

Zadanie zespołowe programistyczne (dla chętnych zespołów 4-5osobowych)

TERMIN I : do 14.06.2019 (piątek)k godz. 17:00

TERMIN II (uzupełniający bez konsekwencji za opóźnienie) : do 13.09.2019 (piątek) godz. 17:00

Fabula zjawiska fizycznego

Stan pojedynczego „atomu” , o masie $m=1$ i promieniu $r=0,1$, gazu dwuwymiarowego opisują dwie pary liczb całkowitych: wektor położenia $\vec{r} = [x, y]$ oraz wektor prędkości

$$\vec{V} = [V_x, V_y].$$

N cząstek gazu wypełnia przestrzeń dwuwymiarową („pojemnik”), tak, że $x, y \in \langle -R, R \rangle$, (Rys.1).

- R,R											R,R
-R, -R											R,R

Rys. 1. Przestrzeń położenia XY

Wartości prędkości nie mogą przekraczać ograniczenia $V_x, V_y \in \langle -W, W \rangle$ (Rys.2).

- P,P					P,P
- P,- P					P,- P

Rys.2. Przestrzeń prędkości

Przyjmujemy, że R i W są liczbami naturalnymi.

Przy zderzeniu ze ściankami pojemnika następuje zmiana prędkości

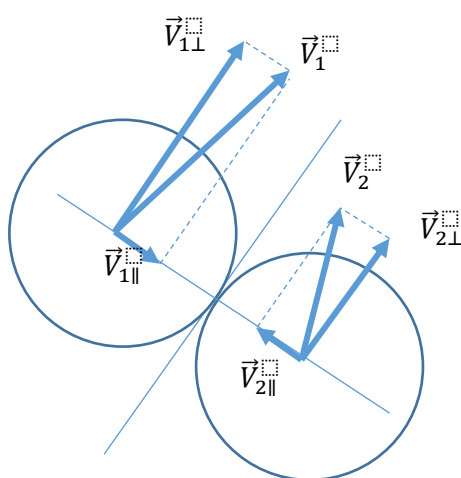
- $\vec{V} = [V_x, V_y] \rightarrow \vec{V}' = [V_x, -V_y]$ przy odbiciu od górnej lub dolnej ścianki,

- $\vec{V} = [V_x, V_y] \rightarrow \vec{V}' = [-V_x, V_y]$ przy odbiciu od lewej lub prawej ścianki.

Zakładamy, że przy zderzeniu kulek składowe styczne prędkości kulek nie ulegają zmianie a jedynie składowe równoległe prędkości tak, że po zderzeniu prędkości kulek są następujące (Rys.3.):

$$\vec{V}'_{1\perp} = \vec{V}_{1\perp} + \vec{V}_{2\parallel} \quad \vec{V}'_{2\perp} = \vec{V}_{2\perp} + \vec{V}_{1\parallel}.$$

Wzór powyższy zachodzi pod warunkiem, że zajdzie zderzenie!



Rys.3. Prędkości przed zderzeniem i rozkład na składowe styczne i centralne..

Zakładamy, że zderzenie zachodzi gdy atom zbliży się do przeszkody (inna kulka lub ścianki pojemnika) z dokładnością ok. $\pm 1/100$ promienia kulki.

W chwili $t=0$ cząstki wypełniają równomiernie pierwszą kolumnę „pojemnika” XY, a współrzędne prędkości, przyjmują dla każdej cząstki wartości losowe

z przedziału $V_{x0,i}, V_{y0,i} \in \langle -W/(2N), W/(2N) \rangle$, tj. $W \approx \sqrt{\sum_{i=1}^N (V_{x0,i}^2 + V_{y0,i}^2)}$.

Ustalamy krok czasu $\Delta t \approx \frac{1}{2W}$ (zamiast czynnika 2, w mianowniku, można testować wartości: 1, 2, 3, ...).

Definiujemy stan dyskretny, w których może się znaleźć pojedyncza cząstka jako określany przez cztery liczby całkowite $[nx, ny, nV_x, nV_y]$, które numerują elementy iloczynu kartezjańskiego zbioru komórek przestrzeni XY (Rys.1. i zbioru komórek przestrzeni $V_x V_y$ (Rys.2). Poszczególne stany $[nx, ny, nV_x, nV_y]$, można ponumerować pojedynczym indeksem s .

Polecenie

W dowolnym języku programowania (sugeruję język Python) napisz program, który

1. (5 punktów) wyznacza położenie poszczególnych cząstek w przestrzeni XY, dla czasów $t_j = j \Delta t$ z dokładnością do rozmiarów pojedynczej komórki.
2. (5 punktów) wyznacza położenie poszczególnych cząstek w przestrzeni $V_x V_y$, dla czasów $t_j = j \Delta t$ z dokładnością do rozmiarów pojedynczej komórki.
3. (5 punktów) wyznacza liczbę cząstek $n_s(t_j)$ w poszczególnych stanach o indeksie s (tj. komórkach $[n_x, n_y, nV_x, nV_y]$, w kolejnych chwilach czasu t_j .
4. (5 punktów) wyznacza prawdopodobieństwo termodynamiczne $\wp(t_j) = \frac{N!}{\prod_{s=1}^M (n_s(t_j))!}$ danego makrostanu w funkcji czasu t_j .
5. (5 punktów) wyznacza entropię $S(t_j) = \ln \wp(t_j)$ w zależności od czasu t_j i rysuje wykres tej zależności.

Wskazówka! W podpunkcie 4 i 5 sugeruję przybliżenie Stirlinga $\ln(n!) \approx n \ln(n) - n$.

**Rozwiązanie zadania bonusowego trzeba zademonstrować w trakcie konsultacji.
Możliwe są inne warianty rozwiązania po uzgodnieniach.**