# โครงงานคณิตศาสตร์
# เรื่อง พีทาโกรัสโฉมใหม่


จัดทำโดย

ธนวิชญ์ วงศ์เยาว์ฟ้า

เศรษฐ์ศรุต กตคุณไพศาล

กีรติ ฤทธานุกูล



หลักสูตรส่งเสริมผู้มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ (Gifted Maths)

โรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัย

กันยายน 2566

# ใบรับรองโครงงานคณิตศาสตร์
# โรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัย
# หลักสูตรส่งเสริมผู้มีความสามารถพิเศษทางด้านคณิตศาสตร์ (Gifted Maths)
# เรื่อง พีทาโกรัสโฉมใหม่

**ผู้จัดทำ :** นายธนวิชญ์ วงศ์เยาว์ฟ้า
นายเศรษฐ์ศรุต กตคุณไพศาล
นายกีรติ ฤทธานุกูล

**ที่ปรึกษา :** นายพงศ์พล จินตนประเสริฐ

ได้พิจารณาเห็นชอบโดย

ลงชื่อ ..... ที่ปรึกษา
( นายพงศ์พล จินตนประเสริฐ )

ลงชื่อ ..... กรรมการ ลงชื่อ ..... กรรมการ
( นายกฤษณะ เกษมี ) ( นางสาวภาภัสสร พัฒนรักษ์ )

ลงชื่อ ..... กรรมการ ลงชื่อ ..... กรรมการ
( นางสาวจรรยานุช ยอดสุรินทร์ ) ( นางสาวอังคณา พละศักดิ์ )

.....
( นายโสภณ ไทยจีน )
หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

.....
( นายจิณณภัทร พิบูลวิทิตธำรง )
ผู้อำนวยการโรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัย

ชื่อโครงงาน พีทาโกรัสโฉมใหม่
ผู้จัดทำ นายธนวิชญ์ วงศ์เยาว์ฟ้า
นายเศรษฐ์ศรุต กตคุณไพศาล
นายกีรติ ฤทธานุกูล
ที่ปรึกษา นายพงศ์พล จินตนประเสริฐ
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัย

---

# บทคัดย่อ

จากการศึกษาโครงงานคณิตศาสตร์เรื่อง พีทาโกรัสโฉมใหม่ ซึ่งได้ทำขึ้นตามความสนใจของคณะผู้จัดทำเพื่อนำทฤษฎีบทของพีทาโกรัสมาประยุกต์ใช้ในการทำโจทย์ และได้วิธีการหาค่าของด้านแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่แปลกออกไปจากวิธีที่เคยมี โดยได้ทำการศึกษาค้นคว้าหาวิธีการใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และนำมาคำนวณหาสูตรสำเร็จ โดยได้ทำการทดลองหลายกรณีจนพบสูตรที่แน่ใจว่าสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้จริง โดยผลการดำเนินงานได้สูตรออกมาดังนี้

1. กรณีที่เป็นเลขคี่ ใช้สูตร $a^2 = x + (x + 1)$ ; $a > 1$ , $a \in z^+$

โดย x และ x+1 เป็นด้านอีกสองด้านที่ต้องการหาค่า

2. กรณีที่เป็นเลขคู่ ใช้สูตร $a^2 \div 2 = x + (x + 2)$ ; $a > 4$ , $a \neq 18$ , $a \in z^+$

โดย x และ x+2 เป็นด้านอีกสองด้านที่ต้องการหาค่า

# กิตติกรรมประกาศ

โครงงานเรื่องนี้ประกอบด้วยการดำเนินการหลายขั้นตอน โดยนับตั้งแต่การศึกษาหาข้อมูล การดำเนินการศึกษา การวิเคราะห์ผลการศึกษา และการจัดทำรูปเล่ม จนกระทั่งโครงงานนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ตลอดระยะเวลาดังกล่าวคณะผู้จัดทำโครงงานได้รับการช่วยเหลือและคำแนะนำที่ดีในด้านต่าง ๆ ตลอดจนได้รับกำลังใจจากบุคคลหลายท่าน คณะผู้จัดทำตระหนักและซาบซึ้งใน ความกรุณาจากทุก ๆ ท่านเป็นอย่างยิ่ง ณ โอกาสนี้ ขอขอบคุณทุก ๆ ท่านดังนี้

ขอกราบพระคุณ อาจารย์พงศ์พล จินตนประเสริฐ ที่ปรึกษาโครงงาน และ คณาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัย ที่คอยดูและเอาใจใส่การทำโครงงานครั้งนี้เป็นอย่างดีตลอดมา อีกทั้งยังให้ความรู้พื้นฐานในการศึกษา ตลอดจนให้คำแนะนำในการดำเนินการศึกษาจนสำเร็จ

ขอขอบคุณ ห้องเรียนกลุ่มโครงการส่งเสริมผู้มีความสามารถพิเศษทางด้านคณิตศาสตร์ รวมถึงโรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัย สำหรับการอำนวยความสะดวกและให้กำลังใจในการทำโครงงานครั้งนี้

