

Ayudantía Álgebra N.12

Daniel Sánchez

10 de Junio 2022

1. Considere los vectores $\vec{u} = (-2, 3, 1)$, $\vec{v} = (4, -2, 0)$, $\vec{w} = (8, x, 2)$ de \mathbb{R}^3 .
 - (a) Calcule el valor de $x \in \mathbb{R}$ tal que $2\vec{u} + 3\vec{v} = \vec{w}$.
 - (b) Calcule el valor de $x \in \mathbb{R}$ de modo que \vec{w} sea perpendicular a \vec{v} .
 - (c) ¿Existirá algún valor de $x \in \mathbb{R}$ de modo que \vec{w} sea paralelo a $\vec{u} \times \vec{v}$? Justifique.
2. Considere los puntos $A(2, -3, 4)$ y $B(-1, 1, 2)$ y $C(-1, 0, 1)$ de \mathbb{R}^3
 - (a) Determine el vector proyección del vector \overrightarrow{AC} sobre el vector \overrightarrow{AB} .
 - (b) Encuentre la ecuación de la recta que pasa por $C(-1, 0, 1)$ y que es paralela a la recta que pasa por A y B .
3. Considere las rectas

$$l_1 : (x, y, z) = (1, 3, -2) + t(4, 5, -3) \text{ con } t \text{ en } \mathbb{R} \text{ y}$$

$$l_2 : \frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{-z+5}{2}$$

- (a) Determine si las rectas son secantes o no.
- (b) Determine la distancia más cercana entre el punto $(1, -2, 3)$ y la recta l_1 .

Propiedades

- $\vec{a} \cdot \vec{a} = \|\vec{a}\|^2$
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$
- $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$
- $\alpha (\vec{a} \cdot \vec{b}) = (\alpha \vec{a}) \cdot \vec{b} = (\alpha \vec{b}) \cdot \vec{a}$
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \cos(\theta)$
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{4} \|\vec{a} + \vec{b}\|^2 - \frac{1}{4} \|\vec{a} - \vec{b}\|^2$
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2} (\|\vec{a}\|^2 + \|\vec{b}\|^2 - \|\vec{a} - \vec{b}\|^2)$
- $\|\vec{u} \times \vec{v}\| = \|\vec{u}\|^2 \|\vec{v}\|^2 - (\vec{u} \cdot \vec{v})^2$
- Área del paralelogramo formado por los vectores \vec{u} y \vec{v} :

$$\|\vec{u} \times \vec{v}\| = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \sin(\alpha)$$

- $\vec{u} \times \vec{v}$ es un vector ortogonal tanto a \vec{u} como a \vec{v} .