	t11	t12	t11	t12	t10	t11	t12	t11	t12	t10

Toutes les cases d'une même colonne renvoient à l'angle indiqué en ligne 1. Par exemple, les cases F2, F3... renvoient à un angle de  $110^\circ$ .

Pour le type t3, mettez aussi des exemples d'angles correspondants.

- d. Dans une feuille blanche au format A4, construisez 10 triangles équilatéraux de 9 cm de côté. Utilisez une seconde feuille pour obtenir 20 triominoes au total. Complétez chacun d'eux avec les énoncés ou constructions indiqués dans le tableau de la question c. en respectant l'ordre donné ci-dessous. Pour vous aider, voici un exemple pour le premier triomino de la série :



### 3<sup>e</sup> étape : Par équipe de deux joueurs

Retournez tous les triominoes pour former la pioche. Chaque joueur en prend quatre. Un triomino est tiré dans la pioche pour servir de départ. Chaque joueur place à son tour un triomino. (Les côtés qui se touchent doivent correspondre à des angles égaux.) Si le joueur ne peut pas jouer, il passe son tour et pioche. Le premier joueur qui n'a plus de triomino est déclaré vainqueur.

Attention : si un joueur se trompe en plaçant un triomino, il doit le reprendre et tirer un triomino supplémentaire dans la pioche ; c'est alors à son adversaire de jouer...

## Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	Parmi les couples d'angles suivants, quels sont ceux qui sont complémentaires ?	$\widehat{FEG} = 8^\circ$ $\widehat{HIK} = 82^\circ$	$\widehat{FEG} = 90^\circ$ $\widehat{HIK} = 90^\circ$	$\widehat{ABC} = 73^\circ$ $\widehat{STU} = 107^\circ$	$\widehat{FEG} = 89,9^\circ$ $\widehat{HIK} = 0,1^\circ$
2		$\widehat{ERH}$ et $\widehat{HRI}$ sont supplémentaires	$\widehat{FRG}$ et $\widehat{HRI}$ sont adjacents	$\widehat{ERG}$ et $\widehat{FRI}$ sont supplémentaires	$\widehat{FRG}$ et $\widehat{GRH}$ sont adjacents
3	E, R et I sont alignés.	$\widehat{FRG}$ est le complémentaire de $\widehat{GRH}$	$\widehat{FRE}$ est le complémentaire de $\widehat{HRI}$	$\widehat{ERF}$ est le complémentaire de $\widehat{FRI}$	$\widehat{GRH}$ est le complémentaire de $\widehat{HRI}$
4		$\widehat{ACH}$ et $\widehat{BCD}$ sont opposés par le sommet	$\widehat{CDF}$ et $\widehat{BCD}$ sont opposés par le sommet	$\widehat{ACH}$ et $\widehat{BCD}$ sont adjacents	$\widehat{BCD}$ et $\widehat{CHF}$ sont correspondants
5		$\widehat{BCD} = 100^\circ$	$\widehat{BHF} = 100^\circ$	$\widehat{BCA} = 100^\circ$	$\widehat{DCH} = 100^\circ$
6	(AD) et (FH) sont parallèles.	$\widehat{CDF} = 40^\circ$	$\widehat{BFH} = 50^\circ$	$\widehat{DCH} = 80^\circ$	$\widehat{CDF} = 100^\circ$
7		Si les angles roses sont égaux alors (d) et (d') sont parallèles	Si (d) et (d') sont parallèles alors les angles roses sont égaux	Les angles roses sont correspondants	Les angles roses sont alternes-internes
8	Quelles sont les affirmations vraies ?	$\widehat{OUG}$ et $\widehat{ZKL}$ sont opposés par le sommet	Deux angles alternes-internes peuvent être opposés par le sommet	Deux angles correspondants peuvent être opposés par le sommet	Le supplémentaire d'un angle aigu est obtus
9	 (TR) et (SU) sont parallèles et $\widehat{REA} = 60^\circ$ .	$\widehat{EAS} = 60^\circ$	$\widehat{TEA} = 120^\circ$	$\widehat{EAU} = 60^\circ$	$\widehat{EAU} = 90^\circ$

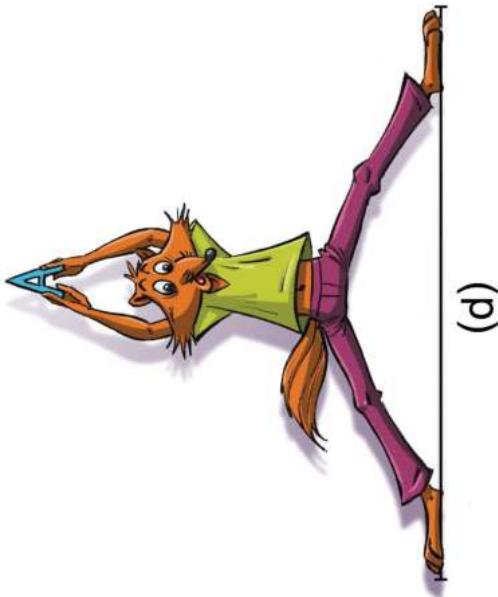
## Pour aller plus loin

### Un problème de construction

Trace une droite (d) et place un point A n'appartenant pas à (d).

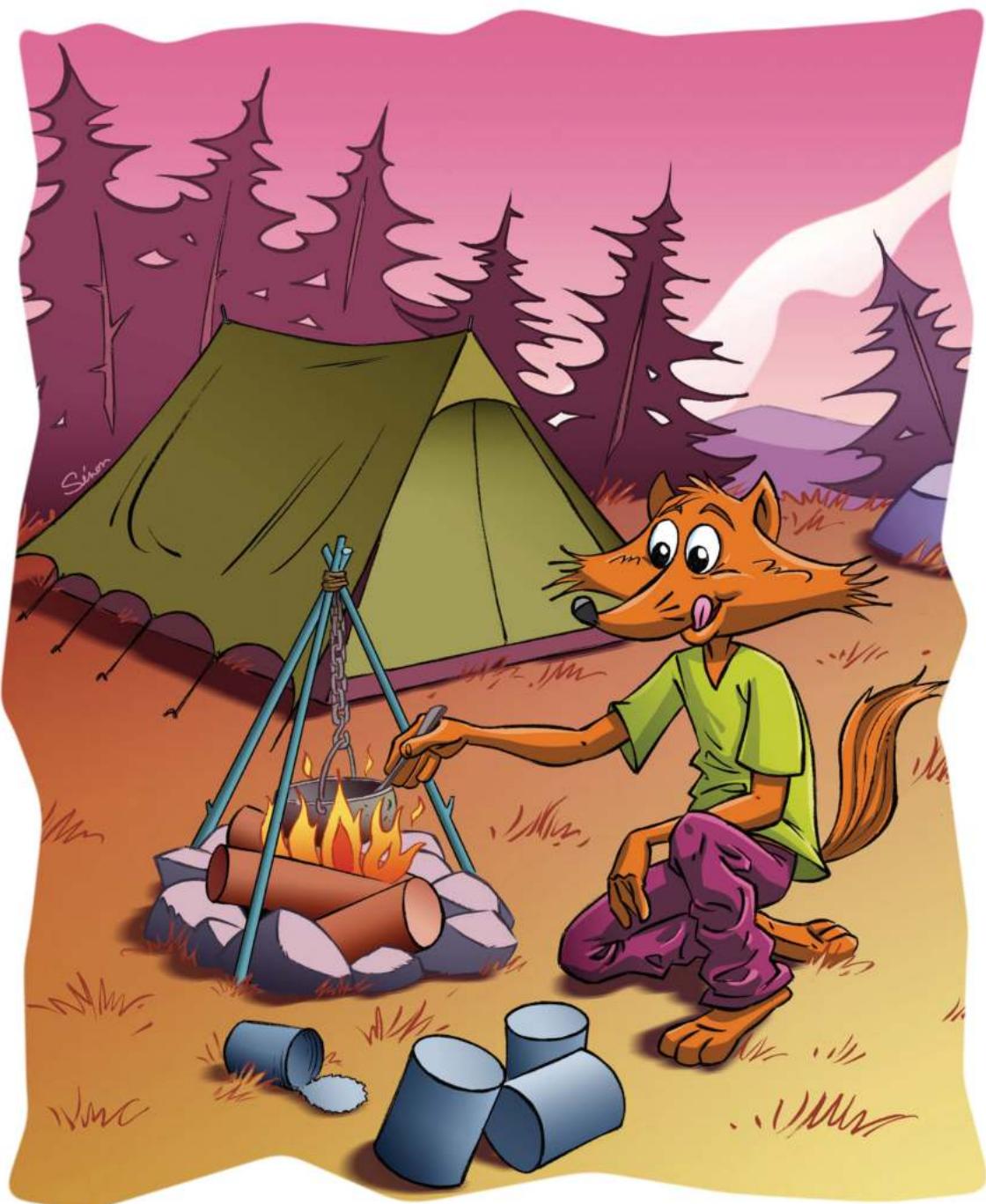
Construis un triangle équilatéral dont un des sommets est A et les deux autres sommets sont deux points de la droite (d).

Propose une méthode de construction à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.



# Prismes et Cylindres

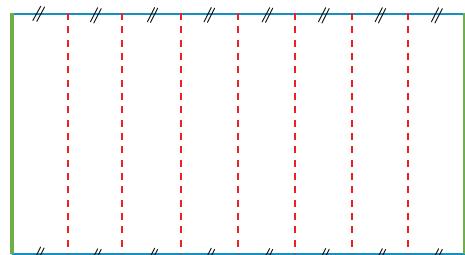
G5



# Activités de découverte

## Activité 1 : La machine à prismes

- **1.** Prends une feuille de papier A4 puis réalise les pliages nécessaires pour obtenir les marques en pointillés de la figure ci-contre.
- **2.** Repasse **en rouge** les marques de pliage, **en vert** les deux largeurs de la feuille et **en bleu** ses deux longueurs.
- **3.** Fais coïncider les bords **verts** de la feuille. On obtient ainsi un solide sans « fond » ni « couvercle ». Quelle est la forme des deux faces de contour **bleu** appelées « bases » ?
- **4.** Observe ton solide puis réponds aux questions suivantes.
  - Combien de faces comporte ton solide (y compris les bases) ?
  - Quelles sont les formes des autres faces appelées « faces latérales » ?
  - Combien de sommets comporte ton solide ?
  - Si tu poses ton solide sur une des deux bases, que dire des arêtes **rouges** par rapport aux bases ?
- **5.** Un élève donne une définition d'un prisme droit mais il a oublié des mots :  
**« Un prisme droit est un solide composé de deux ... qui sont ... et ... et de faces ... qui sont des ... ».**  
Complète sa phrase avec les mots : *latérales, parallèles, rectangles, bases, superposables*.
- **6.** Quels objets de la vie courante ont la forme d'un prisme droit ?
- **7.** En procédant de la même façon, utilise une feuille de papier A4 pour matérialiser :
  - un prisme droit dont une base est un triangle équilatéral ;
  - un prisme droit à base pentagonale ;
  - un prisme droit à base carrée. Quel est l'autre nom de ce solide ?
- **8.** Que dire de la forme des bases si on fait coïncider les bords **verts** de la feuille mais qu'on ne la plie pas ?



## Activité 2 : Du côté des boîtes de conserve...

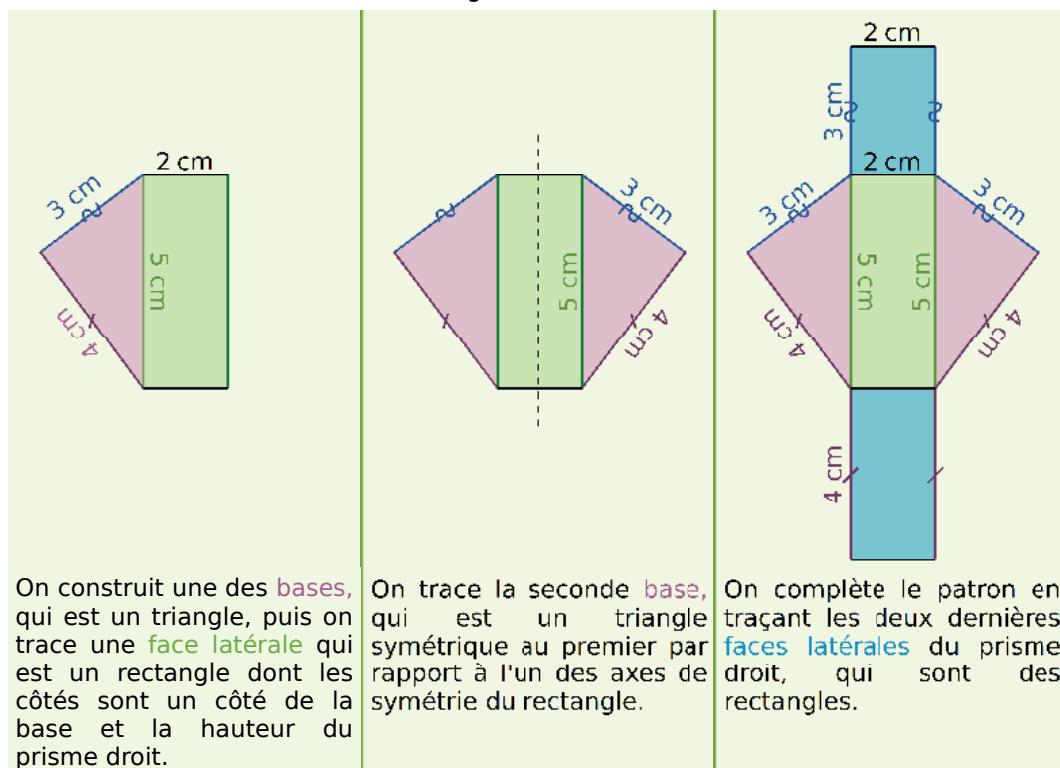
- **1.** Les boîtes de conserve ont souvent la forme de cylindres de révolution. Quelles sont les caractéristiques de tels solides ?
- **2.** Lorsque tu enlèves l'étiquette d'une boîte de conserve, quelle forme a-t-elle ? Quelle est donc la forme de la face latérale d'un cylindre de révolution ?
- **3.** Si on ouvre une boîte de conserve des deux côtés et qu'on la déplie, on obtient le patron d'un cylindre de révolution. À main levée, trace un tel patron.
- **4.** Détermine le périmètre d'une base en fonction du rayon de cette base. Déduis-en la longueur d'un côté de la face latérale en fonction du rayon de cette base.
- **5.** Réalise le patron d'un cylindre de révolution de hauteur 5 cm ayant pour base un disque de rayon 3 cm. (Tu arrondiras les longueurs au mm près.)
- **6.** Quels autres objets de la vie courante ont la forme de cylindres de révolution ?



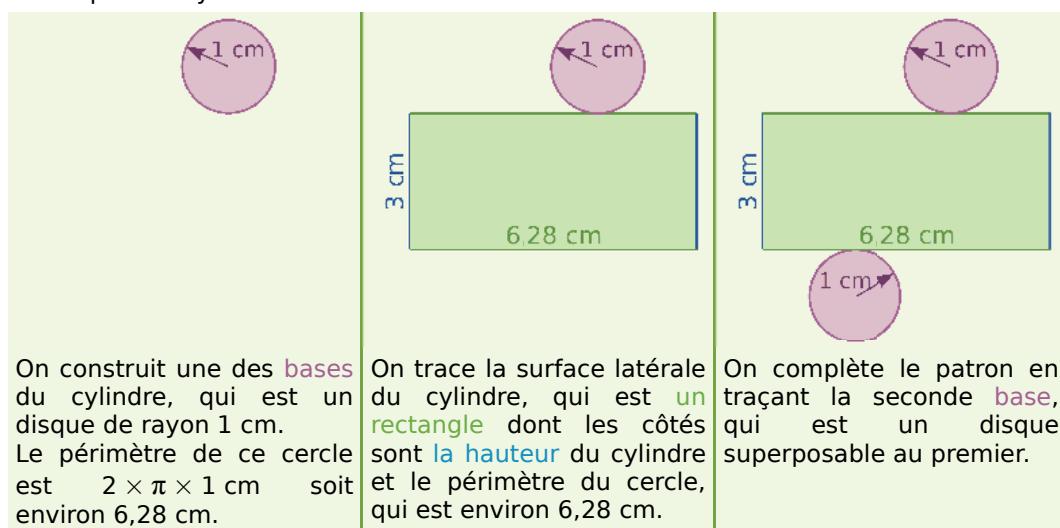
# Méthodes et notions essentielles

## Méthode : Tracer un patron

- Exemple 1 :** Dessine le patron d'un prisme droit dont la base est un triangle de côtés 5 cm, 4 cm et 3 cm, et dont la hauteur est égale à 2 cm.



- Exemple 2 :** Dessine le patron d'un cylindre de révolution de hauteur 3 cm ayant pour base un disque de rayon 1 cm.



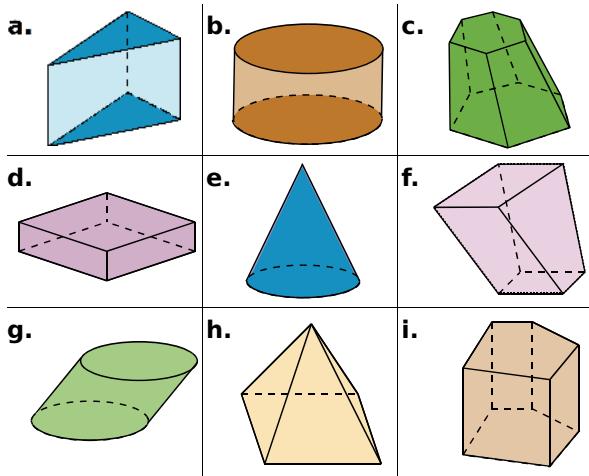
## Exercices « À toi de jouer »

- Dessine un patron d'un prisme droit de hauteur 3 cm ayant pour base un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 2,5 cm et AC = 4 cm.
- Dessine un patron d'un cylindre de révolution de rayon de base 2,5 cm et de hauteur 7 cm.

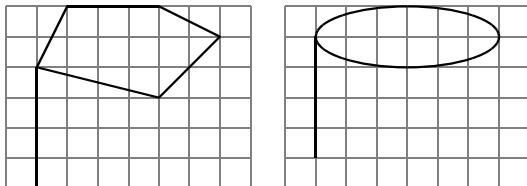
# Exercices d'entraînement

## 1 Reconnaître des solides

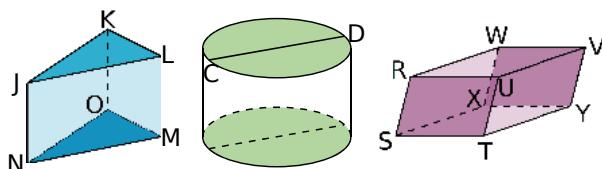
Parmi les solides suivants, quels sont ceux qui sont des cylindres de révolution ? Des prismes droits (précise alors la nature des bases) ? Explique tes réponses.



**2** Reproduis les figures suivantes sur ton cahier puis complète-les pour obtenir des représentations en perspective cavalière d'un prisme droit et d'un cylindre de révolution.



## 3 Décrire des solides



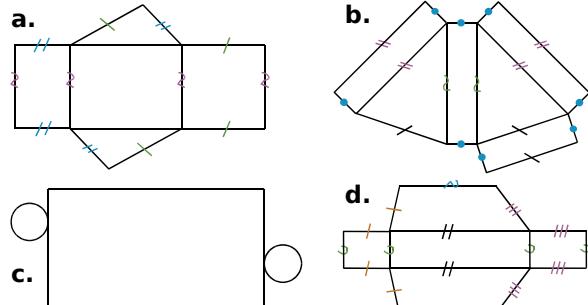
**a.** Observe les solides ci-dessus puis recopie et complète les phrases suivantes avec les mots : *sommet, base, diamètre, arête, face latérale, surface latérale*.

- Pour le prisme droit JKLMNO, KJL est ..., [LM] est ..., KLMO est ... et L est ... .
- Le cylindre est composé de deux ... et d'une ... . [CD] est ... d'une ... .

**b.** Pour le prisme droit RSTUVWXY, indique les arêtes de même longueur et décris la nature des faces.

**c.** Dessine, à main levée, un patron du prisme RSTUVWXY et code les longueurs égales.

**4** Parmi les patrons suivants, lesquels sont des patrons de prismes droits ? De cylindres ? Pour ceux qui ne le sont pas, explique pourquoi.



**5** Un prisme droit ayant pour base un triangle dont les côtés mesurent 3 cm, 4 cm et 4 cm a une hauteur de 2 cm.

- Donne la nature de chaque face du prisme puis dessine chacune d'elles en vraie grandeur.
- Construis trois patrons non superposables de ce prisme.
- Dessine trois représentations en perspective cavalière de ce prisme avec la face avant différente pour chacune.
- Sur la première représentation, repasse d'une même couleur les arêtes parallèles.
- Sur la deuxième représentation, repasse en rouge deux arêtes perpendiculaires.
- Sur la troisième représentation, colorie en vert deux faces parallèles.

**6** Un cylindre de révolution de hauteur 7 cm a pour base un disque de rayon 2 cm.

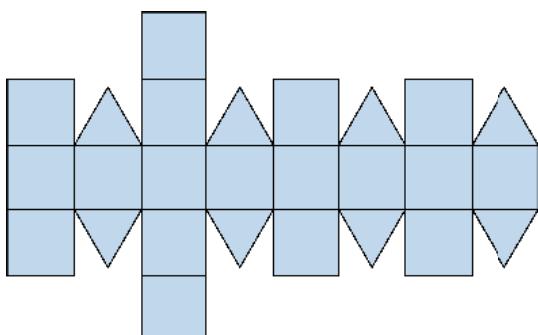
- À main levée, dessine deux représentations différentes de ce cylindre de révolution en perspective cavalière puis inscris les longueurs données sur tes dessins.
- Construis deux patrons non superposables de ce cylindre.

**7** Pour chaque question, trace un prisme droit en perspective cavalière, décris précisément ses faces puis trace un patron.

- Il a cinq faces dont une est un rectangle de 6 cm sur 4 cm et une autre est un triangle de côtés 3 cm, 4 cm et 5 cm.
- Il a six faces dont une est un parallélogramme de côtés 5 cm et 7 cm, et dont une autre est un carré de 5 cm de côté.
- Il a huit faces dont six d'entre elles sont des rectangles de 3 cm sur 4 cm et un côté de la base mesure 3 cm.