ท้ายที่สุด ขอกราบขอบพระคุณ บุพการี และครอบครัว ที่ให้กำลังใจและโอกาสในการศึกษาอันมีค่ายิ่งตลอดมา

นายธนวิชญ์ วงศ์เยาว์ฟ้า

นายเศรษฐ์ศรุต กตคุณไพศาล

นายกีรติ ฤทธานุกูล

# สารบัญ


| | หน้า |
|---|---|
| บทคัดย่อ | ก |
| กิตติกรรมประกาศ | ข |
| สารบัญ | ค |
| สารบัญ(ต่อ) | ง |
| สารบัญภาพ | จ |
| สารบัญตาราง | ฉ |
| บทที่ 1 บทนำ | 1 |
| ที่มาและความสำคัญ | 1 |
| วัตถุประสงค์ | 1 |
| ขอบเขตของการดำเนินงาน | 1 |
| ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ | 1 |
| บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง | 2 |
| ที่มาของทฤษฎีบทพีทาโกรัส | 2 |
| ความหมายของทฤษฎีบทพีทาโกรัส | 3 |
| การพิสูจน์ทฤษฎีบทพีทาโกรัส | 4 |
| เลขชุดพีทาโกรัส | 5 |
| บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส | 6 |
| บทที่ 3 วิธีดำเนินการทดลอง | 7 |
| วัสดุอุปกรณ์และเครื่องมือพิเศษ | 7 |
| ขั้นตอนการดำเนินงาน | 7 |
| บทที่ 4 ผลการดำเนินงาน | 8 |
| กรณีที่ทราบความยาวด้านที่เป็นเลขคี่ | 8 |
| กรณีที่ทราบความยาวด้านที่เป็นเลขคู่ | 9 |

# สารบัญ(ต่อ)


| | หน้า |
|---|---|
| บทที่ 5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ | 12 |
| สรุป | 12 |
| อภิปรายผล | 12 |
| ข้อเสนอแนะ | 12 |
| เอกสารอ้างอิง | 13 |
| ภาคผนวก | 14 |

# สารบัญภาพ


| ภาพที่ | หน้า |
|---|---|
| ภาพที่ 1 ภาพแสดงทฤษฎีพีทาโกรัส | 4 |
| ภาพที่ 2 ภาพแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีพีทาโกรัส | 5 |
| ภาพที่ 3 ภาพสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านเป็นเลขคี่ | 8 |
| ภาพที่ 4 ภาพประกอบสูตรเลขคี่ | 9 |
| ภาพที่ 5 ภาพสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านเป็นเลขคู่ | 10 |
| ภาพที่ 6 ภาพประกอบสูตรเลขคู่ | 10 |
| ภาพที่ 7 ภาพแสดงสูตรพีทาโกรัสบนรูปสามเหลี่ยม | 11 |

# สารบัญตาราง


| ตารางที่ | หน้า |
|---|---|
| ตารางที่ 1 ตารางเลขชุดพีทาโกรัส | 5 |
| ตารางที่ 2 แสดงความสัมพันธ์ทฤษฎีบทพีทาโกรัส | 11 |

# บทที่ 1

# บทนำ

## 1. ที่มาและความสำคัญ

ทฤษฎีบทพีทาโกรัสเป็นทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญมาก ทฤษฎีบทพีทาโกรัสเป็นความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยกล่าวว่า " ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก" ทฤษฎีบทพีทาโกรัสมีชื่อมาจากนักคณิตศาสตร์ชาวกรีกชื่อพีทาโกรัส (Pythagoras) ซึ่งมีชีวิตอยู่ในช่วงศตวรรษที่ 6 ก่อนคริสตกาล

จากที่พวกเราได้ค้นหาได้พบว่ามีปัญหาเกิดขึ้นเนื่องจากคนส่วนมากไม่สามารถจำตัวเลขที่ทำให้เกิดสามเหลี่ยมมุมฉากได้ เนื่องจากหาความเกี่ยวข้องกันไม่ได้ พวกเราจึงได้ทำการสืบค้นและหาวิธีการหาค่าของตัวเลขเป็นสูตรสำเร็จเพื่อแก้ปัญหาดังกล่าวขึ้นมา

จากทฤษฎีบทของพีทาโกรัส เราจึงได้ศึกษาความสัมพันธ์ของด้านแต่ละด้าน และนำมาหาหลักการที่สามารถนำไปใช้ได้จริง โดยได้ทดลองหลายครั้งจนแน่ใจ จึงได้เกิดโครงงานคณิตศาสตร์นี้

## 2. จุดประสงค์การทำโครงงาน

เพื่อนำทฤษฎีบทของพีทาโกรัสมาสร้างวิธีหาความยาวด้านรูปแบบใหม่ และได้วิธีการหาค่าของด้านแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่แปลกออกไปจากวิธีที่เคยมี โดยสามารถได้รับคำตอบที่รวดเร็ว ถูกต้อง และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

