A. Yukina with n-Power

算法: 递推+矩阵快速幂

最容易想到的方法肯定是直接计算这个表达式的值,但是这样的精度是不够的。朴素的算法没有办法得到答案。但是根据分析可以发现这个问题不用求出 $\sqrt{5}$ 的值也可以得到答案。

可以发现,将 $\left(3+\sqrt{5}\right)^n$ 这个式子展开后就是 $A_n+B_n\sqrt{5}$ 的形式。同样的,将 $\left(3-\sqrt{5}\right)^n$ 这个式子展开后就是 $A_n-B_n\sqrt{5}$ 。

因此,
$$(3+\sqrt{5})^n+(3-\sqrt{5})^n=2A_n$$
是一个整数,其中 $0<(3-\sqrt{5})^n<1$,是解题的关键。由于 $(3+\sqrt{5})^n=2A_n-(3-\sqrt{5})^n$,所以 $(3+\sqrt{5})^n$ 的整数部分就是 $2A_n-1$ 。

根据上面的推导,只要高效的求出 An 就可以解决这个问题了。由于

$$(3+\sqrt{5})^{n+1}=(3+\sqrt{5})(3+\sqrt{5})^n=(3+\sqrt{5})(A_n+B_n\sqrt{5})$$
,可以得到 $A_n,B_n,A(n+1),B(n+1)$ 的递推关系。

$$A(n+1) = 3An + 5Bn$$

$$B(n+1) = An + 3Bn$$

这里可以用矩阵表示这个递推关系,因此可以使用快速幂运算。因为结果要求的是后三位,所以最后取余 **1000** 就行。

B. Yukina with Three Points

算法: STL中set关联式容器的灵活运用+暴力计算

set就是数学上的集合——每个元素最多只出现一次,并且set中的元素已经从小到大排好序。

常用的函数:

insert(key_value)---将key_value插入到set中,返回值是pair<set::iterator,bool>,bool标志着插入是否成功,而iterator代表插入的位置,若key_value已经在set中,则iterator表示的key_value在set中的位置

begin()---返回set容器的第一个元素的地址

end()---返回set容器的最后一个元素地址

clear()---删除set容器中的所有的元素

empty()---判断set容器是否为空

max_size()---返回set容器可能包含的元素最大个数

size()---返回当前set容器中的元素个数

erase(it)---删除迭代器指针it处元素

count()---用来查找set中某个元素出现的次数。这个函数在set并不是很实用,因为一个键值在set只可能出现0或1次,这样就变成了判断某一键值是否在set出现过了。

find()---用来查找set中某个元素出现的位置。如果找到,就返回这个元素的迭代器,如果这个元素不存在,则返回 s.end()。(最后一个元素的下一个位置,s为set的变量名)

本题中就可以将n个点的坐标插入到set集合内,因为包含两个元素,因此可以定一个数据类型: set<pair<int,int>> in。因为set默认数据从小到大排列,正好可以通过两个for循环去定义三个点组合里面的两个左右端点A和C,然后通过find函数在in集合里面去寻找是否存在B点,如果存在ans+1。首尾遍历结束输出ans即可。

C. Yukina with Courses

算法: 分组背包问题

分组背包是 LC(01) 背包的一种变形。分组背包中物品被分成几组,每组中只能挑选出一件物品加入背包,这是与01 背包的区别。

在 01 背包中,以每一件物品作为动态规划的每一阶段,但是在分组背包中要以每一组作为每一阶段。 其实很简单,代码如下:

```
1 for(int i=1;i<=k;i++)
2 for(int c=v;c>=0;c--)
3 for( each 物品j in 第i组 )
4 if(c>=w[i]) f[c]=max(f[c],f[c-w[j]+v[j]]);
```

先枚举每一组, 再枚举体积, 最后枚举每组中的物品。

本题核心代码:

```
1  for(int i=1;i<=n;i++)
2  for(int j=m;j>=0;j--)
3  for(int k=1;k<=m;k++)
4  if(j>=k) dp[j]=max(dp[j],dp[j-k]+ai);
```

D. Yukina with NEWS

大力模拟, $O(n^2)$ 枚举子串, O(n) 或 $O(n^2)$ 匹配该串在原串中出现次数。

ps: 我把枚举出来的子串丢进 trie 里建了个 AC自动机,这样找子串的出现次数只要自动机跑一次就行了,然而长度还是 $O(n^3)$ 的。如果有严格优于 $O(n^2log^2n)$ 的黑科技做法可以私聊我,如果正确我请喝奶茶。