# Exercices d'approfondissement

## 8 De beaux patrons !



a. Construis le patron du rhombicuboctaèdre ci-contre (2,5 cm pour le côté du carré).

b. Cherche sur Internet l'étymologie du mot « rhombicuboctaèdre ».

c. Cherche sur Internet d'autres patrons de volumes à construire. Par exemple :

- tétraèdre
- dodécaèdre
- icosaèdre
- rhomboèdre

## Travailler en groupe

### 1 C'est vous, le patron !

**1<sup>re</sup> Partie :** Voici un des patrons possibles d'un prisme droit à base triangulaire.

a. Reproduisez ce dessin à main levée.

b. Codez les segments de même longueur et les angles de même mesure.  
Tracez l'axe (d) de la symétrie qui transforme le triangle BCD en IGH.

c. Nommez les faces latérales et les bases.

d. Quel point est sur la médiatrice de [AC] ? Justifiez.

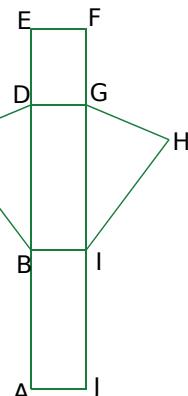
**2<sup>e</sup> Partie :**

e. D'après ce modèle, construisez sur une feuille blanche le patron d'un prisme droit à base triangulaire dont vous êtes libres de choisir les dimensions. (Placez les noms des points à l'intérieur car vous allez le découper.)

f. Découpez le patron et montez-le sans le coller pour vérifier qu'il est bien construit.

g. En prenant les mesures nécessaires sur votre patron, calculez l'aire latérale et le volume du prisme.

**3<sup>e</sup> Partie :** Dans les questions suivantes, prenez la pointe de votre compas pour reporter les points de votre patron sur une nouvelle feuille.



h. Sur une feuille blanche, reportez les points B, C, D, G et I de votre patron. Passez la feuille à un camarade du groupe. Il doit terminer le patron puis, en prenant les mesures nécessaires, il doit calculer l'aire latérale et le volume du prisme.

i. Recommencez en ne reportant cette fois que les sommets des faces latérales.  
Passez la feuille à un autre camarade du groupe. Il doit terminer le patron puis, en prenant les mesures nécessaires, calculer l'aire latérale et le volume du prisme.

j. Sur une dernière feuille, ne reportez que les points A, C, E et F.  
Passez la feuille à un autre camarade. Il doit terminer le patron puis, en prenant les mesures nécessaires, calculer l'aire latérale et le volume du prisme.

k. Récupérez les trois patrons ainsi complétés. Vérifiez le travail de vos camarades.

### 2 Concours de patrons

ABCDEFGH est un prisme droit de hauteur 5 cm ayant pour base le parallélogramme ABCD tel que  $AB = 6 \text{ cm}$  ;  $BD = 8 \text{ cm}$  et  $AD = 8 \text{ cm}$ .

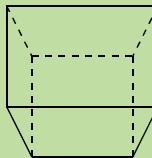
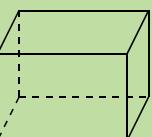
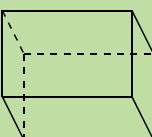
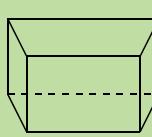
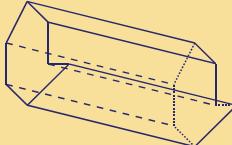
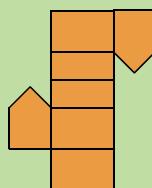
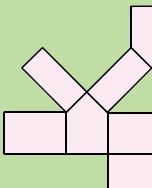
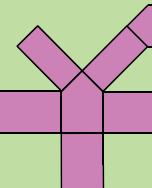
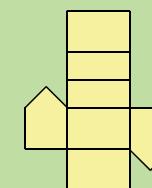
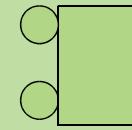
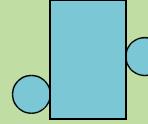
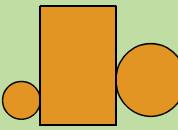
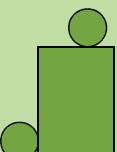
a. Dessinez-le en perspective cavalière avec la face ABCD au premier plan. Calculez son aire latérale et son volume.

b. Construisez ses faces en vraie grandeur.

c. Organisez le groupe pour dessiner le plus grand nombre de patrons non superposables de ce prisme.



## Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4	
1	Quel(s) est (sont) le(s) parallélépipède(s) rectangle(s) dessiné(s) en perspective cavalière ?					
2	Le prisme droit suivant a...		7 sommets	7 faces latérales	21 arêtes	8 faces
3	Quel(s) est (sont) le(s) patron(s) possible(s) de ce prisme droit ?					
4	Dans un prisme droit, une face latérale est toujours un...	carré	parallélogramme	trapèze	rectangle	
5	Un prisme droit dont la base est un décagone a...	30 arêtes	12 faces	10 sommets	10 arêtes latérales	
6	Si un prisme droit a pour hauteur 10 cm et pour base un hexagone régulier de côté 3 cm alors la longueur totale de ses arêtes est...	13 cm	16 cm	66 cm	96 cm	
7	Quel(s) est (sont) le(s) patron(s) possible(s) d'un cylindre ?					



### Récréation mathématique

#### La maison de tes rêves

Dessine, en perspective cavalière, la maison de tes rêves en n'utilisant que des prismes droits et/ou des cylindres. Réalise ensuite une maquette à partir de ta représentation en perspective. N'oublie pas de préciser l'échelle !



# >> Aires

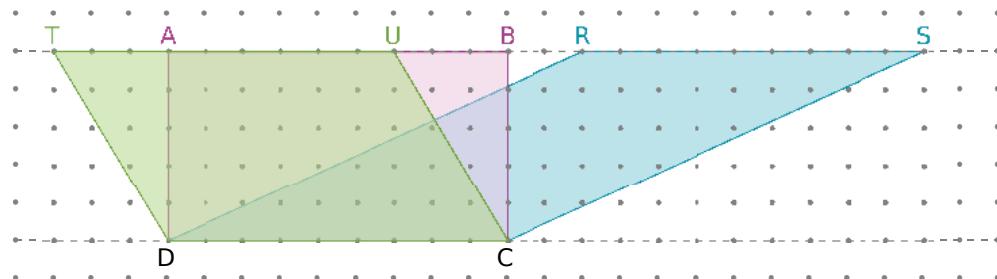
M1



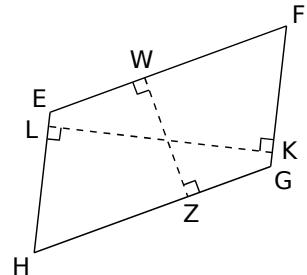
# Activités de découverte

## Activité 1 : Du rectangle au parallélogramme

1. Construis, sur une feuille, un rectangle de 10 cm de long sur 4 cm de large. Repasse en rouge les longueurs et en vert les largeurs. Calcule l'aire de ce rectangle puis découpe-le.
2. Avec un seul coup de ciseaux, découpe le rectangle puis recolle les morceaux pour obtenir un parallélogramme. Quelle est alors l'aire de ce parallélogramme ?
3. Nadir affirme : « Sur la figure suivante, les quadrilatères TUCD, ABCD et RSCD ont la même aire. ». A-t-il raison ? Justifie ta réponse.



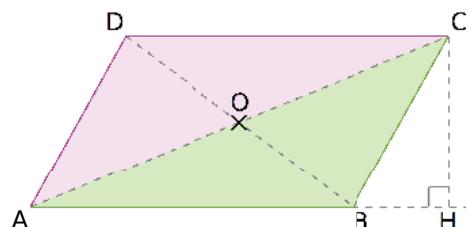
4. Reproduis sur ton cahier le rectangle ABCD ci-dessus puis prolonge en pointillés les droites (BC) et (AD). Place deux points E et F sur la droite (AD) pour que le parallélogramme EFBC ait la même aire que le rectangle ABCD.
5. À l'aide des questions précédentes, propose une ou plusieurs formules qui permettent de calculer l'aire du parallélogramme EFGH ci-contre.
6. Rédige une phrase pour expliquer la formule de l'aire d'un parallélogramme.



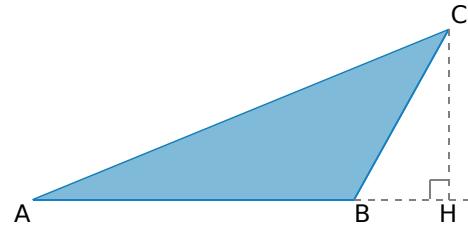
## Activité 2 : Perdre sa moitié

Sur la figure ci-contre, ABCD est un parallélogramme tel que  $AB = 6 \text{ cm}$  et  $CH = 2,5 \text{ cm}$ .

1. Calcule l'aire du parallélogramme ABCD.
2. Quel est le symétrique du triangle rose ADC par rapport à O ? Que peux-tu en déduire pour l'aire des triangles ADC et ABC ?
3. Déduis-en l'aire du triangle ADC.



Sur la figure ci-dessous, ABC est un triangle tel que  $AB = 5 \text{ cm}$  et  $CH = 3 \text{ cm}$ .



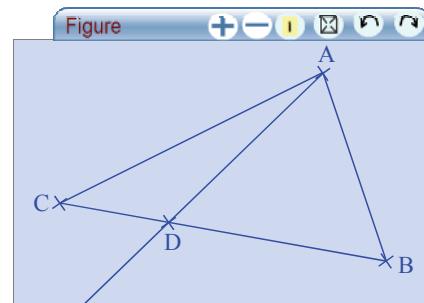
4. Dans le triangle ABC, que représente la droite (CH) pour le côté [AB] ?
5. En t'inspirant de la formule de l'aire du parallélogramme, donne une formule permettant de calculer l'aire d'un triangle.
6. Combien y a-t-il de façons différentes de calculer l'aire d'un triangle ? Explique ta réponse.

# Activités de découverte

## Activité 3 : Problème de partage

- 1. Avec le logiciel TracenPoche, place 3 points A, B et C.  
En utilisant le bouton , construis le triangle ABC.
  - En utilisant le bouton , place le point D sur le segment [BC] puis trace la demi-droite [AD].
  - 2. Dans la fenêtre Analyse, recopie :
- Analyse

aire(ACD)=  
aire(ABD)=
- Appuie sur la touche F9 puis déplace le point D pour que les aires des triangles ACD et ABD soient égales.
  - 3. Où semble se situer alors le point D ? Que faudrait-il afficher dans la fenêtre Analyse pour confirmer cette conjecture ?
  - 4. À l'aide du bouton , construis la hauteur commune aux triangles ACD et ABD. Explique alors le résultat que tu as observé.
  - 5. Où faut-il placer le point D sur le segment [BC] pour que l'aire du triangle ACD soit dix fois plus petite que celle du triangle ABC ?

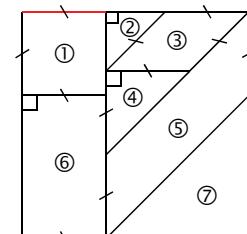


## Activité 4 : Avec des triangles...

- 1. Trace un losange dont les diagonales mesurent 7,5 cm et 9,6 cm. Calcule son aire en le découplant en figures élémentaires dont on sait calculer l'aire.
- 2. Halima a construit un trapèze rectangle de hauteur 4 cm et dont les deux côtés parallèles mesurent 5 cm et 8 cm. Aide-la à calculer l'aire de ce trapèze.
- 3. Propose une méthode pour calculer l'aire d'un quadrilatère quelconque.

## Activité 5 : Découpages

- On considère un carré de côté 6 cm composé de sept polygones particuliers comme l'illustre la figure ci-contre. On sait que le segment rouge mesure 2,2 cm en vraie grandeur.
- 1. Précise la nature de chaque polygone puis détermine son aire.
- 2. Sur une feuille, construis en vraie grandeur le carré et découpe les sept pièces qui le constituent.
- 3. En assemblant plusieurs de ces pièces, reconstitue chacune des figures suivantes et calcule leur aire.



a.



b.



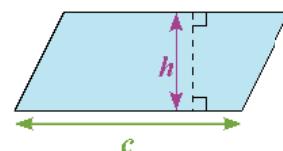
# Méthodes et notions essentielles

## Méthode 1 : Calculer l'aire d'un parallélogramme

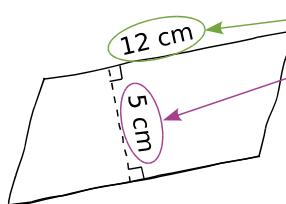
### À connaître

Pour calculer l'aire d'un parallélogramme, on multiplie la longueur d'un côté par la hauteur relative à ce côté.

$$A = c \times h$$



**Exemple :** Détermine l'aire du parallélogramme suivant.



On repère la longueur d'un côté.

On repère la hauteur relative à ce côté.

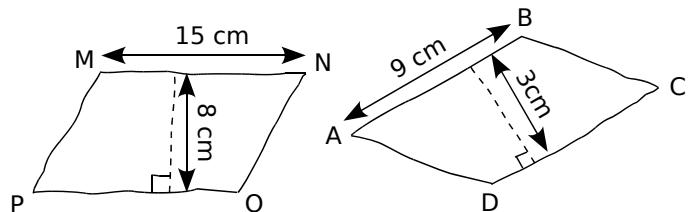
On multiplie la longueur du côté repéré par la hauteur relative à ce côté :

$$A = c \times h = 12 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} = 60 \text{ cm}^2.$$

L'aire du parallélogramme vaut  $60 \text{ cm}^2$ .

### Exercice « À toi de jouer »

- 1 Détermine l'aire des parallélogrammes MNOP et ABCD ci-contre.

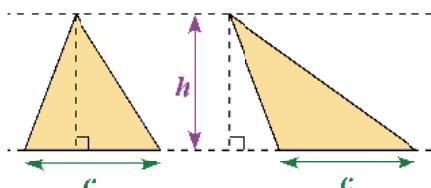


## Méthode 2 : Calculer l'aire d'un triangle

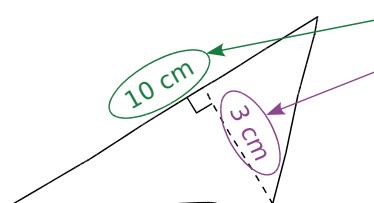
### À connaître

Pour calculer l'aire d'un triangle, on multiplie la longueur d'un côté par la hauteur relative à ce côté puis on divise le résultat par 2.

$$A = \frac{c \times h}{2}$$



**Exemple :** Calcule l'aire du triangle suivant.



On repère la longueur d'un côté.

On repère la hauteur relative à ce côté.

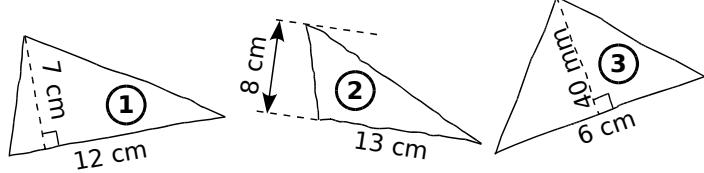
On multiplie la longueur du côté repéré par la hauteur relative à ce côté puis on divise le résultat par 2 :

$$A = \frac{c \times h}{2} = \frac{10 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}}{2} = \frac{30 \text{ cm}^2}{2} = 15 \text{ cm}^2.$$

L'aire du triangle est égale à  $15 \text{ cm}^2$ .

### Exercice « À toi de jouer »

- 2 Calcule l'aire de chaque triangle ci-contre.

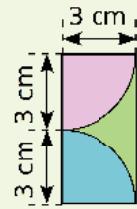
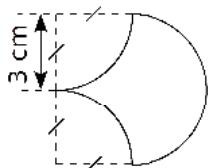


# Méthodes et notions essentielles

## Méthode 3 : Calculer une aire par découpage simple

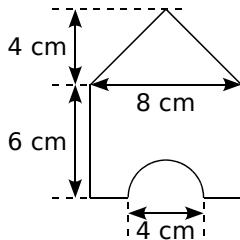
**Exemple 1 :** Calcule l'aire de la figure suivante.

Pour calculer l'aire de cette figure, on découpe la figure en trois morceaux puis on les déplace pour reconstituer une figure connue.

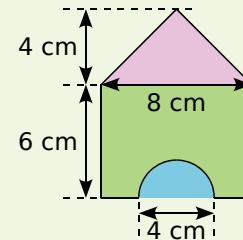


Calculer l'aire de cette figure revient donc à calculer l'aire d'un rectangle de largeur 3 cm et de longueur 6 cm :  $A = 3 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} = 18 \text{ cm}^2$ .  
L'aire de cette figure est  $18 \text{ cm}^2$ .

**Exemple 2 :** Calcule l'aire de la figure suivante.

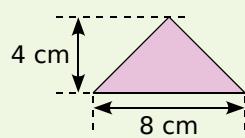


Pour calculer l'aire de cette figure, on repère des figures simples qui la constituent...



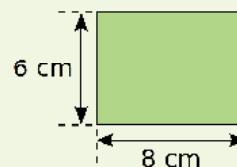
...puis on calcule l'aire de chacune des figures simples trouvées.

Un **triangle** dont un côté mesure 8 cm et la hauteur relative à ce côté mesure 4 cm.



$$A_{\text{TR}} = \frac{8 \times 4}{2} = 16 \text{ cm}^2$$

Un **rectangle** de largeur 6 cm et de longueur 8 cm.



$$A_{\text{RE}} = 6 \times 8 = 48 \text{ cm}^2$$

Un **demi-disque** de rayon 2 cm.



$$A_{\text{DD}} = \frac{\pi \times 2^2}{2} = 2\pi \text{ cm}^2$$

L'aire de la figure est obtenue en additionnant l'aire du **triangle** et du **rectangle** puis en retranchant au résultat l'aire du **demi-disque** :

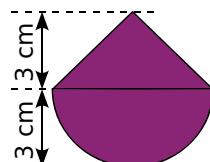
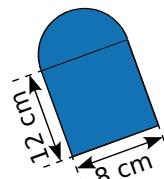
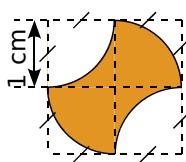
$$A = A_{\text{TR}} + A_{\text{RE}} - A_{\text{DD}} = 16 \text{ cm}^2 + 48 \text{ cm}^2 - 2\pi \text{ cm}^2 = 64 - 2\pi \text{ cm}^2.$$

L'aire exacte de cette figure est  $64 - 2\pi \text{ cm}^2$ .

En prenant 3,14 comme valeur approchée du nombre  $\pi$ , on obtient  $A \approx 57,72 \text{ cm}^2$ .

### Exercice « À toi de jouer »

**3** Calcule l'aire de chacune des figures suivantes.

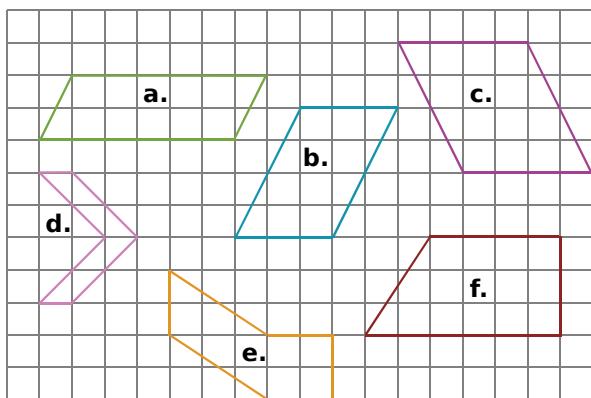


# Exercices d'entraînement

## Calculer l'aire d'un parallélogramme

### 1 Avec un quadrillage

Sachant que l'unité d'aire est le carreau, détermine l'aire de chaque figure suivante en utilisant des aires de parallélogrammes.



### 2 Calcule l'aire de chaque parallélogramme dont les dimensions sont données ci-dessous.

- a. Un côté mesure 6 cm et la hauteur relative à ce côté mesure 4 cm.
- b. Un côté mesure 4,7 dm et la hauteur relative à ce côté mesure 7,2 cm.
- c. Un côté mesure 2 m et la hauteur relative à ce côté mesure 6,4 cm.

### 3 Calcule la longueur demandée.

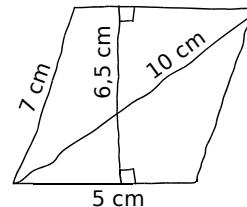
- a. L'aire du parallélogramme est  $36 \text{ cm}^2$  et l'un de ses côtés mesure 6 cm. Combien mesure la hauteur relative à ce côté ?
- b. L'aire du parallélogramme est  $15,12 \text{ cm}^2$  et l'une de ses hauteurs mesure 3,6 cm. Combien mesure le côté associé à cette hauteur ?

### 4 Complète ce tableau où, pour chaque cas, $c$ désigne un côté d'un parallélogramme, $h$ la hauteur relative à ce côté et $\mathcal{A}$ l'aire.

$c$	$h$	$\mathcal{A}$
24 cm	8 cm	
132 m	0,5 hm	
16 mm		$64 \text{ mm}^2$
4,5 m		$14,4 \text{ m}^2$
	250 cm	$7,5 \text{ m}^2$

### 5 Ne pas confondre !

Calcule l'aire et le périmètre de ce parallélogramme tracé à main levée.



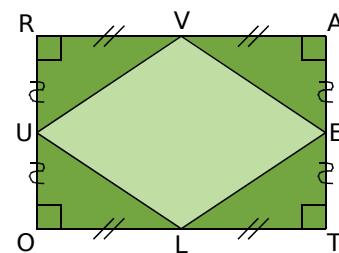
### 6 Calcul mental

- a. Trace un parallélogramme BLEU d'aire  $27 \text{ cm}^2$ .
- b. Trace un parallélogramme NOIR d'aire  $11 \text{ cm}^2$ .
- c. Trace trois parallélogrammes non superposables d'aires  $36 \text{ cm}^2$ .

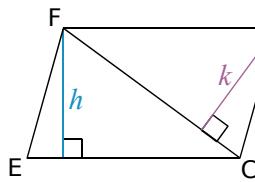
### 7 L'un dans l'autre

Sur la figure suivante, les points V, E, L et U sont les milieux des côtés d'un rectangle RATO.

- a. Calcule l'aire de RATO, sachant que RA = 8 cm et AT = 6 cm.
- b. Calcule l'aire de VELU de deux façons.



### 8 Pile ou face ?



Le parallélogramme FACE est tel que :

- EC = 150 mm ;
- $h$  = 67 mm ;
- $k$  = 53 mm.

- a. Calcule l'aire du parallélogramme FACE.
- b. Calcule la longueur de la diagonale [FC].

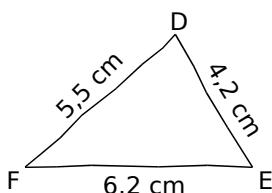
### 9 L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifie ta réponse.