## 3. ขอบเขตการดำเนินการ

กรณีที่รู้ด้านที่สั้นที่สุดและเป็นจำนวนนับ

## 4. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ได้สูตรในการหาความยาวด้านแบบใหม่

# บทที่ 2

# เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

โครงงานเรื่องพีทาโกรัสโฉมใหม่ มีวัตถุประสงค์ ซึ่งได้ทำการศึกษาเอกสารและงานวิจัยต่างๆ ได้ดังนี้

2.1 ที่มาของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

2.2 ความหมายของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

2.3 การพิสูจน์ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

2.4 เลขชุดพีทาโกรัส

2.5 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

## 2.1 ที่มาของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ทฤษฎีบทพีทาโกรัสเป็นหนึ่งในทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญที่สุด ทฤษฎีบทนี้กล่าวว่า "ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก"

ทฤษฎีบทพีทาโกรัสมีชื่อมาจากนักคณิตศาสตร์ชาวกรีกชื่อพีทาโกรัส (Pythagoras) ซึ่งมีชีวิตอยู่ในช่วงศตวรรษที่ 6 ก่อนคริสตกาล พีทาโกรัสเป็นผู้นำของลัทธิพีทาโกรัส ซึ่งเป็นลัทธิทางปรัชญาและคณิตศาสตร์ที่มีชื่อเสียงมากในสมัยนั้น

ทฤษฎีบทพีทาโกรัสมีความสำคัญมากเพราะสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้หลากหลาย เช่น การคำนวณความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก การคำนวณพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก การคำนวณปริมาตรของทรงสามเหลี่ยมมุมฉาก และการคำนวณระยะทางระหว่างสองจุด

นอกจากนี้ ทฤษฎีบทพีทาโกรัสยังสามารถนำไปใช้ประยุกต์ในชีวิตประจำวันได้หลายอย่าง เช่น การคำนวณความสูงของอาคาร การคำนวณระยะทางระหว่างสองเมือง และการคำนวณพื้นที่ของสนามฟุตบอล

ทฤษฎีบทพีทาโกรัสกำหนดความสัมพันธ์ของด้านทั้งสามของสามเหลี่ยมมุมฉากอย่างง่าย เพื่อที่ว่าถ้าทราบความยาวของด้านสองด้าน ก็จะสามารถหาความยาวของด้านที่เหลือได้ อีกบทแทรก

หนึ่งของทฤษฎีบทพีทาโกรัสคือ ในสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ ด้านตรงข้ามมุมฉากจะยาวกว่าสองด้านที่เหลือ แต่สั้นกว่าผลรวมของทั้งสอง

ทฤษฎีบทดังกล่าวสามารถกล่าวโดยสรุปได้เป็นกฎของโคไซน์ ซึ่งเมื่อให้ความยาวของด้านทั้งสองและขนาดของมุมระหว่างด้านนั้นมา จะสามารถคำนวณหาความยาวด้านที่สามของสามเหลี่ยมใด ๆ ได้ ถ้ามุมระหว่างด้านเป็นมุมฉาก กฎของโคไซน์ จะย่อลงเหลือทฤษฎีบทพีทาโกรัส

## 2.2 ความหมายของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ความสัมพันธ์ของความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีความสัมพันธ์กันดังนี้ "กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก"

ซึ่งความสัมพันธ์ดังกล่าวมีมานานในรูปของทฤษฎีบทพีทาโกรัสซึ่งเห็นความสัมพันธ์ดังกล่าวในรูปของพื้นที่ดังนี้ "สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก"

ถ้าสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มี B เป็นมุมฉาก ความสัมพันธ์ตามทฤษฎีบทพีทาโกรัสมีลักษณะดังรูป

พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส บนด้าน AC $= b^2$

พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส บนด้าน AB $= c^2$

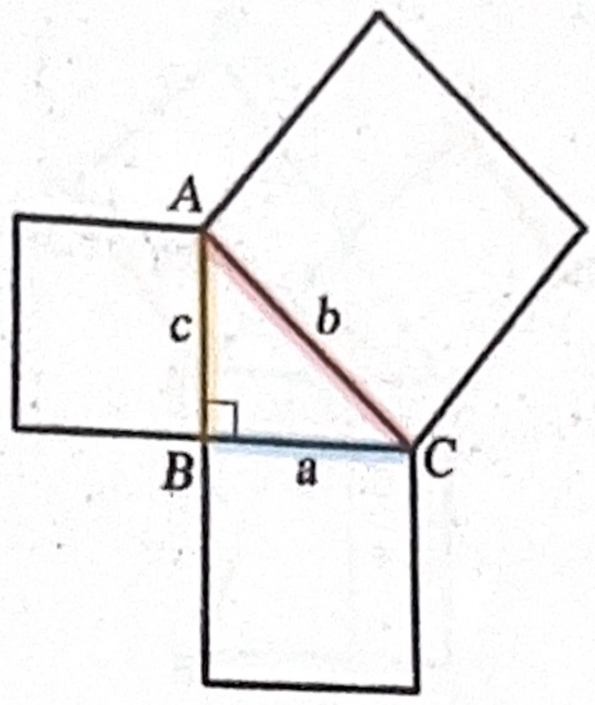
พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส บนด้าน BC $= a^2$

