Problem J. Yukina and balloon

Yukina最近迷上了摆气球的游戏。她一共有n种气球,每种气球有无数个。她要拿出若干个气球摆成一排。

但是,由于气球被施放了魔法,同样种类的气球如果相邻会发生爆炸,因此若两个相邻的气球种类相同被视为不合法的。

Yukina想知道, 摆成一排m个一共有多少种不同的方案?

由于该数可能过大,只需要输出其对109取模的结果。

解法:

- 第一个位置有n种放法
- 第二个位置起只要放和他前一个位置种类不同的气球就行, 所以是(n-1)种放法

所以答案就是 n*(n-1)^{m-1} (注意乘的过程中取模)

Problem K. Yukina and ball

Yukina最近特别喜欢球。有一天他脑子抽了,从口袋里拿出了N个不同的球,想把它们放到M个相同的盒子里,并且要求每个盒子中至少要有一个球,他好奇有几种放法,于是尝试编程实现,但由于他天天不好好学习,只会上B站看游泳教练,于是他向你求助。

解法:

设 f[i][j] 表示将前i个球放入j个盒子中

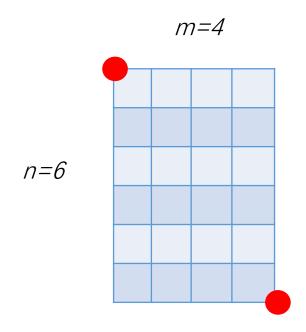
将前i-1个球放入j个盒子里,再把第i个球放入j个盒子中的一个(j*f[i-1][j])

将前i-1个球放入j-1个盒子里,在把第i个球单独放到一个新盒子里(f[i-1][j-1])

递推式为: f[i][j]= j*f[i-1][j]+ f[i-1][j-1]

Problem L. Yukina and roads

Yukina见到了一个有n*m个格子的网格,如果只能向右或向下走,他想知道从网格的左上角走到右下角有多少条路径。



解法:

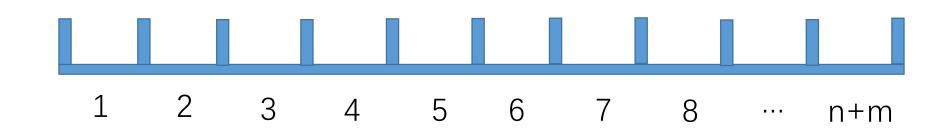
总共需要



向下走n步



共n+m步



$$C(n+m,n)$$