« Si deux parallélogrammes ont la même aire alors ils ont le même périmètre. »

# Exercices d'entraînement

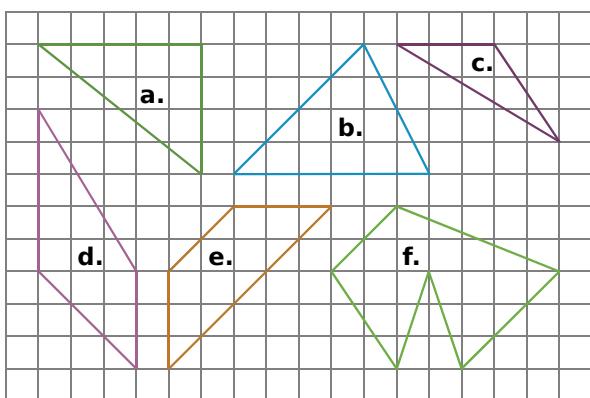
## Calculer l'aire d'un triangle

- 10** Reproduis sur ton cahier la figure suivante puis trace en rouge la hauteur [DH] et en vert la hauteur relative au côté [DE].



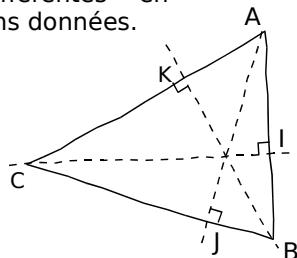
### 11 Avec un quadrillage (bis)

Sachant que l'unité d'aire est le carreau, détermine l'aire des figures suivantes en utilisant des aires de triangles.



- 12** Calcule l'aire du triangle ABC ci-dessous de trois façons différentes en utilisant les informations données.

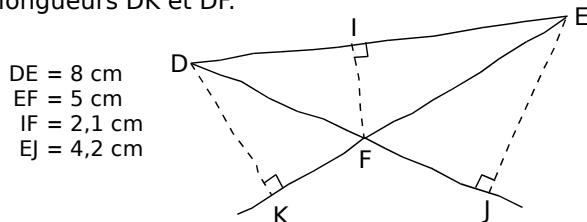
$$\begin{aligned} AB &= 12,5 \text{ cm} \\ BC &= 20 \text{ cm} \\ AC &= 19,5 \text{ cm} \\ CI &= 18,72 \text{ cm} \\ AJ &= 11,7 \text{ cm} \\ BK &= 12 \text{ cm} \end{aligned}$$



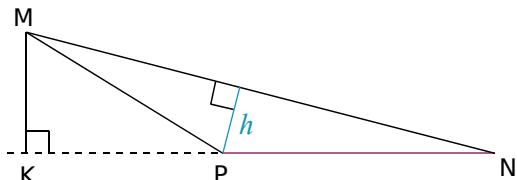
### 13 Calculer (mentalement !) pour construire

- a. Trace un triangle OIL rectangle en O d'aire  $15 \text{ cm}^2$ .
- b. Trace un triangle isocèle EAU d'aire  $12 \text{ cm}^2$ .

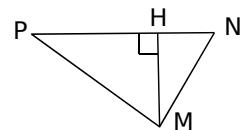
- 14** En utilisant les données de l'énoncé, calcule l'aire du triangle DEF puis déduis-en les longueurs DK et DF.



- 15** Sur la figure ci-dessous, le segment [MK] mesure 1,6 cm, le segment [MN] mesure 6,4 cm et l'aire du triangle MNP est égale à  $2,88 \text{ cm}^2$ . Calcule la longueur du segment [PN] et la longueur  $h$ .



- 16** MNP est un triangle de hauteur [MH]. Recopie et complète ce tableau.

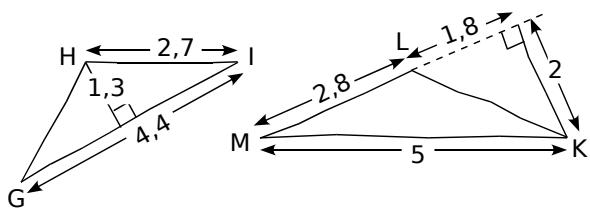
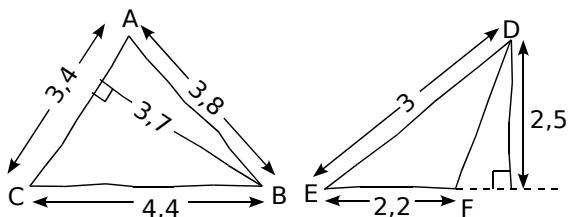


NP	MH	Aire du triangle MNP
7,2 cm	4,8 cm	
	3,5 m	$5,6 \text{ m}^2$
16 cm		$0,5 \text{ dm}^2$

- 17** Même consigne, mais par le calcul mental.

NP	MH	Aire du triangle MNP
11,4 cm	20 cm	
	9 m	$72 \text{ m}^2$
7 dm		$17,5 \text{ dm}^2$

- 18** Calcule l'aire des triangles suivants. L'unité de longueur est le centimètre.

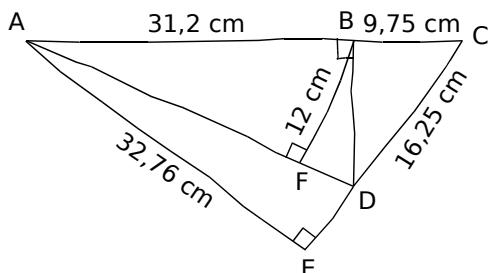


### 19 Sans figure

- Un triangle a pour aire  $16,25 \text{ cm}^2$  et l'un de ses côtés mesure  $6,5 \text{ cm}$ . Calcule la longueur de la hauteur relative à ce côté.

# Exercices d'entraînement

**20** On considère la figure suivante.



- Nomme la hauteur relative au côté [CD] dans le triangle ACD.
- Déduis de la question a. l'aire du triangle ACD et la longueur BD.
- À l'aide d'un raisonnement semblable pour le triangle ABD, calcule AD.

## Disques

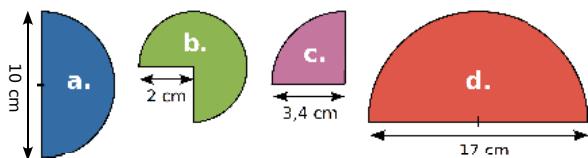
**21** Effectue les calculs suivants.

- L'aire exacte d'un disque de rayon 3 cm.
- Une valeur approchée au dixième près de l'aire d'un disque de rayon 35 mm.
- L'aire exacte d'un disque de diamètre 8 cm.

**22** Donne la valeur exacte puis la valeur approchée au centième près de l'aire des disques suivants, où  $r$  désigne le rayon du disque et  $d$  le diamètre du disque.

- |                       |                         |                         |
|-----------------------|-------------------------|-------------------------|
| a. $r = 2 \text{ cm}$ | c. $r = 4,5 \text{ cm}$ | e. $d = 4,8 \text{ dm}$ |
| b. $d = 3 \text{ cm}$ | d. $r = 5,6 \text{ cm}$ | f. $d = 0,24 \text{ m}$ |

**23** Calcule l'aire de chaque figure suivante.



**24** Portions de disques

- Calcule l'aire d'un demi-disque de rayon 5,2 cm. Donne la valeur exacte puis une valeur approchée au  $\text{mm}^2$  près.
- Calcule l'aire d'un quart de disque de rayon 16,4 cm. Donne la valeur exacte puis une valeur approchée au  $\text{mm}^2$  près.

**25** Recopie et complète le tableau. (On prendra 3,14 comme valeur approchée de  $\pi$ .)

Rayon	Diamètre	Périmètre	Aire
5 cm			
	2,4 dm		
		6,28 m	
			50,24 $\text{cm}^2$

**26** À Mathcity, l'émetteur de « Radio - Centre » a une portée de 10 km.

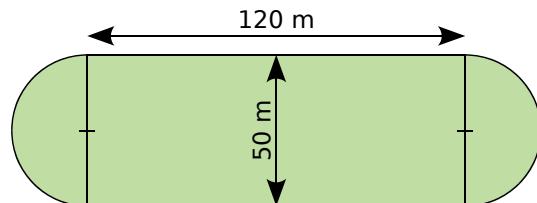


a. Calcule la superficie de la zone de réception au  $\text{km}^2$  près.

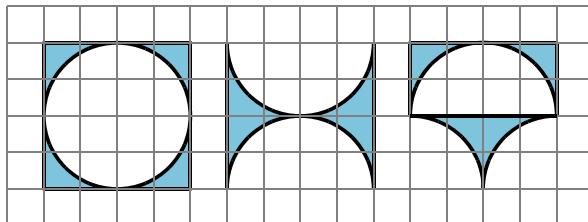
b. À partir du mois de septembre, le conseil municipal instaurera une taxe de 10 € par  $\text{km}^2$ . Combien paiera « Radio-Centre » ?

c. La direction prévoit de changer l'émetteur pour multiplier la portée par 3. La nouvelle taxe sera-t-elle aussi multipliée par 3 ?

**27** Calcule l'aire et le périmètre de ce stade.



**28** Quadrillage



Reproduis les figures ci-dessus dans des carrés de 4 cm de côté puis calcule l'aire de chaque surface coloriée.

# Exercices d'approfondissement

**29** Construis un parallélogramme qui a un côté de 6 cm de longueur, un périmètre de 20 cm et une aire de  $18 \text{ cm}^2$ . Justifie ta construction en indiquant tes calculs.

## 30 Attention travaux !

Un peintre en bâtiment fait l'expérience suivante : il imbibé entièrement son rouleau de peinture, il le pose sur le mur, le fait rouler en lui faisant faire seulement un tour complet, puis le retire du mur.

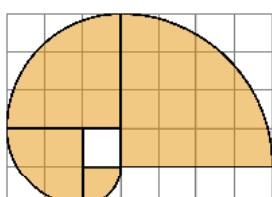
- Quelle va être la forme de la tache de peinture ainsi réalisée ?
- Le rouleau est large de 25 cm et d'un diamètre de 8 cm. Quelle surface du mur sera alors recouverte de peinture ?
- Combien de fois, au minimum, devra-t-il réaliser ce geste pour peindre un mur long de 6 m et haut de 2,5 m ?

## 31 La galette

Un pâtissier doit confectionner une tarte recouverte de glaçage. Il sait qu'avec 100 g de sucre glace, il fabrique du glaçage pour une surface de  $5 \text{ dm}^2$ . Sachant qu'il dispose de moules à tarte circulaires de diamètres 22 cm, 26 cm ou 28 cm, quel moule devra-t-il utiliser pour 100 g de sucre ?

## 32 Le nautilus

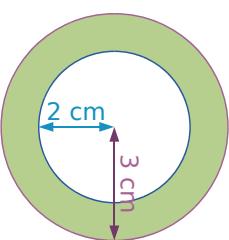
Le nautilus est un mollusque dont la coquille est spiralée et peut être schématisée de la manière suivante.



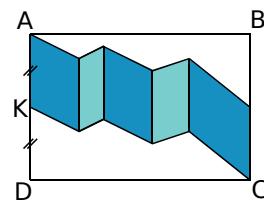
- Reproduis ce schéma dans un quadrillage à carreaux de 1 cm de côté.
- Calcule l'aire de la figure.
- Calcule le périmètre de cette figure.

## 33 Une couronne pour un roi

Calcule l'aire de la couronne circulaire ci-dessous en arrondissant le résultat au  $\text{mm}^2$  le plus proche.



**34** Le quadrilatère ABCD est un rectangle tel que  $BC = 4 \text{ cm}$ ,  $AB = 6 \text{ cm}$  et K est le milieu de [AD]. La surface colorée est formée de parallélogrammes accolés. Montre que l'aire de la surface colorée est la moitié de celle du rectangle.

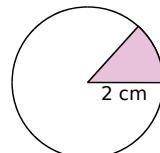


## 35 Pare-brise

Sur un pare-brise rectangulaire de  $1,50 \text{ m}$  par  $0,80 \text{ m}$  est fixé (au milieu de la longueur) un essuie-glace de longueur  $0,65 \text{ m}$ . Trouve une valeur approchée du pourcentage de la surface balayée par rapport à celle du pare-brise.

## 36 Portions de disques (bis)

On considère un cercle de rayon  $r \text{ cm}$  ( $r > 0$ ).

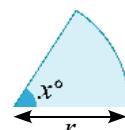


- On suppose ici que  $r = 2$ . Calcule l'aire de chaque secteur circulaire dont l'angle est donné dans le tableau suivant.

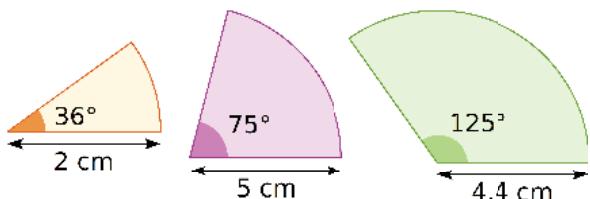
Angle ( $^\circ$ )	360	90	45	180	120	3	1	12
Aire ( $\text{cm}^2$ )								

- Calcule le coefficient de proportionnalité du tableau précédent.

c. À l'aide du a., établis la formule donnant l'aire du secteur angulaire ci-contre en faisant intervenir  $x$ ,  $r$  et le nombre  $\pi$ .



- En utilisant la formule établie à la question c., calcule l'aire exacte des figures suivantes.



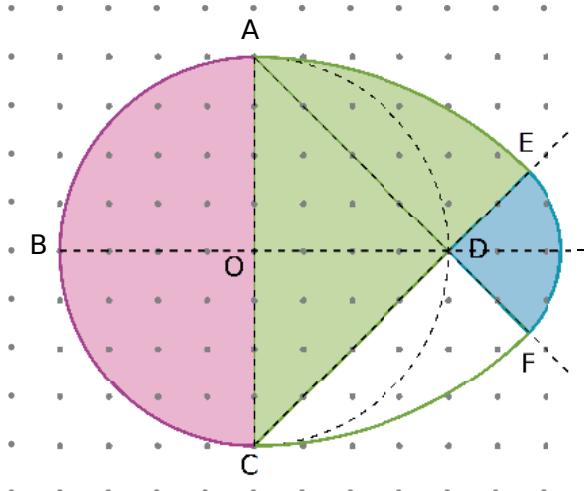
- Déduis de la question d. l'aire exacte :

- d'un secteur angulaire de rayon 1 cm et d'angle  $111^\circ$  ;
- d'un secteur angulaire de rayon 8 cm et d'angle  $50^\circ$ .

# Exercices d'approfondissement

## 37 Œuf de Pâques

Voici un œuf de Pâques construit sur du papier pointé. L'unité est le centimètre. Le segment  $[AO]$  mesure 4 cm.



### Construction

- Reproduis cette figure sur ton cahier.
- Propose un programme de construction pour cette figure.

### Les différentes parties de l'œuf

- Cherche le rayon du demi-disque rose puis calcule son aire.
- Cherche le rayon du huitième de disque vert puis calcule son aire.
- Le segment  $[AD]$  mesure 5,7 cm. Cherche la longueur du segment  $[DF]$  puis calcule l'aire du quart de disque bleu.

### Aire de l'œuf

- Un élève dit : « Pour calculer l'aire de l'œuf, j'additionne l'aire de la partie rose, celle de la partie bleue et deux fois celle de la partie verte. ». A-t-il raison ? Sinon, explique.
- Calcule l'aire du triangle rectangle ADC.
- Calcule alors une valeur approchée au dixième de l'aire de l'œuf.

### Un joli ruban

Marion veut entourer son œuf d'un joli ruban de laine en suivant le tour de l'œuf AEFCBA.

- Calcule une valeur approchée au dixième de la longueur de ruban nécessaire pour parer l'œuf de ce joli ruban.

**38** Dans chaque cas, construis tous les quadrilatères qui satisfont aux énigmes suivantes.

a. Je suis un quadrilatère dont les angles opposés sont égaux deux à deux. Mon aire vaut  $28 \text{ cm}^2$  et mon périmètre 24 cm. Mes côtés ont des mesures entières.

b. Je suis un parallélogramme dont les diagonales sont de même longueur. La connaissance soit de la longueur d'une diagonale, soit d'un de mes côtés suffit pour que l'on puisse calculer mon aire qui est égale à  $8 \text{ cm}^2$ .

c. Je suis un quadrilatère non croisé qui a deux côtés consécutifs égaux et qui possède ses diagonales perpendiculaires. Mon aire vaut  $24 \text{ cm}^2$ . Mes diagonales ont des mesures entières et mon centre se trouve au quart de la plus grande diagonale.



## 39 Démarche expérimentale

### Conjecture avec TracenPoche

- Avec TracenPoche, construis un triangle ABC, place le milieu M du côté [BC] puis trace le segment [AM].
- Dans la fenêtre Analyse, recopie le texte ci-dessous, puis déplace les points de la figure.

Analyse
Aire(ABM)=
Aire(ACM)=

Que constates-tu ?

- Recopie et complète la conjecture observée : « La ... d'un triangle semble le partager en deux triangles de ... .... ».

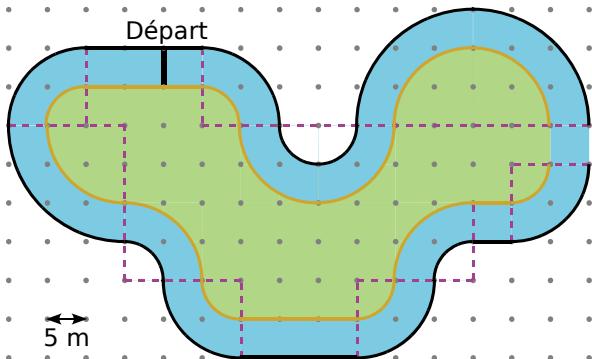
### Démonstration

- Sur ton cahier, trace à main levée un schéma correspondant à la figure précédente.
- Place le point H, pied de la hauteur issue de A du triangle ABC.
- Écris une expression égale à l'aire du triangle ABM puis une autre égale à l'aire de ACM.
- Conclus.

## 1 Circuit de kart...

### 1<sup>re</sup> Partie : En piste...

On a représenté ci-dessous le plan d'un circuit de kart dont les parties courbes sont soit des quarts de cercle, soit des demi-cercles.



- a. On réalise un marquage des bords de la piste. Quelle sera la longueur de la bande ocre située sur le bord intérieur du circuit ?
- b. Calculez la surface de gazon située au centre de la piste.
- c. Calculez la surface de bitume qu'il faudra pour recouvrir entièrement la piste.

### 2<sup>e</sup> Partie : Ma piste

- d. Réalisez maintenant le plan d'un circuit de kart :

- qui puisse être construit sur un terrain rectangulaire de 250 m de long sur 200 m de large ;
- dont la largeur de la piste est de 10 m ;
- dont les parties courbes sont des quarts de cercles ou des demi-cercles.

Pour cela, vous utiliserez du papier quadrillé à petits carreaux où chaque côté d'un petit carreau représente dans la réalité une longueur de 5 m.

Attention : les centres des virages doivent être des points du quadrillage.

### 3<sup>e</sup> Partie : Tour de piste...

- e. Échangez le plan de votre circuit avec celui d'un autre groupe pour déterminer :

- la surface de gazon située au centre de ce circuit ;
- la surface de bitume nécessaire pour recouvrir cette piste.

Pour cela, il est conseillé de repérer les différentes parties qui composent la piste.

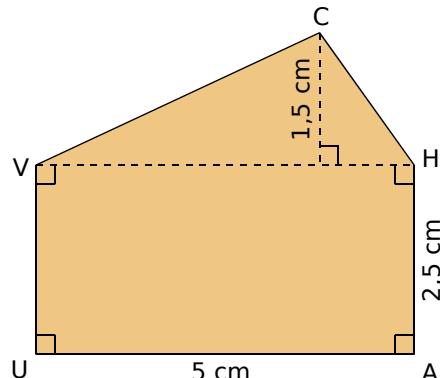
## 2 Du côté des bâtisseurs...

### 1<sup>re</sup> Partie : Temps 1

- a. Chaque membre du groupe doit construire un rectangle d'aire  $21 \text{ cm}^2$ . Tous les rectangles du groupe doivent être différents.
- b. Chaque membre du groupe doit construire un parallélogramme d'aire  $28 \text{ cm}^2$ . Tous les périmètres des parallélogrammes du groupe doivent être différents.
- c. Chaque membre du groupe doit construire un triangle d'aire  $25 \text{ cm}^2$ . Tous les périmètres des triangles du groupe doivent être différents.

### 2<sup>e</sup> Partie : Temps 2

- d. Déterminez l'aire du pentagone suivant.

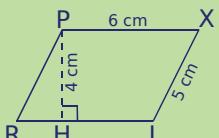
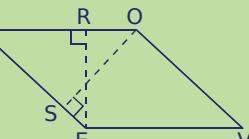
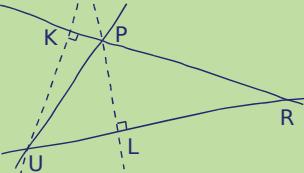
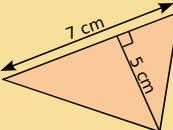
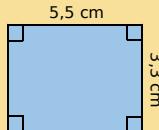
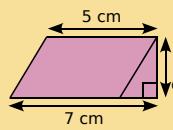


- e. Chaque membre du groupe doit construire un pentagone d'aire  $45 \text{ cm}^2$ . Tous les pentagones du groupe doivent être différents.

### 3<sup>e</sup> Partie : Temps 3

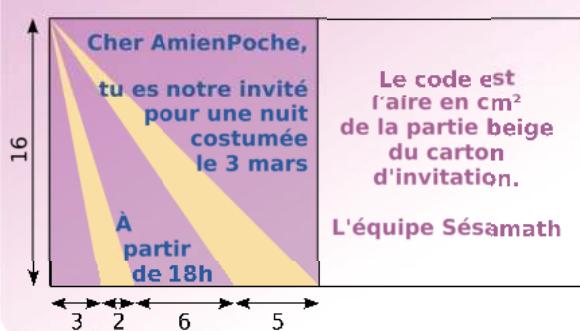
- f. Chaque membre du groupe doit construire sur une feuille quadrillée un polygone :
  - ayant cinq à dix côtés ;
  - composé de figures simples. (Vous pouvez vous aider de la question d..)
- g. Chaque membre du groupe doit calculer l'aire de sa figure (qu'il gardera secrète) puis sur une nouvelle feuille quadrillée, il ne doit tracer que les contours de son polygone.
- h. Échangez les figures de votre groupe avec celles d'un autre groupe puis calculez l'aire des figures reçues en les décomposant en figures simples.
- i. Faites parvenir à l'autre groupe vos résultats pour les vérifier.

## Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	PRIX est un parallélogramme 	Son aire est égale à $30 \text{ cm}^2$	Son aire est égale à $24 \text{ cm}^2$	Son périmètre est égal à 15 cm	Son périmètre est le même que celui d'un rectangle de longueur 6 cm et de largeur 4 cm
2	Pour calculer l'aire d'un losange CHUT de centre O...	on multiplie la longueur CH par 4	on multiplie la longueur d'un côté par celle de la hauteur associée	on calcule $\frac{CU \times HT}{2}$	on multiplie l'aire du triangle COT par 4
3	Pour calculer l'aire du parallélogramme LOVE... 	il suffit de connaître LO et OV	il suffit de connaître RE et OV	il suffit de connaître RE et LO	il suffit de connaître OS et OV
4	L'aire d'un disque de diamètre 6 cm est de...	$6\pi \text{ cm}^2$	$36 \text{ cm}^2$	$9\pi \text{ cm}^2$	$36\pi \text{ cm}^2$
5		L'aire de PUR est égale à $\frac{PR \times PU}{2}$	L'aire de PUR est égale à $\frac{UK \times KR}{2}$	L'aire de PUR est égale à $\frac{UR \times PL}{2}$	L'aire de PUR est égale à $\frac{UK \times PR}{2}$
6	Dans quel(s) cas l'aire de la surface coloriée est $18 \text{ cm}^2$ ?				

## Récréation mathématique

### Tu vas au bal ?

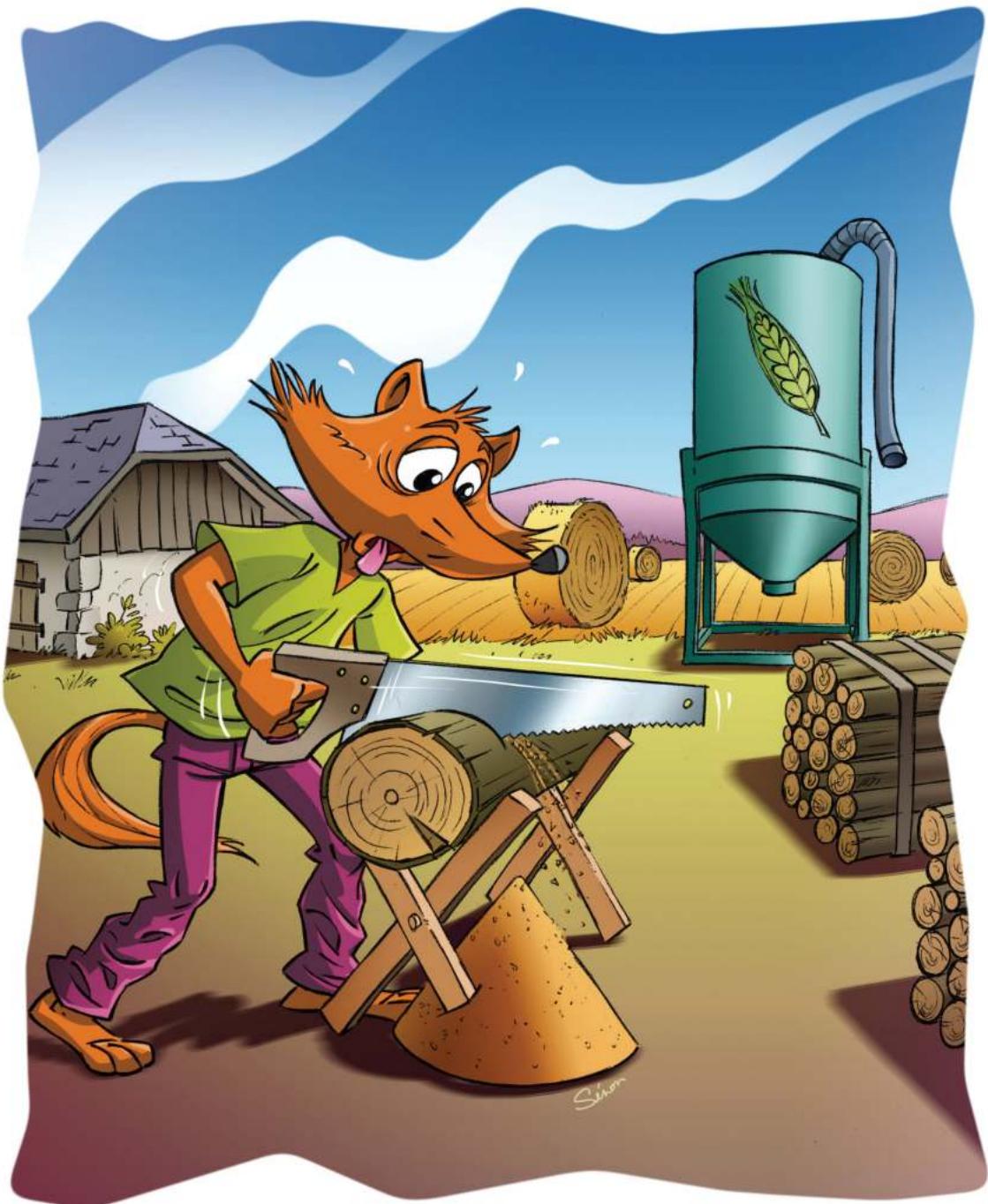


Sur le carton d'invitation rectangulaire ci-contre, toutes les longueurs sont données en centimètres. Quel est le code ?



# ▶ Aires latérales et Volumes

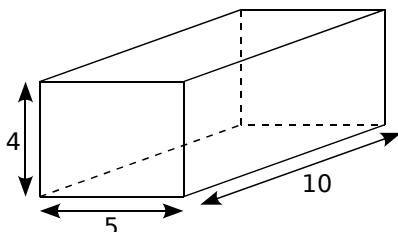
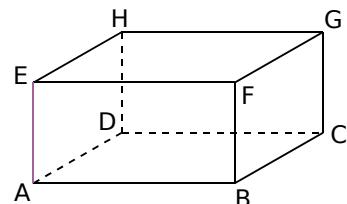
M2



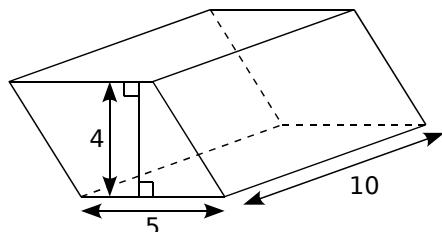
# Activités de découverte

## Activité 1 : Remplir un prisme...

1. ABCDEFGH est un pavé droit tel que  $AB = 10 \text{ cm}$ ,  $BC = 7 \text{ cm}$  et  $AE = 5 \text{ cm}$ . Calcule le volume de ce pavé.
2. Lorsqu'on regarde ce pavé droit comme un prisme ayant pour hauteur le segment  $[AE]$ , cite les bases du prisme et calcule l'aire de l'une d'entre elles.  
Dans ce cas, que représente le produit de l'aire d'une des bases par la hauteur ?
3. Les deux prismes droits suivants ont le même volume. Explique pourquoi. Propose alors une formule qui donne le volume d'un prisme droit ayant pour base un parallélogramme en utilisant l'expression « aire de la base ».

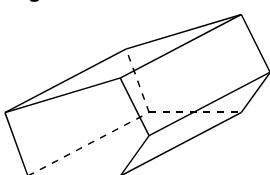
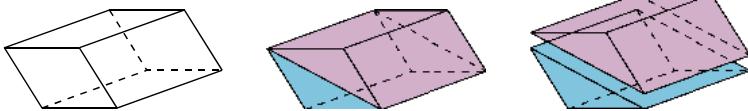


Pavé droit



Prisme droit  
ayant pour base un parallélogramme

4. Observe l'illustration ci-contre réalisée à partir d'un prisme droit ayant pour base un parallélogramme.  
Explique alors pourquoi la formule vue au 3. est encore valable pour un prisme à base triangulaire.

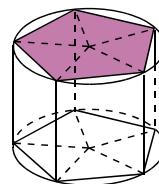
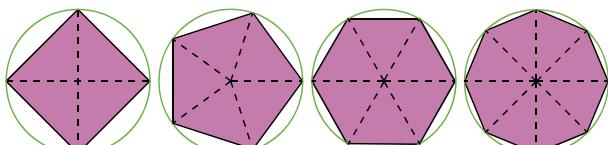


5. En t'inspirant de la question 4., « découpe » ce prisme droit à base pentagonale en prismes à bases triangulaires. La formule vue au 3. est-elle encore valable ? Pourquoi ?

6. Sachant que l'aire du pentagone est de  $15 \text{ cm}^2$  et que la hauteur de ce prisme est de 3 cm, quel est son volume ?

## Activité 2 : Vers le volume du cylindre

1. Si on augmente le nombre de côtés de ces polygones réguliers, de quelle forme vont-ils se rapprocher ?
2. Si le rayon du cercle est de 3 cm, vers quel nombre vont se rapprocher les aires de ces polygones ?
3. En t'aidant de la figure ci-contre, propose alors une formule qui donne le volume d'un cylindre de révolution en fonction de sa hauteur et du rayon d'une base.
4. Que remarques-tu ?



# Méthodes et notions essentielles

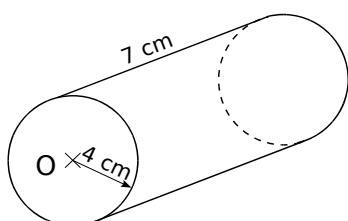
## Méthode 1 : Calculer l'aire latérale

### À connaître

Pour **calculer l'aire latérale d'un prisme droit ou d'un cylindre de révolution**, on multiplie le périmètre d'une base par la hauteur du solide :

$$A_{\text{latérale}} = P_{\text{base}} \times h.$$

**Exemple :** Détermine l'aire latérale du cylindre de révolution suivant.



On calcule le périmètre d'une base qui est un disque de rayon 4 cm :

$$P_{\text{base}} = 2 \times \pi \times 4 \text{ cm} = 8\pi \text{ cm}.$$

On multiplie le périmètre d'une base par la hauteur :

$$A_{\text{latérale}} = P_{\text{base}} \times h = 8\pi \text{ cm} \times 7 \text{ cm} = 56\pi \text{ cm}^2.$$

L'aire latérale de ce cylindre de révolution est  $56\pi \text{ cm}^2$ .

Une valeur approchée au centième près de l'aire latérale de ce cylindre de révolution est 175,93  $\text{cm}^2$ .

### Exercices « À toi de jouer »

- 1 Calcule l'aire latérale d'un prisme droit de hauteur 9 cm ayant pour base un pentagone régulier de côté 3 cm.
- 2 Calcule l'aire latérale d'un cylindre de révolution de hauteur 12 cm ayant pour base un disque de diamètre 6 cm.

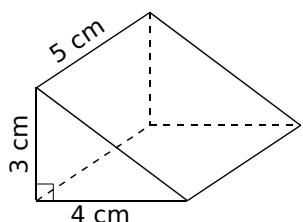
## Méthode 2 : Calculer le volume

### À connaître

Pour **calculer le volume d'un prisme droit ou d'un cylindre de révolution**, on multiplie l'aire d'une base par la hauteur du solide :

$$V = A_{\text{base}} \times h.$$

**Exemple :** Détermine le volume du prisme droit suivant.



On calcule l'aire d'une base qui est un triangle rectangle :

$$A_{\text{base}} = \frac{4 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}}{2} = \frac{12 \text{ cm}^2}{2} = 6 \text{ cm}^2.$$

On multiplie l'aire d'une base par la hauteur :

$$V = A_{\text{base}} \times h = 6 \text{ cm}^2 \times 5 \text{ cm} = 30 \text{ cm}^3.$$

Le volume de ce prisme droit est 30  $\text{cm}^3$ .

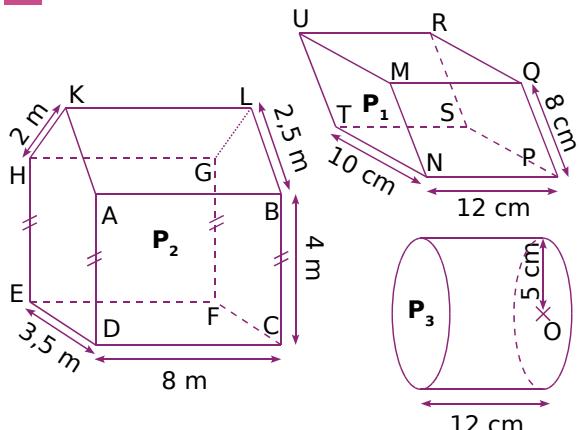
### Exercices « À toi de jouer »

- 3 Calcule le volume d'un prisme droit de hauteur 8 cm ayant pour base un rectangle de longueur 5 cm et de largeur 3 cm.
- 4 Calcule le volume d'un cylindre de révolution de hauteur 4,5 cm ayant pour base un disque de diamètre 10 cm.

# Exercices d'entraînement

Sauf mention contraire, les prismes sont des prismes droits et les cylindres, des cylindres de révolution.

## 1 Reconnaître la base



**P<sub>1</sub>** et **P<sub>2</sub>** sont des prismes et **P<sub>3</sub>** est un cylindre. Pour chacun de ces trois solides, nomme une base et calcule son périmètre.

## 2 Calcule le périmètre des bases puis l'aire latérale des solides suivants.

Solide	Base	Hauteur
Prisme 1	Carré de côté 6 cm	12 cm
Prisme 2	Rectangle de 8 m sur 2,5 m	1,5 m
Cylindre	Rayon de base 3 cm	2,5 dm

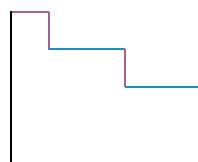
## 3 Ne pas se fier à la taille et à la forme

a. **P<sub>1</sub>** est un prisme de hauteur 8 cm ayant pour base un pentagone dont tous les côtés mesurent 14,4 cm. **P<sub>2</sub>** est un prisme de hauteur 6 cm ayant pour base un triangle équilatéral de côté 32 cm. Compare les aires latérales de ces deux prismes.

b. **C<sub>1</sub>** est un cylindre de rayon de base 18 cm et de hauteur 10 cm, **C<sub>2</sub>** est un cylindre de rayon de base 6 cm et de hauteur 30 cm et **C<sub>3</sub>** est un cylindre de rayon de base 12 cm et de hauteur 15 cm. Calcule et compare leurs aires latérales.

## 4 Plan d'une surface

Sur le schéma ci-contre, les segments roses mesurent 0,5 cm, les bleus mesurent 1 cm et tous les angles sont droits.



Représente la surface latérale d'un prisme droit qui a ce polygone pour base et une hauteur de 9 cm, puis calcule son aire.

**5** Calcule, pour chaque question, la dimension demandée.

- a. L'aire latérale d'un cylindre de rayon de base 5 cm et de hauteur 20 cm.
- b. L'aire latérale d'un prisme qui a pour base un carré de côté 8 cm et pour hauteur 20 cm.
- c. Le rayon de la base d'un cylindre de hauteur 18 cm et d'aire latérale 1 570 cm<sup>2</sup>.
- d. La largeur d'un rectangle dont la longueur est 15 cm et qui forme l'une des bases d'un prisme de hauteur 45 cm et d'aire latérale 18 dm<sup>2</sup>.

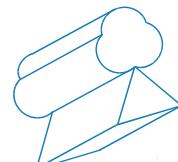
## 6 Pour le peintre

Un tuyau de transport du pétrole (pipeline) a la forme d'un cylindre de diamètre intérieur 60 cm et de diamètre extérieur 65 cm. La longueur du pipeline qui va de la raffinerie au port est de 850 m. Une entreprise de peinture demande 15,85 € par m<sup>2</sup> pour la pose et la fourniture d'un revêtement spécial anti-corrosion à l'intérieur et à l'extérieur de ce pipeline.

Calcule le montant, au centime d'euro près, des travaux qu'effectuera cette entreprise.

## 7 Formes complexes

a. Le dessin ci-contre représente un objet à décorer. Les parties arrondies sont des demi-cylindres de rayon de base 2 cm. Le socle est un prisme ayant pour base un triangle équilatéral de côté 5 cm. L'épaisseur de cet objet est 8 cm. Calcule son aire latérale.



b. Même question pour l'étoile ci-contre dont les branches mesurent 3 cm de côté et dont l'épaisseur est de 4 cm.



## 8 Aire latérale et proportionnalité

Trois cylindres ont pour hauteur 20 cm et pour rayons de la base respectivement 2 cm, 5 cm et 8 cm.

- a. Construis un tableau faisant apparaître le rayon et l'aire latérale de chaque cylindre. Obtiens-tu un tableau de proportionnalité ?
- b. Deux cylindres ont pour hauteur 20 cm et pour rayons de base 80 cm et 22 cm. Utilise la question précédente pour calculer mentalement l'aire latérale de ces cylindres.

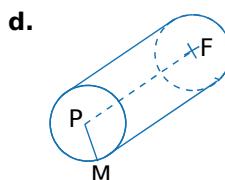
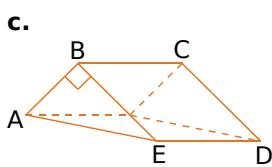
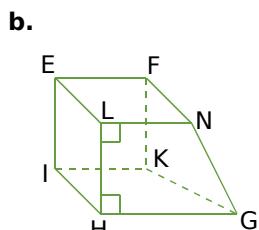
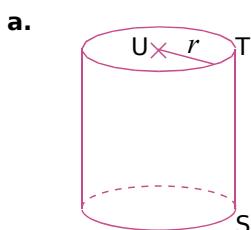
# Exercices d'entraînement

## 9 Les unités de volume

- a. Convertis les volumes suivants en  $\text{cm}^3$  :  
 2 345  $\text{mm}^3$  ; 3,7  $\text{dm}^3$  ; 0,087  $\text{m}^3$  ; 3 L ; 15 cL.
- b. Convertis les volumes suivants en cL :  
 125 mL ; 0,75 L ; 25  $\text{cm}^3$  ; 48,25 dL ; 2  $\text{dm}^3$ .

## 10 Bien observer

On a représenté ci-dessous des prismes droits et des cylindres de révolution. Donne la nature des bases et nomme une hauteur dans chaque cas.

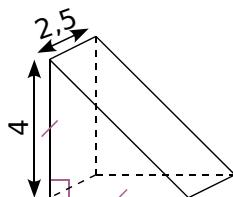


## 11 Appliquer les formules

- a. Un prisme droit de hauteur 10 cm a pour base un polygone d'aire 7,4  $\text{cm}^2$ . Calcule son volume.
- b. Un cylindre de révolution de hauteur 11 mm a pour base un disque d'aire 0,9  $\text{cm}^2$ . Calcule son volume en  $\text{mm}^3$ .

- 12** Le dessin ci-dessous représente un prisme droit dont la base est un triangle rectangle isocèle. (L'unité est le centimètre.)

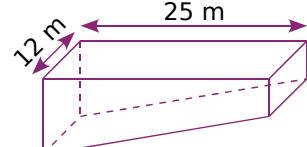
- a. Quelle est la hauteur de ce prisme ?
- b. Calcule l'aire d'une base.
- c. Calcule le volume du prisme.



- 13** Un seau a la forme d'un cylindre de révolution. Le fond du seau est un disque de diamètre 30 cm. Sa hauteur mesure 4,5 dm. Quelle est, en litres, la contenance de ce seau ?

## 14 Piscine

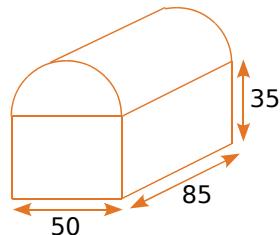
Une piscine a la forme du prisme droit ci-contre. Sa profondeur va de 0,80 m à 2,20 m.



- a. Quel volume d'eau contient-elle ?
- b. Sachant que le robinet d'eau qui permet de la remplir a un débit de 15 L par minute, combien de temps faut-il pour la remplir ?

## 15 Un coffre ancien

Un coffre ancien est composé d'un pavé droit surmonté d'un demi-cylindre. (L'unité est le centimètre.) Calcule le volume de ce coffre arrondi au  $\text{cm}^3$ .

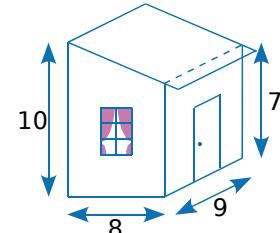


## 16 Choix d'un poêle

On veut chauffer la maison représentée ci-contre à l'aide d'un poêle à bois. (L'unité est le mètre.)

Les caractéristiques de ce poêle à bois sont :

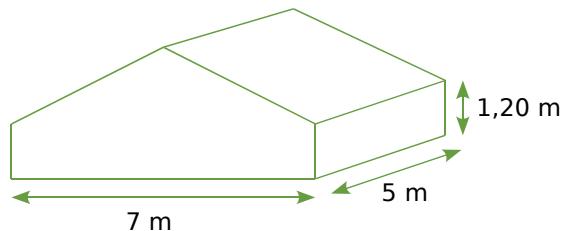
- puissance : 10 000 W ;
- volume de chauffe : 420  $\text{m}^3$  ;
- dimensions en cm :  $l = 71$ ,  $h = 126$  et  $P = 44$ .



La capacité du poêle choisi est-elle suffisante ?

## 17 Hauteur d'une pièce

Le volume de la pièce mansardée ci-dessous est de 77  $\text{m}^3$ .



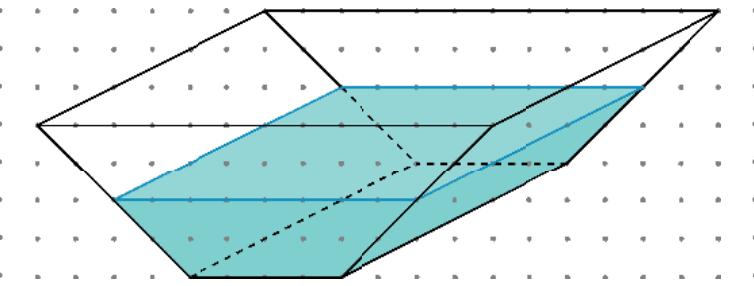
Quelle est sa hauteur au point le plus haut ?

- 18** Un récipient cylindrique de diamètre 5 cm et de hauteur 10 cm est rempli d'eau aux  $\frac{5}{6}$  de sa hauteur.  
 Peut-on y plonger un cube d'arête 31 mm sans que l'eau ne déborde ? Explique ta réponse.

# Exercices d'approfondissement

- 19** Un tombereau a la forme d'un prisme droit dont la base est un trapèze isocèle de petite base 40 cm et de grande base 120 cm. On l'a représenté en perspective cavalière sur papier pointé.

Sachant que ce tombereau est profond de 100 cm et haut de 40 cm, détermine le volume de la partie bleue correspondant au tombereau rempli à mi-hauteur.