ดังนั้นพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสบยด้าน AC เท่ากับ พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน AB บวกกับพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน BC

ตามที่ได้กล่าวไปแล้วข้างต้น หาก $c$ แทนความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก และ $a$ และ $b$ แทนความยาวของอีกสองด้านที่ประกบมุมฉาก ทฤษฎีบทพีทาโกรัสจะสามารถเขียนในรูปสมการพีทาโกรัสได้ดังนี้

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$




ภาพที่ 1 ภาพแสดงทฤษฎีพีทาโกรัส

ถ้าทราบความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก $c$ และด้านประชิดมุมฉากด้านใดด้านหนึ่ง ($a$ หรือ $b$) แล้ว ความยาวด้านที่เหลือสามารถคำนวณได้ดังนี้

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

หรือ

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

## 2.3 การพิสูจน์ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

การพิสูจน์ทฤษฎีบทพีทาโกรัสมีได้หลายวิธี และที่จะกล่าวถึงเป็นวิธีการหนึ่งสามารถพิสูจน์ทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้ การพิสูจน์รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABED,ACGF และ BCIH บนด้าน $\overline{AB}$,$\overline{AC}$ และ $\overline{BC}$ ตามลำดับ

ลากเส้น $\overline{EC}$ และ $\overline{AH}$

ลาก $\overline{AJ}$ จากจุด A ให้ตั้งฉากกับ $\overline{HI}$

พิจารณา สามเหลี่ยม EBC และ สามเหลี่ยม ABH จะได้ว่า

$\overline{EB} = \overline{AB}$ , มุม EBC = มุม ABH , $\overline{BC} = \overline{BH}$

ดังนั้นสามเหลี่ยม EBC ≅ สามเหลี่ยม ABH (ด.ม.ด)

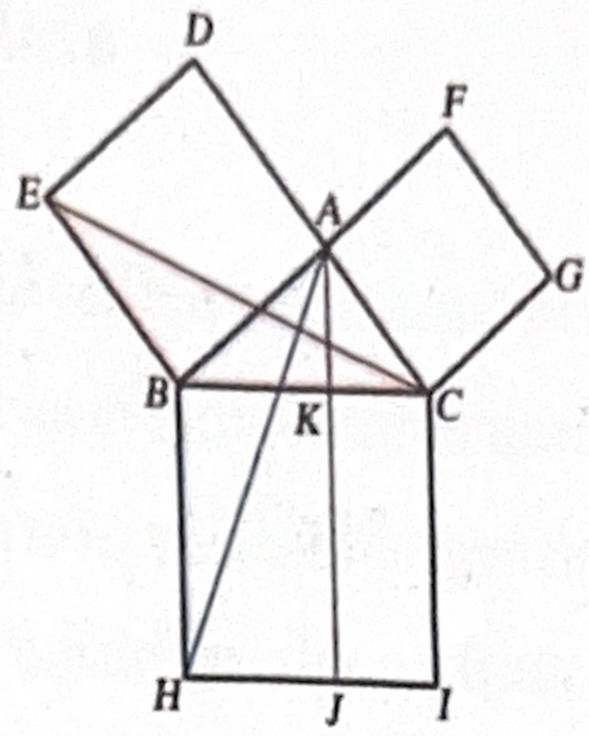
พื้นที่สามเหลี่ยม EBC เป็น $\frac{1}{2}$ ของพื้นที่สี่เหลี่ยม ABED

พื้นที่สามเหลี่ยม ABH เป็น $\frac{1}{2}$ ของพื้นที่สี่เหลี่ยม BHJK

ดังนั้น พื้นที่สี่เหลี่ยม ABED = พื้นที่สี่เหลี่ยม BHJK

และในทำนองเดียวกันเราก็สามารถพิสูจน์ได้ว่า พื้นที่สี่เหลี่ยม ACGF = พื้นที่สี่เหลี่ยม KCIJ

ดังนั้นพื้นที่สี่เหลี่ยม EBAD + ACGF = พื้นที่ BKJH + KCIJ = พื้นที่สี่เหลี่ยม BCIH




ภาพที่ 2 ภาพแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

## 2.4 เลขชุดพีทาโกรัส

เลขชุดพีทาโกรัส คือ ชุดตัวเลขที่ทำให้เราสามารถหาความยาวของด้านทั้งสามของสามเหลี่ยมมุมฉากตาม ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ($c^2 = a^2 + b^2$) ได้อย่างรวดเร็ว ถ้าเราทราบความยาวของด้านอย่างน้อยสองด้าน เราจะหาความยาวของด้านที่สามได้ทันที แต่มีข้อแม้ว่า ด้าน a และ b จะต้องเป็นด้านประชิดมุมฉากด้านใดก็ได้ ส่วน c จะเป็นด้านตรงข้ามมุมฉากหรือด้านที่ยาวที่สุดเท่านั้น

