

# Ayudantía Matemáticas Avanzadas I N.4

Daniel Sánchez

31 de Marzo 2022

1. Niegue las siguientes proposiciones, dados los conjuntos  $A, B \subseteq \mathbb{N}$ :

(a)  $(\forall x \in A)(\exists y \in B) : (x - y < 0 \Rightarrow x^2 - 1 > 9)$

(b)  $(\exists x \in A)(\forall y \in B) : (x \geq 2) \Rightarrow [(xy < x) \vee (x - y \text{ es par})]$

(c)  $(\forall x \in B)(\forall y \in B) : (x + y) \notin A \wedge xy \in B$

2. Utilizando inducción, demuestre que

(a)  $\forall n \in \mathbb{N} :$

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{n+1}{n+2}$$

(b)  $\forall n \in \mathbb{N} :$

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \frac{4}{2^4} + \dots + \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$$

(c)  $\forall n \in \mathbb{N} :$

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{2}{2 \cdot 3} + \frac{3}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

(d)  $\forall n \in \mathbb{N} : 5^n - 1$  es un múltiplo de 4.

# Ejercicios repaso

1. Sea  $\triangleright$  el conector definido por la siguiente equivalencia lógica:

$$(p \triangleright q) \equiv (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$$

Determine el valor de verdad de  $p \Leftrightarrow q$  si se sabe que  $p \triangleright (p \triangleright q)$  es falsa.

2. Determine justificadamente el valor de verdad de la proposición:

$$\exists x \in A, \forall y \in B : xy \geq 0 \Rightarrow x + y > 1$$

Con  $A = \{x \in \mathbb{Z} : -2 < x < 2\}$  y  $B = \{-1, 2, 3, 4\}$ .