Ayudantía Álgebra N.12

Daniel Sánchez

10 de Junio 2022

1. Considere los vectores $\vec{u} = (-2, 3, 1)$, $\vec{v} = (4, -2, 0)$, $\vec{w} = (8, x, 2)$ de $\mathbb{R}^3$.

   (a) Calcule el valor de $x \in \mathbb{R}$ tal que $2\vec{u} + 3\vec{v} = \vec{w}$.

   (b) Calcule el valor de $x \in \mathbb{R}$ de modo que $\vec{w}$ sea perpendicular a $\vec{v}$.

   (c) ¿Existirá algún valor de $x \in \mathbb{R}$ de modo que $\vec{w}$ sea paralelo a $\vec{u} \times \vec{v}$? Justifique.

2. Considere los puntos $A(2, -3, 4)$ y $B(-1, 1, 2)$ y $C(-1, 0, 1)$ de $\mathbb{R}^3$

   (a) Determine el vector proyección del vector $\overrightarrow{AC}$ sobre el vector $\overrightarrow{AB}$.

   (b) Encuentre la ecuación de la recta que pasa por $C(-1, 0, 1)$ y que es paralela a la recta que pasa por A y B.

3. Considere las rectas

$$l_1 : (x, y, z) = (1, 3, -2) + t(4, 5, -3) \text{ con } t \text{ en } \mathbb{R} \text{ y}$$

$$l_2 : \frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{-z+5}{2}$$

   (a) Determine si las rectas son secantes o no.

   (b) Determine la distancia más cercana entre el punto $(1, -2, -3)$ y la recta l_1.

Propiedades

- $\vec{a} \cdot \vec{a} = \|\vec{a}\|^2$
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$
- $\vec{a} \cdot (\ \vec{b} + \vec{c}\ ) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$
- $\alpha\ (\vec{a} \cdot \vec{b}) = (\alpha\ \vec{a}) \cdot \vec{b} = (\alpha\ \vec{b}) \cdot \vec{a}$
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \cos(\theta)$
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{4}\|\vec{a} + \vec{b}\|^2 - \frac{1}{4}\|\vec{a} - \vec{b}\|^2$
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}(\|\vec{a}\|^2 + \|\vec{b}\|^2 - \|\vec{a} - \vec{b}\|^2)$
- $||\vec{u} \times \vec{v}|| = ||\vec{u}||^2\, ||\vec{v}||^2 - (\vec{u} \cdot \vec{v})^2$
- Área del palalelógramo formado por los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$:

$$||\vec{u} \times \vec{v}|| = ||\vec{v}||\, ||\vec{v}||\, \sin(\alpha)$$

- $\vec{u} \times \vec{v}$ es un vector ortogonal tanto a $\vec{u}$ como a $\vec{v}$.