ตัวอย่างเช่น ถ้าเราทราบ $a = 3$ และ $c = 5$ เราจะตอบได้ทันทีว่า $b = 4$ แต่ในกรณีที่โจทย์ประยุกต์ขึ้นไปอีกขั้น คือ เราจะไม่สามารถเห็นตัวเลขชุดนี้ได้ทันทีต้องอาศัยไหวพริบเล็กน้อย นั่นก็คือ เลขชุดพีทาโกรัส จะมาในรูปแบบของตัวเลขที่เป็นจำนวนเท่าของตัวเลขชุดนั้น

ตัวอย่างเช่น ถ้าเราทราบ $a = 6$ และ $c = 10$ ในข้อนี้เราจะต้องพิจารณาก่อนว่า 6 และ 10 เป็นจำนวนเท่าของเลขชุดพีทาโกรัสหรือไม่ $a = 6$ และ $c = 10$ เป็น 2 เท่าของตัวเลขชุด $a = 3$ , $c = 5$ ซึ่งปกติแล้ว ตัวเลขชุด $a = 3$ , $c = 5$ จะต้องตอบว่า $b = 4$ แต่ในโจทย์ข้อนี้ ตัวเลขเป็น 2 เท่าของตัวเลขชุด ทำให้เราได้ตัวเลขชุดใหม่เป็น $a = 6$ , $b = 8$ และ $c = 10$ จึงทำให้ตอบได้ว่า ถ้า $a = 6$ และ $c = 10$ จะได้ $b = 8$ เป็นคำตอบนั่นเอง

| a หรือ b | | c |
|---|---|---|
| 3 | 4 | 5 |
| 5 | 12 | 13 |
| 7 | 24 | 25 |
| 8 | 15 | 17 |
| 9 | 40 | 41 |

ตารางที่ 1 ตารางเลขชุดพีทาโกรัส

## 2.5 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$c^2 = a^2 + b^2$ สามเหลี่ยมที่ได้จะเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก $c^2 > a^2 + b^2$ สามเหลี่ยมที่ได้จะเป็นสามเหลี่ยมมุมป้าน $c^2 < a^2 + b^2$ สามเหลี่ยมที่ได้จะเป็นสามเหลี่ยมมุมแหลม Euclid's Elements ของ ยุคลิดด้วย โดยบทกลับนี้สามารถพิสูจน์ได้โดยใช้ กฎของโคไซน์ หรือตามการพิสูจน์ดังต่อไปนี้

"กำหนดสามเหลี่ยม ABC มีด้านสามด้านที่มีความยาว a b และ c และ $a^2 + b^2 = c^2$

เราจะต้องพิสูจน์ว่ามุมระหว่าง a และ b เป็นมุมฉากดังนั้น เราจะสร้างสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวของด้านประกอบมุมฉาก เป็น a และ b แต่จากทฤษฎีบทปีทาโกรัส เราจะได้ว่าด้านตรงข้ามมุมฉากของสามเหลี่ยมรูปที่สองก็จะมีค่าเท่ากับ c เนื่องจากสามเหลี่ยมทั้งสองรูปมีความยาวด้านเท่ากันทุกด้าน สามเหลี่ยมทั้งสองรูปจึงเท่ากันทุกประการแบบ "ด้าน-ด้าน-ด้าน" และต้องมีมุมขนาดเท่ากันทุกมุม ดังนั้นมุมที่ด้าน a และ b มาประกอบกัน จึงต้องเป็นมุมฉากด้วย

# บทที่ 3
# วิธีการดำเนินการ

ในการหาสูตรของการหาค่าสำเร็จของสามเหลี่ยมพีทาโกรัสเพื่อนำมาใช้ในการทำโจทย์คณิตศาสตร์ โดยมีขอบเขตว่ากรณีที่ทราบด้านที่สั้นที่สุดเพียงด้านเดียวและเป็นจำนวนนับนั้น คณะผู้จัดทำได้ดำเนินการศึกษาดังนี้

## 3.1 วัสดุอุปกรณ์และเครื่องมือพิเศษ

3.1.1 อุปกรณ์สำหรับจดและคำนวณ เช่น กระดาษ ปากกา ดินสอ ยางลบ

3.1.2 อุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ เช่น คอมพิวเตอร์ โทรศัพท์มือถือ

## 3.2 ขั้นตอนการดำเนินงาน

3.2.1 ศึกษาทฤษฎีบทพีทาโกรัส

3.2.2 หาจุดบกพร่องของการนำหลักของพีทาโกรัสมาใช้

3.2.3 หาหลักการใหม่ ที่สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้จริง

3.2.4 คัดเลือกหลักการ นำไปทดลอง และนำไปปรับใช้

# บทที่ 4
# ผลการดำเนินงาน

## 4.1 ผลการดำเนินงาน

ในการนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้นั้นสามารถสรุปออกมาได้ 2 แบบ

**4.1.1. ในกรณีที่ทราบความยาวเป็นเลขคี่**

1.1 นำตัวเลขที่โจทย์กำหนดให้มายกกำลังสอง

1.2 นำตัวเลขที่ยกกำลัง 2 แล้วมาแยกเป็น x และ x+1

1.3 ระบุด้านที่เหลือตามค่าที่หามาได้

1.4 ทดสอบตามหลักทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

เช่น มีสามเหลี่ยมมุมฉากหนึ่งรูปโดยมีด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งยาว 7 หน่วยจงหาความยาวของด้านที่เหลือ