- 20 Cylindre et proportionnalité**

On a représenté sur la figure ci-dessous un cylindre de hauteur  $h$  et dont le rayon de la base est  $r$ .

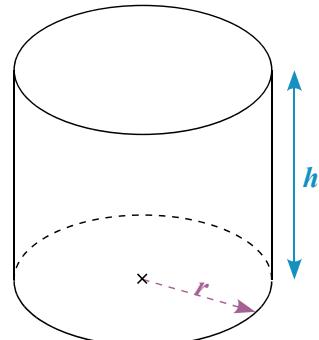
On rappelle que le volume d'un cylindre est donné par la formule :

$$V_{\text{cylindre}} = \text{aire d'une base} \times \text{hauteur}$$

- a. Calcule le volume exact en  $\text{cm}^3$  d'un cylindre de hauteur 15 cm et dont le rayon de la base est 10 cm. Donne une valeur approchée du résultat en litres au dixième.

- b. À l'aide d'un tableur, reproduis la feuille de calcul suivante.

	A	B
1	Hauteur (en cm)	15
2	Rayon de la base (en cm)	10
3	Volume du cylindre (en $\text{cm}^3$ )	
4	Volume du cylindre (en L)	



- c. Programme les cellules B3 et B4 qui te permettront de calculer le volume du cylindre en  $\text{cm}^3$  et en litres, connaissant sa hauteur et le rayon de la base.

**1<sup>er</sup> cas :** Dans les questions d. à f., on s'intéresse à un cylindre de hauteur 15 cm.

- d. Recopie puis complète le tableau suivant à l'aide de la feuille de calcul.

Rayon de la base (en cm)	2	6	10	12	15	16	20
Volume du cylindre (en L)							

- e. En observant le tableau de la question d., que dire du volume du cylindre si le rayon de la base est doublé ?

- f. À partir du tableau de la question d., réalise un graphique représentant respectivement le volume d'un cylindre en fonction du rayon de la base.

Le volume d'un cylindre dont la hauteur est donnée est-il proportionnel au rayon de la base ?

**2<sup>e</sup> cas :** Dans les questions g. à i., on s'intéresse à un cylindre dont le rayon de la base est 10 cm.

- g. Recopie puis complète le tableau suivant à l'aide de la feuille de calcul.

Hauteur (en cm)	10	12	15	20	25	40	50
Volume du cylindre (en L)							

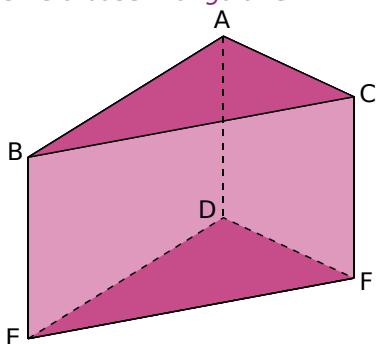
- h. En observant le tableau de la question g., que dire du volume du cylindre si sa hauteur est doublée ?

- i. À partir du tableau de la question g., réalise un graphique représentant le volume d'un cylindre en fonction de sa hauteur.

Le volume d'un cylindre dont le rayon de la base est donné est-il proportionnel à sa hauteur ?

# Exercices d'approfondissement

## 21 Prisme à base triangulaire



ABCDEF est un prisme droit dont la base est un triangle rectangle en A tel que  $AB = 4 \text{ cm}$ ,  $AC = 3 \text{ cm}$  et  $BC = 5 \text{ cm}$ .

La hauteur de ce prisme varie. On note  $x$  la hauteur de ABCDEF, en cm.

- a. Pour une hauteur de 7 cm, calcule le volume de ce prisme droit.
- b. Donne une expression du volume du prisme pour une hauteur de  $x$  cm.

- c. Calcule ce volume pour  $x = 4$  et  $x = 8$ . Que remarques-tu ?
- d. Est-il possible d'obtenir un prisme de volume  $60 \text{ cm}^3$ ? Si oui, quelle est alors sa hauteur ?
- e. Même question pour des volumes de  $21 \text{ cm}^3$  et  $40 \text{ cm}^3$ .
- f. Trace un rectangle à main levée pour représenter la surface latérale de ce prisme et indique ses dimensions.
- g. Peux-tu distinguer la longueur et la largeur de ce rectangle ?
- h. Construis cette aire latérale en vraie grandeur lorsque la hauteur du prisme est de 7,5 cm.
- i. Exprime son aire latérale en fonction de  $x$ .
- j. Calcule cette aire latérale pour  $x = 4$  et  $x = 8$ . Que remarques-tu ?
- k. Est-il possible d'obtenir un prisme d'aire latérale  $30 \text{ cm}^2$ ? Si oui, quelle est alors sa hauteur ?

## Travailler en groupe

### Solides de même volume

#### 1<sup>re</sup> Partie :

Tom calcule le volume d'un cylindre. Après avoir effectué quelques calculs de tête, il tape sur sa calculatrice :  $\pi \times 72$ .

- a. Rappelez la formule du volume d'un cylindre.
- b. Sachant que le rayon et la hauteur sont des nombres entiers de centimètres, dessinez à main levée un patron de chacun des cylindres possibles.
- c. Recopiez et complétez le tableau suivant avec une ligne par cylindre.

Cylindre	Rayon	Hauteur	Aire latérale	Volume
...	...	...	...	...

- d. Organisez le groupe pour construire le plus rapidement possible un patron d'un cylindre de révolution de volume  $4800\pi \text{ mm}^3$  et d'aire latérale  $1200\pi \text{ mm}^2$ .

#### 2<sup>e</sup> Partie :

Tom étudie maintenant un prisme droit de hauteur  $\pi \text{ cm}$  ayant pour base un parallélogramme de côtés 7 cm et 5 cm.

- e. Dessinez un patron d'un tel prisme et calculez son aire latérale.
- f. En vous aidant de la question c., trouvez un cylindre de révolution ayant la même aire latérale et dessinez-en un patron.
- g. Un prisme droit dont la base est un triangle équilatéral de côté 4 cm a la même aire latérale. Calculez sa hauteur.
- h. Organisez le groupe pour dessiner en perspective cavalière le plus possible de solides d'aire latérale  $36\pi \text{ cm}^2$  et classez-les en fonction de la forme de leur base.

## Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	Quelles sont les affirmations vraies ?	Deux prismes de même volume ont la même aire latérale	Doubler la hauteur d'un prisme fait doubler son aire latérale	Doubler la hauteur d'un prisme fait doubler son volume	Doubler le rayon de base d'un cylindre fait doubler son volume
2		La base est un triangle rectangle isocèle	La base est un rectangle	$V = ab^2$	$V = \frac{ab^2}{2}$
3	Ce solide est un prisme droit de volume $V$ (en $\text{cm}^3$ )	Si $a = b = 3 \text{ cm}$ alors $V = 27 \text{ cm}^3$	Si $a = b = 3 \text{ cm}$ alors $V = 13,5 \text{ cm}^3$	Si $a = b = 3 \text{ cm}$ alors $V = 27\pi \text{ cm}^3$	Si $a = b = 3 \text{ cm}$ alors $V = 13,5\pi \text{ cm}^3$
4		L'aire de la base est $2\pi R$	Le volume du cylindre est $2\pi R^2 h$	L'aire latérale du cylindre est $2\pi Rh$	L'aire de la base est $\pi R^2$
5		Si $R = 2 \text{ cm}$ et $h = 4 \text{ cm}$ alors $V = 16\pi \text{ cm}^3$	Si $R = 2 \text{ cm}$ et $h = 4 \text{ cm}$ alors $A = 16\pi \text{ cm}^2$	Si $R = 4 \text{ cm}$ et $h = 2 \text{ cm}$ alors $A = 16\pi \text{ cm}^2$	Si $R = 4 \text{ cm}$ et $h = 2 \text{ cm}$ alors $V = 16\pi \text{ cm}^3$
6	Ce solide est un cylindre de volume $V$ (en $\text{cm}^3$ ) et d'aire latérale $A$ (en $\text{cm}^2$ )	Si $R = 3 \text{ cm}$ et $V = 9\pi \text{ cm}^3$ alors $h = 1 \text{ cm}$	Si $R = 1 \text{ cm}$ et $A = 4\pi \text{ cm}^2$ alors $h = 1 \text{ cm}$	Si $A = V$ alors $R = 2 \text{ cm}$	Si $A = V$ alors $R = 1 \text{ cm}$
7	L'aire latérale d'un cube d'arête $c$ est...	$4c^2$	$c^3$	$4c^3$	$2c^2$

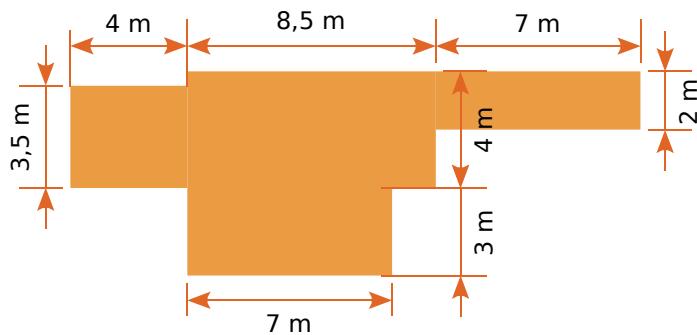
## Pour aller plus loin

### Comme des spationautes

La station orbitale Mep est constituée de quatre pièces rectangulaires dont les dimensions sont données ci-dessous. Sa hauteur est de 2,31 m.

Aide l'équipe à prévoir l'oxygène nécessaire en calculant le volume de la station.

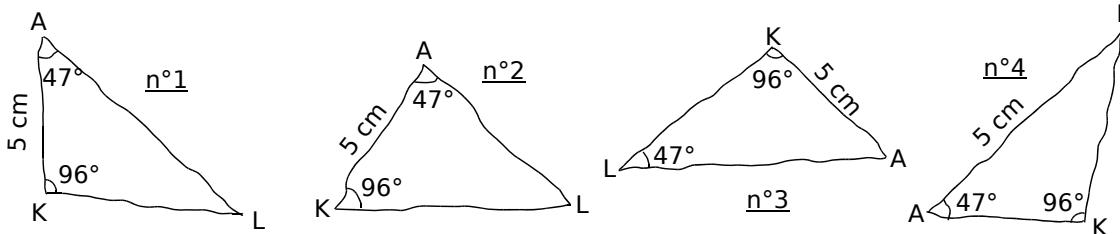
Attention ! Il n'y a pas de calculatrice dans la station.



## Activité 1 : Une figure à main levée... à l'œil ouvert

### 1. Un triangle

Un professeur demande à ses élèves de tracer une figure à main levée d'un triangle AKL tel que  $AK = 5 \text{ cm}$ ,  $\widehat{LAK} = 47^\circ$  et  $\widehat{LKA} = 96^\circ$ . Voici les figures de quatre élèves :

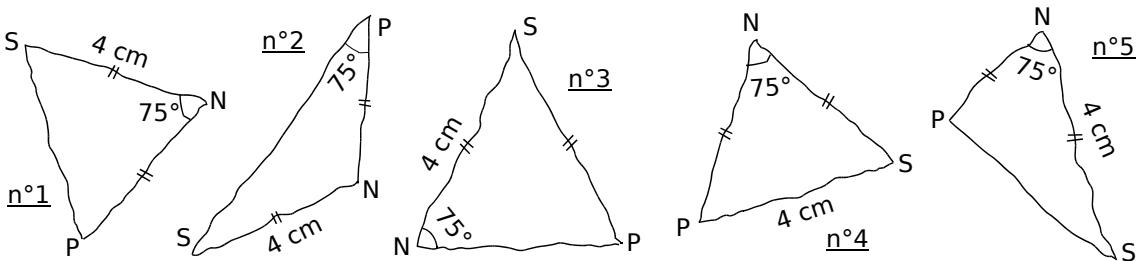


a. Selon toi, lesquelles de ces figures représentent correctement le triangle AKL ? Pourquoi ?

b. En commençant par le segment [AK], trace en vraie grandeur le triangle AKL.

### 2. Un triangle particulier

Un professeur demande à ses élèves de faire une figure à main levée d'un triangle NPS isocèle en N tel que  $NS = 4 \text{ cm}$  et  $\widehat{SNP} = 75^\circ$ . Voici les figures de cinq élèves :



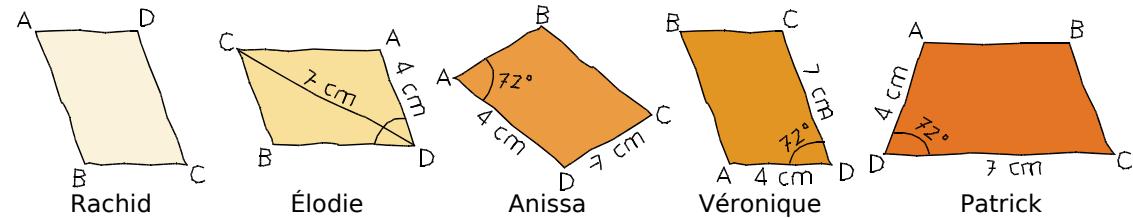
a. Selon toi, lesquelles de ces figures représentent correctement le triangle NPS ? Pourquoi ?

b. Écris une consigne correspondant aux autres figures.

c. En commençant par le segment [NS], trace en vraie grandeur le triangle NPS.

### 3. Un parallélogramme

Un professeur demande à ses élèves de faire une figure à main levée d'un parallélogramme ABCD tel que  $AD = 4 \text{ cm}$ ,  $DC = 7 \text{ cm}$ ,  $\widehat{ADC} = 72^\circ$ . Voici les figures de cinq élèves :



a. Quels sont les élèves qui ont schématisé correctement l'énoncé ? Pour les figures fausses, explique l'erreur commise.

b. Construis en vraie grandeur le parallélogramme ABCD.

4. On fait le point !

Pour faire un schéma à main levée :

- on trace sans instrument la figure, en « respectant au mieux » la nature des angles (aigus, obtus ou droit), le parallélisme, l'alignement, etc ;
- on écrit les longueurs et les mesures des angles donnés dans l'énoncé ;
- on code le schéma (égalités de longueurs ou d'angles, angles droits) ;
- on nomme les objets (points, droites, cercles).

Applications : Trace à main levée les figures suivantes.

- Un triangle BEL isocèle en E tel que  $EL = 4 \text{ cm}$  et  $\widehat{BEL} = 70^\circ$ .
- Un losange LONG tel que  $LG = 5 \text{ cm}$  et  $LN = 7,5 \text{ cm}$ .

## Activité 2 : Maths et mots

L'exercice dont tu vas étudier l'énoncé utilise des définitions et propriétés que tu peux trouver dans la rubrique « **L'essentiel des propriétés utiles aux démonstrations** », à la fin du manuel.

1. Lis entièrement l'énoncé de l'exercice suivant.

On considère un triangle CLE rectangle en L, tel que  $\widehat{LCE} = 30^\circ$ . La bissectrice de l'angle  $\widehat{CEL}$  coupe le segment [CL] en un point R.

- Fais une figure en vraie grandeur.
- Quelle conjecture peux-tu faire sur la nature du triangle REC ?
- Démontre que l'angle  $\widehat{CEL}$  mesure  $60^\circ$ .
- Détermine alors la mesure de l'angle  $\widehat{CER}$ .
- Que peux-tu en déduire pour le triangle REC ? Explique ta réponse.
- Calcule la mesure de l'angle  $\widehat{CRE}$ . Justifie ta réponse.

2. Avant de réaliser la figure demandée à la question a., il est conseillé d'effectuer au brouillon un **schéma à main levée**. Quel est l'intérêt d'un tel schéma ? Quel avantage peut apporter une **figure en vraie grandeur** ? À quelle(s) question(s) de cet exercice pourrais-tu répondre sans figure en vraie grandeur mais avec un schéma à main levée ?

- Que signifie le mot « **conjecture** » utilisée question b. ?
- Cite d'autres mots ayant la même signification que « **démontrer** ».
- Quel est le sens du mot « **détermine** » dans la question d. ?
- Peux-tu répondre à la question d. sans avoir réussi la question c. ? Pourquoi ?
- Que signifie le verbe « **en déduire** », employé à la question e. ?
- Explique la différence entre « **mesurer un angle** » et « **calculer un angle** ».
- Rédige à présent entièrement la solution de cet exercice.

## Activité 3 : Stratégies pour répondre à un QCM

- On considère deux Questionnaires à Choix Multiples (**QCM**) précédés de leur consigne.

### QCM A

Aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées, mais une seule est exacte. Une réponse fausse retire 0,5 point, une bonne réponse rapporte 1 point, l'absence de réponse ne retire aucun point.

Pour chacune des trois questions, indiquer le numéro de la question et recopier la réponse exacte.

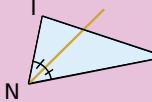
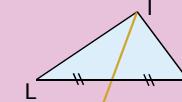
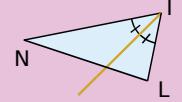
	R1	R2	R3
1 Un ouvrier gagne 12 € de l'heure. Hier, il a gagné 90 €. Il a donc travaillé...	7 heures et 50 minutes	7 heures	7 heures et 30 minutes
2 Un angle mesurant 100° est...	aigu	obtus	plat
3 $83,2 + 14,31 = \dots$	97,33	22,63	97,51

### QCM B

Aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées.

Une réponse fausse entraîne 0 point à la question. Si la (ou les) bonne(s) réponse(s) est (sont) donnée(s) à une question, cela rapporte un point. L'absence de réponse ne retire pas de point.

Pour chacune des trois questions, indiquer le numéro de la question et recopier la (ou les) réponse(s) correcte(s).

	R1	R2	R3
1 Si MILK est un rectangle alors...	(MI) ⊥ (IK)	(MI) ⊥ (MK)	(LK) // (IM)
2 Sur quelle(s) figure(s) la demi-droite orange n'est-elle pas la bissectrice de l'angle $\widehat{LIN}$ ?			
3 $\frac{16}{18}$ est égal à...	$\frac{32}{36}$	$\frac{116}{118}$	$\frac{24}{27}$

### 1. Bien lire la consigne

- Pour le **QCM A**, est-il possible que plusieurs réponses proposées pour une même question soient correctes ? Et pour le **QCM B** ?
- Au **QCM A**, Jules a bien répondu à la question 1, s'est trompé à la question 2 et n'a rien répondu à la question 3. Quelle sera sa note ? Même question pour le **QCM B**. En cas de doute sur une réponse du **QCM A**, vaut-il mieux ne rien répondre ou bien prendre le risque de se tromper ? Et pour le **QCM B** ?

### 2. Rendre sa recherche efficace

Établis une liste de stratégies pour répondre à un **QCM**, en t'appuyant éventuellement sur les **QCM A** et **B**. Par exemple, faire un schéma à main levée, faire les calculs au brouillon, repérer les propositions manifestement incorrectes, etc.

### 3. Applications

- Résous ces deux **QCM** en expliquant pour chaque question la stratégie employée.
- Certaines propositions incorrectes correspondent à des erreurs fréquentes. Peux-tu en détecter certaines ?

# Correction des exercices "À toi de jouer"

## Chapitre N1 Priorités, distributivité

### 1 Signe de l'opération prioritaire

$$\begin{array}{l} 7 + 25 \times 2 - 9 \\ 28 - (5 + 6 \times 3) \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} 7 \times [4 + (1 + 2) \times 5] \end{array} \right.$$

### 2 Les calculs en cours sont soulignés

$$\begin{array}{lll} B = \underline{18 - 3} + 5 & C = 45 - \underline{3 \times 7} & E = 120 - (\underline{4 + 5} \times 7) \\ B = \underline{15} + 5 & C = \underline{45} - \underline{21} & E = 120 - (\underline{4} + \underline{35}) \\ B = \textcolor{red}{20} & C = \textcolor{red}{24} & E = \underline{120 - 39} \\ & & E = \textcolor{red}{81} \end{array}$$

### 3 Calculs

$$\begin{array}{ll} G = \frac{15+9}{5-2} & H = \frac{6 \times 4 + 2}{5 \times 2} \\ G = \frac{24}{3} & H = \frac{24+2}{10} \\ G = \textcolor{red}{8} & H = \frac{26}{10} \\ & H = \textcolor{red}{2,6} \\ K = \frac{12-(9-5)}{(7-5) \times 4} & L = \frac{(6-4) \times (7-2)}{8 \times 5 \div 4} \\ K = \frac{12-4}{2 \times 4} & L = \frac{2 \times 5}{40 \div 4} \\ K = \frac{8}{8} & L = \frac{10}{10} \\ K = \textcolor{red}{1} & L = \textcolor{red}{1} \end{array}$$

### 4 Développement

$$\begin{array}{l} 25 \times (2 + 7) = 25 \times \textcolor{red}{2} + 25 \times \textcolor{red}{7} \\ 4 \times (8 - 3) = \textcolor{red}{4} \times 8 - \textcolor{red}{4} \times 3 \\ 7 \times (27 + \textcolor{red}{4}) = \textcolor{red}{7} \times 27 + 7 \times 4 \\ \textcolor{red}{11} \times (5 - 2) = 11 \times 5 - \textcolor{red}{11} \times 2 \end{array}$$

### 5 Calcul mental

$$\begin{array}{ll} 15 \times (100 + 2) & 4 \times (25 - 3) \\ = 15 \times 100 + 15 \times 2 & = 4 \times 25 - 4 \times 3 \\ = 1\,500 + 30 & = 100 - 12 \\ = \textcolor{red}{1\,530} & = \textcolor{red}{88} \\ 20 \times (10 - 1) & 25 \times (8 - 2) \\ = 20 \times 10 - 20 \times 1 & = 25 \times 8 - 25 \times 2 \\ = 200 - 20 & = 200 - 50 \\ = \textcolor{red}{180} & = \textcolor{red}{150} \end{array}$$

### 6 Facteur commun entouré

$$\begin{array}{ll} \textcolor{red}{14} \times 30 + \textcolor{red}{14} \times 5 & 37 \times \textcolor{red}{57} - 2 \times \textcolor{red}{57} \\ \textcolor{red}{22} \times 17 - \textcolor{red}{22} \times 3 & \textcolor{red}{67} \times 2 + 3 \times \textcolor{red}{67} \end{array}$$

### 7 Factorisation

$$\begin{array}{l} 5 \times 8 + 5 \times 7 = 5 \times (\textcolor{red}{8} + \textcolor{red}{7}) \\ 14 \times 45 - 14 \times 15 = 14 \times (\textcolor{red}{45} - \textcolor{red}{15}) \\ 24 \times \textcolor{red}{10} + 24 \times 4 = \textcolor{red}{24} \times (10 + 4) \\ \textcolor{red}{12} \times 7 - \textcolor{red}{12} \times 2 = 12 \times (\textcolor{red}{7} - 2) \end{array}$$

## Chapitre N2 Nombres en écriture fractionnaire

### 1 On écrit les fractions avec le même dénominateur

$$\begin{array}{l} \frac{21}{18} = \frac{21 \times 2}{18 \times 2} = \frac{42}{36} \quad \left| \begin{array}{l} \frac{5}{4} = \frac{5 \times 9}{4 \times 9} = \frac{45}{36} \\ \text{On a donc : } \frac{42}{36} < \frac{43}{36} < \frac{45}{36} \\ \text{d'où } \frac{21}{18} < \frac{43}{36} < \frac{5}{4}. \end{array} \right. \end{array}$$

### 2 On distingue les fractions

inférieures à 1 :	supérieures à 1 :
$\frac{6}{13}, \frac{2}{13}, \frac{11}{13}$	$\frac{9}{7}, \frac{17}{7}$

On classe les fractions par ordre décroissant en commençant par celles supérieures à 1 :

$$\frac{17}{7} > \frac{9}{7} > \frac{11}{13} > \frac{6}{13} > \frac{2}{13}.$$

### 3 Calculs

$$\begin{array}{ll} B = \frac{3}{5} + \frac{7}{20} & C = \frac{67}{11} - 5 \\ B = \frac{3 \times 4}{5 \times 4} + \frac{7}{20} & C = \frac{67}{11} - \frac{5 \times 11}{1 \times 11} \\ B = \frac{12}{20} + \frac{7}{20} & C = \frac{67}{11} - \frac{55}{11} \\ B = \frac{19}{20} & C = \frac{12}{11} \end{array}$$

### 4 Calculs

$$\begin{array}{l} F = \frac{8}{37} \times \frac{37}{3} \times \frac{5}{8} = \frac{8 \times 37 \times 5}{37 \times 3 \times 8} = \frac{5}{3} \\ G = \frac{3,5}{0,3} \times \frac{1,08}{7} = \frac{7 \times 0,5 \times 0,3 \times 3,6}{0,3 \times 7} = \textcolor{red}{1,8} \\ H = \frac{22}{18} \times \frac{6}{11} = \frac{11 \times 2 \times 6}{6 \times 3 \times 11} = \frac{2}{3} \end{array}$$

### 5 Fraction lue par chacun

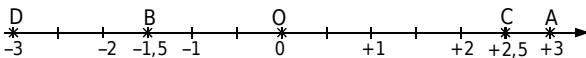
$$\begin{array}{ll} R = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} & B = \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} \\ R = \frac{2 \times 1}{5 \times 2 \times 2} & B = \frac{1 \times 2}{2 \times 2 \times 5} \\ R = \frac{1}{10} & B = \frac{1}{10} \end{array}$$

Raphaël et Benoist ont lu la même fraction du livre, c'est-à-dire  $\frac{1}{10}$ .

