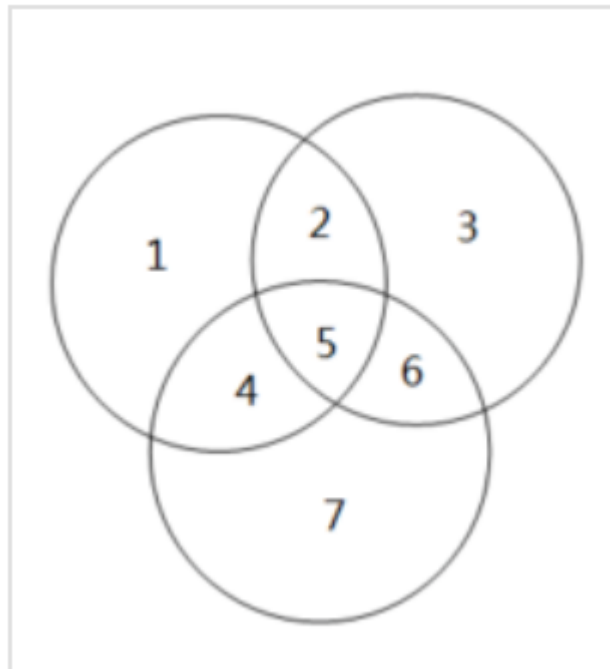


## A. Yasaka with Lolita

算法：容斥原理

容斥原理：如果被计数的事物有A、B、C三类，那么，A类和B类和C类元素个数总和= A类元素个数+ B类元素个数+C类元素个数—既是A类又是B类的元素个数—既是A类又是C类的元素个数—既是B类又是C类的元素个数+既是A类又是B类而且是C类的元素个数。（ $A \cup B \cup C = A + B + C - A \cap B - B \cap C - C \cap A + A \cap B \cap C$ ）。



推导公式如下：

$$|A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_m| = \sum_{1 \leq i \leq m} |A_i| - \sum_{1 \leq i < j \leq m} |A_i \cap A_j| + \sum_{1 \leq i < j < k \leq m} |A_i \cap A_j \cap A_k| - \dots + (-1)^{m-1} |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_m|$$

也可表示为，设S为有限集：

$$A_i \subseteq S \ (i = 1, 2, \dots, n, n \geq 2)$$

则：

$$\left| \bigcup_{i=1}^n A_i \right| = \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n} |A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k}|$$

由于：

$$\overline{A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n} = \overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \dots \cap \overline{A_n}$$

$$\overline{A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n} = \overline{A_1} \cup \overline{A_2} \cup \dots \cup \overline{A_n}$$

所以：

$$|\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \dots \cap \overline{A_n}| = N - |A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n|$$

**本题：**根据容斥基本算法，应为： $a + b + c - ab - ac - bc + abc$ 。这样的话  $a + b + c$  代表的是总的要摁的大门的按钮。而  $ab, bc, ac$  代表的是这两个数的倍数，就是两次摁同一个按钮。这里我们应该想一下，如果只是减一个的话，那么还是和原来一样，交接的地方还是有剩余的。但是对一个按钮操作两次，大门就关了。这样就不需要计算这一块了，所以应该减两次。再看  $+abc$ 。我们将在前面已经  $-2 \times (ab + bc + ac)$  了，就相当于将  $abc$  这一块减了三次，但是对于  $abc$  这一块，三次操作大门是敞开着。所以应该加上  $4 \times (abc)$ 。所以最后的公式应该是  $a + b + c - 2ab - 2bc - 2ac + 4abc$ 。

## B. Yasaka with Minimum Expectation

**算法：**数学期望+组合数打表

在概率论和统计学中，一个离散性随机变量的数学期望值，是试验中每次可能的结果乘以其结果概率的总和。换句话说，期望值像是随机试验在同样的机会下重复多次，所有那些可能状态平均的结果，便基本上等同“期望值”所期望的数。需要注意的是，期望值并不一定等同于常识中的“期望”——“期望值”也许与每一个结果都不相等。（换句话说，期望值是该变量输出值的平均数。期望值并不一定包含于变量的输出值集合里。）