**ขั้นตอนที่ 1**

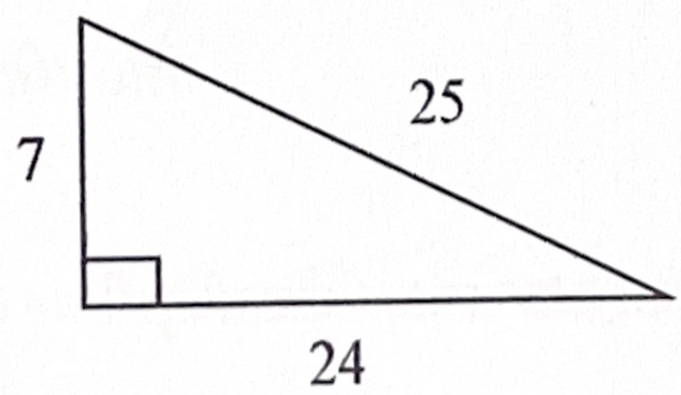
เอา 7 มายกกำลังสอง คือ $7^2 = 49$

**ขั้นตอนที่ 2**

นำเลข 49 มาแยกออกเป็น x และ x+1 จะได้ว่า $49 = 24 + 25$

**ขั้นตอนที่ 3**

ระบุด้านแต่ละด้านตามความยาวที่หามาได้คือด้านประกอบมุมฉากที่เหลือจะเป็นตัวเลขที่น้อย ส่วนด้านตรงข้ามมุมฉากจะเป็นตัวเลขที่มาก ดังนี้




ภาพที่ 3 ภาพสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านเป็นเลขคี่

**ขั้นตอนที่ 4**

ตรวจสอบคำตอบว่าเป็นไปตามทฤษฎีบทของพีทาโกรัสหรือไม่ ดังนี้

ตามทฤษฎีบทของพีทาโกรัส จะได้

$$a^2 + b^2 = c^2$$

แทนค่าในสูตร $7^2 + 24^2 = 25^2$

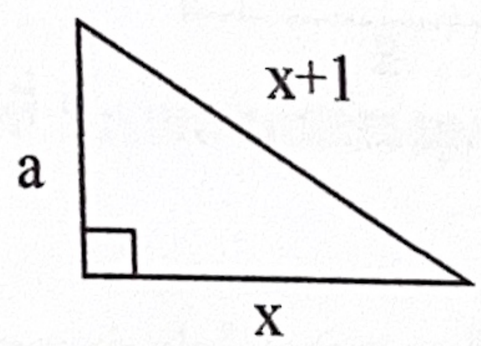
จะได้ $49 + 576 = 625$

$$625 = 625$$

สรุปได้ว่าเป็นไปตามทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

**สรุปออกมาเป็นสูตรได้ดังนี้**

$a^2 = x + (x+1)$ และ a เป็นด้านที่สั้นที่สุด




ภาพที่ 4 ภาพประกอบสูตรเลขคี่

**หมายเหตุ** : ใช้ได้เมื่อ a เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 1

**4.1.2. ในกรณีที่ทราบความยาวเป็นเลขคู่**

จะมีวิธีการในการหาดังนี้

2.1 นำตัวเลขที่โจทย์กำหนดให้มายกกำลังสอง

2.2 นำค่าที่ได้จากข้อหนึ่งมาหารด้วยสอง

2.3 นำค่าที่ได้จากข้อสองมาหารสองอีกครั้งหนึ่ง

2.4 นำค่าที่ได้มาหาเลขตัวที่มากกว่าหนึ่งตัวและตัวที่น้อยกว่าอีกหนึ่งตัว

2.5 ระบุด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากที่เหลือจากค่าที่หามาได้

ทดสอบตามหลักทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

**ดังตัวอย่าง**

เช่น มีสามเหลี่ยมมุมฉากหนึ่งรูปโดยมีด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งยาว 4 หน่วย จงหาความยาวของด้านที่เหลือ

**ขั้นตอนที่ 1**

ดำเนินการนำตัวเลขที่โจทย์กำหนดมายกกำลังสอง คือ $6^2 = 36$

**ขั้นตอนที่ 2**

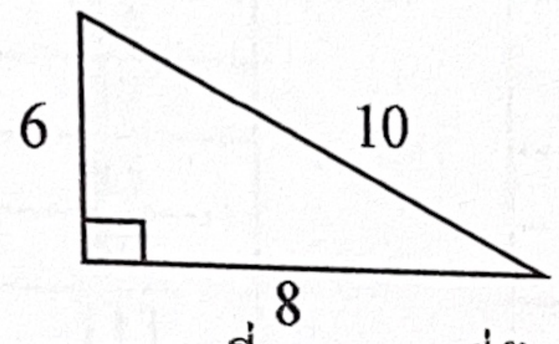
นำค่าที่ได้ไปหารด้วย 2 จะได้ว่า $36 \div 2 = 18$