# Correction des exercices "À toi de jouer"

## Chapitre N3 Nombres relatifs

### 1 Sur une droite graduée tracée à l'échelle 3/5



Les **abscisses** des points A et D sont **opposées** donc les **points** A et D sont **symétriques** par rapport à l'origine du repère.

### 2 Lecture d'abscisses

Les abscisses des points E, F, G, H et I sont respectivement : **- 2 ; - 0,5 ; 1,5 ; 2 et 3,5**.

### 3 Les distances à zéro

Les distances à zéro des nombres **+ 5,7 ; - 5,8 ; + 64,78 et - 123,4** sont respectivement :

**5,7 ; 5,8 ; 64,78 et 123,4.**

### 4 Comparaison de nombres relatifs :

$$\begin{array}{l|l|l} +5 < +9 & -6 > -12 & +5,1 > -5,3 \\ -3 < +8 & -5 > -9 & -6,2 > -6,4 \end{array}$$

### 5 Ordre croissant

$$\begin{aligned} -7 &< -5 < 0 < +5 < +12 \\ -24 &< -4,2 < -4 < -2,4 < 0 < +2,4 \\ -3,23 &< -2,42 < -2,4 < +2,3 < +2,33 \end{aligned}$$

### 6 Calculs

$$\begin{aligned} C &= (-11) + (-9) & F &= (-10,8) + (+2,5) \\ C &= -20 & F &= -8,3 \\ D &= (+12) + (-15) & G &= (+25,2) + (-15,3) \\ D &= -3 & G &= +9,9 \\ E &= (+1) + (+3) + (-2) & H &= (-21,15) + (+21,15) \\ E &= (+4) + (-2) & H &= 0 \\ E &= +2 \end{aligned}$$

### 7 De la soustraction à l'addition

$$\begin{aligned} (+5) - (-6) &= (+5) + (+6) \\ (-3) - (+2) &= (-3) + (-2) \\ (+4) - (+8) &= (+4) + (-8) \\ (-7) - (-3,8) &= (-7) + (+3,8) \\ (-2,3) - (+7) &= (-2,3) + (-7) \\ (+6,1) - (-2) &= (+6,1) + (+2) \end{aligned}$$

### 8 Calculs

$$\begin{aligned} (+3) - (-6) &= (+3) + (+6) \\ &= +9 \\ (-3) - (-3) &= (-3) + (+3) \\ &= 0 \\ (+7) - (+3) &= (+7) + (-3) \\ &= +4 \end{aligned} \quad \begin{aligned} (-5) - (+12) &= (-5) + (-12) \\ &= -17 \\ (+2,1) - (+4) &= (+2,1) + (-4) \\ &= -1,9 \\ (-7) - (+8,25) &= (-7) + (-8,25) \\ &= -15,25 \end{aligned}$$

### 9 Distances

$$\begin{aligned} KL &= (+2) - (-2,5) \\ KL &= (+2) + (+2,5) \\ KL &= 4,5 \\ LM &= (-1) - (-2,5) \\ LM &= (-1) + (+2,5) \\ LM &= 1,5 \\ MN &= (+3,5) - (-1) \\ MN &= (+3,5) + (+1) \\ MN &= 4,5 \end{aligned}$$

### 10 Distances

$$\begin{aligned} RS &= (+4,5) - (-2,3) \\ RS &= (+4,5) + (+2,3) \\ RS &= 6,8 \\ ST &= (-2,3) - (-6,8) \\ ST &= (-2,3) + (+6,8) \\ ST &= 4,5 \end{aligned} \quad \begin{aligned} RT &= (+4,5) - (-6,8) \\ RT &= (+4,5) + (+6,8) \\ RT &= 11,3 \end{aligned}$$

## Chapitre N4 Calcul littéral

### 1 Simplification d'écriture

$$\begin{aligned} B &= b \times a & C &= 5 \times x \times x \times x \\ B &= ba & C &= 5x^3 \\ D &= (3,7 \times y - 1,5 \times z + 0,4 \times 3,5) \times 9 \\ D &= 9(3,7y - 1,5z + 0,4 \times 3,5) \end{aligned}$$

### 2 Replace les signes ×

$$\begin{aligned} E &= 12ac + 35ab - 40bc \\ E &= 12 \times a \times c + 35 \times a \times b - 40 \times b \times c \\ F &= 1,2abc \\ F &= 1,2 \times a \times b \times c \\ G &= 5,6(x^2 - 2,5y + 32) \\ G &= 5,6 \times (x \times x - 2,5 \times y + 32) \end{aligned}$$

### 3 Calculs

$$\begin{aligned} \text{Pour } x = 2 : \\ E &= 3x(x+5) & F &= 7x - x^2 \\ E &= 3 \times 2 \times (2+5) & F &= 7 \times 2 - 2 \times 2 \\ E &= 6 \times 7 & F &= 14 - 4 \\ E &= 42 & F &= 10 \\ G &= x^3 + 3x^2 - x \\ G &= 2 \times 2 \times 2 + 3 \times 2 \times 2 - 2 \\ G &= 8 + 12 - 2 \\ G &= 18 \\ \text{Pour } x = 6 : \\ E &= 3x(x+5) & F &= 7x - x^2 \\ E &= 3 \times 6 \times (6+5) & F &= 7 \times 6 - 6 \times 6 \\ E &= 18 \times 11 & F &= 42 - 36 \\ E &= 198 & F &= 6 \end{aligned}$$

# Correction des exercices "À toi de jouer"

$$\begin{aligned} G &= x^3 + 3x^2 - x \\ G &= 6 \times 6 \times 6 + 3 \times 6 \times 6 - 6 \\ G &= 216 + 108 - 6 \\ G &= \mathbf{318} \end{aligned}$$

## 4 Calculs pour $a = 3$ et $b = 5$

$$\begin{array}{ll} B = 4a + 5b - 56 & D = 2(5a + 3b + 1) \\ B = 4 \times 3 + 5 \times 5 - 56 & D = 2(5 \times 3 + 3 \times 5 + 1) \\ B = 12 + 25 - 56 & D = 2(15 + 15 + 1) \\ B = -\mathbf{19} & D = 2 \times 31 \\ & D = \mathbf{62} \end{array}$$

$$\begin{aligned} C &= a^3 + b^2 + 7ab \\ C &= 3 \times 3 \times 3 + 5 \times 5 + 7 \times 3 \times 5 \\ C &= 27 + 25 + 105 \\ C &= \mathbf{157} \end{aligned}$$

## 5 Développements à compléter

$$\begin{aligned} B &= 5(a + 4) = 5 \times \mathbf{a} + 5 \times \mathbf{4} = \mathbf{5a} + \mathbf{20} \\ C &= 7(\mathbf{3y} + \mathbf{4}) = 21y + 28 \\ D &= a(a + 2b) = a \times \mathbf{a} + \mathbf{a} \times 2b = \mathbf{a}^2 + \mathbf{2ab} \end{aligned}$$

## 6 Développements

$$\begin{aligned} E &= 2(x + 5) = \mathbf{2x} + \mathbf{10} \\ F &= 5(3x - 4y) = \mathbf{15x} - \mathbf{20y} \\ G &= b(2a + b - 1) = \mathbf{2ab} + \mathbf{b}^2 - \mathbf{b} \end{aligned}$$

## 7 Un facteur commun

$$\begin{aligned} C &= 7x + 14 = \mathbf{7} \times x + \mathbf{7} \times 2 \\ D &= a^2 + 5a = a \times \mathbf{a} + 5 \times \mathbf{a} \\ E &= 6x + 11xy = 6 \times \mathbf{x} + 11 \times \mathbf{x} \times y \end{aligned}$$

## 8 Factorisation

$$\begin{aligned} F &= 15y + 10 = \mathbf{5} \times 3y + \mathbf{5} \times 2 = \mathbf{5}(3y + 2) \\ G &= x^2 - 9x = x \times \mathbf{x} - 9 \times \mathbf{x} = \mathbf{x}(x - 9) \\ H &= 21a^2 - 35a = \mathbf{7} \times \mathbf{a} \times 3a - \mathbf{7} \times \mathbf{a} \times 5 \\ &= \mathbf{7a}(3a - 5) \end{aligned}$$

## Chapitre D1 Proportionnalité

### 1 Prix d'un bout

Pour obtenir le prix d'un morceau de bout, on multiplie la longueur du bout acheté par **3,50**.

Longueur du cordage (en m)	1	5	3,5	23	36
Prix (en €)	3,50	17,50	12,25	80,50	126

### 2 Surface recouverte

Pour obtenir la surface recouverte, on multiplie le volume de peinture par **3** ( $15 \div 5 = 3$ ).

Volume (en L)	5	2	13	15	32
Surface (en m²)	15	6	39	45	96

### 3 Recette

- $6 \div 2 = 3$  et  $420 \div 3 = 140$  donc il faut **140 g** de riz pour 2 personnes.
- $6 + 2 = 8$  et  $420 + 140 = 560$  donc il faut **560 g** de riz pour 8 personnes.
- $140 \div 2 + 560 = 630$  et  $2 \div 2 + 8 = 9$  donc 630 g de riz pourront nourrir **9 personnes**.
- $2100 \div 420 = 5$  et  $6 \times 5 = 30$  donc 2,1 kg (2100 g) pourront nourrir **30 personnes**.

### 4 Tableaux de proportionnalité

1	<b>4</b>	6	<b>17</b>	2,5	5	<b>15</b>	50
3	12	<b>18</b>	51	<b>3</b>	6	18	<b>60</b>
1		2		10		3,5	
<b>4,5</b>		9		45		<b>15,75</b>	

### 5 Tableaux de proportionnalité ?

- $3,4 \times 2 = 6,8$  et  $11,6 \times 2 = 23,3$ .  
Or  $23,2 \neq 22,2$  donc **ce tableau n'est pas un tableau de proportionnalité**.
- $9,1 \div 7 = 1,3$  et  $12,1 \div 11 = 1,1$ .  
Or  $1,3 \neq 1,1$  donc **ce tableau n'est pas un tableau de proportionnalité**.

### 6 Masse du jaune d'œuf

Première méthode :

- La masse de coquille est  $60 \times 10 \% = 6$  g.
- La masse de blanc est  $60 \times 60 \% = 36$  g.

**Donc la masse de jaune est**  $60 - (6 + 36) = \mathbf{18}$  g.

Deuxième méthode :

- Le jaune représente  $100 \% - (10 \% + 60 \%) = 30 \%$  de la masse totale.

**Donc la masse de jaune est**  $60 \times 30 \% = \mathbf{18}$  g.

### 7 Pourcentage de coqs

Poulets	600	100
Coqs	240	<i>t</i>

Déterminons le coefficient de proportionnalité  $k$  :

$$k = 240 \div 600 = 0,4.$$

$$\text{D'où } t = 100 \times 0,4 = 40.$$

**Donc il y a 40 % de coqs parmi les poulets.**

# Correction des exercices "À toi de jouer"

## Chapitre D2 Statistiques

**1** Poids à la naissance des bébés : regroupements par classes

Poids p du nourrisson (en kg)	Effectif
$2 \leq p < 2,5$	2
$2,5 \leq p < 3$	6
$3 \leq p < 3,5$	4
$3,5 \leq p < 4$	3
$4 \leq p < 4,5$	5

**2** Du côté de l'école

À l'école Jean Moulin :

Enfants	Grands	Moyens	Petits	Total
Effectif	36	54	30	120
Fréquence	0,3	0,45	0,25	1
Fréquence en pourcentage	30	45	25	100

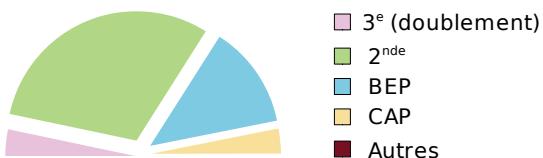
À l'école Alphonse Daudet :

Enfants	Grands	Moyens	Petits	Total
Effectif	63	72	45	180
Fréquence	0,35	0,4	0,25	1
Fréquence en pourcentage	35	40	25	100

**3** Orientation des élèves de 3<sup>e</sup>

Orientation vers	Effectif	Angle (en °)
3 <sup>e</sup> (doublement)	38 898	11,9
2 <sup>nde</sup>	362 573	110,6
BEP	151 736	46,3
CAP	36 626	11,2
Autres	456	0,1
Total	590 289	360

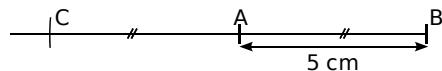
Orientation des élèves de 3<sup>e</sup>



Remarque : l'orientation « Autres » étant représentée par un secteur d'angle de  $0,1^\circ$ , celui-ci est représenté par un trait fin.

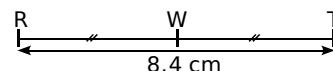
## Chapitre G1 Symétrie centrale

**1** Symétrique par rapport à A (Échelle 1/2)



**2** Symétrique par rapport à W (Échelle 1/2)

W est le milieu du segment [RT].

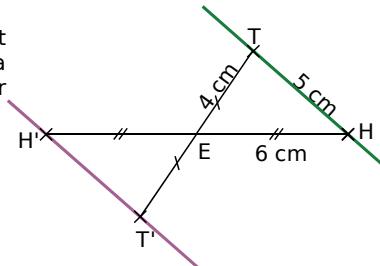


**3** [N'A'] est le symétrique de [NA] par rapport à F



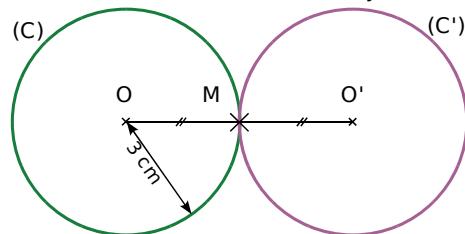
**4** Échelle 1/3

La droite (T'H') est symétrique de la droite (TH) par rapport à E.



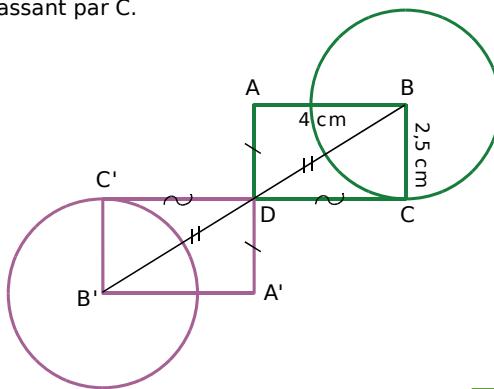
**5** Échelle 1/2

On construit le point O' symétrique du point O par rapport au point M. (C'), symétrique de (C) par rapport à M, est le cercle de centre O' et de rayon 3 cm.



**6** Échelle 1/2

On construit A', B' et C' symétriques respectifs de A, B et C par rapport à D puis on trace alors le rectangle A'B'C'D symétrique du rectangle ABCD par rapport à D. Ensuite, on trace le cercle de centre B' passant par C', symétrique par rapport à D du cercle de centre B passant par C.



# Correction des exercices "À toi de jouer"

## Chapitre G2 Triangles

### 1 Constructible ?

$$\widehat{DOG} + \widehat{OGD} + \widehat{GDO} = 72^\circ + 37^\circ + 73^\circ$$

$$DOG + OGD + GDO = 182^\circ$$

Or la somme des mesures des angles d'un triangle vaut  $180^\circ$  donc le triangle **DOG** n'est pas constructible.

### 2 Mesure

La somme des mesures des angles d'un triangle vaut  $180^\circ$ .

$$\widehat{RAT} + \widehat{ATR} = 34^\circ + 23^\circ = 57^\circ$$

**Donc  $\widehat{TRA} = 180^\circ - 57^\circ = 123^\circ$ .**

### 3 Mesures dans un triangle isocèle

Le triangle EBC est isocèle en B donc  $\widehat{BEC} = \widehat{BCE}$ .

$$\text{Alors } \widehat{BEC} = \widehat{BCE} = (180^\circ - 107^\circ) \div 2 = 36,5^\circ$$

### 4 Mesures dans un triangle équilatéral

Un triangle équilatéral ABC a trois angles de même mesure donc

$$\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC} = 180^\circ \div 3 = 60^\circ$$

### 5 Inégalités

Dans le triangle MLA :

**ML < MA + AL, LA < LM + MA et AM < AL + LM.**

### 6 Constructible ?

$$3,4 + 3,7 = 7,1 \text{ et } 7 < 7,1$$

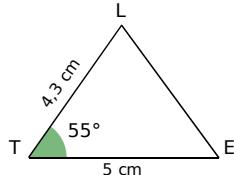
**Donc le triangle THE est constructible.**

### 7 Constructible ?

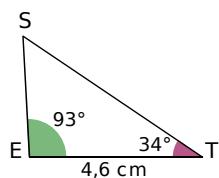
$$3 + 4 = 7 \text{ et } 9 > 7$$

**Donc le triangle SEL n'est pas constructible.**

### 8 Échelle 1/2

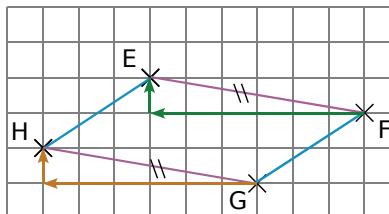


### 9 Échelle 1/2

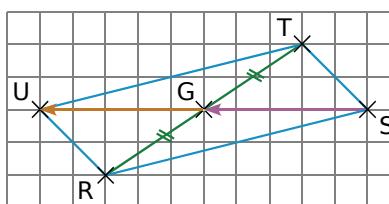


## Chapitre G3 Parallélogrammes

### 1 Sur quadrillage



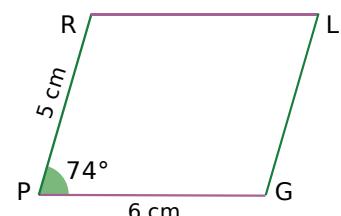
### 2 Diagonales qui se coupent en leur milieu



On trace le segment [TR] et on place son milieu G puis le point U tel que G soit le milieu de [SU].

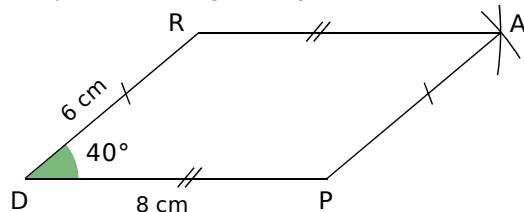
### 3 Construction en utilisant le parallélisme

Les côtés de même couleur sont parallèles : utilisation de la règle et de l'équerre.  
(Échelle 1/2)



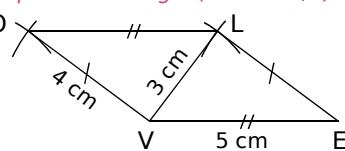
### 4 Construction en utilisant les longueurs

Les côtés opposés sont de même longueur : utilisation du compas et de la règle non graduée. (Échelle 1/2)



### 5 Construction au compas et à la règle (Échelle 1/2)

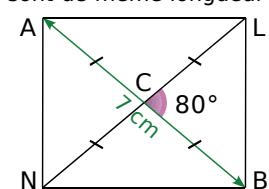
Les côtés opposés sont de même longueur : utilisation du compas et de la règle non graduée.  
Tout d'abord, on trace un triangle VEL, puis à l'aide du compas, on place le point O.



### 6 Construction d'un rectangle (Échelle 1/2)

Les diagonales d'un rectangle sont de même longueur et se coupent en leur milieu donc  $CL = CB = CA = CN = 7 \div 2 = 3,5 \text{ cm}$ .

On trace le triangle isocèle BCL puis le rectangle BLAN.  
(Échelle 1/2)



# Correction des exercices "À toi de jouer"

## Chapitre G4 Angles

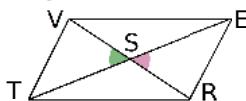
### 1 Paires d'angles adjacents

$\widehat{AOB}$  et  $\widehat{BOD}$  ont un sommet commun O, un côté commun [OB] et ils sont situés de part et d'autre de [OB].