E. Yukina with Virginia

各种 dp 姿势都可以过,标程写的是 dp[i][0] 表示使用前i个数字的方案数,且当前没有待匹配的十位(1或2),dp[i][1] 和 dp[i][2] 表示使用前 i 个数字,且有待匹配的十位(1或2)的情况。 显然新来一位数是 0,只能接在前面待匹配的 1 或 2 后面; 若是 1 或 2,可以独立成 1 个字母,或者接在前面待匹配的 1 或 2 之后,或者成为新的待匹配的十位; 若是 3456,可以独立,也可以接在待匹配 1 或 2 之后; 若是789,可以独立,可以接在待匹配的 1 之后。讨论清楚 分类转移即可。 应该有更简洁的做法。

F. Yukina with LST

L 对 ST 产生影响的唯一情况是, S 和 T 在一行或一列,且 L 在他们中间,此时需要额外的 2 步。

G. Yukina with a Simple Problem On LIS

考虑每个数在几个上升子序列上。

维护一下 f_i, f'_i 分别表示从左往右的和从右往左的以 i 结尾的上升子序列的个数。

用树状数组可以轻松的搞一搞。

由于这道题目是我从别的题上面魔改过来的,如果你爆踩标程了可以找我...

H. Yukina with Knights

正确做法,把包含每个圆的最小圆求出来,可以建成一棵树,包含关系就是树的边。

把包含每个点的最小圆求出来,那么这个点属于树上对应的点(树上对应的点就是包含它的圆)。

那么答案其实就是求树上两点的 LCA。

但由于点数比较少, 1s 卡不掉暴力求祖先的做法。

但是如果我们把询问改成 1e6 的话...

I. Yukina with Square

忽略标程的做法。(尽管这种做法有扩展性,但它不是本题的最好做法)

设 dp[i][j] 表示以 (i,j) 为右下角的正方形最大能有多大。

转移方程

 $dp[i][j]=min(dp[i-1][j],dp[i][j-1],dp[i-1][j-1])+1 \setminus if \setminus a[i][j]==1$

 $dp[i][j]=0 \setminus if \setminus a[i][j]==0$

J. Yasaka and squares

形如第四天的J题(求一个数可以拆分成多少素数相加),这里只是把素数换成了平方数,一模一样的完全背包思想: 把平方数看作物品的价值,然后完全背包计数。

设 dp[i][i] 表示前 i 个平方数选出若干个和为 i 的方案数

初始状态 dp[0][0]=1,dp[i][j]=0

转移方程 dp[i][j]=dp[i-1][j]+dp[i-1][j-p[i]],p[i] 为第 i 个平方数的值

答案 dp[n以内的平方数的个数][n]

K. Haruhi and Kotori

因为对原序列的加减是 Kotonacci 加减,显然不能直接用差分搞。

但是发现 Kotonacci 数列也是由类似于前缀和的方法定义出来的,我们思考能不能定义一个 Kotori 差分,使得 Kotori 差分是 Kotonacci 递推的逆操作。

设 a[i] 是 Kotori 差分数组,考虑 [l,r] 操作对 Kotori 差分数组的影响。

a[l-1]=a[l-1]+f[1]

a[l]=a[l]+f[2]-b*f[1]

a[r]=a[r]-f[r-l+2]

a[r+1]=a[r+1]-a*f[r-l+1]

搞不明白? 手玩一下就懂啦:)

搞完之后可以按 Kotonacci 数列的递推式还原操作,最后加上原来的 c[i] 就是答案啦。

要注意 f[r-l+1] 这种数的大小是可能达到 mod*mod 的,所以减完以后一个 mod 是救不回来的,你需要加上 mod*mod。具体细节可以看标程嗷。

L. Kaguya with points

n 非常大, n^2 过不了。但是 d 非常小。题目是让我们求 | X1-Y1 | + | X2-Y2 | +...+ | Xd-Yd | 。带有绝对值,不能整体算。所以我们可以分类讨论,而对于 | a-b | 只有两种可能: a-b 或 b-a。对于各个维度上的值,都可以有正负两种取法。而确定了 x 的符号, y 就必须与 x 异号。所以我们可以 dfs 枚举各个维度上是取正的还是负的。

由于绝对值已经拆掉了,所以利用加法交换律,根据枚举的符号,先求出每一个点各个维度的的总和 X[i],再求出每个点取相反符号的总和 Y[j]。答案一定是 X[i] + Y[j]。(也就是让这两点匹配)而要让 X[i]+Y[j] 尽量大,也就是让 X[i] 尽量大,Y[j] 尽量大。