

Ayudantía Matemáticas Avanzadas I N.6

Daniel Sánchez

14 de Abril 2022

1. Sea $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la sucesión recursiva definida por $a_1 = 0$ y $a_n = \frac{a_{n-1} - 1}{2}, \forall n \geq 2$
 - (a) Calcule los términos a_2, a_3 y a_4 , aplicando la fórmula recursiva definida.
 - (b) Demuestre por inducción que $\forall n \in \mathbb{N}$, se cumple que:

$$a_n = 2 \left(\frac{1}{2} \right)^n - 1$$

2. Una persona desea hacer una caminata desde Pucón hasta Santiago. El trayecto tiene una distancia total de 770 *km*. Decide que caminará 20 *km* cada uno de los primeros 10 días, y que luego (a partir del día 11) caminará cada día 1 *km* más que el día anterior. ¿Cuántos días totales demorará en completar la ruta? ¿Cuántos kilómetros caminará el último día?
3. En una progresión geométrica de términos positivos, el sexto término es 2 y el octavo término es 98. Determine el primer término y la razón de la P.G.
4. Si se invierten \$2000 en una cuenta de ahorros a un interés de 8% capitalizable anualmente y si la tasa de interés decrece después de 6 años en un 6% anual, calcule el valor de la inversión en el año décimo.

Fórmulas

1. Si $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ es una **progresión aritmética** de primer término a y diferencia d , entonces:
 - (a) Los primeros términos de la progresión son $a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots$
 - (b) $\forall n \in \mathbb{N}$ se cumple que $a_{n+1} - a_n = d$
 - (c) Si se conocen dos términos de una P.A. y los lugares que ocupan, entonces la progresión se puede determinar.
2. Si $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ es una **progresión geométrica** de primer término a y razón r , entonces:
 - (a) Los primeros términos de la progresión son a, ar, ar^2, ar^3, \dots
 - (b) $\forall n \in \mathbb{N}$ se cumple que $\frac{a_{n+1}}{a_n} = r$
 - (c) Si se conocen dos términos de una P.G. y los lugares que ocupan, entonces la progresión se puede determinar.