**Donc les angles  $\widehat{AOB}$  et  $\widehat{BOD}$  sont adjacents ainsi que les angles  $\widehat{BOC}$  et  $\widehat{COD}$  et les angles  $\widehat{AOC}$  et  $\widehat{COD}$ .**

### 2 Angles dans un parallélogramme

Les angles  $\widehat{VST}$  et  $\widehat{ESR}$  sont des angles formés par les diagonales donc ils sont opposés par le sommet.



### 3 Complémentaires ?

$58^\circ + 34^\circ = 92^\circ$  et  $92^\circ \neq 90^\circ$  donc **les deux angles ne sont pas complémentaires**.

### 4 Complémentaire d'un angle

Les deux angles sont complémentaires donc la somme de leurs mesures est égale à  $90^\circ$ .

$90^\circ - 27^\circ = 63^\circ$  donc **le complémentaire d'un angle de  $27^\circ$  est un angle de  $63^\circ$** .

### 5 Angles aigus d'un triangle rectangle

Un triangle rectangle possède un angle droit. De plus la somme des mesures des angles d'un triangle vaut  $180^\circ$ .  $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$  donc la somme des mesures des angles aigus d'un triangle rectangle vaut  $90^\circ$ .

**Les deux angles aigus d'un triangle rectangle sont donc complémentaires.**

### 6 Supplémentaires ?

$113^\circ + 57^\circ = 170^\circ$  et  $170^\circ \neq 180^\circ$  donc **les deux angles ne sont pas supplémentaires**.

### 7 Alignés ?

Les angles  $\widehat{AOC}$  et  $\widehat{COB}$  sont adjacents.

Donc  $\widehat{AOC} + \widehat{COB} = \widehat{AOB}$ .

$\widehat{AOB} = 108^\circ + 72^\circ = 180^\circ$ .

**Donc les points A, O et B sont alignés.**

### 8 Alternes-internes ?

Oui, les angles  $\widehat{yOx'}$  et  $\widehat{xEx'}$  sont des angles alternes-internes déterminés par les droites ( $yy'$ ) et ( $zz'$ ) et la sécante ( $xx'$ ).

### 9 Paires d'angles

Les paires d'angles **alternes-internes** sont :

- $\widehat{HOE}$  et  $\widehat{TEO}$  ainsi que  $\widehat{TOE}$  et  $\widehat{LEO}$  déterminés par les droites (TH) et (TL) et la sécante ( $xx'$ ).

Les paires d'angles **correspondants** sont :

- $\widehat{TOE}$  et  $\widehat{THL}$  déterminés par les droites ( $xx'$ ) et (HL) et la sécante (TH) ;
- $\widehat{TEO}$  et  $\widehat{TLH}$  déterminés par les droites ( $xx'$ ) et (HL) et la sécante (TL) ;
- $\widehat{HOx'}$  et  $\widehat{LEx'}$  ainsi que  $\widehat{TEX}$  et  $\widehat{TOx}$  déterminés par les droites (TH) et (TL) et la sécante ( $xx'$ ).

### 10 Calcul de mesure

Les angles alternes-internes  $\widehat{xRz'}$  et  $\widehat{x'Rz'}$  sont adjacents et supplémentaires donc

$$\widehat{x'Rz'} = 180^\circ - 113^\circ = 67^\circ.$$

Les angles  $\widehat{uEx}$  et  $\widehat{x'Rz'}$  sont déterminés par les droites ( $zz'$ ) et ( $uu'$ ) qui sont parallèles. Ils sont donc de la même mesure. L'angle  $\widehat{uEx}$  mesure donc  **$67^\circ$** .

### 11 Droites parallèles ?

**Cas n°1** : Les angles  $\widehat{CUB}$  et  $\widehat{CST}$  déterminés par les droites (AB) et (OT) et la sécante (CE) sont correspondants. Les angles  $\widehat{CUB}$  et  $\widehat{CST}$  ont la même mesure.

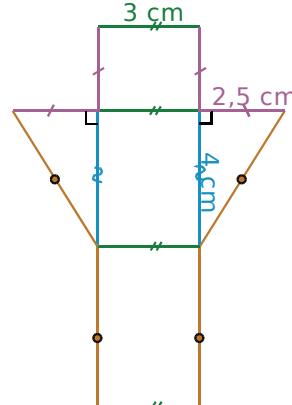
**Donc les droites (AB) et (OT) sont parallèles.**

**Cas n°2** : Les angles  $\widehat{BUE}$  et  $\widehat{CSO}$  déterminés par les droites (AB) et (OT) et la sécante (CE) sont alternes-internes. Si les droites (AB) et (OT) étaient parallèles alors les angles  $\widehat{BUE}$  et  $\widehat{CSO}$  seraient de la même mesure, ce qui n'est pas le cas.

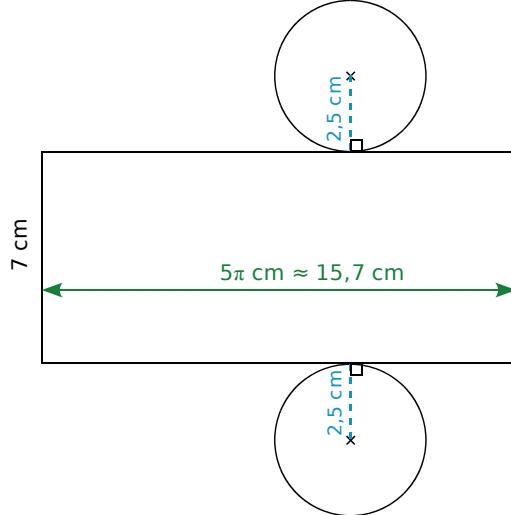
**Donc les droites (AB) et (OT) ne sont pas parallèles.**

## Chapitre G5 Prismes et cylindres

### 1 Patron d'un prisme droit (Échelle 2/5)



### 2 Patron d'un cylindre de révolution (Échelle 2/5)



# Correction des exercices "À toi de jouer"

## Chapitre M1 Aires

### 1 Aires de parallélogrammes

$$A_{MNOP} = 15 \times 8 = 120.$$

Donc l'aire du parallélogramme MNOP est **120 cm<sup>2</sup>**.

$$A_{ABCD} = 9 \times 3 = 27.$$

Donc l'aire du parallélogramme ABCD est **27 cm<sup>2</sup>**.

### 2 Aires de triangles

$$A_1 = \frac{7 \times 12}{2}$$

$$A_1 = \frac{7 \times 2 \times 6}{2}$$

$$A_1 = 7 \times 6 = 42$$

**Donc l'aire du triangle ① est 42 cm<sup>2</sup>.**

$$40 \text{ mm} = 4 \text{ cm}.$$

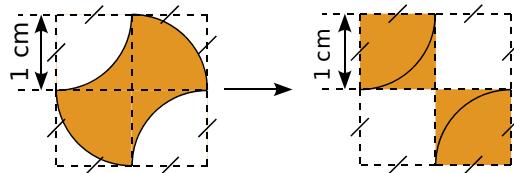
$$A_3 = \frac{4 \times 6}{2} = \frac{2 \times 2 \times 6}{2}$$

$$A_3 = 2 \times 6 = 12$$

**Donc l'aire du triangle ③ est 12 cm<sup>2</sup>.**

### 3 Aires par découpages simples

- En découpant les quarts de disques et en recomposant cette figure, on obtient une nouvelle figure composée de deux carrés de 1 cm de côté.



$$A_{\text{figure}} = 2 \times 1^2 = 2$$

**L'aire de cette figure est de 2 cm<sup>2</sup>.**

- La figure ci-contre est composée d'un demi-disque de rayon 4 cm et d'un rectangle de largeur 8 cm et de longueur 12 cm.

$$A_{\text{rectangle}} = 12 \times 8 = 96 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{demi-disque}} = \frac{\pi \times 4^2}{2} = \frac{\pi \times 16}{2} = 8\pi \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{figure}} = A_{\text{demi-disque}} + A_{\text{rectangle}} \\ = 8\pi \text{ cm}^2 + 96 \text{ cm}^2$$

**L'aire exacte de cette figure est (8π + 96) cm<sup>2</sup>.**

- La figure ci-contre est composée d'un demi-disque de rayon 3 cm et d'un triangle de base 6 cm et dont la hauteur relative mesure 3 cm.

$$A_{\text{triangle}} = \frac{6 \times 3}{2} = 9 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{demi-disque}} = \frac{\pi \times 3^2}{2} = \frac{\pi \times 9}{2} = 4,5\pi \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{figure}} = A_{\text{demi-disque}} + A_{\text{triangle}} \\ = 4,5\pi \text{ cm}^2 + 9 \text{ cm}^2$$

**L'aire exacte de cette figure est (4,5π + 9) cm<sup>2</sup>.**

## Chapitre M2 Aires latérales et volumes

### 1 Aire latérale d'un prisme droit

Pour calculer l'aire latérale d'un prisme droit, on multiplie le périmètre d'une base par sa hauteur.

$$A_{\text{latérale}} = P_{\text{base}} \times h = 5 \times 3 \times 9 = 135 \text{ cm}^2$$

**L'aire latérale de ce prisme droit vaut 135 cm<sup>2</sup>.**

### 2 Aire latérale d'un cylindre de révolution

Pour calculer l'aire latérale d'un cylindre de révolution, on multiplie le périmètre d'une base par sa hauteur.

$$A_{\text{latérale}} = P_{\text{base}} \times h = \pi \times 6 \times 12 = 72\pi \text{ cm}^2$$

**L'aire latérale de ce cylindre de révolution vaut 72π cm<sup>2</sup>. Son arrondi à l'unité est 226 cm<sup>2</sup>.**

### 3 Volume d'un prisme droit

Pour calculer le volume d'un prisme droit, on multiplie l'aire d'une base par sa hauteur.

$$V = A_{\text{base}} \times h = 5 \times 3 \times 8 = 120$$

**Le volume de ce prisme droit vaut 120 cm<sup>3</sup>.**

### 4 Volume d'un cylindre de révolution

Pour calculer le volume d'un cylindre de révolution, on multiplie l'aire d'une base par sa hauteur.

$$V = A_{\text{base}} \times h = \pi \times 5^2 \times 4,5 = 112,5\pi \text{ cm}^3$$

**Le volume de ce cylindre de révolution vaut 112,5π cm<sup>3</sup>. Son arrondi à l'unité est 353 cm<sup>3</sup>.**

# L'essentiel des propriétés utiles aux démonstrations

## Démontrer qu'un point est le milieu d'un segment

<b>P 1</b> Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses diagonales se coupent en leur milieu.		ABCD est un parallélogramme donc [AC] et [BD] se coupent en leur milieu.
<b>P 2</b> Si A et A' sont symétriques par rapport à O alors O est le milieu du segment [AA'].		A et A' sont symétriques par rapport au point O donc O est le milieu de [AA'].
<b>P 3</b> Si une droite est la médiatrice d'un segment alors elle coupe le segment perpendiculairement en son milieu.		(d) est la médiatrice du segment [AB] donc (d) coupe le segment [AB] en son milieu.
<b>P 4</b> Si un segment est un diamètre d'un cercle alors le centre du cercle est le milieu de ce segment.		[AB] est un diamètre d'un cercle de centre O donc O est le milieu de [AB].

## Démontrer qu'un point appartient à la médiatrice d'un segment

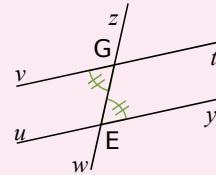
<b>P 5</b> Si un point est équidistant des extrémités d'un segment alors ce point appartient à la médiatrice de ce segment.		MA = MB donc M appartient à la médiatrice de [AB].
---	--	--

## Démontrer que deux droites sont parallèles

<b>P 6</b> Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles.		ABCD est un parallélogramme donc (AB) // (CD) et (AD) // (BC).
<b>P 7</b> Si deux droites sont parallèles à une troisième droite alors les trois droites sont parallèles.		(d <sub>1</sub> ) // (d <sub>3</sub> ) et (d <sub>2</sub> ) // (d <sub>3</sub> ) donc (d <sub>1</sub> ) // (d <sub>2</sub> ).
<b>P 8</b> Si deux droites sont perpendiculaires à une troisième droite alors elles sont parallèles entre elles.		(d <sub>1</sub> ) ⊥ (d <sub>3</sub> ) et (d <sub>2</sub> ) ⊥ (d <sub>3</sub> ) donc (d <sub>1</sub> ) // (d <sub>2</sub> ).
<b>P 9</b> Si deux droites sont symétriques par rapport à un point alors elles sont parallèles.		Les droites (d) et (d') sont symétriques par rapport au point O donc (d) // (d').

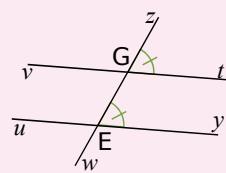
# L'essentiel des propriétés utiles aux démonstrations

**P 10** Si deux angles alternes-internes sont de même mesure alors les deux droites coupées par la sécante sont parallèles.



Les droites  $(vt)$  et  $(uy)$  sont coupées par la sécante  $(zw)$ .  
 $\widehat{vGw}$  et  $\widehat{zEy}$  sont alternes-internes et de même mesure donc  $(vt) \parallel (uy)$ .

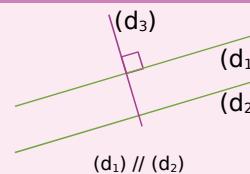
**P 11** Si deux angles correspondants sont de même mesure alors les deux droites coupées par la sécante sont parallèles.



Les droites  $(vt)$  et  $(uy)$  sont coupées par la sécante  $(zw)$ .  
 $\widehat{zGt}$  et  $\widehat{zEy}$  sont correspondants et de même mesure donc  $(vt) \parallel (uy)$ .

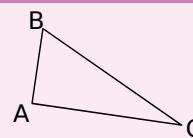
## Démontrer que deux droites sont perpendiculaires

**P 12** Si deux droites sont parallèles et si une troisième droite est perpendiculaire à l'une alors elle est perpendiculaire à l'autre.



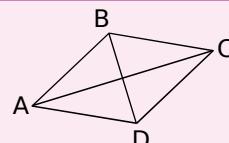
$(d_1) \perp (d_3)$  et  $(d_1) \parallel (d_2)$  donc  $(d_2) \perp (d_3)$ .

**P 13** Si un triangle est rectangle alors les côtés de l'angle droit sont perpendiculaires.



Le triangle ABC est rectangle en A donc  $(AB) \perp (AC)$ .

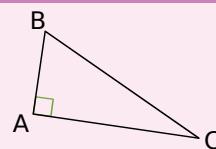
**P 14** Si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales sont perpendiculaires.



ABCD est un losange donc  $(AC) \perp (BD)$ .

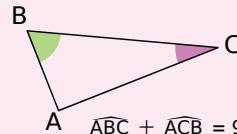
## Démontrer qu'un triangle est rectangle

**P 15** Si un triangle possède un angle droit alors il est rectangle.



$\widehat{BAC} = 90^\circ$  donc le triangle ABC est rectangle en A.

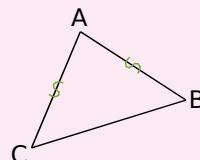
**P 16** Si un triangle a deux angles complémentaires alors il est rectangle.



Les angles  $\widehat{ABC}$  et  $\widehat{ACB}$  sont complémentaires donc ABC est un triangle rectangle en A.

## Démontrer qu'un triangle est isocèle

**P 17** Si un triangle a deux côtés de la même longueur alors il est isocèle.



$AB = AC$  donc ABC est isocèle en A.

# L'essentiel des propriétés utiles aux démonstrations

<p><b>P 18</b> Si un triangle a deux angles de la même mesure alors il est isocèle.</p>		$\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ donc ABC est isocèle en A.
<p><b>P 19</b> Si un triangle admet un axe de symétrie alors il est isocèle.</p>		$(d)$ est un axe de symétrie du triangle ABC donc ABC est isocèle en A.

## Démontrer qu'un triangle est équilatéral

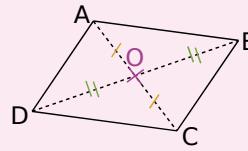
<p><b>P 20</b> Si un triangle a ses trois côtés de la même longueur alors il est équilatéral.</p>		$AB = BC = CA$ donc ABC est un triangle équilatéral.
<p><b>P 21</b> Si un triangle a ses trois angles de la même mesure alors il est équilatéral.</p>		$\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC} = 60^\circ$ donc ABC est un triangle équilatéral.
<p><b>P 22</b> Si un triangle admet trois axes de symétrie alors il est équilatéral.</p>		$(d_1)$ , $(d_2)$ et $(d_3)$ sont 3 axes de symétrie du triangle ABC donc ABC est un triangle équilatéral.

## Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme

<p><b>P 23</b> Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles deux à deux alors c'est un parallélogramme.</p>		$(AB) \parallel (CD)$ et $(AD) \parallel (BC)$ donc ABCD est un parallélogramme.
<p><b>P 24</b> Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme.</p>		$[AC]$ et $[BD]$ se coupent en leur milieu donc ABCD est un parallélogramme.
<p><b>P 25</b> Si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur alors c'est un parallélogramme.</p>		$(AD) \parallel (BC)$ , $AD = BC$ et ABCD est non croisé donc ABCD est un parallélogramme.
<p><b>P 26</b> Si un quadrilatère non croisé a ses côtés opposés de même longueur alors c'est un parallélogramme.</p>		$AB = CD$ , $AD = BC$ et ABCD est non croisé donc ABCD est un parallélogramme.

# L'essentiel des propriétés utiles aux démonstrations

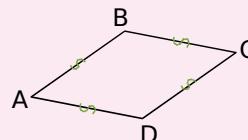
**P 27** Si un quadrilatère non croisé a un centre de symétrie alors c'est un parallélogramme.



O est le centre de symétrie de ABCD donc ABCD est un parallélogramme.

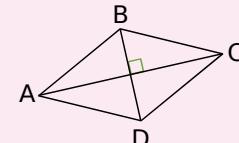
## Démontrer qu'un quadrilatère est un losange

**P 28** Si un quadrilatère a ses quatre côtés de la même longueur alors c'est un losange.



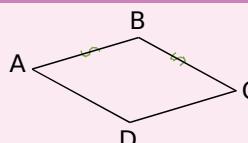
ABCD est tel que :  
AB = BC = CD = DA  
donc  
ABCD est un losange.

**P 29** Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires alors c'est un losange.



ABCD est un parallélogramme et  $(AC) \perp (BD)$  donc ABCD est un losange.

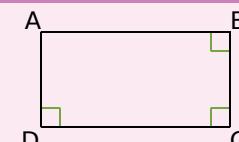
**P 30** Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de la même longueur alors c'est un losange.



ABCD est un parallélogramme et AB = BC donc ABCD est un losange.

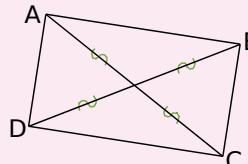
## Démontrer qu'un quadrilatère est un rectangle

**P 31** Si un quadrilatère possède trois angles droits alors c'est un rectangle.



ABCD possède trois angles droits donc ABCD est un rectangle.

**P 32** Si un parallélogramme a ses diagonales de la même longueur alors c'est un rectangle.



ABCD est un parallélogramme et AC = BD donc ABCD est un rectangle.

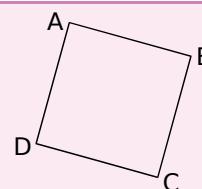
**P 33** Si un parallélogramme possède un angle droit alors c'est un rectangle.



ABCD est un parallélogramme et  $(AB) \perp (BC)$  donc ABCD est un rectangle.

## Démontrer qu'un quadrilatère est un carré

**P 34** Si un quadrilatère est à la fois un rectangle et un losange alors c'est un carré.



ABCD est à la fois un losange et un rectangle donc ABCD est un carré.

# L'essentiel des propriétés utiles aux démonstrations

## Déterminer la longueur d'un segment

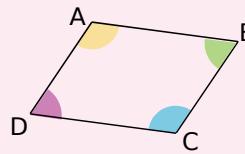
<b>P 35</b> Si deux points appartiennent à un cercle alors ils sont équidistants du centre de ce cercle.		A et B appartiennent au cercle de centre O donc $OA = OB$ .
<b>P 36</b> Si deux segments sont symétriques par rapport à une droite alors ils ont la même longueur.		Les segments $[AB]$ et $[A'B']$ sont symétriques par rapport à la droite $(d)$ donc $AB = A'B'$ .
<b>P 37</b> Si deux cercles sont symétriques par rapport à une droite alors ils ont le même rayon.		Les cercles de centre A et $A'$ sont symétriques par rapport à la droite $(d)$ donc ils ont le même rayon.
<b>P 38</b> Si un point appartient à la médiatrice d'un segment alors il est équidistant des extrémités de ce segment.		M appartient à la médiatrice de $[AB]$ donc $MA = MB$ .
<b>P 39</b> Si deux segments sont symétriques par rapport à un point alors ils ont la même longueur.		Les segments $[AB]$ et $[A'B']$ sont symétriques par rapport au point O donc $AB = A'B'$ .
<b>P 40</b> Si deux cercles sont symétriques par rapport à un point alors ils ont le même rayon.		Les cercles de centre A et $A'$ sont symétriques par rapport au point O donc ils ont le même rayon.
<b>P 41</b> Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés ont la même longueur.		ABCD est un parallélogramme donc $AB = CD$ et $AC = BD$ .

## Déterminer la mesure d'un angle

<b>P 42</b> Si deux angles sont symétriques par rapport à une droite alors ils ont la même mesure.		$\widehat{xAy}$ et $\widehat{x'A'y'}$ sont symétriques par rapport à la droite $(d)$ donc $\widehat{xAy} = \widehat{x'A'y'}$ .
<b>P 43</b> Si deux angles sont symétriques par rapport à un point alors ils ont la même mesure.		$\widehat{xAy}$ et $\widehat{x'A'y'}$ sont symétriques par rapport au point O donc $\widehat{xAy} = \widehat{x'A'y'}$ .

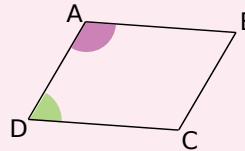
# L'essentiel des propriétés utiles aux démonstrations

**P 44** Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses angles opposés ont la même mesure.



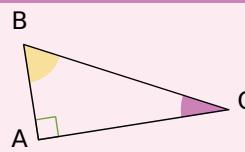
ABCD est un parallélogramme donc  
 $\widehat{ABC} = \widehat{CDA}$  et  
 $\widehat{DAB} = \widehat{BCD}$ .

**P 45** Si un quadrilatère est un parallélogramme alors deux angles consécutifs sont supplémentaires.



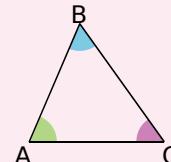
ABCD est un parallélogramme donc  
 $\widehat{CDA} + \widehat{DAB} = 180^\circ$ .

