Ayudantía Álgebra N.2

Daniel Sánchez

18 de Marzo 2022

1. Determine si las siguientes proposiciones corresponden a una tautología, contradicción o contingencia:

   (a) $[(p \Rightarrow q) \wedge (p \wedge \neg q \wedge r)] \Rightarrow (\neg p \vee q)$

   (b) $[\{(p \vee q) \wedge \neg p\} \Rightarrow q] \Leftrightarrow q$

2. Simplificar, aplicando propiedades:

$$[A \cap B^c \cap (A - B^c)]^c \cup A^c$$

3. Dados los conjuntos A, B y C, simplificar al máximo la siguiente expresión:

$$[A \cap (A^c \cup B)] \cup [B \cap (B \cup C)] \cup B$$

4. Considere el conjunto referencial $E = \mathbb{N}$ y las funciones proposicionales:

$$p(x) : x \text{ es par}, \; q(x) : x \geq 5$$

   Decida si las proposiciones son ambas verdaderas:

$$\forall x \in E : p(x) \Rightarrow \neg q(x) \; ; \; \exists x \in E : p(x)$$

5. Sean $A = \{-1, 2, 3, 4, 1\}$ y $B = \{1, \pi\}$. Determine el valor de verdad de la afirmación. Justifique.

$$\exists x \in A, \forall y \in B : x + y < y$$

6. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

   (a) $(\exists x \in \{2, 3, 4\})(\forall y \in \{-1, 0, 1\})(y \geq 0 \Rightarrow x + y \geq 3)$

   (b) $(\forall x \in \{1, -2, \frac{1}{2}\})(\exists y \in \{-1, 1, 2, 3\})(xy > \frac{3}{2})$

Tips: Sean A, B y C conjuntos:

Identidad	$A \cap \mathcal{U} = A$ $A \cap \varnothing = \varnothing$ $A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$ $A \cup \varnothing = A$
Idempotencia	$A \cap A = A$ $A \cup A = A$
Involución	$(A^c)^c = A$
Complemento	$A \cap A^c = \varnothing$ $A \cup A^c = \mathcal{U}$
Conmutatividad	$A \cap B = B \cap A$ $A \cup B = B \cup A$
Asociatividad	$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
Distributividad	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
Leyes de Morgan	$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$ $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$
Absorción	$A \cap (A \cup B) = A$ $A \cup (A \cap B) = A$
Resta	$A - B = A \cap B^c$

1. Recuerda que el símbolo $\subseteq$, significa que el conjunto de la izquierda es un subconjunto del de la derecha.