**ขั้นตอนที่ 3**

นำค่าที่ได้จากขั้นตอนที่ 2 มาแยกเป็น x และ x+2

**ขั้นตอนที่ 4**

ระบุด้านแต่ละด้านตามความยาวที่หามาได้คือด้านประกอบมุมฉากที่เหลือจะเป็นตัวเลขที่น้อย ส่วนด้านตรงข้ามมุมฉากจะเป็นตัวเลขที่มาก ดังนี้




ภาพที่ 5 ภาพสามเหลี่ยมมุมฉากที่ด้านเป็นเลขคู่

**ขั้นตอนที่ 5**

ตรวจสอบคำตอบว่าเป็นไปตามทฤษฎีบทของพีทาโกรัสหรือไม่ ดังนี้

ตามทฤษฎีบทของพีทาโกรัส จะได้

$$a^2 + b^2 = c^2$$

แทนค่าในสูตร $6^2 + 8^2 = 10^2$

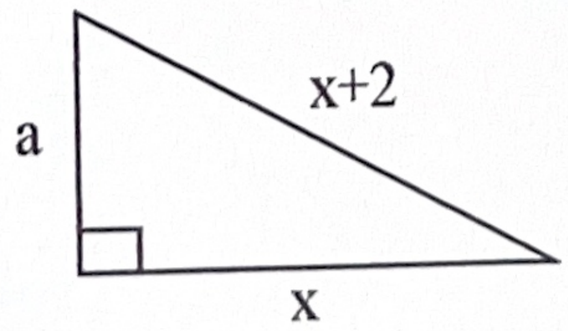
จะได้ $36 + 64 = 100$

$$100 = 100$$

**สรุป** ได้ว่าเป็นไปตามทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

**สรุปออกมาเป็นสูตรได้ดังนี้**

$a^2 = x + (x+2)$ และ a เป็นด้านที่สั้นที่สุด



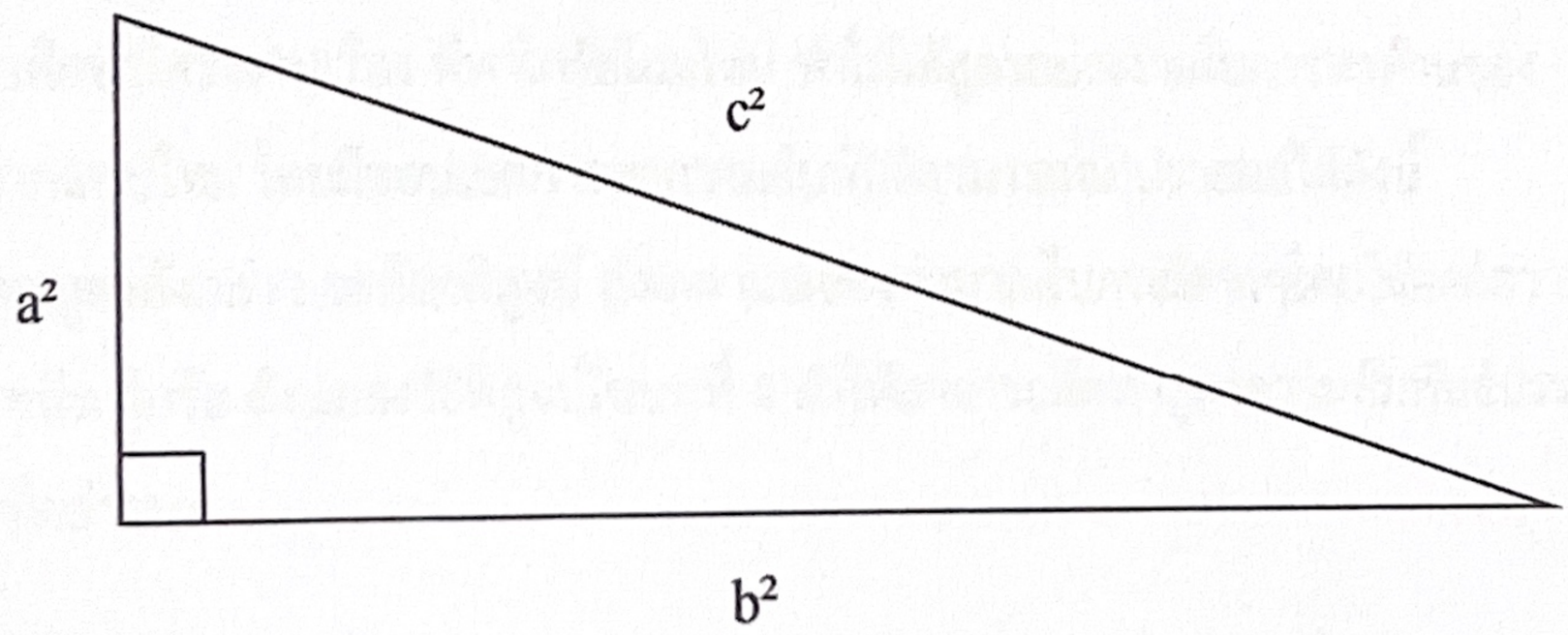

ภาพที่ 6 ภาพประกอบสูตรเลขคู่

**หมายเหตุ** : เริ่มใช้ได้ตั้งแต่ $a \geq 6$ และ $a \neq 1$

| a | b | c |
|---|---|---|
| 1 | √3 | 2 |
| 2 | 3.75 | 4.25 |
| 3 | 4 | 5 |
| 4 | 7.5 | 8.5 |
| 5 | 12 | 13 |
| 6 | 8 | 10 |
| 7 | 24 | 25 |
| 8 | 15 | 17 |
| 9 | 40 | 41 |
| 10 | 24 | 26 |
| 11 | 60 | 61 |
| 12 | 35 | 37 |
| 13 | 84 | 85 |
| 14 | 48 | 50 |
| 15 | 112 | 113 |

| a | b | c |
|---|---|---|
| 16 | 63 | 65 |
| 17 | 144 | 145 |
| 18 | 24 | 30 |
| 19 | 180 | 181 |
| 20 | 99 | 101 |
| 21 | 220 | 221 |
| 22 | 120 | 122 |
| 23 | 264 | 265 |
| 24 | 143 | 145 |
| 25 | 312 | 313 |
| 26 | 168 | 170 |
| 27 | 364 | 365 |
| 28 | 195 | 197 |
| 29 | 420 | 421 |
| 30 | 40 | 50 |

ตารางที่ 2 แสดงความสัมพันธ์ทฤษฎีบทพีทาโกรัส




ภาพที่ 7 ภาพแสดงสูตรพีทาโกรัสบนรูปสามเหลี่ยม

# บทที่ 5
# สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

## 5.1 สรุป

จากที่ได้ทำการศึกษาและทดลองค้นหาหลักการในการหาค่าของด้านแต่ละด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากโดยทราบด้านที่สั้นที่สุดเพียงด้านเดียว โดยสรุปออกมาเป็นสูตรได้สองแบบคือ

