

# Ayudantía Álgebra N.11

Daniel Sánchez

3 de Junio 2022

1. Dado los puntos  $A(-3, 4, -1)$ ,  $B(1, -1, 1)$  y  $C(-1, 2, 3)$  de  $\mathbb{R}^3$ . Si  $\vec{u} = \vec{AB}$  y  $\vec{v} = \vec{CA}$  determine el valor de  $x, y \in \mathbb{R}$ , si existe, de modo que:

$$3(\vec{u} - 2\vec{v}) + 4\vec{v} = (2x - y, x + y, 14)$$

2. Considere los vectores  $\vec{a} = (3, -1, 0)$  y  $\vec{b} = (5, -1, 2)$  de  $\mathbb{R}^3$ . Determine si los vectores  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$  son paralelos. Justifique.
3. Sean  $\vec{u} = (3, -2, 1)$ ,  $\vec{v} = (1, 2, -3)$  y  $\vec{w} = -\hat{i} + \hat{j}$ , vectores de  $\mathbb{R}^3$ .
- (a) Calcule el ángulo entre los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ .
- (b) Determine  $\alpha \in \mathbb{R}$  de modo que  $\alpha \cdot u + v$  sea perpendicular a  $w$ .
4. ¿Las rectas  $l_1 = \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{2} = z-1$  y  $l_2 : (x, y, z) = (3, 4, 2) + t(2, 1, 1), t \in \mathbb{R}$ , son secantes? Si lo son, encuentre el punto intersección.

## Propiedades

- $\vec{a} \cdot \vec{a} = \|\vec{a}\|^2$
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$
- $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$
- $\alpha (\vec{a} \cdot \vec{b}) = (\alpha \vec{a}) \cdot \vec{b} = (\alpha \vec{b}) \cdot \vec{a}$
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \cos(\theta)$
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{4}\|\vec{a} + \vec{b}\|^2 - \frac{1}{4}\|\vec{a} - \vec{b}\|^2$
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}(\|\vec{a}\|^2 + \|\vec{b}\|^2 - \|\vec{a} - \vec{b}\|^2)$