Ayudantía N.9

Daniel Sánchez

4 de Noviembre 2022

1. Determine las coordenadas del vector dado con respecto a la base que se le entrega.
   (a) $(1, 0)$ respecto a $B = \{(1, 1), (-1, 1)\}$
   (b) $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ respecto a $C = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \right\}$
   (c) $p(x) = 3 + 3x - 4x^2$ respecto a $D = \{1 + x, 1 + x^2, x + x^2\}$
2. Dadas las bases $B = x, x^2 + 2, 3x^2 + 2$ y $C = x - 3, x + 2, x^2 + 1$
   (a) Determine la matriz cambio de base de B a C.
   (b) Si $[p]_B = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$, determine $[p]_C$.
   (c) Determine la matriz cambio de base de C a B.
   (d) Si $[q]_C = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, determine $[q]_B$.
3. Sean $V = \left\{ \begin{bmatrix} x & y \\ -y & x \end{bmatrix} \mid x, y \in \mathbb{R} \right\}$ y $W = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & -a \end{bmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$ dos subespacios de $M_2(\mathbb{R})$.
   (a) Determine un sistema de generadores para V.
   (b) Determine un sistema de generadores para W.
   (c) Determine un sistema de generadores para $V + W$.
4. Dados los subespacios de $\mathbb{R}^4$:
$$\begin{aligned} S &= \langle \{(1, 0, 1, 1), (1, -1, -1, 0), (0, 1, 2, 1)\} \rangle \\ T &= \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - z = t \wedge y + z = 0\} \end{aligned}$$
   (a) Determine una base para S.
   (b) Determine una base para T.
   (c) Determine una base para $S + T$.

5. Sea $A = \{(a, b, c, d) \in \mathbb{P}^3 \mid a + b + c - d = 0 \wedge b + c + d = 0\}$

   (a) Demuestre que A es un subespacio vectorial de $\mathbb{P}^3$ sobre $\mathbb{R}$.

   (b) Encuentre los generadores de A.

   (c) Determine si el conjunto de generadores es LI o LD.

Tips

(a) Matriz cambio base:

Sean D y B bases ordenadas de V (espacio de dimensión finita), se tiene que:

$$[D' \mid B'] \approx [I_n \mid P_{D \leftarrow B}]$$
$$[B' \mid D'] \approx [I_n \mid P_{B \leftarrow D}]$$
$$[P]_B = P_{B \leftarrow D} \cdot [P]_D$$
$$[P]_D = P_{D \leftarrow B} \cdot [P]_B$$
$$P_{D \leftarrow C} = (P_{C \leftarrow D})^{-1}$$