1. กรณีที่เป็นเลขคี่ ใช้สูตร $a^2 = x + (x + 1)$ ; $a > 1$ , $a \in z^+$

โดย x และ x+1 เป็นด้านอีกสองด้านที่ต้องการหาค่า

2. กรณีที่เป็นเลขคู่ ใช้สูตร $a^2 \div 2 = x + (x + 2)$ ; $a > 4$ , $a \neq 18$ , $a \in z^+$

โดย x และ x+2 เป็นด้านอีกสองด้านที่ต้องการหาค่า

## 5.2 อภิปรายผล

จากการศึกษาโครงงานเรื่อง พีทาโกรัสโฉมใหม่ ทำให้ได้สูตรอย่างง่ายในการหาด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากแบบใหม่ โดยมีขอบเขตการหาความสัมพันธ์สามารถอภิปรายผลได้ดังนี้

ในการหาสูตรดังกล่าว จะต้องพิสูจน์ สังเกต และลองคำนวณในกรณีต่างๆโดยใช้องค์ความรู้ในเรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส ดังแสดงวิธีพิสูจน์ในบทที่ 4 ทำให้สามารถคิดหาสูตรความสัมพันธ์บรรลุวัตถุประสงค์ดังที่กล่าวมา

## 5.3 ข้อเสนอแนะ

จากการศึกษาโครงงานนี้ที่เกิดขึ้นจากความสงสัยของคณะผู้จัดทำว่า เราสามารถหาความยาวของด้านในรูปสามเหลี่ยมที่รู้เพียงด้านสั้นด้านเดียวได้หรือไม่ โดยคณะผู้จัดทำมีข้อเสนอแนะที่จะสามารถนำโครงงานนี้ไปเพิ่มเติมต่อยอดโครงงานได้ดังต่อไปนี้

5.3.1 คิดสูตรที่สามารถใช้กับจำนวนที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม

5.3.2 คิดสูตรที่สามารถใช้ได้กับจำนวนที่มากกว่า 30

# เอกสารอ้างอิง


At home. (2565). ความหมายของทฤษฎีบทพีทาโกรัส. (ออนไลน์). แหล่งที่มา : https://www.athometh.com/math/pythagoras/ [ 15 สิงหาคม 2566]

Reviews. ประวัติของพีทาโกรัส. (ออนไลน์). แหล่งที่มา : https://reviews.tn/th/wiki/who-is-the-father-of-pythagoras-theorem-2/ [ 15 สิงหาคม 2566]

Digitalschoolclub. ความหมายและข้อเท็จจริงของสามเหลี่ยม. (ออนไลน์). แหล่งที่มา : http://www.digitalschool.club/digitalschool/math2_2_1/math6/more1/page01.php [ 16 สิงหาคม 2566]

tmtyai. (2565). อัตราส่วนตรีโกณมิติของสามเหลี่ยมมุมฉาก. (ออนไลน์). แหล่งที่มา : https://tuemaster.com/blog/อัตราส่วนตรีโกณมิติของ/ [ 20 สิงหาคม 2566]