例如，掷一枚公平的六面骰子，其每次“点数”的期望值是 3.5，计算如下：

$$E(X) = 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} = 3.5.$$

不过如上所说明的，3.5 虽是“点数”的期望值，但却不属于可能结果中的任一个，没有可能掷出此点数。

因为求最小值的期望，所以显然排序后，枚举最小值统计即可;假设从小到大排序，那么答案即为：

$$\sum_{i=0}^{n-m} s_i \times C_{n-i-1}^{m-1} \% (10^9 + 7)$$

组合数可以通过打表实现：

$$C_n^m = C_{n-1}^m + C_{n-1}^{m-1}$$

## C. Yasaka with Cups

**算法：**简单思维

题面非常简单，就是看给定的数列里面有几个逆序区间，如果只有一个，输出逆序区间的左端点和右端点；如果没有逆序区间输出 0 0；如果有多个逆序区间输出 NO。

## D~F

详见城哥的 PPT。

## G. Yasaka with Oneman233

你可以发现，这个插入是假的。

只要记下序列的长度  $l$ 。

对于 A 操作， $++l$  单点修改。

对于  $QL$  操作，查询  $[l - L + 1, l]$  的区间最值。

线段树板子。

## H. Yasaka with kr12138

线段树上维护四个东西(和最大子段和的左右端点)

区间和  $sum$

区间最大前缀和  $max\_prefix$

区间最大后缀和  $max\_suffix$

区间最大子段和  $max\_seg$

区间和=左区间和+右区间和

区间的最大子段和=  $\max\{\text{左区间最大子段和}, \text{右区间最大子段和}, \text{左区间最大后缀} + \text{右区间最大前缀}\}$

区间最大前缀=  $\max\{\text{左区间最大前缀}, \text{左区间和} + \text{右区间最大前缀}\}$

区间最大后缀同上。

## I. Yasaka with yxxxxxxx

如果当花了  $g$  钱升级时是可行的，那么花大于  $g$  的钱升级一定可行。

证明： 因为对于花  $g$  钱后的任何操作，花大于  $g$  的钱升级后都能做。前者是后者的子集。

也就是说答案具有单调性，我们可以二分答案。

问题变成了判定跳的距离数确定下来后，我们能否获得大于等于  $k$  的分数。

设  $dp[i]$  表示跳到第  $i$  格时所能获得的最大分数。那么  $dp[i] = \max\{dp[j]\} + s_i$ ，其中  $s_i$  是这格的分数， $j \in \{\text{所有能跳到 } i \text{ 格的格子}\}$ 。

这样状态数量  $O(n)$  转移时间  $O(n)$

总时间复杂度成了  $O(n^2 \log n)$

我们如何做得更快？

考虑转移方程的  $\max\{dp[j]\}$  部分。

我们发现它其实就是  $K$  题的滑动窗口。

所以我们可以维护一个单调队列保存最优的状态。

转移时间复杂度均摊  $O(1)$ 。

## J. Yasaka and A+B

把素数看做物品的价值，然后完全背包计数。

设  $dp[i][j]$  表示前  $i$  个素数选出若干个和为  $j$  的方案数。

初始状态  $dp[0][0] = 1, dp[i][j] = 0$

转移方程  $dp[i][j] = dp[i-1][j] + dp[i-1][j-p[i]]$ ,  $p[i]$  为第  $i$  个素数的值

答案  $dp[n \text{以内素数个数}][n]$

可以滚掉物品的维度。

## K. Yasaka and window

滑动窗口，单调队列板子。

如果你补过 Day2 的 H，这题应该不难。

如果你没补过，那可以参考这题：<https://www.luogu.org/problemnew/show/P1886>

## L. Yasaka with card

任意时刻，如果 1 的位置小于等于  $n$ ，它下次的位置就是在  $2 \times n$ 。否则它下次的位置在  $(\text{当前位置} - n) \times 2 - 1$ 。

1 再一次回到位置 1 为止所经过的步数就是答案。

时间复杂度  $O(ans)$