

Ayudantía Matemáticas Avanzadas I N.4

Daniel Sánchez

31 de Marzo 2022

1. Niegue las siguientes proposiciones, dados los conjuntos $A, B \subseteq \mathbb{N}$:

(a) $(\forall x \in A)(\exists y \in B) : (x - y < 0 \Rightarrow x^2 - 1 > 9)$

(b) $(\exists x \in A)(\forall y \in B) : (x \geq 2) \Rightarrow [(xy < x) \vee (x - y \text{ es par})]$

(c) $(\forall x \in B)(\forall y \in B) : (x + y) \notin A \wedge xy \in B$

2. Utilizando inducción, demuestre que

(a) $\forall n \in \mathbb{N} :$

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{n+1}{n+2}$$

(b) $\forall n \in \mathbb{N} :$

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \frac{4}{2^4} + \dots + \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$$

(c) $\forall n \in \mathbb{N} :$

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

Ejercicios repaso

1. Sea \triangleright el conector definido por la siguiente equivalencia lógica:

$$(p \triangleright q) \equiv (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$$

Determine el valor de verdad de $p \Leftrightarrow q$ si se sabe que $p \triangleright (p \triangleright q)$ es falsa.

2. Determine justificadamente el valor de verdad de la proposición:

$$\exists x \in A, \forall y \in B : xy \geq 0 \Rightarrow x + y > 1$$

Con $A = \{x \in \mathbb{Z} : -2 < x < 2\}$ y $B = \{-1, 2, 3, 4\}$.