**P 46** Si un triangle est rectangle alors ses angles aigus sont complémentaires.



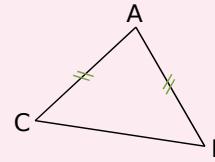
ABC est un triangle rectangle en A donc  
 $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90^\circ$ .

**P 47** Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à  $180^\circ$ .



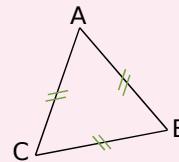
Dans le triangle ABC,  
 $\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^\circ$ .

**P 48** Si un triangle est isocèle alors ses angles à la base ont la même mesure.



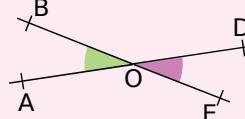
ABC est un triangle isocèle en A donc  
 $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ .

**P 49** Si un triangle est équilatéral alors ses angles mesurent  $60^\circ$ .



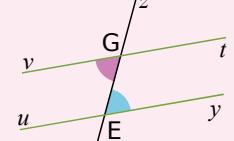
ABC est un triangle équilatéral donc  
 $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC} = 60^\circ$ .

**P 50** Si deux angles sont opposés par le sommet alors ils ont la même mesure.



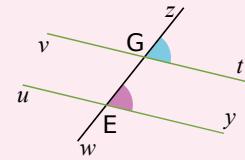
Les angles AOB et DOE sont opposés par le sommet donc  
 $\widehat{AOB} = \widehat{DOE}$

**P 51** Si deux angles alternes-internes sont déterminés par des droites parallèles alors ils ont la même mesure.



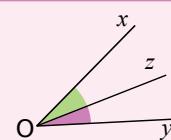
$(vt) \parallel (uy)$  donc  
 $\widehat{vGw} = \widehat{zEy}$

**P 52** Si deux angles correspondants sont déterminés par des droites parallèles alors ils ont la même mesure.



$(vt) \parallel (uy)$  donc  
 $\widehat{zGt} = \widehat{zEy}$

**P 53** Si une demi-droite est la bissectrice d'un angle alors elle partage l'angle en deux angles adjacents de même mesure.

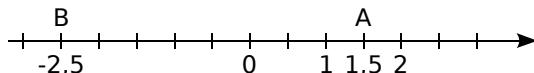


[Oz] est la bissectrice de l'angle xOy donc  
 $\widehat{xOz} = \widehat{zOy}$ .

# L'essentiel des notions

## A Abscisse d'un point

Sur une droite graduée, un point est repéré par un nombre relatif appelé son abscisse.

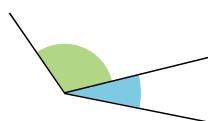


L'abscisse du point A est ici 1,5. On note A(1,5).

L'abscisse du point B est ici -2,5. On note B(-2,5).

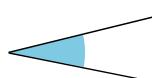
## Adjacents (angles)

Deux angles adjacents sont deux angles qui ont un sommet commun, un côté commun et qui sont situés de part et d'autre de ce côté commun.



## Aigu (angle)

Un angle aigu est un angle dont la mesure est comprise entre  $0^\circ$  et  $90^\circ$ .

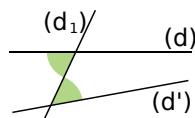


## Aire d'une figure

L'aire d'une figure est la mesure de la surface occupée par cette figure, avec une unité donnée.

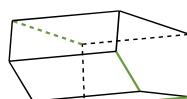
## Alternes-internes (angles)

Les angles verts sont alternes-internes. Ils sont déterminés par les droites (d), (d') et la sécante ( $d_1$ ).



## Arête

Pour un solide à faces planes, une arête est un des côtés d'une face de ce solide.

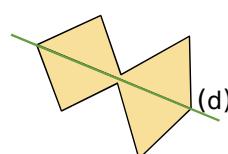


## Arrondi

L'arrondi d'un nombre est la valeur approchée la plus proche de ce nombre à une précision donnée.

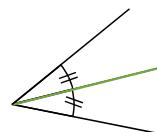
## Axe de symétrie

Une droite (d) est un axe de symétrie d'une figure lorsque cette figure reste inchangée dans la symétrie d'axe (d).



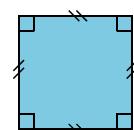
## B Bissectrice

- La bissectrice d'un angle est la demi-droite qui partage cet angle en deux angles adjacents de même mesure.



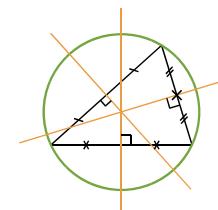
## C Carré

- Un carré est un quadrilatère qui a ses quatre côtés de la même longueur et qui possède quatre angles droits.



## Centre de symétrie

- Un point O est un centre de symétrie d'une figure lorsque cette figure reste inchangée dans la symétrie de centre O.



## Cercle circonscrit à un triangle

- Le cercle circonscrit à un triangle est le cercle passant par les trois sommets de ce triangle.
- Son centre est le point de concours des trois médiatrices des côtés du triangle.

## Classe de valeurs

- Des données numériques peuvent être regroupées en intervalles délimités par deux valeurs, on dit alors qu'elles sont regroupées en classes.

## Coefficient de proportionnalité

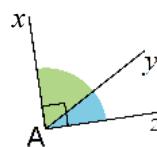
- Lorsque deux grandeurs sont proportionnelles, l'une s'obtient en fonction de l'autre en multipliant toujours par un même nombre.
- Ce nombre est appelé coefficient multiplicateur ou coefficient de proportionnalité.

## Comparer des nombres

- Comparer des nombres, c'est dire s'il sont égaux ou les ordonner.

## Complémentaires (angles)

- Deux angles complémentaires sont deux angles dont la somme des mesures est égale à  $90^\circ$ .

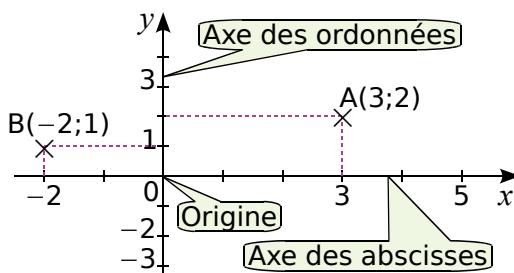


## Concourantes (droites)

Des droites concourantes sont des droites qui passent par un même point appelé point de concours.

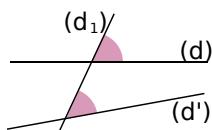
## Coordonnées d'un point

Dans un plan muni d'un repère, tout point est repéré par un couple de nombres relatifs appelé ses coordonnées : la première est l'abscisse et la seconde est l'ordonnée.



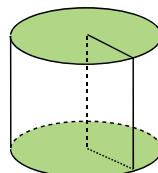
## Correspondants (angles)

Les angles roses sont correspondants. Ils sont déterminés par les droites  $(d)$ ,  $(d')$  et la sécante  $(d_1)$ .



## Cylindre de révolution

Un cylindre de révolution est un solide engendré par la rotation d'un rectangle autour d'un de ses côtés. Ses bases sont deux disques identiques.

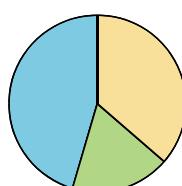


## D Développer une expression

Développer une expression, c'est transformer cette expression en une somme.

## Diagramme circulaire et semi-circulaire

Un diagramme circulaire (ou semi-circulaire) est la représentation des fréquences des différentes modalités ou valeurs d'un caractère sous la forme de parts d'un disque (ou demi-disque) délimitées par deux rayons.



Les surfaces des parts ainsi que les angles sont proportionnels aux fréquences représentées.

## Diagramme en barres

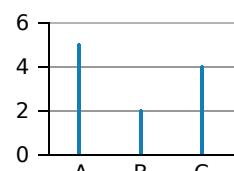
- Un diagramme en barres est la représentation de quantités sous la forme de rectangles (appelés les barres) de même largeur.



- Les longueurs des rectangles sont proportionnelles aux quantités représentées.

## Diagramme en bâtons

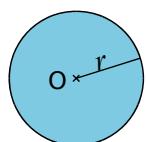
- Un diagramme en bâtons est la représentation de quantités sous la forme de segments (appelés les bâtons).



- Les longueurs des segments sont proportionnelles aux quantités représentées.

## Disque

- Un disque est formé de tous les points situés à une distance inférieure ou égale à un nombre donné (le **rayon**) d'un point donné (le **centre**).



- Le disque de centre  $O$  et de rayon  $r$  est formé de tous les points situés à une distance inférieure ou égale à  $r$  du point  $O$ .

## Distance à zéro

- La distance à zéro d'un nombre relatif est le nombre sans son signe.

- Exemples : La distance à zéro du nombre  $(+ 8,5)$  est  $8,5$ , celle de  $(- 5,8)$  est  $5,8$ .

## E Échelle

- Une représentation est dite à l'échelle lorsque les dimensions sur le plan sont proportionnelles aux dimensions réelles. On appelle échelle le coefficient de proportionnalité, c'est-à-dire le quotient :  $\frac{\text{dimensions sur le plan}}{\text{dimensions réelles}}$ .

(Les dimensions sont dans la même unité.)

## Effectif

- L'effectif d'une valeur est le nombre de données d'une série qui ont cette valeur.

## Effectif total

- Nombre de données dont on dispose.

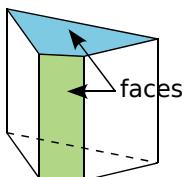
# L'essentiel des notions

## Équidistant

Équidistant signifie « à la même distance ».

## F Face

Une face d'un solide est l'un des polygones qui délimitent ce solide.



## Facteur

Les facteurs sont les nombres multipliés dans un produit.

Dans le produit  $4 \times 5$ , les facteurs sont 4 et 5.

## Factoriser une expression

Factoriser une expression, c'est transformer cette expression en un produit.

## Figures symétriques

Deux figures sont symétriques par rapport à un point si elles se superposent par un demi-tour autour de ce point.

Ce point s'appelle le **centre de symétrie**.

Deux figures sont symétriques par rapport à une droite si elles se superposent par un pliage autour de cette droite.

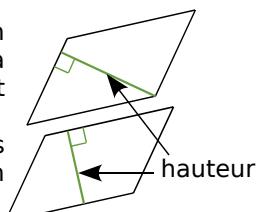
Cette droite s'appelle l'**axe de symétrie**.

## Fréquence

La fréquence est le quotient :  $\frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}}$ .

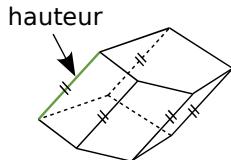
## H Hauteur d'un parallélogramme

Une hauteur d'un parallélogramme est la longueur d'un segment joignant perpendiculairement les côtés opposés d'un parallélogramme.



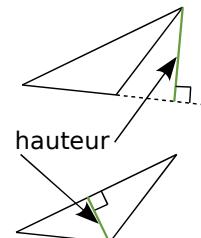
## Hauteur d'un prisme droit

Toutes les arêtes latérales d'un prisme droit ont la même longueur. Cette longueur commune est appelée hauteur.



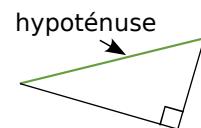
## I Hauteur d'un triangle

Dans un triangle, une hauteur est une droite qui passe par un sommet du triangle et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet. On appelle également hauteur la distance séparant le sommet du pied de cette perpendiculaire.



## Hypoténuse

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit.



## I Inégalité triangulaire

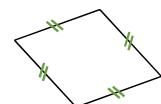
Dans un triangle, la longueur d'un côté est toujours inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

## Inférieur ou égal

$x \leqslant y$  (se lit  $x$  inférieur ou égal à  $y$ ) signifie que  $x$  est plus petit ou égal à  $y$ .

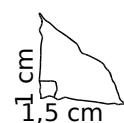
## L Losange

Un losange est un quadrilatère qui possède quatre côtés de même longueur.



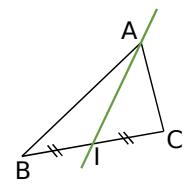
## M Main levée

Un dessin à main levée est un croquis d'une figure qui comporte tous les renseignements donnés par l'énoncé. Les longueurs et les mesures d'angles ne sont pas respectées.



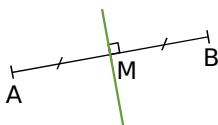
## Médiane

Dans un triangle, une médiane est une droite qui passe par un sommet du triangle et par le milieu du côté opposé à ce sommet.



## Médiatrice d'un segment

La médiatrice d'un segment est la droite qui coupe le segment perpendiculairement en son milieu.



## N Nombre relatif

Un nombre relatif positif est un nombre précédé ou pas du signe +. Un nombre relatif négatif est un nombre précédé du signe -.

## O Obtus (angle)

Un angle obtus est un angle dont la mesure est comprise entre  $90^\circ$  et  $180^\circ$ .



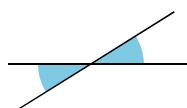
## Opposé d'un nombre

Deux nombres relatifs qui ne diffèrent que par leur signe sont opposés.

Exemple :  $-8,5$  et  $+8,5$  sont deux nombres opposés.

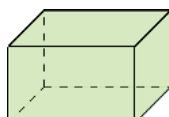
## Opposés par le sommet (angles)

Deux angles opposés par le sommet sont deux angles qui ont un sommet commun et qui ont leurs côtés dans le prolongement l'un de l'autre.



## P Parallélépipède rectangle

Un parallélépipède rectangle ou pavé droit est un solide dont les faces sont toutes des rectangles.



## Parallélogramme

Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles 2 à 2.



## Parallèles

Deux droites sont parallèles lorsqu'elles ne sont pas sécantes.



Deux droites sont strictement parallèles lorsqu'elles sont parallèles et non confondues.

## Patron d'un solide

- Un patron d'un solide est un dessin qui permet, après découpage et pliage, de reconstituer ce solide. Chaque face y est représentée en vraie grandeur.



## Perpendiculaires

- Deux droites perpendiculaires sont des droites qui se coupent en formant un angle droit.

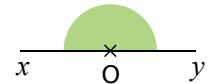


## Périmètre

- Le périmètre d'une figure est la longueur de son contour.

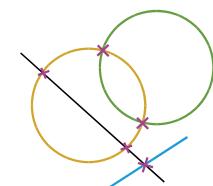
## Plat (angle)

- Un angle plat est un angle dont la mesure est égale à  $180^\circ$ .



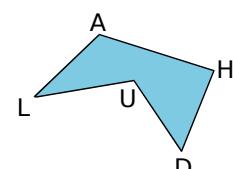
## Point d'intersection

- Un point d'intersection est un point commun à plusieurs objets.



## Polygone

- Un polygone est une figure formée de plusieurs segments successifs dessinant un contour fermé.



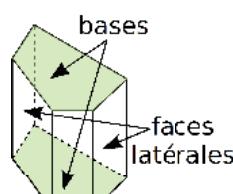
- Un polygone à trois côtés est un triangle, un polygone à quatre côtés est un quadrilatère.

## Priorités opératoires

- Dans une expression numérique, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses puis les multiplications et les divisions de gauche à droite et enfin, les additions et les soustractions de gauche à droite.

## Prisme droit

- Un prisme droit est un solide ayant deux faces polygonales parallèles et superposables (les bases), et des faces rectangulaires (les faces latérales).



- Remarque : les pavés droits sont des prismes droits à bases rectangulaires.

# L'essentiel des notions

## R Rectangle

Un rectangle est un quadrilatère qui a quatre angles droits.



## S Sécants

Deux objets sont sécants quand ils se coupent. Deux droites sécantes se coupent en un seul point appelé point d'intersection.

### Série statistique

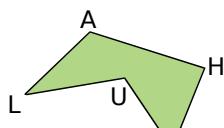
Une série statistique est une liste de résultats d'expériences réelles ou virtuelles.

### Simplifier une fraction

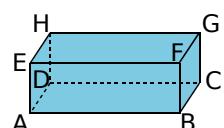
Simplifier une fraction, c'est écrire une fraction égale avec un numérateur et un dénominateur entiers plus petits.

### Sommet

- Un sommet d'un polygone est le point d'intersection de deux côtés consécutifs. Les sommets sont A, H, D, U et L.



- Les sommets d'un solide sont les sommets des faces de ce solide. Les sommets sont A, B, C, D, E, F, G et H.

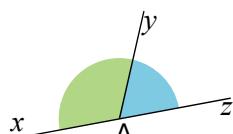


### Supérieur ou égal

$x \geq y$  (se lit  $x$  supérieur ou égal à  $y$ ) signifie que  $x$  est plus grand ou égal à  $y$ .

### Supplémentaires (angles)

Deux angles supplémentaires sont deux angles dont la somme des mesures est égale à  $180^\circ$ .



### Symétrie axiale

Une symétrie axiale est un pliage par rapport à une droite appelée axe de symétrie.

### Symétrie centrale

Une symétrie centrale est un demi-tour autour d'un point appelé centre de symétrie.

## T Terme

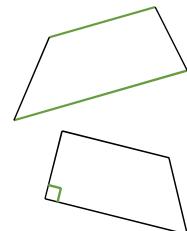
- Dans une addition ou une soustraction, les termes sont les nombres ajoutés ou soustraits.
- Dans l'addition  $4 + 5$ , les termes sont 4 et 5.
- Dans la soustraction  $12 - 7$ , les termes sont 12 et 7.

### Tester une égalité

- Pour tester une égalité, on calcule séparément les deux membres de l'égalité. Si les résultats trouvés sont les mêmes, alors l'égalité est vraie.

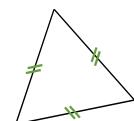
### Trapèze

- Un trapèze est un quadrilatère qui a deux côtés opposés parallèles.
- Remarque : un trapèze ayant un angle droit est appelé trapèze rectangle.



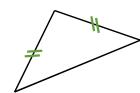
### Triangle équilatéral

- Un triangle équilatéral est un triangle qui a ses trois côtés de la même longueur.



### Triangle isocèle

- Un triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés de la même longueur.

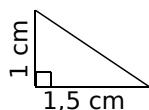


## V Volume d'un solide

- Le volume d'un solide est la mesure de l'espace occupé par ce solide, dans une unité donnée.

### Vraie grandeur (figure en)

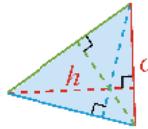
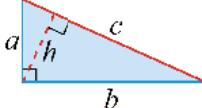
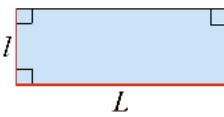
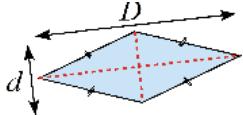
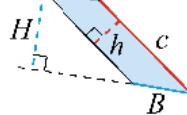
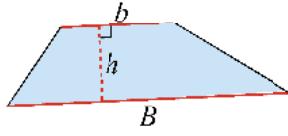
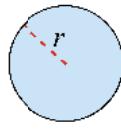
- Dans une figure en vraie grandeur, le tracé respecte les longueurs et les mesures d'angles indiquées.



## Formulaire

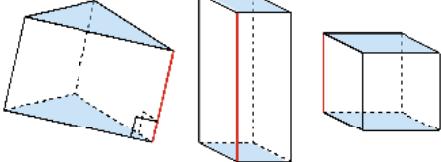
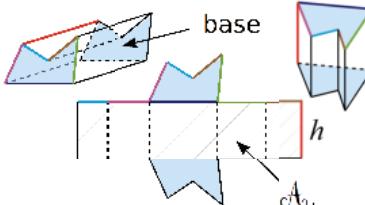
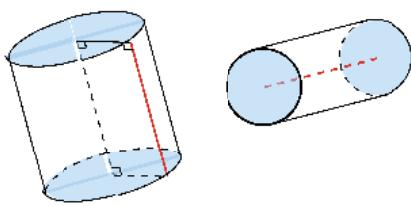
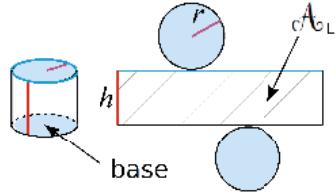
### Périmètres $\mathcal{P}$ et aires $\mathcal{A}$

Deux exemples de conversions :  $25,4 \text{ cm}^2 = 2\,540 \text{ mm}^2$  ;  $50\pi \text{ m}^2 = 0,005\pi \text{ hm}^2$  (ou ha)  $\approx 0,016 \text{ ha}$ .

<b>Triangle</b>		$\mathcal{A}_o = \frac{c \times h}{2}$	<b>Triangle rectangle</b>		$\mathcal{A}_o = \frac{a \times b}{2} = \frac{c \times h}{2}$
<b>Rectangle</b>		$\mathcal{A}_o = L \times l$ $\mathcal{P} = 2L + 2l = 2(L + l)$	<b>Carré</b>		$\mathcal{A}_o = c \times c = c^2$ $\mathcal{P} = 4 \times c = 4c$
<b>Losange</b>		$\mathcal{A}_o = \frac{D \times d}{2}$	<b>Parallélogramme</b>		$\mathcal{A}_o = B \times H = c \times h$
<b>Trapèze</b>		$\mathcal{A}_o = \frac{B + b}{2} \times h$	<b>Disque</b>		$\mathcal{A}_o = \pi \times r \times r = \pi r^2$ $\mathcal{P} = 2 \times \pi \times r = 2\pi r$

### Volumes $\mathcal{V}$ , aires latérales $\mathcal{A}_L$ et patrons

Deux exemples de conversion :  $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$  ;  $1 \text{ L} = 1\,000 \text{ mL}$  ;  $2\,534 \text{ cm}^3 = 2,534 \text{ dm}^3$  ou L.

	<b>Solide en perspective</b>	<b>Patron</b>	<b>Formules</b>
<b>Prisme droit</b>			$\mathcal{V} = \text{Aire base} \times h$ $\mathcal{A}_L \approx \text{Périmètre base} \times h$
<b>Cylindre de révolution</b>			$\mathcal{V} = \text{Aire base} \times h$ $\mathcal{V} = \pi r^2 \times h$ $\mathcal{A}_L = \text{Périmètre base} \times h$ $\mathcal{A}_L = 2\pi r \times h$

### Critères de divisibilité

Un nombre entier est **divisible par 2** si son **chiffre des unités** est **0, 2, 4, 6 ou 8**.

Un nombre entier est **divisible par 3** si la **somme de ses chiffres** est divisible par **3**.

Un nombre entier est **divisible par 4** si le **nombre formé par le chiffre des dizaines et des unités** est **divisible par 4**.

Un nombre entier est **divisible par 5** si son **chiffre des unités** est **0 ou 5**.

Un nombre entier est **divisible par 9** si la **somme de ses chiffres** est divisible par **9**.

### Distributivité

Pour  $k$ ,  $a$  et  $b$  nombres relatifs :  $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ .