

小小青蛙听风就是雨

HiedanoAkyuu、Oneman233、KR12138

2019 年 11 月 9 日

目录

1	字符串	1			
1.1	KMP	1			
1.2	EX-KMP	1			
1.3	Manacher	1			
1.4	串的最小表示	2			
1.5	后缀数组	2			
1.5.1	倍增 SA	2			
1.5.2	DC3	2			
1.6	回文自动机	2			
1.7	AC 自动机	3			
1.7.1	多模匹配	3			
1.7.2	自动机上 DP	3			
1.8	后缀自动机	4			
2	计算几何	4			
2.1	二维几何	4			
2.2	三维几何	6			
3	图论	6			
3.1	最短路	6			
3.1.1	Dijkstra	6			
3.1.2	SPFA	6			
3.1.3	Floyd	6			
3.1.4	负环	6			
3.1.5	差分约束	7			
3.2	最小生成树	7			
3.2.1	Prim	7			
3.2.2	Kruskal	8			
3.2.3	最小生成树计数	8			
3.2.4	次小生成树	8			
3.2.5	最小乘积生成树	8			
3.3	树的直径	8			
3.4	LCA	8			
3.4.1	Tarjan 离线	8			
3.4.2	倍增 LCA	9			
3.5	无向图与有向图联通性	9			
3.5.1	割点	9			
3.5.2	桥	10			
3.5.3	e-DCC	10			
3.5.4	v-DCC	10			
3.5.5	SCC	10			
3.5.6	2-SAT	11			
3.5.7	支配树	12			
3.6	二分图	12			
3.6.1	最大匹配-匈牙利	12			
3.6.2	带权匹配-KM	12			
3.7	网络流	13			
3.7.1	最大流-Dinic	13			
3.7.2	最小费用最大流-Dij+Dinic	14			
3.7.3	最小费用最大流-SPFA+Dinic	14			
3.7.4	上下界流	15			
3.8	欧拉路	15			
3.9	Prufer 序列	16			
4	数据结构	16			
4.1	树状数组	16			
4.2	线段树	16			
4.2.1	带优先级线段树	16			
4.2.2	吉司机线段树	16			
4.2.3	线段树维护扫描线	17			
4.3	RMQ	17			
4.3.1	一维	17			
4.3.2	二维	17			
4.4	树链剖分	17			
4.4.1	点剖分	17			
4.4.2	边剖分	18			
4.5	平衡树	18			
4.5.1	Treap	18			
4.5.2	Splay	20			
4.6	动态树	20			
4.7	主席树	20			
4.8	树套树	20			
4.8.1	线段树套 Treap	20			
4.8.2	树状数组套线段树	23			
4.9	K-D Tree	23			
4.10	分治	23			
4.10.1	CDQ	23			
4.10.2	点分治	24			
4.10.3	dsu on tree	24			
4.10.4	整体二分	25			
4.11	分块	25			
4.11.1	普通分块	25			
4.11.2	莫队	26			
4.12	线性基	26			
4.13	珂朵莉树	27			
4.14	跳舞链	28			
5	动态规划	28			
5.1	SOS	28			
5.2	动态 DP	28			
5.3	插头 DP	28			
6	数学	28			
6.1	三分	28			
6.2	矩阵类	28			
6.3	质数筛	28			
6.3.1	埃筛	28			
6.3.2	线筛	28			
6.4	质数判定	28			
6.4.1	Miller Rabin	28			
6.5	质因数分解	28			
6.5.1	Pollard-Rho	28			
6.6	逆元	28			
6.6.1	EX-GCD 求逆元	28			
6.6.2	线性筛逆元	29			
6.6.3	阶乘逆元	29			
6.7	欧拉函数	29			
6.7.1	欧拉线筛	29			
6.7.2	求单个数的欧拉函数	29			
6.7.3	欧拉降幂	29			
6.7.4	一般积性函数求法	29			
6.8	EX-GCD	29			
6.9	同余方程组	29			
6.9.1	CRT	29			
6.9.2	EXCRT	29			
6.10	N 次剩余	30			
6.11	数论分块	30			
6.12	高斯消元	30			
6.12.1	普通消元	30			
6.12.2	异或方程组消元	30			
6.13	莫比乌斯反演	30			
6.13.1	莫比乌斯函数	30			
6.13.2	杜教筛	30			
6.13.3	洲阁筛	30			
6.13.4	min25 筛	30			
6.14	BSGS	30			
6.15	FFT	31			
6.16	FWT	31			
6.17	NTT	31			
6.18	数值计算	31			

6.18.1	辛普森	31
6.18.2	自适应辛普森	31
6.19	康拓展开	31
6.20	卢卡斯定理	31
6.20.1	Lucas(循环或递归实现)	31
6.20.2	EXLucas(分块实现)	32
7	其他	33
7.1	快读快写	33
7.2	高精度	33
7.3	约瑟夫环	37
7.4	悬线法	37
7.5	蔡勒公式	37
7.6	三角公式	37
7.7	海伦公式	37
7.8	匹克定理	37
7.9	组合计数	37
7.9.1	计数原理	37
7.9.2	卡特兰数	37
7.9.3	Polya	37
7.9.4	二项式反演公式	37
7.9.5	斯特林反演公式	37
7.9.6	组合数恒等式	37

1 字符串

1.1 KMP

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 const int MAXN=1000005;
5 char s1[MAXN],s2[MAXN];
6 int nxt[MAXN];
7
8 /*
9  nxt[i] s2[i-x..i-1]=s2[0..x-1]且x最大
10  即s2[0..i]的真前缀与真后缀的最大匹配
11  "ABAAB\0"=>[-1 0 0 1 1 2]
12 */
13
14 void get_fail(char *s,int l)
15 {
16     int i=0,j;
17     j=nxt[0]=-1;
18     while(i<l)
19     {
20         while(~j&&s[j]!=s[i]) j=nxt[j];
21         nxt[++i]=++j;
22     }
23 }
24
25 void kmp(char *s1,char *s2,int l1,int l2)
26 {
27     int i=0,j=0;
28     get_fail(s2,l2);
29     while(i<l1)
30     {
31         while(~j&&s1[i]!=s2[j]) j=nxt[j];
32         i++,j++;
33         if(j>=l2); //匹配上了
34     }
35 }
36
37 int main()
38 {
39     scanf("%s%s",s1,s2);
40     int l1=strlen(s1),l2=strlen(s2);
41     kmp(s1,s2,l1,l2);
42     for(int i=0;i<=l2;i++)
43         printf("%d ",nxt[i]);
44     return 0;
45 }

```

1.2 EX-KMP

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 /*
5  ex[i]: s1[i..l1-1]与s2的最大公共前缀长度
6  exnext[i]: s2[i..l2-1]与s2的最大公共前缀长度
7  get_exnext(s2) 求exnext[]
8  exkmp(s1,s2) 求ex[]
9 */
10
11 const int N=500005;
12 char s1[N],s2[N];

```

```

13 int ex[N],exnext[N];
14
15 void get_exnext(char s[N])
16 {
17     int n=strlen(s),p=1,j,i;
18     exnext[0]=n;
19     for(i=0;i<n-1&&s[i]==s[i+1];i++);
20     exnext[1]=i;
21     for(i=2;i<n;i++)
22         if(exnext[i-p]+i<p+exnext[p])
23             exnext[i]=exnext[i-p];
24     else
25     {
26         j=exnext[p]+p-i;
27         if(j<0) j=0;
28         while(i+j<n&&s[j]==s[i+j]) j++;
29         exnext[i]=j;
30         p=i;
31     }
32 }
33
34 void exkmp(char s1[N],char s2[N])
35 {
36     int l1=strlen(s1),l2=strlen(s2),p=0,i,j;
37     get_exnext(s2);
38     for(i=0;i<l1&&i<l2&&s1[i]==s2[i];i++);
39     ex[0]=i;
40     for(int i=1;i<l1;i++)
41     {
42         if(exnext[i-p]+i<p+ex[p])
43             ex[i]=exnext[i-p];
44         else
45         {
46             j=ex[p]+p-i;
47             if(j<0) j=0;
48             while(i+j<l1&&s1[i+j]==s2[j]) j++;
49             ex[i]=j;
50             p=i;
51         }
52     }
53 }

```

1.3 Manacher

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 const int N=1000005;
5 int cnt,len,ans,p[N*2];
6 char s[N],ss[N*2];
7
8 void init() //将每两个字符中插入一个字符
9 {
10     len=strlen(s),cnt=1;
11     ss[0]='!',ss[cnt]='#';
12     for(int i=0;i<len;i++)
13         ss[++cnt]=s[i],ss[++cnt]='#';
14 }
15
16 void manacher()
17 {
18     int pos=0,mx=0;
19     for(int i=1;i<=cnt;i++)
20     {

```

```

21     if(i<mx) p[i]=min(p[pos*2-i],mx-i);
22     else p[i]=1;
23     while(ss[i+p[i]]==ss[i-p[i]]) p[i]++;
24     if(mx<i+p[i]) mx=i+p[i],pos=i;
25     ans=max(ans,p[i]-1);
26 }
27 }
28
29 int main()
30 {
31     scanf("%s",s);
32     init();
33     manacher();
34     printf("%d\n",ans);
35     return 0;
36 }

```

1.4 串的最小表示

1.5 后缀数组

1.5.1 倍增 SA

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3
4  /*
5   str[0..len-1] 原串
6   sa[1..len] 排名第i的后缀的下标[1..len]
7   Rank[1..len] 从i开始的后缀的排名[1..len]
8   height[1..len] 排名第i的后缀与排名第i-1的后缀的lcp
9   i开始的后缀与j开始的后缀的lcp (Rank[i]<Rank[j])
10  min{height[Rank[i]+1..Rank[j]]}
11 */
12
13 const int MAXN=100005;
14 const int inf=0x3f3f3f3f;
15 int wa[MAXN],wb[MAXN],wv[MAXN],wz[MAXN],sa[MAXN],Rank
    [MAXN],height[MAXN];
16 char str[MAXN];
17
18 inline bool cmp(int *r,int a,int b,int l){return r[a
    ]==r[b]&&r[a+l]==r[b+l];}
19
20 void da(const char r[],int sa[],int n,int m)
21 {
22     int i,j,p,*x=wa,*y=wb,*t;
23     for(i=0;i<m;i++) wz[i]=0;
24     for(i=0;i<n;i++) wz[x[i]=r[i]]++;
25     for(i=1;i<m;i++) wz[i]+=wz[i-1];
26     for(i=n-1;i>=0;i--) sa[--wz[x[i]]]=i;
27     for(j=1,p=1;p<n;j*=2,m=p)
28     {
29         for(p=0,i=n-j;i<n;i++) y[p++]=i;
30         for(i=0;i<n;i++) if(sa[i]>=j) y[p++]=sa[i]-j;
31         for(i=0;i<n;i++) wv[i]=x[y[i]];
32         for(i=0;i<m;i++) wz[i]=0;
33         for(i=0;i<n;i++) wz[wv[i]]++;
34         for(i=1;i<m;i++) wz[i]+=wz[i-1];
35         for(i=n-1;i>=0;i--) sa[--wz[wv[i]]]=y[i];
36         for(t=x,x=y,y=t,p=1,x[sa[0]]=0,i=1;i<n;i++)
37             x[sa[i]]=cmp(y,sa[i-1],sa[i],j)?p-1:p++;
38     }
39 }
40

```

```

41 void calheight(const char *r,int *sa,int n)
42 {
43     int i,j,k=0;
44     for(i=1;i<=n;i++) Rank[sa[i]]=i;
45     for(i=0;i<n;height[Rank[i++]]=k)
46         for(k?k--:0,j=sa[Rank[i]-1];r[i+k]==r[j+k];k++);
47     for(int i=n;i>=1;--i) sa[i]++,Rank[i]=Rank[i-1];
48 }
49
50 int main()
51 {
52     scanf("%s",str);
53     int len=strlen(str);
54     da(str,sa,len+1,130); //字符的值域
55     calheight(str,sa,len);
56     for(int i=1;i<=len;i++)
57         printf("sa[%d] %d\n",i,sa[i]);
58     for(int i=1;i<=len;i++)
59         printf("Rank[%d] %d\n",i,Rank[i]);
60     for(int i=1;i<=len;i++)
61         printf("height[%d] %d\n",i,height[i]);
62     return 0;
63 }

```

1.5.2 DC3

1.6 回文自动机

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2  //jisuanke 41389
3
4  /*
5   fail[x]: x节点失配之后跳转到不等于自身的最长后缀回文子
6   串
7   len[x]: 以x结尾的最长回文子串长度
8   diff[x]: 与"以x结尾的最长回文子串"本质不同的子串个
9   数
10  same[x]: 与"以x结尾的最长回文子串"本质相同的子串个数
11  (注意上面两个完全相反)
12  son[x][c]: 编号为x的节点表示的回文子串在两边添加字符c
13  之后变成的回文子串编号
14  s[x]: 第x次添加的字符, s数组即原字符串
15  tot: 总节点个数, 节点编号由0到tot-1
16  last: 最后一个新建节点的编号
17  cur: 当前节点在PAM上的父亲编号
18 */
19
20 #define int long long
21 using namespace std;
22 const int N=1e6+5;
23
24 struct PAM
25 {
26     int tot,last,n,cur;
27     int fail[N],len[N],same[N],diff[N],son[N][26];
28     char s[N];
29     int get(int p,int x)
30     {
31         while(s[x-len[p]-1]!=s[x])
32             p=fail[p];
33         return p;
34     }
35     int newnode(int x)
36     {
37         len[tot]=x;
38     }
39 }
40

```

```

35     return tot++;
36 }
37 void build()
38 {
39     scanf("%s",s+1);
40     s[0]=-1,fail[0]=1,last=0;
41     newnode(0),newnode(-1);
42     for(n=1;s[n];++n)
43     {
44         s[n]-='a';
45         cur=get(last,n);
46         if(!son[cur][s[n]])
47         {
48             int now=newnode(len[cur]+2);
49             fail[now]=son[get(fail[cur],n)][s[n]];
50             diff[now]=diff[fail[diff[now]]]+1;
51             son[cur][s[n]]=now;
52         }
53         same[last=son[cur][s[n]]]++;
54     }
55     for(int i=tot-1;i>=0;--i)
56         same[fail[i]]+=same[i];
57 }
58 }pam;
59
60 int v[26],ans=0;
61 void dfs(int x,int now)
62 {
63     if(pam.len[x]>0) ans+=pam.same[x]*now;
64     for(int i=0;i<26;++i)
65     {
66         if(pam.son[x][i]!=0)
67         {
68             if(!v[i])
69             {
70                 v[i]=1;
71                 dfs(pam.son[x][i],now+1);
72                 v[i]=0;
73             }
74             else dfs(pam.son[x][i],now);
75         }
76     }
77 }
78
79 signed main()
80 {
81     pam.build();
82     dfs(0,0); //even string
83     dfs(1,0); //odd string
84     printf("%lld",ans);
85     return 0;
86 }

```

1.7 AC 自动机

1.7.1 多模匹配

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 /*
5  trie静态开点+trie图优化
6 */
7

```

```

8 int sz,hd=1,nxt[1000005][26],fail[1000005],id
   [1000005],n;
9 char s[1000005];
10
11 void trie_clean()
12 {
13     sz=1;
14     memset(nxt,0,sizeof(nxt));
15     memset(fail,0,sizeof(fail));
16     memset(id,0,sizeof(id));
17 }
18
19 void trie_insert(int head,char s[],int len,int idx)
20 {
21     int p=head;
22     for(int i=0;i<len;i++)
23     {
24         int c=s[i]-'a';
25         if(!nxt[p][c]) nxt[p][c]=++sz;
26         p=nxt[p][c];
27     }
28     id[p]+=idx;
29 }
30
31 void acatm_build(int head)
32 {
33     int p,tp;
34     queue<int> q;
35     q.push(head);
36     fail[head]=0;
37     while(!q.empty())
38     {
39         p=q.front();
40         q.pop();
41         for(int i=0;i<26;i++)
42             if(nxt[p][i])
43             {
44                 fail[nxt[p][i]]=p==head?head:nxt[fail[p]
45                     ][i];
46                 q.push(nxt[p][i]);
47             }
48             else
49                 nxt[p][i]=p==head?head:nxt[fail[p]][i];
50     }
51 }
52
53 int acatm_match(int head,char s[],int len)
54 {
55     int p=head,ret=0;
56     for(int i=0;i<len;i++)
57     {
58         int c=(int)s[i]-'a';
59         p=nxt[p][c];
60         for(int tp=p;tp;tp=fail[tp])
61             if(id[tp]) ret++;
62     }
63     return ret;
64 }

```

1.7.2 自动机上 DP

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3

```

```

4  /*
5     每个串有个权值
6     求一个长度为n的串使得每个串的权值乘以出现次数之和最大
7  */
8
9  int fail[2005],nxt[2005][26],cnt[2005],sz,hd,n,m,dp
    [55][2005],from[55][2005];
10 char s[105][15];
11 string dps[55][2005];
12
13 void clear()
14 {
15     sz=hd=1;
16     memset(dp,0xc0,sizeof(dp));
17     memset(fail,0,sizeof(fail));
18     memset(nxt,0,sizeof(nxt));
19     memset(cnt,0,sizeof(cnt));
20 }
21
22 void trie_insert(int head,char s[],int len,int idx)
23 {
24     int p=head;
25     for(int i=0;i<len;i++)
26     {
27         int c=s[i]-'a';
28         if(!nxt[p][c]) nxt[p][c]=++sz;
29         p=nxt[p][c];
30     }
31     cnt[p]+=idx;
32 }
33
34 void acatm_build(int head)
35 {
36     queue<int> q;
37     q.push(head);
38     while(!q.empty())
39     {
40         int p=q.front();
41         q.pop();
42         for(int i=0;i<26;i++)
43             if(nxt[p][i])
44             {
45                 fail[nxt[p][i]]=p==head?head:nxt[fail[p]][i];
46                 cnt[nxt[p][i]]+=cnt[fail[nxt[p][i]]];
47                 q.push(nxt[p][i]);
48             }
49         else
50             nxt[p][i]=p==head?head:nxt[fail[p]][i];
51     }
52 }
53
54 bool scmp(string a,string b)
55 {
56     if(a.length()==b.length()) return a<b;
57     else return a.length()<b.length();
58 }
59
60 void solve()
61 {
62     clear();
63     scanf("%d%d",&n,&m);
64     for(int i=0;i<m;i++)
65         scanf("%s",s[i]);
66     for(int i=0;i<m;i++)

```

```

67     {
68         int x;
69         scanf("%d",&x);
70         trie_insert(hd,s[i],strlen(s[i]),x);
71     }
72     acatm_build(hd);
73
74     for(int i=0;i<=n;i++)
75         for(int j=0;j<=sz;j++)
76             dps[i][j]=string("");
77     int ans=0;
78     string anss;
79     queue<pair<int,int> > q;
80     dp[0][1]=0;
81     for(int i=0;i<=n;i++)
82         for(int j=1;j<=sz;j++)
83             for(int k=0;k<26;k++)
84                 if(dp[i][j]+cnt[nxt[j][k]]>dp[i+1][nxt[j][k]]
85                    ||dp[i][j]+cnt[nxt[j][k]]==dp[i+1][nxt[j][k]]
86                    &&scmp(dps[i][j]+char('a'+k),
87                        dps[i+1][nxt[j][k]]))
88                 {
89                     dps[i+1][nxt[j][k]]=dps[i][j]+char('a'+k);
90                     dp[i+1][nxt[j][k]]=dp[i][j]+cnt[nxt[j][k]];
91                 }
92     for(int i=0;i<=n;i++)
93         for(int j=1;j<=sz;j++)
94             if(dp[i][j]>ans||dp[i][j]==ans&&scmp(dps[i][j],anss))
95             {
96                 ans=dp[i][j];
97                 anss=dps[i][j];
98             }
99     for(int i=0;i<anss.length();i++)
100         printf("%c",anss[i]);
101     printf("\n");
102 }
103
104 int main()
105 {
106     int _;
107     scanf("%d",&_);
108     while(_-- solve());
109     return 0;
110 }

```

1.8 后缀自动机

2 计算几何

2.1 二维几何

```

1 #include<bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 #define db double
5 const db EPS=1e-9;
6 inline int sign(db a){return a<-EPS?-1:a>EPS;}
7 inline int cmp(db a,db b){return sign(a-b);}
8 struct P
9 {

```

```

10 db x,y;
11 P(){
12 P(db x,db y){return {x(x),y(y)};
13 P operator+(P p){return {x+p.x,y+p.y};}
14 P operator-(P p){return {x-p.x,y-p.y};}
15 P operator*(db d){return {x*d,y*d};}
16 P operator/(db d){return {x/d,y/d};}
17 bool operator<(P p) const
18 {
19     int c=cmp(x,p.x);
20     if(c) return c==1;
21     return cmp(y,p.y)==-1;
22 }
23 bool operator==(P o) const
24 {
25     return cmp(x,o.x)==0&&cmp(y,o.y)==0;
26 }
27 db distTo(P p){return (*this-p).abs();}
28 db alpha(){return atan2(y,x);}
29 void read(){scanf("%lf%lf",&x,&y);}
30 void write(){printf("%.10f,%.10f\n",x,y);}
31 db abs(){return sqrt(abs2());}
32 db abs2(){return x*x+y*y;}
33 P rot90(){return P(-y,x);}
34 P unit(){return *this/abs();}
35 int quad() const {return sign(y)==1||(sign(y)==0&&
    sign(x)>=0);}
36 db dot(P p){return x*p.x+y*p.y;}
37 db det(P p){return x*p.y-y*p.x;}
38 P rot(db an){return {x*cos(an)-y*sin(an),x*sin(an)
    +y*cos(an)};}
39 };
40
41 //For segment
42 #define cross(p1,p2,p3) ((p2.x-p1.x)*(p3.y-p1.y)-(p3.
    x-p1.x)*(p2.y-p1.y))
43 #define crossOp(p1,p2,p3) sign(cross(p1,p2,p3))
44
45 bool chkLL(P p1,P p2,P q1,P q2) //0:parallel
46 {
47     db a1=cross(q1,q2,p1),a2=-cross(q1,q2,p2);
48     return sign(a1+a2)!=0;
49 }
50
51 P isLL(P p1,P p2,P q1,P q2) //crossover point if
    chkLL()
52 {
53     db a1=cross(q1,q2,p1),a2=-cross(q1,q2,p2);
54     return (p1*a2+p2*a1)/(a1+a2);
55 }
56
57 bool intersect(db l1,db r1,db l2,db r2)
58 {
59     if(l1>r1) swap(l1,r1);if(l2>r2) swap(l2,r2);
60     return !(cmp(r1,l2)==-1||cmp(r2,l1)==-1);
61 }
62
63 bool isSS(P p1,P p2,P q1,P q2)
64 {
65     return intersect(p1.x,p2.x,q1.x,q2.x)&&intersect(
        p1.y,p2.y,q1.y,q2.y)&&
66     crossOp(p1,p2,q1)*crossOp(p1,p2,q2)<=0&&crossOp(q1
        ,q2,p1)*crossOp(q1,q2,p2)<=0;
67 }
68

```

```

69 bool isSS_strict(P p1,P p2,P q1,P q2)
70 {
71     return crossOp(p1,p2,q1)*crossOp(p1,p2,q2)<0
    &&crossOp(q1,q2,p1)*crossOp(q1,q2,p2)<0;
72 }
73
74 bool isMiddle(db a,db m,db b)
75 {
76     return sign(a-m)==0||sign(b-m)==0||(a<m!=b<m);
77 }
78
79 bool isMiddle(P a,P m,P b)
80 {
81     return isMiddle(a.x,m.x,b.x)&&isMiddle(a.y,m.y,b.y
    );
82 }
83
84 bool onSeg(P p1,P p2,P q)
85 {
86     return crossOp(p1,p2,q)==0&&isMiddle(p1,q,p2);
87 }
88
89 bool onSeg_strict(P p1,P p2,P q)
90 {
91     return crossOp(p1,p2,q)==0&&sign((q-p1).dot(p1-p2)
    )*sign((q-p2).dot(p1-p2))<0;
92 }
93
94 P proj(P p1,P p2,P q)
95 {
96     P dir=p2-p1;
97     return p1+dir*(dir.dot(q-p1)/dir.abs2());
98 }
99
100 P reflect(P p1,P p2,P q)
101 {
102     return proj(p1,p2,q)*2-q;
103 }
104
105 db nearest(P p1,P p2,P q)
106 {
107     P h=proj(p1,p2,q);
108     if(isMiddle(p1,h,p2))
109         return q.distTo(h);
110     return min(p1.distTo(q),p2.distTo(q));
111 }
112
113 db disSS(P p1,P p2,P q1,P q2) //dist of 2 segments
114 {
115     if(isSS(p1,p2,q1,q2)) return 0;
116     return min(min(nearest(p1,p2,q1),nearest(p1,p2,q2)
    ),min(nearest(q1,q2,p1),nearest(q1,q2,p2)));
117 }
118
119 db rad(P p1,P p2)
120 {
121     return atan2l(p1.det(p2),p1.dot(p2));
122 }
123
124 db area(vector<P> ps)
125 {
126     db ret=0;
127     for(int i=0;i<ps.size();i++)
128         ret+=ps[i].det(ps[(i+1)%ps.size()]);
129     return ret/2;
130 }

```



```

131 }
132
133 int contain(vector<P> ps,P p) //2:inside,1:on_seg,0:
    outside
134 {
135     int n=ps.size(),ret=0;
136     for(int i=0;i<n;i++)
137     {
138         P u=ps[i],v=ps[(i+1)%n];
139         if(onSeg(u,v,p)) return 1;
140         if(cmp(u.y,v.y)<=0) swap(u,v);
141         if(cmp(p.y,u.y)>0||cmp(p.y,v.y)<=0) continue;
142         ret^=crossOp(p,u,v)>0;
143     }
144     return ret*2;
145 }
146
147 vector<P> convexHull(vector<P> ps)
148 {
149     int n=ps.size();if(n<=1) return ps;
150     sort(ps.begin(),ps.end());
151     vector<P> qs(n*2);int k=0;
152     for(int i=0;i<n;qs[k++]=ps[i++])
153         while(k>1&&crossOp(qs[k-2],qs[k-1],ps[i])<=0)
154             --k;
155     for(int i=n-2,t=k;i>=0;qs[k++]=ps[i--])
156         while(k>t&&crossOp(qs[k-2],qs[k-1],ps[i])<=0)
157             --k;
158     qs.resize(k-1);
159     return qs;
160 }
161
162 db convexDiameter(vector<P> ps)
163 {
164     int n=ps.size();if(n<=1) return 0;
165     int is=0,js=0;
166     for(int k=1;k<n;k++) is=ps[k]<ps[is]?k:is,js=ps[js
167         ]<ps[k]?js:k;
168     int i=is,j=js;
169     db ret=ps[i].distTo(ps[j]);
170     do{
171         if((ps[(i+1)%n]-ps[i]).det(ps[(j+1)%n]-ps[j])
172             >=0) (++j)%=n;
173         else (++i)%=n;
174         ret=max(ret,ps[i].distTo(ps[j]));
175     }while(i!=is||j!=js);
176     return ret;
177 }

```

2.2 三维几何

3 图论

3.1 最短路

3.1.1 Dijkstra

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 #define mkp(a,b) make_pair(a,b)
3 #define fst first
4 #define snd second
5 //luogu P4779
6 using namespace std;
7 typedef pair<int,int> pii;

```

```

8 const int inf=0x3f3f3f3f;
9 const int N=1000005;
10
11 struct edge
12 {
13     int y,v;
14     edge(int Y,int V):y(Y),v(V){}
15 };
16 vector<edge> e[N];
17 void add(int x,int y,int v)
18 {
19     e[x].push_back(edge(y,v));
20 }
21
22 int n,m,s;
23 int dis[N];
24 bool vis[N];
25
26 void dij(int s)
27 {
28     memset(dis,0x3f,sizeof(dis));
29     dis[s]=0;
30     priority_queue<pii,vector<pii>,greater<pii>> q;
31     q.push(mkp(0,s));
32     while(!q.empty())
33     {
34         int x=q.top().snd;
35         q.pop();
36         if(vis[x]) continue;
37         vis[x]=1;
38         for(auto y:e[x])
39         {
40             if(dis[x]+y.v<dis[y.y])
41             {
42                 dis[y.y]=dis[x]+y.v;
43                 q.push(mkp(dis[y.y],y.y));
44             }
45         }
46     }
47 }
48
49 int main()
50 {
51     scanf("%d%d%d",&n,&m,&s);
52     for(int i=1,x,y,z;i<=m;++i)
53     {
54         scanf("%d%d%d",&x,&y,&z);
55         add(x,y,z);
56     }
57     dij(s);
58     for(int i=1;i<=n;++i)
59         printf("%d ",dis[i]==inf?2147483647:dis[i]);
60     return 0;
61 }

```

3.1.2 SPFA

3.1.3 Floyd

3.1.4 负环

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 //luogu P3385
3 using namespace std;
4 const int N=2005;

```

```

5
6 int _,n,m,dis[N],cnt[N];
7 bool vis[N];
8 vector<int> e[N],v[N];
9 void add(int x,int y,int z)
10 {
11     e[x].push_back(y);
12     v[x].push_back(z);
13 }
14
15 bool spfa(int s)
16 {
17     queue<int> q;
18     memset(dis,0x3f,sizeof(dis));
19     memset(vis,0,sizeof(vis));
20     memset(cnt,0,sizeof(cnt));
21     dis[s]=0;
22     vis[s]=cnt[s]=1;
23     q.push(1);
24     while(!q.empty())
25     {
26         int f=q.front();
27         q.pop();
28         vis[f]=0;
29         for(int i=0;i<e[f].size();++i)
30         {
31             int y=e[f][i];
32             if(dis[y]>dis[f]+v[f][i])
33             {
34                 dis[y]=dis[f]+v[f][i];
35                 if(!vis[y])
36                 {
37                     vis[y]=1;
38                     q.push(y);
39                     cnt[y]++;
40                     if(cnt[y]>n) return 1;
41                 }
42             }
43         }
44     }
45     return 0;
46 }
47
48 int main()
49 {
50     scanf("%d",&_);
51     while(_--)
52     {
53         scanf("%d%d",&n,&m);
54         for(int i=1;i<=n;++i)
55             e[i].clear(),v[i].clear();
56         for(int i=1,x,y,z;i<=m;++i)
57         {
58             scanf("%d%d%d",&x,&y,&z);
59             if(z<0) add(x,y,z);
60             else add(x,y,z),add(y,x,z);
61         }
62         if(spfa(1)) puts("YES");
63         else puts("NO");
64     }
65     return 0;
66 }

```

3.1.5 差分约束

3.2 最小生成树

3.2.1 Prim

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 //luogu P3366
3 using namespace std;
4
5 /*
6     prim/kruskal一定要注意解决重边
7 */
8
9 const int N=5005;
10 const int inf=0x3f3f3f3f;
11
12 int n,m;
13 int mp[N][N];
14 int dis[N];
15
16 int prim(int s)
17 {
18     int sum=0;
19     int cnt=0;
20     for(int i=1;i<=n;++i)
21         dis[i]=mp[s][i];
22     cnt++;
23     while(1)
24     {
25         int mn=inf;
26         int now=-1;
27         for(int i=1;i<=n;++i)
28         {
29             if(dis[i]!=0&&dis[i]<mn)
30             {
31                 mn=dis[i];
32                 now=i;
33             }
34         }
35         if(now==-1) break;
36         sum+=dis[now];
37         dis[now]=0;
38         cnt++;
39         for(int i=1;i<=n;++i)
40         {
41             if(dis[i]!=0&&mp[now][i]<dis[i])
42                 dis[i]=mp[now][i];
43         }
44     }
45     if(cnt<n) return -1;
46     else return sum;
47 }
48
49 int main()
50 {
51     scanf("%d%d",&n,&m);
52     memset(mp,0x3f,sizeof(mp));
53     for(int i=1;i<=n;++i)
54         mp[i][i]=0;
55     for(int i=1,x,y,z;i<=m;++i)
56     {
57         scanf("%d%d%d",&x,&y,&z);
58         mp[x][y]=min(mp[x][y],z);
59         mp[y][x]=min(mp[y][x],z);
60     }

```

```

61     int ans=prim(1);
62     if(ans==-1) puts("orz");
63     else printf("%d",ans);
64     return 0;
65 }

```

3.2.2 Kruskal

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2  //luogu P3366
3  using namespace std;
4
5  /*
6   prim/kruskal一定要注意解决重边
7  */
8
9  const int N=200005;
10
11 int n,m;
12 struct node
13 {
14     int x,y,z;
15 }o[N];
16
17 bool cmp(node a,node b)
18 {
19     return a.z<b.z;
20 }
21
22 int f[5005];
23 int _find(int x)
24 {
25     if(x!=f[x]) f[x]=_find(f[x]);
26     return f[x];
27 }
28 void _merge(int x,int y)
29 {
30     x=_find(x),y=_find(y);
31     if(x!=y) f[x]=y;
32 }
33
34 int kk()
35 {
36     for(int i=1;i<=n;++i)
37         f[i]=i;
38     sort(o+1,o+1+m,cmp);
39     int sum=0;
40     for(int i=1;i<=m;++i)
41     {
42         if(_find(o[i].x)!=_find(o[i].y))
43         {
44             sum+=o[i].z;
45             _merge(o[i].x,o[i].y);
46         }
47     }
48     int tmp=_find(1);
49     for(int i=2;i<=n;++i)
50         if(_find(i)!=tmp)
51             return -1;
52     return sum;
53 }
54
55 int main()
56 {

```

```

57     scanf("%d%d",&n,&m);
58     for(int i=1;i<=m;++i)
59         scanf("%d%d%d",&o[i].x,&o[i].y,&o[i].z);
60     int ans=kk();
61     if(ans==-1) puts("orz");
62     else printf("%d",ans);
63     return 0;
64 }

```

3.2.3 最小生成树计数

3.2.4 次小生成树

3.2.5 最小乘积生成树

3.3 树的直径

3.4 LCA

3.4.1 Tarjan 离线

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2  //luogu P3379
3  using namespace std;
4
5  /*
6   tarjan求lca要注意时间复杂度可能会爆炸，模板题开了O2才
7   过，并且要小心数组越界
8  */
9
10 const int N=1000005;
11
12 int n,m,s,x,y;
13 vector<int> e[N],q[N],id[N];
14 int ans[N*2];
15 bool vis[N];
16 int f[N];
17 int _find(int x)
18 {
19     if(x!=f[x]) f[x]=_find(f[x]);
20     return f[x];
21 }
22 void _merge(int x,int y)
23 {
24     x=_find(x),y=_find(y);
25     if(x!=y) f[x]=y;
26 }
27 void tarjan(int u)
28 {
29     vis[u]=1;
30     for(auto v:e[u])
31     {
32         if(!vis[v])
33         {
34             tarjan(v);
35             _merge(v,u);
36         }
37     }
38     for(int i=0;i<q[u].size();++i)
39     {
40         int v=q[u][i];
41         int k=id[u][i];
42         if(vis[v]&&ans[k]==0)
43             ans[k]=_find(v);
44     }

```

```

45 }
46
47 int main()
48 {
49     scanf("%d%d%d",&n,&m,&s);
50     for(int i=1;i<=n;++i) f[i]=i;
51     for(int i=1;i<=n-1;++i)
52         scanf("%d%d",&x,&y),e[x].push_back(y),e[y].
            push_back(x);
53     for(int i=1;i<=m;++i)
54         scanf("%d%d",&x,&y),
55         q[x].push_back(y),q[y].push_back(x),
56         id[x].push_back(i),id[y].push_back(i);
57     tarjan(s);
58     for(int i=1;i<=m;++i)
59         printf("%d\n",ans[i]);
60     return 0;
61 }

```

3.4.2 倍增 LCA

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3
4  /*
5   预处理 O(nlogn)
6   单次查询 O(logn)
7  */
8
9  const int MAXN=500005;
10 int n,q,dep[MAXN],s,lg[MAXN],fa[MAXN][32];
11 vector<int> e[MAXN];
12
13 void dfs(int now,int pa)
14 {
15     dep[now]=dep[pa]+1;
16     fa[now][0]=pa;
17     for(int i=1;(1<<i)<=dep[now];i++)
18         fa[now][i]=fa[fa[now][i-1]][i-1];
19     for(auto to:e[now])
20         if(to!=pa) dfs(to,now);
21 }
22
23 int lca(int x,int y)
24 {
25     if(dep[x]<dep[y]) swap(x,y);
26     while(dep[x]>dep[y]) x=fa[x][lg[dep[x]-dep[y]]-1];
27     if(x==y) return x;
28     for(int i=lg[dep[x]]-1;i>=0;i--)
29         if(fa[x][i]!=fa[y][i])
30             x=fa[x][i],y=fa[y][i];
31     return fa[x][0];
32 }
33
34 int main()
35 {
36     for(int i=1;i<MAXN;i++)
37         lg[i]=lg[i-1]+(1<<lg[i-1]==i);
38     scanf("%d%d%d",&n,&q,&s);
39     for(int i=0,x,y;i<n-1;i++)
40     {
41         scanf("%d%d",&x,&y);
42         e[x].push_back(y),e[y].push_back(x);
43     }

```

```

44     dep[0]=0;
45     dfs(s,0);
46     for(int i=0,x,y;i<q;i++)
47     {
48         scanf("%d%d",&x,&y);
49         printf("%d\n",lca(x,y));
50     }
51     return 0;
52 }

```

3.5 无向图与有向图联通性

3.5.1 割点

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2  #define int long long
3  //luogu P3469
4
5  /*
6   tarjan求割点的算法中，如果不保证连通性，应该使用被注释
7   掉的遍历方法
8   part数组储存了被这个割点分成的不同的几块各自的大小
9  */
10
11 using namespace std;
12 const int N=100005;
13
14 int n,m,x,y;
15 vector<int> e[N],part[N];
16 bool is[N];
17 int dfn[N],low[N],timer=0;
18 int sz[N];
19
20 void tarjan(int u,int f)
21 {
22     dfn[u]=low[u]=++timer;
23     sz[u]++;//
24     int son=0,tmp=0;
25     for(auto v:e[u])
26     {
27         if(dfn[v]==0)
28         {
29             tarjan(v,u);
30             sz[u]+=sz[v];//
31             low[u]=min(low[u],low[v]);
32             if(low[v]>=dfn[u]&&u!=f)
33             {
34                 is[u]=1;
35                 tmp+=sz[v];//
36                 part[u].push_back(sz[v]);//
37             }
38             if(u==f) son++;
39             low[u]=min(low[u],dfn[v]);
40         }
41         if(son>=2&&u==f) is[u]=1;//point on the top
42         if(is[u]&&n-tmp-1!=0)
43             part[u].push_back(n-tmp-1);//
44     }
45
46 signed main()
47 {
48     scanf("%lld%lld",&n,&m);
49     for(int i=1;i<=m;i++)
50     {

```

```

51     scanf("%lld%lld",&x,&y);
52     e[x].push_back(y),e[y].push_back(x);
53 }
54 /*
55 for(int i=1;i<=n;++i)
56     if(!dfn[i]) tarjan(i,i);
57 */
58 tarjan(1,0);
59 for(int i=1;i<=n;++i)
60 {
61     if(!is[i]) printf("%lld\n",2*(n-1));
62     else{
63         int tmp=0;
64         for(auto j:part[i])
65             tmp+=j*(j-1);
66         printf("%lld\n",n*(n-1)-tmp);
67     }
68 }
69 return 0;
70 }

```

3.5.2 桥

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2  #define mkp make_pair
3  //uva796
4  using namespace std;
5  const int N=1000005;
6  typedef pair<int,int> pii;
7  inline int read(){
8      char ch=getchar();int s=0,w=1;
9      while(ch<48||ch>57){if(ch=='-')w=-1;ch=getchar();}
10     while(ch>=48&&ch<=57){s=(s<<1)+(s<<3)+ch-48;ch=
11         getchar();}
12     return s*w;
13 }
14 inline void write(int x){
15     if(x<0)putchar('-'),x=-x;
16     if(x>9)write(x/10);
17     putchar(x%10+48);
18 }
19 int n;
20 int dfn[N],low[N],timer=0;
21 int fa[N];
22 vector<int> e[N];
23 vector<pii> ans;
24
25 void tarjan(int u,int f)
26 {
27     fa[u]=f;
28     dfn[u]=low[u]=++timer;
29     for(auto v:e[u])
30     {
31         if(!dfn[v])
32         {
33             tarjan(v,u);
34             low[u]=min(low[u],low[v]);
35             //if(dfn[u]<low[v]) is[u][v]=1;
36             //u is v's father
37         }
38         else if(v!=f) low[u]=min(low[u],dfn[v]);
39     }
40 }

```

```

41
42 void init()
43 {
44     timer=0;
45     for(int i=0;i<n;++i) dfn[i]=low[i]=fa[i]=0;
46     for(int i=0;i<n;++i) e[i].clear();
47     ans.clear();
48 }
49
50 void gao()
51 {
52     for(int i=0;i<n;++i)
53         if(!dfn[i]) tarjan(i,-1);
54     for(int i=0;i<n;++i)
55     {
56         int F=fa[i];
57         if(F!=-1&&dfn[F]<low[i])
58             ans.emplace_back(min(F,i),max(F,i));
59     }
60     sort(ans.begin(),ans.end());
61     printf("%d critical links\n",(int)ans.size());
62     for(auto i:ans)
63         printf("%d - %d\n",i.first,i.second);
64     puts("");
65 }
66
67 int main()
68 {
69     while(~scanf("%d",&n))
70     {
71         if(n==0)
72         {
73             puts("0 critical links");
74             puts("");
75             continue;
76         }
77         init();
78         for(int i=0,x,y,z;i<n;++i)
79         {
80             scanf("%d (%d",&x,&y);
81             for(int i=0;i<y;++i)
82                 z=read(),
83                 e[x].push_back(z),
84                 e[z].push_back(x);
85         }
86         gao();
87     }
88     return 0;
89 }

```

3.5.3 e-DCC

3.5.4 v-DCC

3.5.5 SCC

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2  //luogu P2341
3  using namespace std;
4
5  /*
6      scc表示某标号的强连通分量中的点，co表示某个点属于哪个
7      强连通分量
8      gao函数是重建图，按照题意寻找有没有链
9  */

```

```

9
10 const int N=10005;
11
12 int n,m,x[N*5],y[N*5];
13 vector<int> e[N],scc[N];
14 int co[N],color=0;
15 stack<int> s;
16 bool vis[N];
17 int dfn[N],low[N],timer=0;
18
19 void tarjan(int u)
20 {
21     dfn[u]=low[u]=++timer;
22     s.push(u);
23     vis[u]=1;
24     for(auto v:e[u])
25     {
26         if(!dfn[v])
27         {
28             tarjan(v);
29             low[u]=min(low[u],low[v]);
30         }
31         else if(vis[v]) low[u]=min(low[u],dfn[v]);
32     }
33     if(low[u]==dfn[u])
34     {
35         ++color;
36         int t;
37         do
38         {
39             t=s.top();
40             s.pop();
41             co[t]=color;
42             vis[t]=0;
43             scc[color].push_back(t);
44         }
45         while(u!=t);
46     }
47 }
48
49 int f[N];
50 int _find(int x)
51 {
52     if(x!=f[x]) f[x]=_find(f[x]);
53     return f[x];
54 }
55 void _merge(int x,int y)
56 {
57     x=_find(x),y=_find(y);
58     if(x!=y) f[x]=y;
59 }
60
61 int d[N];
62 void gao()
63 {
64     for(int i=1;i<=color;++i)
65         f[i]=i;
66     for(int i=1;i<=m;++i)
67     {
68         if(co[x[i]]!=co[y[i]])
69             _merge(co[x[i]],co[y[i]]),
70             d[co[x[i]]]++;
71     }
72     int F=_find(1);
73     for(int i=1;i<=color;++i)

```

```

74         if(_find(i)!=F) {puts("0");return;}
75     int ans=0,tmp=0;
76     for(int i=1;i<=color;++i)
77     {
78         if(d[i]==0)
79             ans+=scc[i].size(),tmp++;
80     }
81     if(tmp>1) ans=0;
82     printf("%d",ans);
83 }
84
85 int main()
86 {
87     scanf("%d%d",&n,&m);
88     for(int i=1;i<=m;++i)
89     {
90         scanf("%d%d",&x[i],&y[i]);
91         e[x[i]].push_back(y[i]);
92     }
93     for(int i=1;i<=n;++i)
94         if(!dfn[i]) tarjan(i);
95     gao();
96     return 0;
97 }

```

3.5.6 2-SAT

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3 //luogu P4782
4
5 /*
6 2-SAT用于求解有n个布尔变量x1-xn和m个需要满足的条件
7 每个条件形式为xi=0(1)||xj=0(1), 是否有可行解
8 注意要开两倍空间建反向边
9 */
10
11 const int N=2e6+5;
12
13 int n,m,a,va,b,vb;
14 int dfn[N],low[N],timer=0;
15 stack<int> s;
16 bool vis[N];
17 vector<int> e[N];
18 int co[N],color=0;
19
20 void add(int x,int y)
21 {
22     e[x].push_back(y);
23 }
24
25 void tarjan(int u)
26 {
27     dfn[u]=low[u]=++timer;
28     s.push(u);
29     vis[u]=1;
30     for(auto v:e[u])
31     {
32         if(!dfn[v])
33             tarjan(v),
34             low[u]=min(low[u],low[v]);
35         else if(vis[v])
36             low[u]=min(low[u],dfn[v]);
37     }

```

```

38     if(low[u]==dfn[u])
39     {
40         int v;
41         color++;
42         do
43         {
44             v=s.top();
45             s.pop();
46             vis[v]=0;
47             co[v]=color;
48         }
49         while(u!=v);
50     }
51 }
52
53 bool solve()
54 {
55     for(int i=1;i<=2*n;++i)
56         if(!dfn[i]) tarjan(i);
57     for(int i=1;i<=n;++i)
58         if(co[i]==co[i+n])
59             return 0;
60     return 1;
61 }
62
63 int main()
64 {
65     scanf("%d%d",&n,&m);
66     for(int i=1;i<=m;++i)
67     {
68         scanf("%d%d%d",&a,&va,&b,&vb);
69         int nota=va^1,notb=vb^1;
70         add(a+nota*n,b+vb*n);//not a and b
71         add(b+notb*n,a+va*n);//not b and a
72     }
73     if(solve())
74     {
75         puts("POSSIBLE");
76         for(int i=1;i<=n;++i)
77             printf("%d ",co[i]>co[i+n]);
78     }
79     else puts("IMPOSSIBLE");
80     return 0;
81 }

```

3.5.7 支配树

3.6 二分图

3.6.1 最大匹配-匈牙利

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2  //luogu P3386
3  using namespace std;
4
5  /*
6   hungary每一次遍历必须要清空vis数组
7  */
8
9  const int N=1005;
10
11 vector<int> e[N];
12 bool vis[N];
13 int match[N],rematch[N];
14

```

```

15 bool dfs(int u)
16 {
17     for(auto v:e[u])
18     {
19         if(!vis[v]){
20             vis[v]=1;
21             if(match[v]==0||dfs(match[v]))
22             {
23                 match[v]=u;
24                 rematch[u]=v;
25                 return 1;
26             }
27         }
28     }
29     return 0;
30 }
31
32 int n,m,k;
33
34 int main()
35 {
36     scanf("%d%d%d",&n,&m,&k);
37     for(int i=1,x,y;i<=k;++i)
38     {
39         scanf("%d%d",&x,&y);
40         if(x>n||y>m) continue;
41         e[x].push_back(y);
42     }
43     int ans=0;
44     for(int i=1;i<=n;++i)
45     {
46         memset(vis,0,sizeof(vis));
47         if(dfs(i)) ans++;
48     }
49     printf("%d",ans);
50     return 0;
51 }

```

3.6.2 带权匹配-KM

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2  //hdu 2255
3  using namespace std;
4
5  /*
6   KM仅用于最大带权匹配一定是最大匹配的情况下
7  */
8
9  const int N=305;
10 const int inf=0x3f3f3f3f;
11
12 int n,mp[N][N];
13 int la[N],lb[N],delta;
14 bool va[N],vb[N];
15 int match[N];
16
17 bool dfs(int x)
18 {
19     va[x]=1;
20     for(int y=1;y<=n;++y)
21     {
22         if(!vb[y]){
23             if(la[x]+lb[y]==mp[x][y])
24                 {

```

```

25         vb[y]=1;
26         if(!match[y]||dfs(match[y]))
27         {
28             match[y]=x;
29             return 1;
30         }
31     }
32     else
33         delta=min(delta,la[x]+lb[y]-mp[x][y]);
34 }
35 }
36 return 0;
37 }
38
39 int km()
40 {
41     for(int i=1;i<=n;++i)
42     {
43         match[i]=0;
44         la[i]=-inf;
45         lb[i]=0;
46         for(int j=1;j<=n;++j)
47         {
48             la[i]=max(la[i],mp[i][j]);
49         }
50     }
51     for(int i=1;i<=n;++i)
52     {
53         while(1)
54         {
55             memset(va,0,sizeof(va));
56             memset(vb,0,sizeof(vb));
57             delta=inf;
58             if(dfs(i)) break;
59             for(int j=1;j<=n;++j)
60             {
61                 if(va[j]) la[j]-=delta;
62                 if(vb[j]) lb[j]+=delta;
63             }
64         }
65     }
66     int ans=0;
67     for(int i=1;i<=n;++i)
68         ans+=mp[match[i]][i];
69     return ans;
70 }
71
72 int main()
73 {
74     while(~scanf("%d",&n))
75     {
76         memset(mp,-0x3f,sizeof(mp));
77         for(int i=1;i<=n;++i)
78         {
79             for(int j=1;j<=n;++j)
80             {
81                 scanf("%d",&mp[i][j]);
82             }
83         }
84         printf("%d\n",km());
85     }
86     return 0;
87 }

```

3.7 网络流

3.7.1 最大流-Dinic

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3  typedef long long ll;
4
5  /*
6   s,t 超级源、超级汇
7   cur[] 当前弧优化
8   时间复杂度 O(n^2*m)
9  */
10
11 const int MAXN=10005;
12 const ll inf=0x3f3f3f3f3f3f3f3f;
13 int n,m,s,t,tot,dis[MAXN],cur[MAXN];
14 struct edge
15 {
16     int to,cap,rev;
17     edge(){}
18     edge(int to,int cap,int rev):to(to),cap(cap),rev(
19         rev){}
20 }
21 vector<edge> E[MAXN];
22
23 inline void add_edge(int x,int y,int f)
24 {
25     E[x].emplace_back(y,f,E[y].size());
26     E[y].emplace_back(x,0,E[x].size()-1);
27 }
28
29 int bfs()
30 {
31     for(int i=1;i<=n;i++) dis[i]=0x3f3f3f3f;
32     dis[s]=0;
33     queue<int> q;
34     q.push(s);
35     while(!q.empty())
36     {
37         int now=q.front();q.pop();
38         for(int i=0;i<E[now].size();i++)
39         {
40             edge &e=E[now][i];
41             if(dis[e.to]>dis[now]+1&&e.cap)
42             {
43                 dis[e.to]=dis[now]+1;
44                 if(e.to==t) return 1;
45                 q.push(e.to);
46             }
47         }
48     }
49     return 0;
50 }
51
52 ll dfs(int now,ll flow)
53 {
54     if(now==t) return flow;
55     ll rest=flow,k;
56     for(int i=cur[now];i<E[now].size();i++)
57     {
58         edge &e=E[now][i];
59         if(e.cap&&dis[e.to]==dis[now]+1)
60         {
61             cur[now]=i;
62             k=dfs(e.to,min(rest,(long long)e.cap));
63         }
64     }
65     return flow-k;
66 }

```



```

62         e.cap-=k;
63         E[e.to][e.rev].cap+=k;
64         rest-=k;
65     }
66 }
67 return flow-rest;
68 }
69
70 ll dinic()
71 {
72     ll ret=0,delta;
73     while(bfs())
74     {
75         for(int i=1;i<=n;i++) cur[i]=0;
76         while(delta=dfs(s,inf)) ret+=delta;
77     }
78     return ret;
79 }

```

3.7.2 最小费用最大流-Dij+Dinic

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3  typedef pair<int,int> pii;
4
5  /*
6   出锅状态 勿用
7
8   第一遍跑的spfa,然后是加上势函数的dij,玄学
9   h[] 势函数
10  cur[] 当前弧优化
11  msmf 最大流时的最小费用
12  s,t 超级源、超级汇
13  时间复杂度 O(n^2*m)
14  */
15
16 const int MAXN=2005;
17 const int inf=0x3f3f3f3f;
18 int msmf,s,t,cur[MAXN],dis[MAXN],vis[MAXN],h[MAXN];
19 struct edge
20 {
21     int to,val,cap,rev;
22     edge(){}
23     edge(int to,int cap,int val,int rev):to(to),cap(
24         cap),val(val),rev(rev){}
25 };
26 vector<edge> E[MAXN];
27
28 inline void add_edge(int x,int y,int f,int cost)
29 {
30     E[x].emplace_back(y,f,cost,E[y].size());
31     E[y].emplace_back(x,0,-cost,E[x].size()-1);
32 }
33
34 int dij()
35 {
36     fill(dis,dis+t+1,inf);
37     priority_queue<pii,vector<pii>,greater<pii>> q;
38     q.emplace(0,s);dis[s]=0;
39     while(!q.empty())
40     {
41         pii p=q.top();q.pop();
42         int now=p.second;
43         if(dis[now]<p.first) continue;

```

```

43         for(int i=0;i<E[now].size();i++)
44         {
45             edge &e=E[now][i];
46             if(e.cap>0&&dis[e.to]>p.first+e.val+h[now]-
47                 h[e.to])
48             {
49                 dis[e.to]=p.first+e.val+h[now]-h[e.to];
50                 q.emplace(dis[e.to],e.to);
51             }
52         }
53     }
54     return dis[t]!=inf;
55 }
56
57 int dfs(int now,int flow)
58 {
59     if(now==t) return flow;
60     int rest=flow,k;
61     vis[now]=1;
62     for(int i=cur[now];i<E[now].size();i++)
63     {
64         edge &e=E[now][i];
65         if(e.cap&&dis[now]+e.val+h[now]-h[e.to]==dis[
66             e.to]&&!vis[e.to])
67         {
68             cur[now]=i;
69             k=dfs(e.to,min(e.cap,rest));
70             e.cap-=k;
71             E[e.to][e.rev].cap+=k;
72             rest-=k;
73             msmf+=k*e.val;
74         }
75     }
76     vis[now]=0;
77     return flow-rest;
78 }
79
80 int dinic()
81 {
82     int ret=0,delta;
83     while(dij())
84     {
85         for(int i=s;i<=t;i++) cur[i]=0;
86         while(delta=dfs(s,inf)) ret+=delta;
87         for(int i=s;i<=t;i++) h[i]+=(dis[i]==inf)?0:
88             dis[i];
89     }
90     return ret;
91 }

```

3.7.3 最小费用最大流-SPFA+Dinic

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3  typedef long long ll;
4
5  /*
6   cur[] 当前弧优化
7   msmf 最大流时的最小费用
8   s,t 超级源、超级汇
9   多组记得清边和msmf
10  时间复杂度 O(n^2*m)
11  */
12

```

```

13 const ll inf=0x3f3f3f3f3f3f3f3f;
14 ll msmf,dis[5005];
15 int s,t,n,m,cur[5005],vis[5005];
16 struct edge
17 {
18     int to,rev;
19     ll cap,cost;
20     edge(){}
21     edge(int to,ll cap,ll cost,int rev):to(to),cap(cap),cost(cost),rev(rev){}
22 };
23 vector<edge> E[5005];
24
25 inline void add_edge(int x,int y,ll f,ll c)
26 {
27     E[x].emplace_back(y,f,c,E[y].size());
28     E[y].emplace_back(x,0,-c,E[x].size()-1);
29 }
30
31 int spfa()
32 {
33     for(int i=0;i<=n;i++) vis[i]=0,dis[i]=inf; //从编号最小的点到最大的点
34     dis[s]=0;
35     queue<int> q;
36     q.push(s);
37     while(!q.empty())
38     {
39         int p=q.front();q.pop();
40         vis[p]=0;
41         for(auto e:E[p])
42             if(e.cap&&dis[p]+e.cost<dis[e.to])
43             {
44                 dis[e.to]=dis[p]+e.cost;
45                 if(!vis[e.to])
46                     vis[e.to]=1,q.push(e.to);
47             }
48     }
49     return dis[t]!=inf;
50 }
51
52 ll dfs(int now,ll flow)
53 {
54     if(now==t) return flow;
55     ll rest=flow,k;
56     vis[now]=1;
57     for(int i=cur[now];i<E[now].size();i++)
58     {
59         edge &e=E[now][i];
60         if(e.cap&&dis[now]+e.cost==dis[e.to]&&!vis[e.to])
61         {
62             cur[now]=i;
63             k=dfs(e.to,min(rest,e.cap));
64             e.cap-=k;
65             E[e.to][e.rev].cap+=k;
66             msmf+=k*e.cost;
67             rest-=k;
68         }
69     }
70     vis[now]=0;
71     return flow-rest;
72 }
73
74 ll dinic()

```

```

75 {
76     msmf=0;
77     ll ret=0,delta;
78     while(spfa())
79     {
80         for(int i=0;i<=n;i++) cur[i]=vis[i]=0; //从编号最小的点到最大的点
81         while(delta=dfs(s,inf)) ret+=delta;
82     }
83     return ret;
84 }
85
86 int main()
87 {
88     scanf("%d%d%d%d",&n,&m,&s,&t);
89     for(int i=0;i<m;i++)
90     {
91         int x,y;ll a,b;
92         scanf("%d%d%lld%lld",&x,&y,&a,&b);
93         add_edge(x,y,a,b);
94     }
95     ll mxflow=dinic();
96     printf("%lld %lld",mxflow,msmf);
97     return 0;
98 }

```

3.7.4 上下界流

3.8 欧拉路

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 //luogu P2731
3 using namespace std;
4 const int N=505;
5
6 /*
7     euler_path一定要找到正确的起点
8 */
9
10 int n;
11 int mp[N][N];
12 stack<int> st;
13 int deg[N];
14
15 void dfs(int x)
16 {
17     for(int i=1;i<=500;++i)
18     {
19         if(mp[x][i])
20         {
21             mp[x][i]--;
22             mp[i][x]--;
23             dfs(i);
24         }
25     }
26     st.push(x);
27 }
28
29 int main()
30 {
31     scanf("%d",&n);
32     for(int i=1,x,y;i<=n;++i)
33     {
34         scanf("%d%d",&x,&y);
35         mp[x][y]++;

```

```

36     mp[y][x]++;
37     deg[x]++;
38     deg[y]++;
39 }
40 int s=1;
41 for(int i=1;i<=500;++i)
42 {
43     if(deg[i]%2==1)
44     {
45         s=i;
46         break;
47     }
48 }
49 dfs(s);
50 while(!st.empty())
51 {
52     printf("%d\n",st.top());
53     st.pop();
54 }
55 return 0;
56 }

```

3.9 Prufer 序列

4 数据结构

4.1 树状数组

4.2 线段树

4.2.1 带优先级线段树

4.2.2 吉司机线段树

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3 typedef long long ll;
4
5 /*
6  modify 将区间大于x的数变成x
7  query 询问区间和
8  单次复杂度 O(log^2(n))
9 */
10
11 const ll INF=0xc0c0c0c0c0c0c0c0ll;
12 const int MAXN=200005;
13 ll seg[MAXN<<2],m1[MAXN<<2],m2[MAXN<<2],cnt[MAXN<<2],
14   tag[MAXN<<2],a[MAXN];
15 int n,q;
16
17 void pushdown(int rt)
18 {
19     if(!tag[rt]) return;
20     ll y=m1[rt];
21     if(y<m1[rt<<1])
22     {
23         tag[rt<<1]=1;
24         seg[rt<<1]-=(m1[rt<<1]-y)*cnt[rt<<1];
25         m1[rt<<1]=y;
26     }
27     if(y<m1[rt<<1|1])
28     {
29         tag[rt<<1|1]=1;
30         seg[rt<<1|1]-=(m1[rt<<1|1]-y)*cnt[rt<<1|1];
31         m1[rt<<1|1]=y;
32     }
33 }
34
35 void pushup(int rt)
36 {
37     seg[rt]=seg[rt<<1]+seg[rt<<1|1];
38     if(m1[rt<<1]==m1[rt<<1|1])
39     {
40         m1[rt]=m1[rt<<1];
41         cnt[rt]=cnt[rt<<1]+cnt[rt<<1|1];
42         m2[rt]=max(m2[rt<<1],m2[rt<<1|1]);
43     }
44     else if(m1[rt<<1]>m1[rt<<1|1])
45     {
46         m1[rt]=m1[rt<<1];
47         cnt[rt]=cnt[rt<<1];
48         m2[rt]=max(m2[rt<<1],m1[rt<<1|1]);
49     }
50     else
51     {
52         m1[rt]=m1[rt<<1|1];
53         cnt[rt]=cnt[rt<<1|1];
54         m2[rt]=max(m2[rt<<1|1],m1[rt<<1]);
55     }
56 }
57
58 void build(int rt,int l,int r)
59 {
60     tag[rt]=0;
61     if(l==r)
62     {
63         seg[rt]=m1[rt]=a[l];
64         cnt[rt]=1;
65         m2[rt]=INF;
66         return;
67     }
68     int m=l+r>>1;
69     if(l<=m) build(rt<<1,l,m);
70     if(m<r) build(rt<<1|1,m+1,r);
71     pushup(rt);
72 }
73
74 void modify(int rt,int l,int r,int L,int R,ll y)
75 {
76     if(y>m1[rt]) return;
77     if(L<=l&&r<=R&&y>m2[rt])
78     {
79         tag[rt]=1;
80         seg[rt]-=(m1[rt]-y)*cnt[rt];
81         m1[rt]=y;
82         return;
83     }
84     pushdown(rt);
85     int m=l+r>>1;
86     if(L<=m) modify(rt<<1,l,m,L,R,y);
87     if(m<R) modify(rt<<1|1,m+1,r,L,R,y);
88     pushup(rt);
89 }
90
91 ll query(int rt,int l,int r,int L,int R)
92 {
93     if(L<=l&&r<=R) return seg[rt];
94     int m=l+r>>1;
95     pushdown(rt);

```

```

31 }
32 tag[rt]=0;
33 }
34
35 void pushup(int rt)
36 {
37     seg[rt]=seg[rt<<1]+seg[rt<<1|1];
38     if(m1[rt<<1]==m1[rt<<1|1])
39     {
40         m1[rt]=m1[rt<<1];
41         cnt[rt]=cnt[rt<<1]+cnt[rt<<1|1];
42         m2[rt]=max(m2[rt<<1],m2[rt<<1|1]);
43     }
44     else if(m1[rt<<1]>m1[rt<<1|1])
45     {
46         m1[rt]=m1[rt<<1];
47         cnt[rt]=cnt[rt<<1];
48         m2[rt]=max(m2[rt<<1],m1[rt<<1|1]);
49     }
50     else
51     {
52         m1[rt]=m1[rt<<1|1];
53         cnt[rt]=cnt[rt<<1|1];
54         m2[rt]=max(m2[rt<<1|1],m1[rt<<1]);
55     }
56 }
57
58 void build(int rt,int l,int r)
59 {
60     tag[rt]=0;
61     if(l==r)
62     {
63         seg[rt]=m1[rt]=a[l];
64         cnt[rt]=1;
65         m2[rt]=INF;
66         return;
67     }
68     int m=l+r>>1;
69     if(l<=m) build(rt<<1,l,m);
70     if(m<r) build(rt<<1|1,m+1,r);
71     pushup(rt);
72 }
73
74 void modify(int rt,int l,int r,int L,int R,ll y)
75 {
76     if(y>m1[rt]) return;
77     if(L<=l&&r<=R&&y>m2[rt])
78     {
79         tag[rt]=1;
80         seg[rt]-=(m1[rt]-y)*cnt[rt];
81         m1[rt]=y;
82         return;
83     }
84     pushdown(rt);
85     int m=l+r>>1;
86     if(L<=m) modify(rt<<1,l,m,L,R,y);
87     if(m<R) modify(rt<<1|1,m+1,r,L,R,y);
88     pushup(rt);
89 }
90
91 ll query(int rt,int l,int r,int L,int R)
92 {
93     if(L<=l&&r<=R) return seg[rt];
94     int m=l+r>>1;
95     pushdown(rt);

```

```

96     ll ret=0;
97     if(L<=m) ret+=query(rt<<1,l,m,L,R);
98     if(m<R) ret+=query(rt<<1|1,m+1,r,L,R);
99     pushup(rt);
100     return ret;
101 }

```

4.2.3 线段树维护扫描线

4.3 RMQ

4.3.1 一维

```

1 //dp[i][j]表示从a[i]开始,包括a[i]在内的2的j次方个数字中
  的最值
2 for(int i=1;i<=n;++i)
3     dp[i][0]=a[i];
4 for(int j=1;j<=30;++j){
5     for(int i=1;i+(1LL<<(j-1))<=n;++i){
6         dp[i][j]=max(dp[i][j-1],dp[i+(1LL<<(j-1))][j-1]); //min
7     }
8 }
9
10 int ask(int l,int r){
11     int k=(int)log2(r-l+1);
12     return max(dp[l][k],dp[r-(1LL<<k)+1][k]); //min
13 }

```

4.3.2 两维

4.4 树链剖分

4.4.1 点剖分

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3 typedef long long ll;
4
5 /*
6  轻重链剖分 单次复杂度 O(log^2(n))
7  a[i] 表示dfs标号为i的点的值,而非点i的值
8  1 x y z 表示将树从x到y结点最短路径上所有节点值都加上z
9  2 x y 表示求树从x到y结点最短路径上所有节点值之和
10 3 x z 表示将以x为根节点的子树内所有节点值都加上z
11 4 x 表示求以x为根节点的子树内所有节点值之和
12 */
13
14 const int MAXN=100005;
15 ll mod,lazy[MAXN<<2],seg[MAXN<<2],a[MAXN],tmp[MAXN];
16 int n,q,r,cnt,tot,dep[MAXN],top[MAXN],id[MAXN],son[
    MAXN],num[MAXN],fa[MAXN];
17 vector<int> e[MAXN];
18
19 void dfs1(int now,int f)
20 {
21     dep[now]=dep[f]+1;
22     fa[now]=f;
23     num[now]=1;
24     son[now]=0;
25     for(auto to:e[now])
26     {
27         if(to==f) continue;
28         dfs1(to,now);

```

```

29         num[now]+=num[to];
30         if(num[to]>num[son[now]]) son[now]=to;
31     }
32 }
33
34 void dfs2(int now,int f)
35 {
36     id[now]=++cnt;
37     top[now]=f;
38     if(son[now]) dfs2(son[now],f);
39     for(auto to:e[now])
40         if(to!=fa[now]&&to!=son[now])
41             dfs2(to,to);
42 }
43
44 inline void pushdown(int rt,ll lnum,ll rnum)
45 {
46     if(!lazy[rt]) return;
47     seg[rt<<1]=(seg[rt<<1]+lazy[rt]*lnum%mod)%mod;
48     seg[rt<<1|1]=(seg[rt<<1|1]+lazy[rt]*rnum%mod)%mod;
49     lazy[rt<<1]=(lazy[rt<<1]+lazy[rt])%mod;
50     lazy[rt<<1|1]=(lazy[rt<<1|1]+lazy[rt])%mod;
51     lazy[rt]=0;
52 }
53
54 inline void pushup(int rt)
55 {
56     seg[rt]=(seg[rt<<1]+seg[rt<<1|1])%mod;
57 }
58
59 void build(int rt,int l,int r)
60 {
61     lazy[rt]=0;
62     if(l==r)
63     {
64         seg[rt]=a[l]%mod;
65         return;
66     }
67     int m=l+r>>1;
68     if(l<=m) build(rt<<1,l,m);
69     if(m<r) build(rt<<1|1,m+1,r);
70     pushup(rt);
71 }
72
73 void modify(int rt,int l,int r,int L,int R,ll x)
74 {
75     if(L<=l&&r<=R)
76     {
77         lazy[rt]=(lazy[rt]+x)%mod;
78         seg[rt]=(seg[rt]+x*(r-l+1)%mod)%mod;
79         return;
80     }
81     int m=l+r>>1;
82     pushdown(rt,m-l+1,r-m);
83     if(L<=m) modify(rt<<1,l,m,L,R,x);
84     if(m<r) modify(rt<<1|1,m+1,r,L,R,x);
85     pushup(rt);
86 }
87
88 ll query(int rt,int l,int r,int L,int R)
89 {
90     if(L<=l&&r<=R) return seg[rt];
91     int m=l+r>>1;
92     ll ret=0;
93     pushdown(rt,m-l+1,r-m);

```

```

94     if(L<=m) ret=(ret+query(rt<<1,l,m,L,R))%mod;
95     if(m<R) ret=(ret+query(rt<<1|1,m+1,r,L,R))%mod;
96     pushup(rt);
97     return ret;
98 }
99
100 int main()
101 {
102     scanf("%d%d%d%lld",&n,&q,&r,&mod);
103     for(int i=1;i<=n;i++) scanf("%lld",&tmp[i]);
104     for(int i=1,x,y;i<=n;i++)
105     {
106         scanf("%d%d",&x,&y);
107         e[x].push_back(y),e[y].push_back(x);
108     }
109     num[0]=0,dep[r]=0;
110     dfs1(r,r);
111     dfs2(r,r);
112     for(int i=1;i<=n;i++) a[id[i]]=tmp[i];
113     build(1,1,n);
114
115     while(q--)
116     {
117         int op,x,y;ll z;
118         scanf("%d%d",&op,&x);
119         if(op==4)
120         {
121             printf("%lld\n",query(1,1,n,id[x],id[x]+num
122                 [x]-1));
123             continue;
124         }
125         if(op==1)
126         {
127             scanf("%d%lld",&y,&z);z%=mod;
128             while(top[x]!=top[y])
129             {
130                 if(dep[top[x]]<dep[top[y]]) swap(x,y);
131                 modify(1,1,n,id[top[x]],id[x],z);
132                 x=fa[top[x]];
133             }
134             if(dep[x]>dep[y]) swap(x,y);
135             modify(1,1,n,id[x],id[y],z);
136         }
137         else if(op==2)
138         {
139             scanf("%d",&y);
140             ll ans=0;
141             while(top[x]!=top[y])
142             {
143                 if(dep[top[x]]<dep[top[y]]) swap(x,y);
144                 ans=(ans+query(1,1,n,id[top[x]],id[x]))%
145                     mod;
146                 x=fa[top[x]];
147             }
148             if(dep[x]>dep[y]) swap(x,y);
149             ans=(ans+query(1,1,n,id[x],id[y]))%mod;
150             printf("%lld\n",ans);
151         }
152         else
153         {
154             scanf("%lld",&z);z%=mod;
155             modify(1,1,n,id[x],id[x]+num[x]-1,z);
156         }
157     }
158     return 0;

```

157 }

4.4.2 边剖分

4.5 平衡树

4.5.1 Treap

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3
4  const int MAXN=1e5+5;
5  const int inf=0x7fffffff;
6  int n,op,x;
7
8  /*
9   树内初始化时有无穷大和无穷小两个结点
10   _delete(root,x) 删除一个x
11   _insert(root,x) 插入一个x
12   getRank(root,x) 返回x的排名+1(包含了无穷小)
13   getVal(root,x+1) 返回排名为x的数
14   getPrev(x) x的前驱
15   getNext(x) x的后继
16  */
17
18 namespace Treap
19 {
20     int tot,root;
21     struct node
22     {
23         int cnt,val,dat,siz,lc,rc;
24     }bst[MAXN];
25
26     inline void pushup(int rt)
27     {
28         bst[rt].siz=bst[rt].cnt;
29         if(bst[rt].lc) bst[rt].siz+=bst[bst[rt].lc].
30             siz;
31         if(bst[rt].rc) bst[rt].siz+=bst[bst[rt].rc].
32             siz;
33     }
34
35     inline void zig(int &rt)
36     {
37         int p=bst[rt].lc;
38         bst[rt].lc=bst[p].rc;
39         bst[p].rc=rt;
40         rt=p;
41         pushup(bst[rt].rc);pushup(rt);
42     }
43
44     inline void zag(int &rt)
45     {
46         int p=bst[rt].rc;
47         bst[rt].rc=bst[p].lc;
48         bst[p].lc=rt;
49         rt=p;
50         pushup(bst[rt].lc);pushup(rt);
51     }
52
53     int new_node(int val)
54     {
55         bst[++tot].val=val;
56         bst[tot].dat=rand();
57         bst[tot].siz=bst[tot].cnt=1;

```

```

56     bst[tot].lc=bst[tot].rc=0;
57     return tot;
58 }
59
60 void build()
61 {
62     new_node(-inf);new_node(inf);
63     root=1,bst[1].rc=2;
64     pushup(1);
65 }
66
67 void _insert(int &rt,int val)
68 {
69     if(rt==0)
70     {
71         rt=new_node(val);
72         return;
73     }
74     if(bst[rt].val==val)
75     {
76         bst[rt].cnt++;
77         pushup(rt);
78         return;
79     }
80     if(val<bst[rt].val)
81     {
82         _insert(bst[rt].lc,val);
83         if(bst[rt].dat<bst[bst[rt].lc].dat) zig(rt)
84             ;
85     }
86     else
87     {
88         _insert(bst[rt].rc,val);
89         if(bst[rt].dat<bst[bst[rt].rc].dat) zag(rt)
90             ;
91     }
92     pushup(rt);
93 }
94
95 void _delete(int &rt,int val)
96 {
97     if(rt==0) return;
98     if(bst[rt].val==val)
99     {
100         if(bst[rt].cnt>1)
101         {
102             bst[rt].cnt--;
103             pushup(rt);
104             return;
105         }
106         if(bst[rt].rc||bst[rt].lc)
107         {
108             if(bst[rt].rc==0||bst[bst[rt].rc].dat<
109                 bst[bst[rt].lc].dat)
110                 zig(rt),_delete(bst[rt].rc,val);
111             else
112                 zag(rt),_delete(bst[rt].lc,val);
113             pushup(rt);
114         }
115         else rt=0;
116         return;
117     }
118     if(val<bst[rt].val) _delete(bst[rt].lc,val);
119     else _delete(bst[rt].rc,val);

```

```

118     pushup(rt);
119 }
120
121 int getPrev(int val)
122 {
123     int ret=1,rt=root;
124     while(rt)
125     {
126         if(bst[rt].val==val)
127         {
128             if(bst[rt].lc)
129             {
130                 rt=bst[rt].lc;
131                 while(bst[rt].rc) rt=bst[rt].rc;
132                 ret=rt;
133             }
134             break;
135         }
136         if(bst[rt].val<val&&bst[rt].val>bst[ret].
137             val) ret=rt;
138         if(val<bst[rt].val) rt=bst[rt].lc;
139         else rt=bst[rt].rc;
140     }
141     return bst[ret].val;
142 }
143
144 int getNext(int val)
145 {
146     int ret=2,rt=root;
147     while(rt)
148     {
149         if(bst[rt].val==val)
150         {
151             if(bst[rt].rc)
152             {
153                 rt=bst[rt].rc;
154                 while(bst[rt].lc) rt=bst[rt].lc;
155                 ret=rt;
156             }
157             break;
158         }
159         if(bst[rt].val>val&&bst[rt].val<bst[ret].
160             val) ret=rt;
161         if(val<bst[rt].val) rt=bst[rt].lc;
162         else rt=bst[rt].rc;
163     }
164     return bst[ret].val;
165 }
166
167 int getRank(int rt,int val)
168 {
169     if(rt==0) return 0;
170     if(val==bst[rt].val) return bst[bst[rt].lc].
171         siz+1;
172     if(val<bst[rt].val) return getRank(bst[rt].lc,
173         val);
174     else return bst[bst[rt].lc].siz+bst[rt].cnt+
175         getRank(bst[rt].rc,val);
176 }
177
178 int getVal(int rt,int k)
179 {
180     if(rt==0) return inf;
181     if(bst[bst[rt].lc].siz>=k) return getVal(bst[
182         rt].lc,k);

```

```

177     if(bst[bst[rt].lc].siz+bst[rt].cnt>=k) return
178         bst[rt].val;
179     return getVal(bst[rt].rc,k-bst[bst[rt].lc].siz
180         -bst[rt].cnt);
181 }
182 int main()
183 {
184     using namespace Treap;
185     srand(time(0));
186     build();
187     scanf("%d",&n);
188     while(n-->0)
189     {
190         scanf("%d",&op,&x);
191         if(op==1) _insert(root,x);
192         else if(op==2) _delete(root,x);
193         else if(op==3) printf("%d\n",getRank(root,x)
194             -1);
195         else if(op==4) printf("%d\n",getVal(root,x+1))
196             ;
197         else if(op==5) printf("%d\n",getPrev(x));
198         else if(op==6) printf("%d\n",getNext(x));
199     }
200     return 0;
201 }

```

4.5.2 Splay

4.6 动态树

4.7 主席树

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 /*
5  离散化+区间k小
6 */
7
8 const int MAXN=200005;
9 int n,m,a[MAXN],tmp[MAXN],org[MAXN],root[MAXN],tot=0;
10 struct tree
11 {
12     int cnt,lc,rc;
13 }seg[30*MAXN];
14
15 int build(int l,int r)
16 {
17     int p=tot++;
18     if(l==r)
19     {
20         seg[p].cnt=0;
21         return p;
22     }
23     int m=l+r>>1;
24     seg[p].lc=build(l,m);
25     seg[p].rc=build(m+1,r);
26     seg[p].cnt=seg[seg[p].lc].cnt+seg[seg[p].rc].cnt;
27     return p;
28 }
29
30 int modify(int rt,int l,int r,int x)
31 {

```

```

32     int p=tot++;
33     seg[p]=seg[rt];
34     if(l==r)
35     {
36         seg[p].cnt++;
37         return p;
38     }
39     int m=l+r>>1;
40     if(x<=m) seg[p].lc=modify(seg[rt].lc,l,m,x);
41     else seg[p].rc=modify(seg[rt].rc,m+1,r,x);
42     seg[p].cnt=seg[seg[p].lc].cnt+seg[seg[p].rc].cnt;
43     return p;
44 }
45
46 int query(int p,int q,int l,int r,int k)
47 {
48     if(l==r) return l;
49     int m=l+r>>1;
50     int lcnt=seg[seg[q].lc].cnt-seg[seg[p].lc].cnt;
51     if(lcnt>=k) return query(seg[p].lc,seg[q].lc,l,m,k);
52     else return query(seg[p].rc,seg[q].rc,m+1,r,k-lcnt);
53 }
54
55 int main()
56 {
57     scanf("%d",&n,&m);
58     for(int i=1;i<=n;i++)
59         scanf("%d",&a[i]),tmp[i]=a[i];
60     sort(tmp+1,tmp+n+1);
61     root[0]=build(1,n);
62     for(int i=1;i<=n;i++)
63     {
64         int k=lower_bound(tmp+1,tmp+n+1,a[i])-tmp;
65         org[k]=a[i];
66         a[i]=k;
67         root[i]=modify(root[i-1],1,n,a[i]);
68     }
69     while(m-->0)
70     {
71         int x,y,k;
72         scanf("%d%d",&x,&y,&k);
73         printf("%d\n",org[query(root[x-1],root[y],1,n,k)]);
74     }
75     return 0;
76 }

```

4.8 树套树

4.8.1 线段树套 Treap

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 /*
5  空间 O(nlogn)
6  单点修改,区间rank,前驱后继(不存在则为±2147483647) 单
7  次 O(log^2(n))
8  区间排名为k的值 单次 O(log^3(n))
9 */
10
11 const int inf=2147483647;
12 const int MAXN=50005;

```



```

12 int root[MAXN<<2],n,m,a[MAXN];
13 struct Treap
14 {
15     int tot;
16     struct node
17     {
18         int lc,rc,dat,val,cnt,siz;
19     }bst[MAXN*4*20];
20
21     int newnode(int v)
22     {
23         bst[++tot].val=v;
24         bst[tot].dat=rand();
25         bst[tot].siz=bst[tot].cnt=1;
26         bst[tot].lc=bst[tot].rc=0;
27         return tot;
28     }
29
30     void zig(int &rt)
31     {
32         int p=bst[rt].lc;
33         bst[rt].lc=bst[p].rc;
34         bst[p].rc=rt;
35         rt=p;
36         pushup(bst[rt].rc);
37         pushup(rt);
38     }
39
40     void zag(int &rt)
41     {
42         int p=bst[rt].rc;
43         bst[rt].rc=bst[p].lc;
44         bst[p].lc=rt;
45         rt=p;
46         pushup(bst[rt].lc);
47         pushup(rt);
48     }
49
50     void pushup(int rt)
51     {
52         bst[rt].siz=bst[rt].cnt;
53         if(bst[rt].lc) bst[rt].siz+=bst[bst[rt].lc].siz;
54         if(bst[rt].rc) bst[rt].siz+=bst[bst[rt].rc].siz;
55     }
56
57     int build()
58     {
59         int rt=newnode(-inf);
60         bst[rt].rc=newnode(inf);
61         pushup(rt);
62         return rt;
63     }
64
65     void _delete(int &rt,int x)
66     {
67         if(bst[rt].val==x)
68         {
69             if(bst[rt].cnt>1)
70             {
71                 bst[rt].cnt--;
72                 pushup(rt);
73                 return;
74             }
75             if(bst[rt].lc||bst[rt].rc)
76             {
77                 if(bst[rt].rc==0||bst[bst[rt].rc].dat<
78                     bst[bst[rt].lc].dat)
79                     zig(rt),_delete(bst[rt].rc,x);
80                 else
81                     zag(rt),_delete(bst[rt].lc,x);
82                 pushup(rt);
83             }
84             else rt=0;
85             return;
86         }
87         if(x<bst[rt].val) _delete(bst[rt].lc,x);
88         else _delete(bst[rt].rc,x);
89         pushup(rt);
90     }
91
92     void _insert(int &rt,int x)
93     {
94         if(rt==0)
95         {
96             rt=newnode(x);
97             return;
98         }
99         if(bst[rt].val==x) bst[rt].cnt++;
100         else if(x<bst[rt].val)
101         {
102             _insert(bst[rt].lc,x);
103             if(bst[bst[rt].lc].dat>bst[rt].dat) zig(rt);
104         }
105         else
106         {
107             _insert(bst[rt].rc,x);
108             if(bst[bst[rt].rc].dat>bst[rt].dat) zag(rt);
109         }
110         pushup(rt);
111     }
112
113     int get_rank(int rt,int x)
114     {
115         if(!rt) return 1;
116         if(bst[rt].val==x) return bst[bst[rt].lc].siz+1;
117         if(x<bst[rt].val) return get_rank(bst[rt].lc,x);
118         else return get_rank(bst[rt].rc,x)+bst[bst[rt].lc].siz+bst[rt].cnt;
119     }
120
121     int get_num(int rt,int x)
122     {
123         if(!rt) return 0;
124         if(bst[rt].val==x) return bst[bst[rt].lc].siz+bst[rt].cnt;
125         if(x<bst[rt].val) return get_num(bst[rt].lc,x);
126         else return get_num(bst[rt].rc,x)+bst[bst[rt].lc].siz+bst[rt].cnt;
127     }
128
129     int get_prev(int rt,int x)
130     {
131         int ret=-inf;

```



```

131 while(rt)
132 {
133     if(bst[rt].val==x)
134     {
135         if(bst[rt].lc)
136         {
137             rt=bst[rt].lc;
138             while(bst[rt].rc) rt=bst[rt].rc;
139             ret=bst[rt].val;
140         }
141         break;
142     }
143     if(bst[rt].val<x&&bst[rt].val>ret) ret=bst[rt].val;
144     if(x<bst[rt].val) rt=bst[rt].lc;
145     else rt=bst[rt].rc;
146 }
147 return ret;
148 }
149
150 int get_nxt(int rt,int x)
151 {
152     int ret=inf;
153     while(rt)
154     {
155         if(bst[rt].val==x)
156         {
157             if(bst[rt].rc)
158             {
159                 rt=bst[rt].rc;
160                 while(bst[rt].lc) rt=bst[rt].lc;
161                 ret=bst[rt].val;
162             }
163             break;
164         }
165         if(bst[rt].val>x&&bst[rt].val<ret) ret=bst[rt].val;
166         if(x<bst[rt].val) rt=bst[rt].lc;
167         else rt=bst[rt].rc;
168     }
169     return ret;
170 }
171 }treap;
172
173 void build(int rt,int l,int r)
174 {
175     root[rt]=treap.build();
176     if(l==r) return;
177     int m=l+r>>1;
178     build(rt<<1,l,m);
179     build(rt<<1|1,m+1,r);
180 }
181
182 void modify(int rt,int l,int r,int x,int v,int y)
183 {
184     if(y==-1) treap._delete(root[rt],v);
185     else treap._insert(root[rt],v);
186     if(l==r) return;
187     int m=l+r>>1;
188     if(x<=m) modify(rt<<1,l,m,x,v,y);
189     else modify(rt<<1|1,m+1,r,x,v,y);
190 }
191
192 int query(int rt,int l,int r,int op,int L,int R,int x
    )

```

```

193 {
194     if(L<=l&&r<=R)
195     {
196         if(op==1) return treap.get_rank(root[rt],x)-2;
197         if(op==2) return treap.get_num(root[rt],x)-1;
198         if(op==4) return treap.get_prev(root[rt],x);
199         if(op==5) return treap.get_nxt(root[rt],x);
200     }
201     int m=l+r>>1,ret;
202     if(op==1||op==2)
203     {
204         ret=0;
205         if(L<=m) ret+=query(rt<<1,l,m,op,L,R,x);
206         if(m<R) ret+=query(rt<<1|1,m+1,r,op,L,R,x);
207     }
208     if(op==4)
209     {
210         ret=-inf;
211         if(L<=m) ret=max(ret,query(rt<<1,l,m,op,L,R,x));
212         if(m<R) ret=max(ret,query(rt<<1|1,m+1,r,op,L,R,x));
213     }
214     if(op==5)
215     {
216         ret=inf;
217         if(L<=m) ret=min(ret,query(rt<<1,l,m,op,L,R,x));
218         if(m<R) ret=min(ret,query(rt<<1|1,m+1,r,op,L,R,x));
219     }
220     return ret;
221 }
222
223 int main()
224 {
225     srand(time(0));
226     scanf("%d",&n,&m);
227     build(1,1,n);
228     for(int i=1;i<=n;i++)
229     {
230         scanf("%d",a+i);
231         modify(1,1,n,i,a[i],1);
232     }
233     while(m--)
234     {
235         int op,l,r,k,pos;
236         scanf("%d",&op);
237         if(op==1)
238         {
239             scanf("%d%d",&l,&r,&k);
240             printf("%d\n",query(1,1,n,op,l,r,k)+1);
241         }
242         else if(op==2)
243         {
244             scanf("%d%d",&l,&r,&k);
245             int L=-inf,R=inf,mid;
246             while(L<R)
247             {
248                 mid=(L+R+1)>>1;
249                 if(query(1,1,n,1,l,r,mid)+1>k) R=mid-1;
250                 else L=mid;
251             }
252             printf("%d\n",L);
253         }
254     }
255 }

```

```

253     else if(op==3)
254     {
255         scanf("%d%d",&pos,&k);
256         modify(1,1,n,pos,a[pos],-1);
257         a[pos]=k;
258         modify(1,1,n,pos,k,1);
259     }
260     else
261     {
262         scanf("%d%d%d",&l,&r,&k);
263         printf("%d\n",query(1,1,n,op,l,r,k));
264     }
265 }
266 return 0;
267 }

```

```

46     }
47 }seg;
48
49 void add(int pos,int x,int y)
50 {
51     for(;pos<=n;pos+=pos&-pos) seg.modify(seg.root[pos],1,VAL,x,y);
52 }
53
54 int query(int l,int r,int k)
55 {
56     c1=c2=0;
57     for(int i=l-1;i-=i&-i) X[c1++]=seg.root[i];
58     for(int i=r;i-=i&-i) Y[c2++]=seg.root[i];
59     return seg.query(1,VAL,k);
60 }

```

4.8.2 树状数组套线段树

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3
4  /*
5   带单点修区间k小
6   用的时候注意下空间 时空 O(nlog^2(n))
7   外层 add(pos,x,y) 空间上为pos的点且值域上为x的点加上y
8   query(l,r,k) 询问区间[l,r]里k小
9   内层 modify 值域线段树动态开点
10  query 值域线段树区间k小
11  VAL 值域大小
12  */
13
14 const int MAXN=200005;
15 int n,a[MAXN],X[MAXN],Y[MAXN],c1,c2,VAL;
16 struct SEG
17 {
18     int root[MAXN],lc[MAXN*500],rc[MAXN*500],cnt[MAXN*500],tot;
19     void modify(int &rt,int l,int r,int x,int y)
20     {
21         if(rt==0) rt=++tot;
22         cnt[rt]+=y;
23         if(l==r) return;
24         int m=l+r>>1;
25         if(x<=m) modify(lc[rt],l,m,x,y);
26         else modify(rc[rt],m+1,r,x,y);
27     }
28     int query(int l,int r,int k)
29     {
30         if(l==r) return l;
31         int sum=0,m=l+r>>1;
32         for(int i=0;i<c1;i++) sum-=cnt[lc[X[i]]];
33         for(int i=0;i<c2;i++) sum+=cnt[lc[Y[i]]];
34         if(sum>=k)
35         {
36             for(int i=0;i<c1;i++) X[i]=lc[X[i]];
37             for(int i=0;i<c2;i++) Y[i]=lc[Y[i]];
38             return query(l,m,k);
39         }
40         else
41         {
42             for(int i=0;i<c1;i++) X[i]=rc[X[i]];
43             for(int i=0;i<c2;i++) Y[i]=rc[Y[i]];
44             return query(m+1,r,k-sum);
45         }
46     }
47 }

```

4.9 K-D Tree

4.10 分治

4.10.1 CDQ

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3
4  /*
5   严格大于的三维偏序
6   无法处理重复的数字，但是注意"大于"的神秘排序方法
7  */
8
9  const int N=500005;
10
11 int n,c[N];
12 struct node{
13     int a,b,c,cnt;
14 }o[N],t[N];
15
16 bool cmp(node a,node b){
17     if(a.a!=b.a) return a.a>b.a;
18     else return a.c<b.c;
19 }
20
21 inline int lowbit(int x){return x&-x;}
22 int tr[N];
23 void add(int x,int y){
24     for(;x<=n;x+=lowbit(x)) tr[x]+=y;
25 }
26 int sum(int x){
27     int res=0;
28     for(;x-=lowbit(x)) res+=tr[x];
29     return res;
30 }
31
32 void cdq(int l,int r){
33     if(l==r) return;
34     int m=(l+r)/2;
35     cdq(l,m);
36     cdq(m+1,r);
37     int p=l,q=m+1,tot=1;
38     while(p<=m&&q<=r){
39         if(o[p].b>o[q].b) add(o[p].c,1),t[tot++]=o[p++];
40         else o[q].cnt+=sum(n)-sum(o[q].c),t[tot++]=o[q++];
41     }
42 }

```

```

41     }
42     while(p<=m) add(o[p].c,1),t[tot++]=o[p++];
43     while(q<=r) o[q].cnt+=sum(n)-sum(o[q].c),t[tot++]=
        o[q++];
44     for(int i=1;i<=m;++i) add(o[i].c,-1);
45     for(int i=1;i<=r;++i) o[i]=t[i];
46 }
47
48 int main()
49 {
50     scanf("%d",&n);
51     for(int i=1;i<=n;++i) scanf("%d",&o[i].a);
52     for(int i=1;i<=n;++i) scanf("%d",&o[i].b);
53     for(int i=1;i<=n;++i) scanf("%d",&o[i].c),c[i]=o[i]
        ].c;
54     sort(c+1,c+1+n);
55     for(int i=1;i<=n;++i) o[i].c=lower_bound(c+1,c+1+n
        ,o[i].c)-c;
56     sort(o+1,o+1+n,cmp);
57     cdq(1,n);
58     int ans=0;
59     for(int i=1;i<=n;++i) if(o[i].cnt>0) ans++;
60     printf("%d",ans);
61     return 0;
62 }

```

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3
4  /*
5   解决有等值的三维偏序
6   严格小于等于的个数，可以解决重复问题，有离散化
7  */
8
9  const int maxn=500005;
10
11 int n,k;
12 int cnt[maxn]; //save the ans
13 struct ss{
14     int a,b,c,w,ans;
15 }tmps[maxn],s[maxn]; //struct
16 bool cmp1(ss x,ss y){ //sort1
17     if(x.a==y.a){
18         if(x.b!=y.b) return x.b<y.b;
19         else return x.c<y.c;
20     }
21     else return x.a<y.a;
22 }
23 bool cmp2(ss x,ss y){ //sort2
24     if(x.b!=y.b) return x.b<y.b;
25     else return x.c<y.c;
26 }
27
28 struct tree_array{//tree_array
29     int tr[maxn+5],n;
30     int lowbit(int x){return x&-x;}
31     int ask(int x){int ans=0;for(;x<=n;x+=lowbit(x))ans+=
        tr[x];return ans;}
32     void add(int x,int y){for(;x<=n;x+=lowbit(x))tr[x]
        ]+=y;}
33 }t;
34
35 void cdq(int l,int r){
36     if(l==r) return;
37     int m=l+r>>1;

```

```

38     cdq(1,m);
39     cdq(m+1,r);
40     sort(s+1,s+m+1,cmp2);
41     sort(s+m+1,s+r+1,cmp2); //sort2
42     int i=1,j=m+1;
43     for(;j<=r;++j){
44         while(i<=m&&s[i].b<=s[j].b){ //the second
            dimension
45             t.add(s[i].c,s[i].w); //use the tree_array
            to save the ans
46             ++i;
47         }
48         s[j].ans+=t.ask(s[j].c); //contribution
49     }
50     for(int j=1;j<=i;++j)
51         t.add(s[j].c,-s[j].w); //init the first half
52 }
53
54 int main(){
55     scanf("%d%d",&n,&k);
56     for(int i=1;i<=n;++i)
57         scanf("%d%d%d",&tmps[i].a,&tmps[i].b,&tmps[i].
            c);
58     sort(tmps+1,tmps+1+n,cmp1); //sort1
59     int now=0,nn=0;
60     for(int i=1;i<=n;++i){
61         now++;
62         if(tmps[i].a!=tmps[i+1].a||tmps[i].b!=tmps[i
            +1].b
63             ||tmps[i].c!=tmps[i+1].c){
64             s[++nn]=tmps[i];
65             s[nn].w=now;
66             now=0;
67         } //compress the same
68     }
69     t.n=maxn; //tree_array on the range
70     cdq(1,nn);
71     for(int i=1;i<=nn;++i)
72         cnt[s[i].ans+s[i].w-1]+=s[i].w; //
73     for(int i=0;i<=nn;++i)
74         printf("%d\n",cnt[i]);
75     return 0;
76 }

```

4.10.2 点分治

4.10.3 dsu on tree

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3  typedef long long ll;
4
5  /*
6   统计每颗子树内的出现次数最多的数(们)的和
7   复杂度 O(nlogn)
8  */
9
10 int n,c[100005],cnt[100005],mx,son[100005],siz
    [100005],hson;
11 ll ans[100005],sum;
12 vector<int> e[100005];
13
14 void dfs1(int now,int fa)
15 {
16     son[now]=0,siz[now]=1;

```

```

17     for(auto to:e[now])
18     {
19         if(to==fa) continue;
20         dfs1(to,now);
21         siz[now]+=siz[to];
22         if(siz[to]>siz[son[now]]) son[now]=to;
23     }
24 }
25
26 void cal(int now,int fa,int y)
27 {
28     cnt[c[now]]+=y;
29     if(cnt[c[now]]==mx) sum+=c[now];
30     else if(cnt[c[now]]>mx) mx=cnt[c[now]],sum=c[now];
31     for(auto to:e[now])
32         if(to!=fa&&to!=hson) cal(to,now,y);
33 }
34
35 void dfs2(int now,int fa,int keep)
36 {
37     for(auto to:e[now])
38     {
39         if(to==fa||to==son[now]) continue;
40         dfs2(to,now,0);
41     }
42     if(son[now]) dfs2(son[now],now,1);
43     hson=son[now];
44     cal(now,fa,1);
45     hson=0;
46     ans[now]=sum;
47     if(!keep) cal(now,fa,-1),sum=0,mx=0;
48 }
49
50 int main()
51 {
52     scanf("%d",&n);
53     for(int i=1;i<=n;i++) scanf("%d",c+i);
54     for(int i=1,x,y;i<=n;i++)
55     {
56         scanf("%d%d",&x,&y);
57         e[x].push_back(y),e[y].push_back(x);
58     }
59     dfs1(1,1);
60     dfs2(1,1,1);
61     for(int i=1;i<=n;i++) printf("%lld ",ans[i]);
62     return 0;
63 }

```

4.10.4 整体二分

4.11 分块

4.11.1 普通分块

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 //luogu P3203
3 using namespace std;
4 const int N=500005;
5
6 int n,m,tot;
7 int a[N],cnt[N],pos[N];
8 int id[N],from[N],to[N];
9 int o,x,y;
10
11 void modify(int i)

```

```

12 {
13     if(i+a[i]>n)
14     {
15         pos[i]=i;
16         cnt[i]=0;
17         return;
18     }
19     if(id[i]==id[i+a[i]])
20     {
21         pos[i]=pos[i+a[i]];
22         cnt[i]=cnt[i+a[i]]+1;
23     }
24     else
25     {
26         pos[i]=i+a[i];
27         cnt[i]=1;
28     }
29 }
30
31 void ask(int x)
32 {
33     int p=x,res=0;
34     while(p!=pos[p])
35         res+=cnt[p],
36         p=pos[p];
37     printf("%d\n",res+1);
38 }
39
40 int main()
41 {
42     scanf("%d",&n);
43     tot=(int)sqrt(n);
44     for(int i=1;i<=tot;++i)
45     {
46         from[i]=(i-1)*tot+1;
47         to[i]=i*tot;
48     }
49     if(to[tot]<n)
50     {
51         tot++;
52         from[tot]=to[tot-1];
53         to[tot]=n;
54     }
55     for(int i=1;i<=tot;++i)
56     {
57         for(int j=from[i];j<=to[i];++j)
58             id[j]=i;
59     }
60     for(int i=1;i<=n;++i)
61         scanf("%d",&a[i]);
62     for(int i=n;i>=1;--i)
63         modify(i);
64     scanf("%d",&m);
65     while(m--)
66     {
67         scanf("%d",&o);
68         if(o==2)
69         {
70             scanf("%d%d",&x,&y);
71             x++;
72             a[x]=y;
73             for(int i=x;i>=from[id[x]];--i)
74                 modify(i);
75         }
76         else if(o==1)

```

```

77     {
78         scanf("%d",&x);
79         x++;
80         ask(x);
81     }
82 }
83 return 0;
84 }

```

```

54     while(L>q[i].l) add(--L);
55     while(R>q[i].r) del(R--);
56     while(R<q[i].r) add(++R);
57     ans[q[i].ans]=now;
58 }
59 for(int i=1;i<=m;++i)
60     printf("%d\n",ans[i]);
61 return 0;
62 }

```

4.11.2 莫队

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2  //luogu P3203
3  using namespace std;
4  const int N=500005;
5
6  int n,m,k,a[N];
7  struct node
8  {
9      int l,r,id,ans;
10 }q[N];
11 int cnt[N],ans[N];
12
13 bool cmp(node a,node b)
14 {
15     if(a.id==b.id)
16     {
17         if(a.id%2==0) return a.r<b.r;
18         else return a.r>b.r;
19     }
20     else return a.id<b.id;
21 }
22
23 int now=0;
24 void del(int x)
25 {
26     now-=cnt[a[x]]*cnt[a[x]];
27     cnt[a[x]]--;
28     now+=cnt[a[x]]*cnt[a[x]];
29 }
30 void add(int x)
31 {
32     now-=cnt[a[x]]*cnt[a[x]];
33     cnt[a[x]]++;
34     now+=cnt[a[x]]*cnt[a[x]];
35 }
36
37 int main()
38 {
39     scanf("%d%d%d",&n,&m,&k);
40     int sz=sqrt(m);
41     for(int i=1;i<=n;++i)
42         scanf("%d",&a[i]);
43     for(int i=1;i<=m;++i)
44         scanf("%d%d",&q[i].l,&q[i].r),q[i].ans=i;
45     for(int i=1;i<=m;++i)
46         q[i].id=(q[i].l+sz-1)/sz;
47     sort(q+1,q+1+m,cmp);
48     int L,R;
49     L=R=q[1].l;
50     R--;
51     for(int i=1;i<=m;++i)
52     {
53         while(L<q[i].l) del(L++);

```

4.12 线性基

```

1
2  /*
3   bool have(int x) 返回线性基中的数字能否表示数字x
4   void ins(int x) 插入数字x
5   int mn() 返回能表示的最小值
6   int mx() 返回能表示的最大值
7   void bug() 输出p数组
8   int kth(int k) 返回能表示的所有值当中排名第k的
9  */
10
11 struct LB{
12     int p[100],N,tmp[100];
13     bool flag;
14     LB(){memset(p,0,sizeof(p));memset(tmp,0,sizeof(tmp));flag=0;N=62;}
15     void ins(int x){
16         for(int i=N;i>=0;--i){
17             if(x&(1LL<<i)){
18                 if(!p[i]) {p[i]=x;return;sz++;}
19                 else x^=p[i];
20             }
21         }
22         flag=1;
23     }
24     int mx(){
25         int ans=0;
26         for(int i=N;i>=0;--i){
27             if((ans^p[i])>ans) ans^=p[i];
28         }
29         return ans;
30     }
31     int mn(){
32         if(flag) return 0;
33         for(int i=0;i<=N;++i)
34             if(p[i]) return p[i];
35     }
36     bool have(int x){
37         for(int i=N;i>=0;--i){
38             if(x&(1LL<<i)){
39                 if(!p[i]) return 0;
40                 else x^=p[i];
41             }
42         }
43         return 1;
44     }
45     int kth(int k){
46         int res=0,cnt=0;
47         k-=flag;
48         if(!k) return 0;
49         for(int i=0;i<=N;++i){
50             for(int j=i-1;j>=0;--j){
51                 if(p[i]&(1LL<<j)) p[i]^=p[j];

```

```

52     }
53     if(p[i]) tmp[cnt++]=p[i];
54 }
55 if(k>=(1LL<<cnt)) return -1;//can't find
56 for(int i=0;i<cnt;++i)
57     if(k&(1LL<<i)) res^=tmp[i];
58 return res;
59 }
60 void bug(){
61     for(int i=0;i<N;++i) cout<<p[i]<<' ';
62     cout<<endl;
63 }
64 }lb;

```

4.13 珂朵莉树

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2  #define int long long //be careful
3  //CF896C
4  using namespace std;
5
6  /*
7   珂朵莉树的左右split顺序很重要，并且set集合一开始不要为
8   空，否则会RE
9  */
10 const int N=1000005;
11
12 int qpow(int a,int b,int mod)
13 {
14     int res=1,tmp=a%mod;
15     while(b)
16     {
17         if(b&1) res=res*tmp%mod;
18         tmp=tmp*tmp%mod;
19         b>>=1;
20     }
21     return res;
22 }
23
24 struct node
25 {
26     int l,r;
27     mutable int v;
28     node(int L,int R=-1,int V=0):l(L),r(R),v(V){}
29     bool operator < (const node& o) const{return l<o.l;
30     };
31 };
32 set<node> s;
33 typedef set<node>::iterator it;
34
35 it split(int pos)
36 {
37     it i=s.lower_bound(node(pos));
38     if(i!=s.end()&&i->l==pos) return i;
39     --i;
40     int L=i->l,R=i->r,V=i->v;
41     s.erase(i);
42     s.insert(node(L,pos-1,V));
43     return s.insert(node(pos,R,V)).first;
44 }
45
46 void assign(int l,int r,int val)
47 {

```

```

47     it ir=split(r+1),il=split(l);
48     s.erase(il,ir);
49     s.insert(node(l,r,val));
50 }
51
52 void add(int l,int r,int val)
53 {
54     it ir=split(r+1),il=split(l);
55     for(;il!=ir;il++)
56         il->v+=val;
57 }
58
59 int rk(int l,int r,int k)
60 {
61     vector<pair<int,int>> v;
62     it ir=split(r+1),il=split(l);
63     for(;il!=ir;il++)
64         v.emplace_back(il->v,il->r-il->l+1);
65     sort(v.begin(),v.end());
66     for(int i=0;i<v.size();++i)
67     {
68         k-=v[i].second;
69         if(k<=0) return v[i].first;
70     }
71     return -1; //can't find
72 }
73
74 int sum(int l,int r,int ex,int mod)
75 {
76     it ir=split(r+1),il=split(l);
77     int res=0;
78     for(;il!=ir;il++)
79         res=(res+qpow(il->v,ex,mod)*(il->r-il->l+1)%
80         mod)%mod;
81     return res;
82 }
83
84 inline int read(){
85     char ch=getchar();int s=0,w=1;
86     while(ch<48||ch>57){if(ch=='-')w=-1;ch=getchar();}
87     while(ch>=48&&ch<=57){s=(s<<1)+(s<<3)+ch-48;ch=
88     getchar();}
89     return s*w;
90 }
91
92 inline void write(int x){
93     if(x<0)putchar('-'),x=-x;
94     if(x>9)write(x/10);
95     putchar(x%10+48);
96 }
97
98 //Fast I/O
99
100 int n,m,seed,vmax,a[N];
101 int rnd()
102 {
103     int ret=seed;
104     seed=(seed*7+13)%1000000007;
105     return ret;
106 }
107
108 signed main()
109 {
110     n=read(),m=read(),seed=read(),vmax=read();
111     for(int i=1;i<=n;++i)
112     {
113         a[i]=(rnd()%vmax)+1;

```

```

110     s.insert(node(i,i,a[i]));
111 }
112 for(int i=1;i<=m;++i)
113 {
114     int op=(rnd()%4)+1;
115     int l=(rnd()%n)+1;
116     int r=(rnd()%n)+1;
117     if(l>r) swap(l,r);
118     int x,y;
119     if(op==3) x=(rnd()%(r-l+1))+1;
120     else x=(rnd()%vmax)+1;
121     if(op==4) y=(rnd()%vmax)+1;
122     switch(op)
123     {
124         case 1:
125             add(l,r,x);break;
126         case 2:
127             assign(l,r,x);break;
128         case 3:
129             write(rk(l,r,x)),puts("");break;
130         case 4:
131             write(sum(l,r,x,y)),puts("");break;
132     }
133 }
134 }
135 return 0;
136 }

```

4.14 跳舞链

5 动态规划

5.1 SOS

```

1  /*
2  3  (1<N)-1-a[i]是a[i]的补集
4  */
5
6  for(int i=0;i<(1<N);i++) dp[i]=a[i];
7  for(int i=0;i<N;i++)
8      for(int mask=0;mask<(1<N);mask++)
9          if(mask&(1<i))
10             dp[mask]+=dp[mask^(1<i)];

```

5.2 动态 DP

5.3 插头 DP

6 数学

6.1 三分

```

1  //答案都取r 浮点数可以取(l+r)/2
2  //浮点数极小值
3  while(l+eps<r)
4  {
5      double lm=(l+r)/2,rm=(lm+r)/2;
6      if(judge(lm)>judge(rm)) l=lm;
7      else r=rm;
8  }
9

```

```

10 //整数极小值
11 while(l+1<r)
12 {
13     int lm=(l+r)>>1,rm=(lm+r)>>1;
14     if(judge(lm)>judge(rm)) l=lm;
15     else r=rm;
16 }
17
18 //浮点数极大值
19 while(l+eps<r)
20 {
21     double lm=(l+r)/2,rm=(lm+r)/2;
22     if(judge(lm)>judge(rm)) r=rm;
23     else l=lm;
24 }
25
26 //整数极大值
27 while(l+1<r)
28 {
29     int lm=(l+r)>>1,rm=(lm+r)>>1;
30     if(judge(lm)>judge(rm)) r=rm;
31     else l=lm;
32 }

```

6.2 矩阵类

6.3 质数筛

6.3.1 埃筛

6.3.2 线筛

6.4 质数判定

6.4.1 Miller Rabin

6.5 质因数分解

6.5.1 Pollard-Rho

6.6 逆元

6.6.1 EX-GCD 求逆元

a 与 P 互质是 a 在模 P 时有乘法逆元的充要条件用扩展欧几里得算法解出的 $ax + by = 1$ 的解 x 即为 a 在模 P 时的乘法逆元顺带一提, 有乘法逆元时, 根据欧拉定理, 逆元一定为 $a^{\phi(P)-1} \bmod P$

```

1  //洛谷P1082
2  #include <bits/stdc++.h>
3  typedef long long ll;
4
5
6  ll a,P,x,y;
7  inline ll exgcd(ll a, ll b, ll &x, ll &y){
8      if(!b) return x=1, y=0, a;
9      ll g=exgcd(b, a%b, x, y);
10     ll z=x; x=y; y=z-a/b*y;
11     return g;
12 }
13 inline ll exinv(int a,int P){ //用exgcd求a模P的逆元,
14     //无解时返回-1
15     ll x,y;
16     if(exgcd(a,P,x,y)!=1) return -1;
17     else return (x%P+P)%P;
18 }
19 int main(){

```



```

20 scanf("%lld%lld",&a,&p);
21 printf("%lld",exinv(a,p));
22 return 0;
23 }

```

6.6.2 线性筛逆元

6.6.3 阶乘逆元

6.7 欧拉函数

6.7.1 欧拉线筛

6.7.2 求单个数的欧拉函数

6.7.3 欧拉降幂

费马小定理: p 为质数时,

$$a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$$

欧拉定理: a, p 互质时,

$$a^{\phi(p)} \equiv 1 \pmod{p}$$

扩展欧拉定理: a, p 不互质时,

$$a^b \equiv \begin{cases} a^{b \bmod \phi(p) + \phi(p)} & b \geq \phi(p) \\ a^b & 0 \leq b < \phi(p) \end{cases} \pmod{p}$$

```

1 //SP10050:用扩展欧拉定理求乘方塔a^a^a... (b个a)的后九位
   数
2 #include <bits/stdc++.h>
3 using namespace std;
4 typedef long long ll;
5
6 struct ST{
7     int v;
8     bool ge; //大于等于模数与否
9     ST(int v=0, bool g=0): v(v), ge(g) {}
10 };
11
12 ST qpow(ll a, ll b, int p){ //快速幂过程中取模过p iff 返回
   值.ge==1
13 ll ans=1ll;
14 bool ge=0;
15 while(b){
16     if(b&1)
17         ans*=a,
18         ge |= ans>=p,
19         ans%=p;
20     b>>=1;
21     if(!b) break; //防止被没有乘到的a更新ge
22     a*=a;
23     ge |= a>=p, //注意ans*取余后的a可能更新不了ge, 在这也要更新
24     a%=p;
25 }
26 return ST(ans, ge);
27 }
28
29 map<int, int> eu;
30 ll euler(ll n){ //欧拉函数值
31     if(eu[n]) return eu[n];
32     ll n0=n, ans=n, ed=sqrt(n);
33     for(int i=2; i<=ed; ++i)
34         if(n%i==0){
35             ans-=ans/i;

```

```

36         while(n%i==0) n/=i;
37     }
38     if(n>1) ans-=ans/n;
39     return eu[n0]=ans;
40 }
41
42 ST tower(ll a, ll b, int p){ //计算b层a取余p的值
43     if(p==1) return ST(0, 1); //特判取模1的特殊情况
44     if(a==1) return ST(1, 0); //特判不取模1但底为1的特殊
   情况
45     if(b==1) return a<p? ST(a, 0): ST(a%p, 1); //递归终
   点
46     int phi=euler(p);
47     ST ans=tower(a, b-1, phi); //递归计算取余phi后的指
   数
48     if(ans.ge) ans.v+=phi; //扩展欧拉定理
49     return qpow(a, ans.v, p);
50 }
51
52 void solve(){
53     ll a, b; scanf("%lld%lld",&a,&b);
54     if(b==0) return printf("%d\n", 1), void(0);
55     else if(a==0) return printf("%d\n", b%2? 0: 1),
   void(0);
56     ST ans=tower(a, b, 1000000000);
57     if(ans.ge) printf("...%09d\n", ans.v);
58     else printf("%d\n", ans.v);
59 }
60
61 int main(int argc, char** argv) {
62     int _; scanf("%d",&_); while(--)
63         solve();
64     return 0;
65 }

```

6.7.4 一般积性函数求法

6.8 EX-GCD

6.9 同余方程组

6.9.1 CRT

6.9.2 EXCRT

求解 $x \bmod m_i = a_i$ 方程组, 其中 m_i 不一定为质数和 CRT 本身没啥关系, 是用数学归纳法求解齐次同余方程组的

```

1 //洛谷P4777
2 #include <bits/stdc++.h>
3 typedef long long ll;
4 const int MN = 3e5 + 5;
5
6 ll a[MN], m[MN];
7
8 inline ll exgcd(ll a, ll b, ll &x, ll &y){
9     if(!b) return x=1, y=0, a;
10    ll g=exgcd(b, a%b, x, y);
11    ll z=x; x=y; y=z-a/b*y;
12    return g;}
13
14 ll smul(ll a, ll b, ll p){ //记得传参时先给ab取余一发p
15    ll ans=0;
16    for(; b>>=1){

```



```

17     if(b&1) ans= (ans+a)%p;
18     a= (a<<1)%p;}
19 return ans;}
20
21 //ll qmul(ll a,ll b,ll p){ //玄学高精度乘法, 备用, 可能
    可以代替上一个
22 // a%=p, b%=p;
23 // ll t=(long double)a*b/p;
24 // ll ans=a*b-t*p;
25 //return ans<0? ans+p: ans;}
26
27 ll excrt(int n){ //解[0,n)
28     ll X, Y, M=m[0], ans=a[0];
29     for(int i=1; i<n; ++i){
30         ll A=M, B=m[i];
31         ll c=(a[i]-ans*B+B)%B; //新同余方程的右部
32         ll g=exgcd(A,B,X,Y);
33         if(c%g!=0) return -1;
34         X=smul(X,c/g,B/g);
35         ans+=X*M;
36         M*=B/g;
37         ans=(ans%M+M)%M;}
38 return (ans%M+M)%M;}
39
40 int main(){
41     int n; scanf("%d",&n);
42     for(int i=0; i<n; ++i) scanf("%lld%lld",m+i,a+i);
43     printf("%lld",excrt(n));
44     return 0;
45 }

```

6.10 N 次剩余

6.11 数论分块

6.12 高斯消元

6.12.1 普通消元

6.12.2 异或方程组消元

6.13 莫比乌斯反演

6.13.1 莫比乌斯函数

6.13.2 杜教筛

6.13.3 洲阁筛

6.13.4 min25 筛

6.14 BSGS

求解 $a^x \bmod p = b$;

当模数 p 是质数时可直接使用 *baby_step_giant_step*, 设 p 的正平方根为 s , BSGS 的原理是将 a 的 p 次幂分块成 s 个, 预处理好大约 $s+1$ 个 $b * a^i (i \in [0, s])$, 再用遍历各分块, 查找是否存在 a^{s*i} 等于预处理的 $b * a^i$;

当模数 p 不是质数时, 在 EXBSGS 先约分 b, p 到 a, p 互质, 再调用 BSGS.

```

1 //洛谷P4195
2 #include <bits/stdc++.h>
3 using namespace std;
4 typedef long long ll;
5
6 inline ll exgcd(ll a, ll b, ll &x, ll &y){
7     if(!b) return x=1, y=0, a;

```

```

8     ll g=exgcd(b, a%b, x, y);
9     ll z=x; x=y; y=z-a/b*y;
10    return g;
11 }
12
13 inline ll exinv(int a,int P){ //用exgcd求a模P的逆元,无
    解时返回-1
14     ll x,y;
15     if(exgcd(a,P,x,y)!=1) return -1;
16     else return (x%P+P)%P;
17 }
18
19 inline ll qpow(ll a,int b,int P){ //a^b%P
20     ll ans=1;
21     for(;b>=1;a=a*a%P)
22         if(b&1) ans=ans*a%P;
23     return ans;
24 }
25
26 int bsgs(int a, int b, int p){ //a^x=b%p的最小非负x,无
    解时返回-1
27     unordered_map<int,int>hsh;
28     a%=p, b%=p;
29     int s=sqrt(p)+1, bai=b;
30     for(int i=0; i<s; ++i) hsh[bai]=i, bai=ll(bai)*a%p;
31
32     int as=qpow(a,s,p);
33     if(as==0) return b==0? 1: -1;
34     int asi=1;
35     for(int i=0; i<=s; ++i){
36         int t=hsh.find(asi)==hsh.end()? -1 : hsh[asi];
37         if(t>=0&&s*i>=t) return s*i-t;
38         asi=ll(asi)*as%p;
39     }
40     return -1;
41 }
42
43 int exbsgs(int a, int b, int p){ //a^x=b%p的最小非负x,
    无解时返回-1
44     a%=p, b%=p;
45     if(b==1) return 0;
46     int k=1, cnt=0, d;
47     while((d=__gcd(a,p))!=1){
48         if(b%d) return -1;
49         p/=d, b/=d, k=ll(a)/d*k%p, ++cnt;
50         if(b==k) return cnt;
51     }
52     int ans=bsgs(a,ll(b)*exinv(k,p)%p,p);
53     if(ans>=0) ans+=cnt;
54     return ans;
55 }
56
57 inline int solve(){ //模板题中以全0为输入结尾
58     int a,b,p;
59     cin>>a>>p>>b;
60     if(!a && !b && !p) return 0;
61     int x=exbsgs(a,b,p);
62     if(x==-1) cout<<"No Solution\n";
63     else cout<<x<<"\n";
64     return 1;
65 }
66
67 int main(){
68     ios::sync_with_stdio(0);
69     while(solve());

```

```

69     return 0;
70 }

```

6.15 FFT

6.16 FWT

6.17 NTT

6.18 数值计算

6.18.1 辛普森

6.18.2 自适应辛普森

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3  const double eps=1e-12;
4
5  /*
6   调用 asr(l,r,simpson(l,r))
7  */
8
9  inline double f(double x)
10 {
11     return x; //被积函数
12 }
13
14 double simpson(double l,double r)
15 {
16     double mid=(l+r)/2;
17     return (f(l)+4*f(mid)+f(r))*(r-l)/6;
18 }
19
20 double asr(double l,double r,double ans)
21 {
22     double mid=(l+r)/2;
23     double l1=simpson(l,mid),r1=simpson(mid,r);
24     if(fabs(l1+r1-ans)<eps) return l1+r1;
25     return asr(l,mid,l1)+asr(mid,r,r1);
26 }
27
28 int main()
29 {
30
31     return 0;
32 }

```

6.19 康拓展开

```

1  //contor展开
2  int bit[maxn];
3  void add(int x,int y)
4  {
5      for(;x<=n;x+=lowbit(x)) bit[x]+=y;
6  }
7
8  int sum(int x)
9  {
10     int res=0;
11     for(;x>0;x-=lowbit(x)) res+=bit[x];
12     return res;
13 }
14

```

```

15 int contor(vector& p)
16 {
17     int ans=0;
18     rre(i,p.size()-1,0)
19     {
20         add(p[i],1);
21         int cnt=sum(p[i]-1);
22         ans=(ans+cnt*fac[p.size()-i-1]%MOD)%MOD;
23     }
24     return ans+1;
25 }
26
27 //逆contor展开
28 int k,s[50005];
29 int tr[200005];
30
31 void up(int p) {tr[p]=tr[l1(p)]+tr[rr(p)];}
32
33 void build(int p=1,int l=1,int r=k)
34 {
35     if(l==r)
36     {
37         tr[p]=1;
38         return;
39     }
40     int m=mm(l,r);
41     build(l1(p),l,m);
42     build(rr(p),m+1,r);
43     up(p);
44 }
45
46 int ask(int cnt,int p=1,int l=1,int r=k)
47 {
48     if(l==r)
49     {
50         tr[p]=0;
51         return l;
52     }
53     int m=mm(l,r);
54     int ans=-1;
55     if(cnt<=tr[l1(p)]) ans=ask(cnt,l1(p),l,m);
56     else ans=ask(cnt-tr[l1(p)],rr(p),m+1,r);
57     up(p);
58     return ans;
59 }
60
61 vei recontor()
62 {
63     vei v(k+1);
64     re(i,1,k) v[i]=ask(s[i]+1);
65     return v;
66 }

```

6.20 卢卡斯定理

6.20.1 Lucas(循环或递归实现)

$$C_N^m \equiv C_{N \bmod p}^m \cdot C_{N/p}^{m/p} \pmod{p}$$

$$\binom{N}{m} \equiv \binom{N \bmod p}{m \bmod p} \cdot \binom{N/p}{m/p} \pmod{p}$$

可理解为将 N 和 m 表示为 p 进制数 (形如 $\sum N_i p^i$)，对每一位的 N_i 和 m_i 分别求组合数，再累乘，注意此处的 p 必须为质数

```

1 //洛谷P3807
2 #include <bits/stdc++.h>
3 using namespace std;
4 typedef long long ll;
5 const int MN = 5e6 + 5;
6
7 inline ll qpow(ll a, ll b, int P){ //a^b % P
8     ll ans=1;
9     for(; b>=1; a=a*a%P)
10         if(b&1) ans=ans*a%P;
11     return ans;
12
13 ll fct[MN], fi[MN]; //阶乘及其逆元
14 inline void init(int k, int P){ //打表模P的[1,k]阶乘及其逆元
15     fct[0]=1;
16     for(int i=1; i<=k; ++i) fct[i]=fct[i-1]*i%P;
17     if(k<P){
18         fi[k]=qpow(fct[k], P-2, P);
19         for(int i=k; i>=1; --i) fi[i-1]=fi[i]*i%P;
20     }else{ //k阶乘为0, 会把所有逆元都变成0, 应从P-1开始
21         fi[P-1]=qpow(fct[P-1], P-2, P);
22         for(int i=P-1; i>=1; --i) fi[i-1]=fi[i]*i%P;
23     }
24 }
25
26 inline int C(int N, int m, int P){ //C_N^m % P
27     if(m>N) return 0;
28     return fct[N]*fi[m]%P*fi[N-m]%P;
29 }
30
31 //ll lucas(int N, int m, int P){ //递归求C_N^m % P
32 // if(!m) return 1;
33 // return C(N%P, m%P, P)*lucas(N/P, m/P, P)%P;
34 //}
35
36 int lucas(int N, int m, int P){ //循环求C_N^m % P
37     ll rt=1;
38     while(N&&m)
39         (rt*=C(N%P, m%P, P))%=P,
40         N/=P, m/=P;
41     return rt;
42 }
43
44 void solve(){
45     int n, m, p; scanf("%d%d%d", &n, &m, &p);
46     init(n+m, p);
47     printf("%lld\n", lucas(n+m, m, p));
48 }
49
50 int main(int argc, char** argv){
51     int _; scanf("%d", &_); while(_--){
52         solve();
53     }
54     return 0;
55 }

```

6.20.2 EXLucas(分块实现)

模数 P 不是质数时不能使用卢卡斯定理计算组合数! 可对 P 做质因子分解, 对各质因子分别求解组合数, 得到同余方程组, 再用 CRT 求解。具体方法是将 P 分解成 $\sum p^k$ 的形式, 再计算模 p^k 意

义的阶乘。由于 $n > p$ 时暴力算 $n! \bmod p$ 为 0, 因此计算阶乘时需先不断递归分块给阶乘除以质因子 p , 算完阶乘后再把除掉的 p 乘回去, 才能计算出模 p^k 意义的组合数。

```

1 //洛谷P4720
2 #include <bits/stdc++.h>
3 using namespace std;
4 typedef long long ll;
5
6 inline ll qpow(ll a, ll b, int P){ //a^b % P, 此题中b可能爆int
7     ll ans=1;
8     for(; b>=1; a=a*a%P)
9         if(b&1) ans=ans*a%P;
10    return ans;
11
12 inline ll exgcd(ll a, ll b, ll &x, ll &y){
13     if(!b) return x=1, y=0, a;
14     ll g=exgcd(b, a%b, x, y);
15     ll z=x; x=y; y=z-a/b*y;
16     return g;
17
18 inline ll exinv(int a, int P){ //用exgcd求a模P的逆元
19     ll x, y;
20     if(exgcd(a, P, x, y)!=1) return -1;
21     else return (x%P+P)%P;
22 }
23
24 inline int g(ll n, int p){ //n!中质因子p的次数
25     if(n<p) return 0;
26     return n/p+g(n/p, p);
27 }
28
29 int f(ll n, int p, int pk){ //n!/(p^x) % pk, 其中x=g(n, p)
30     if(n==0) return 1;
31     ll s=1, s2=1; //<=pk的分块乘积, >pk的块外乘积
32     for(ll i=1; i<=pk; ++i)
33         if(i%p) s=s*i%pk;
34     s=qpow(s, n/pk, pk);
35     for(ll i=n/pk*pk; i<=n; ++i)
36         if(i%p) s2=i%pk*s2%pk;
37     return f(n/p, p, pk)*s%pk*s2%pk;
38 }
39
40 inline ll c(ll N, ll m, int p, int pk){ //C_m^N % (p^k)
41     ll rt=f(N, p, pk);
42     (rt*=qpow(f(m, p, pk), pk/p*(p-1)-1, pk))%=pk;
43     // (rt*=exinv(f(m, p, pk), pk))%=pk;
44     (rt*=qpow(f(N-m, p, pk), pk/p*(p-1)-1, pk))%=pk;
45     // (rt*=exinv(f(N-m, p, pk), pk))%=pk;
46     (rt*=qpow(p, g(N, p)-g(m, p)-g(N-m, p), pk))%=pk;
47     return rt;
48 }
49
50 inline ll crt(ll ai, int p, int pk, int P){ //x%(pi^ki)=ai, pk乘积=P
51     return ai*(P/pk)%P*exinv(P/pk, pk)%P;
52     // return ai*(P/pk)%P*qpow(P/pk, pk/p*(p-1)-1, pk)%P;
53 }
54
55 int exlucas(ll N, ll m, int P){ //C_m^N % P
56     ll rt=0, P2=P;
57     int ed=sqrt(P)+1;
58     for(int p=2; p<=ed; ++p){
59         int pk=1;

```

```

60     while(P2%p==0) pk*=p, P2/=p;
61     if(pk>1) (rt+=crt(c(N,m,p,pk),p,pk,P))%=P;
62 }
63 if(P2>1) (rt+=crt(c(N,m,P2,P2),P2,P2,P))%=P;
64 return rt;
65 }
66
67 int main(int argc, char** argv){
68     ios::sync_with_stdio(0);
69     ll N,m,P; cin>>N>>m>>P;
70     cout<<exlucas(N,m,P);
71     return 0;
72 }

```

7 其他

7.1 快读快写

```

1  inline int read()
2  {
3      char ch=getchar();int s=0,w=1;
4      while(ch<48||ch>57){if(ch=='-')w=-1;ch=getchar();}
5      while(ch>=48&&ch<=57){s=(s<<1)+(s<<3)+ch-48;ch=
6          getchar();}
7      return s*w;
8  }
9
10 inline void write(int x)
11 {
12     if(x<0)putchar('-'),x=-x;
13     if(x>9)write(x/10);
14     putchar(x%10+48);
15 }

```

7.2 高精度

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2  #define MAXN 9999
3  #define MAXSIZE 1000
4  #define DLEN 4
5  using namespace std;
6
7  class BigNum
8  {
9  private:
10     int a[MAXSIZE];
11     int len;
12 public:
13     BigNum(){ len = 1;memset(a,0,sizeof(a)); }
14     void XD();
15     BigNum(const int);
16     BigNum(const long long int);
17     BigNum(const char*);
18     BigNum(const string &);
19     BigNum(const BigNum &);
20     BigNum &operator = (const BigNum &);
21     BigNum &operator = (const int &);
22     BigNum &operator = (const long long int &);
23
24     friend istream& operator >> (istream&, BigNum&);
25     friend ostream& operator << (ostream&, BigNum&);
26 }

```

```

27 template<typename T> BigNum operator << (const T
28     &) const;
29
30 template<typename T> BigNum operator >> (const T
31     &) const;
32
33 BigNum operator + (const BigNum &) const;
34 BigNum operator - (const BigNum &) const;
35 BigNum operator * (const BigNum &) const;
36 bool operator > (const BigNum& b) const;
37 bool operator < (const BigNum& b) const;
38 bool operator == (const BigNum& b) const;
39 template<typename T> BigNum operator / (const T &)
40     const;
41
42 template<typename T> BigNum operator ^ (const T &)
43     const;
44
45 template<typename T> T operator % (const T &)
46     const;
47
48 template<typename T> BigNum operator + (const T& b
49     ) const {BigNum t = b; t = *this + t; return
50     t;}
51
52 template<typename T> BigNum operator - (const T& b
53     ) const {BigNum t = b; t = *this - t; return
54     t;}
55
56 template<typename T> BigNum operator * (const T& b
57     ) const {BigNum t = b; t = (*this) * t;
58     return t;}
59
60 template<typename T> bool operator < (const T& b)
61     const {BigNum t = b; return ((*this) < t);}
62
63 template<typename T> bool operator > (const T& b)
64     const {BigNum t = b; return ((*this) > t);}
65
66 template<typename T> bool operator == (const T& b)
67     const {BigNum t = b; return ((*this) == t);}
68
69 bool operator <= (const BigNum& b) const {return
70     (*this) < b || (*this) == b;}
71
72 bool operator >= (const BigNum& b) const {return
73     (*this) > b || (*this) == b;}
74
75 bool operator != (const BigNum& b) const {return
76     !((*this) == b);}
77
78 template<typename T> bool operator >= (const T& b)
79     const {BigNum t = b; return !((*this) < t);}
80
81 template<typename T> bool operator <= (const T& b)
82     const {BigNum t = b; return !((*this) > t);}
83
84 template<typename T> bool operator != (const T& b)
85     const {BigNum t = b; return !((*this) == t)
86     ;}
87
88 BigNum& operator += (const BigNum& b) {*this = *
89     this + b; return *this;}
90
91 BigNum& operator -= (const BigNum& b) {*this = *
92     this - b; return *this;}
93
94 BigNum& operator *= (const BigNum& b) {*this = *
95     this * b; return *this;}
96
97 template<typename T> BigNum& operator /= (const T&
98     b) {*this = *this/b; return *this;}
99
100 template<typename T> BigNum& operator %= (const T&
101     b) {*this = *this%b; return *this;}
102
103 template<typename T> BigNum& operator += (const T&
104     b) {*this = *this+b; return *this;}
105
106 template<typename T> BigNum& operator -= (const T&
107     b) {*this = *this-b; return *this;}
108
109 template<typename T> BigNum& operator *= (const T&
110     b) {*this = *this*b; return *this;}

```

```

63     template<typename T> BigNum& operator ^= (const T&
        b) { *this = *this^b; return *this; }
64
65     BigNum operator ++ (int) { BigNum t = *this; *this
        += 1; return t; }
66     BigNum operator -- (int) { BigNum t = *this; *this
        -= 1; return t; }
67     BigNum& operator -- () { *this -= 1; return *this; }
68     BigNum& operator ++ () { *this += 1; return *this; }
69
70     template<typename T> BigNum& operator <= (const T
        & b) { *this = *this < b; return *this; }
71     template<typename T> BigNum& operator >= (const T
        & b) { *this = *this > b; return *this; }
72
73     template<typename T> BigNum friend operator + (
        const T& a, const BigNum& b) { BigNum t = a; t
        = t + a; return t; }
74     template<typename T> BigNum friend operator - (
        const T& a, const BigNum& b) { BigNum t = a; t
        = t - b; return t; }
75     template<typename T> BigNum friend operator * (
        const T& a, const BigNum& b) { BigNum t = a; t
        = t * b; return t; }
76     template<typename T> friend bool operator < (const
        T& a, const BigNum& b) { return b > a; }
77     template<typename T> friend bool operator > (const
        T& a, const BigNum& b) { return b < a; }
78     template<typename T> friend bool operator <= (
        const T& a, const BigNum& b) { return b >= a; }
79     template<typename T> friend bool operator >= (
        const T& a, const BigNum& b) { return b <= a; }
80     template<typename T> friend bool operator == (
        const T& a, const BigNum& b) { return b == a; }
81     template<typename T> friend bool operator != (
        const T& a, const BigNum& b) { return b != a; }
82
83     void print();
84     int Size();
85     int the_first();
86     int the_last();
87     int to_int();
88     long long int to_long();
89     string to_String();
90 };
91
92 BigNum::BigNum(const int b)
93 {
94     int c,d = b;
95     len = 0;
96     memset(a,0,sizeof(a));
97     while(d > MAXN){
98         c = d - (d / (MAXN+1)) * (MAXN+1);
99         d = d / (MAXN+1);
100        a[len++] = c;
101    }
102    a[len++] = d;
103 }
104 BigNum::BigNum(const long long int b)
105 {
106     long long int c,d = b;
107     len = 0;
108     memset(a,0,sizeof(a));
109     while(d > MAXN){
110         c = d - (d / (MAXN+1)) * (MAXN+1);
111        d = d / (MAXN+1);
112        a[len++] = c;
113    }
114    a[len++] = d;
115 }
116 BigNum::BigNum(const string& s)
117 {
118     int t,k,index,l,i;
119     memset(a,0,sizeof(a));
120     l = s.size();
121     len = l/DLEN;
122     if(l%DLEN)
123         len++;
124     index = 0;
125     for(i = l-1; i >= 0 ; i -= DLEN){
126         t = 0;
127         k = i-DLEN+1;
128         if(k < 0) k = 0;
129         for(int j = k; j <= i; j++){
130             t = t*10 + s[j]-'0';
131             a[index++] = t;
132         }
133     }
134 }
135 BigNum::BigNum(const char* s)
136 {
137     int t,k,index,l,i;
138     memset(a,0,sizeof(a));
139     l = strlen(s);
140     len = l/DLEN;
141     if(l%DLEN)
142         len++;
143     index = 0;
144     for(i = l-1; i >= 0 ; i -= DLEN){
145         t = 0;
146         k = i - DLEN + 1;
147         if(k < 0) k = 0;
148         for(int j = k; j <= i; j++){
149             t = t*10 + s[j] - '0';
150             a[index++] = t;
151         }
152     }
153 }
154 BigNum::BigNum(const BigNum & b) : len(b.len)
155 {
156     memset(a,0,sizeof(a));
157     for(int i = 0 ; i < len ; i++){
158         a[i] = b.a[i];
159     }
160 }
161 BigNum & BigNum::operator = (const BigNum& n)
162 {
163     len = n.len;
164     memset(a,0,sizeof(a));
165     for(int i = 0 ; i < len ; i++){
166         a[i] = n.a[i];
167     }
168     return *this;
169 }
170 BigNum & BigNum::operator = (const int& num)
171 {
172     BigNum t(num);
173     *this = t;
174     return *this;
175 }
176 BigNum & BigNum::operator = (const long long int& num
177 )
178 {
179     BigNum t(num);
180     *this = t;
181     return *this;
182 }

```

```

175     *this = t;
176     return *this;
177 }
178 istream& operator >> (istream & in, BigNum & b)
179 {
180     char ch[MAXSIZE*4];
181     int i = -1;
182     in>>ch;
183     int l = strlen(ch);
184     int cnt = 0, sum = 0;
185     for(i = l-1; i >= 0; ){
186         sum = 0;
187         int t = 1;
188         for(int j = 0; j < 4 && i >= 0; j++,i--,t *=
189             10)
190             sum += (ch[i]-'0')*t;
191         b.a[cnt] = sum;
192         cnt++;
193     }
194     b.len = cnt;
195     return in;
196 }
197 ostream& operator << (ostream& out, BigNum& b)
198 {
199     int i;
200     cout << b.a[b.len - 1];
201     for(i = b.len - 2 ; i >= 0 ; i--){
202         cout.width(DLEN);
203         cout.fill('0');
204         cout << b.a[i];
205     }
206     return out;
207 }
208
209 template<typename T> BigNum BigNum::operator << (
210     const T& b) const
211 {
212     T temp = 1;
213     for(int i = 0; i < b; i++)
214         temp *= 2;
215     BigNum t = (*this) * temp;
216     return t;
217 }
218
219 template<typename T> BigNum BigNum::operator >> (
220     const T& b) const
221 {
222     T temp = 1;
223     for(int i = 0; i < b; i++)
224         temp *= 2;
225     BigNum t = (*this) / temp;
226     return t;
227 }
228
229 BigNum BigNum::operator + (const BigNum& b) const
230 {
231     BigNum t(*this);
232     int i, big;
233     big = b.len > len ? b.len : len;
234     for(i = 0 ; i < big ; i++){
235         t.a[i] += b.a[i];
236         if(t.a[i] > MAXN){
237             t.a[i + 1]++;
238             t.a[i] -= MAXN + 1;
239         }
240     }

```

```

237     }
238     if(t.a[big] != 0)
239         t.len = big + 1;
240     else
241         t.len = big;
242     return t;
243 }
244 BigNum BigNum::operator - (const BigNum& b) const
245 {
246     int i, j, big;
247     bool flag;
248     BigNum t1, t2;
249     if(*this > b){
250         t1 = *this;
251         t2 = b;
252         flag = 0;
253     }
254     else{
255         t1 = b;
256         t2 = *this;
257         flag = 1;
258     }
259     big = t1.len;
260     for(i = 0 ; i < big ; i++){
261         if(t1.a[i] < t2.a[i]){
262             j = i + 1;
263             while(t1.a[j] == 0)
264                 j++;
265             t1.a[j--]--;
266             while(j > i)
267                 t1.a[j--] += MAXN;
268             t1.a[i] += MAXN + 1 - t2.a[i];
269         }
270         else
271             t1.a[i] -= t2.a[i];
272     }
273     t1.len = big;
274     while(t1.a[t1.len - 1] == 0 && t1.len > 1){
275         t1.len--;
276         big--;
277     }
278     if(flag)
279         t1.a[big-1] = 0 - t1.a[big-1];
280     return t1;
281 }
282
283 BigNum BigNum::operator * (const BigNum& b) const
284 {
285     BigNum ret;
286     int i, j, up;
287     int temp, temp1;
288     for(i = 0 ; i < len ; i++){
289         up = 0;
290         for(j = 0 ; j < b.len ; j++){
291             temp = a[i] * b.a[j] + ret.a[i + j] + up;
292             if(temp > MAXN){
293                 temp1 = temp - temp / (MAXN + 1) * (MAXN
294                     + 1);
295                 up = temp / (MAXN + 1);
296                 ret.a[i + j] = temp1;
297             }
298             else{
299                 up = 0;
300                 ret.a[i + j] = temp;
301             }

```



```

301     }
302     if(up != 0) ret.a[i + j] = up;
303 }
304 ret.len = i + j;
305 while(ret.a[ret.len - 1] == 0 && ret.len > 1)
306     ret.len--;
307 return ret;
308 }
309 template<typename T> BigNum BigNum::operator / (const
    T& b) const
310 {
311     BigNum ret;
312     T i,down = 0;
313     for(i = len - 1 ; i >= 0 ; i--){
314         ret.a[i] = (a[i] + down * (MAXN + 1)) / b;
315         down = a[i] + down * (MAXN + 1) - ret.a[i] * b
            ;
316     }
317     ret.len = len;
318     while(ret.a[ret.len - 1] == 0 && ret.len > 1)
319         ret.len--;
320     return ret;
321 }
322 template<typename T> T BigNum::operator % (const T& b
    ) const
323 {
324     T i,d=0;
325     for (i = len-1; i>=0; i--){
326         d = ((d * (MAXN+1))% b + a[i])% b;
327     }
328     return d;
329 }
330
331
332 template<typename T> BigNum BigNum::operator^(const T
    & n) const
333 {
334     BigNum t,ret(1);
335     int i;
336     if(n < 0) return 0;
337     if(n == 0)
338         return 1;
339     if(n == 1)
340         return *this;
341     int m = n;
342     while(m > 1){
343         t = * this;
344         for(i = 1; (i<<1) <= m;i <= 1)
345             t = t*t;
346         m-=i;
347         ret=ret*t;
348         if(m == 1) ret = ret * (*this);
349     }
350     return ret;
351 }
352
353 bool BigNum::operator > (const BigNum& b) const
354 {
355     int tot;
356     if(len > b.len)
357         return true;
358     else if(len == b.len){
359         tot = len - 1;
360         while(a[tot] == b.a[tot] && tot >= 0)
361             tot--;

```

```

362         if(tot >= 0 && a[tot] > b.a[tot])
363             return true;
364         else
365             return false;
366     }
367     else
368         return false;
369 }
370
371 bool BigNum::operator < (const BigNum& b) const
372 {
373     int tot;
374     if(len > b.len)
375         return false;
376     else if(len == b.len){
377         tot = len - 1;
378         while(a[tot] == b.a[tot] && tot >= 0)
379             tot--;
380         if(tot >= 0 && a[tot] > b.a[tot])
381             return false;
382         else
383             return true;//
384     }
385     else
386         return true;
387 }
388
389 bool BigNum::operator == (const BigNum& b) const
390 {
391     int tot = len-1;
392     if(len != b.len)
393         return false;
394     while(a[tot] == b.a[tot] && tot >= 0)
395         tot--;
396     if(tot < 0)
397         return true;
398     return false;
399 }
400
401 void BigNum::print()
402 {
403     int i;
404     cout << a[len - 1];
405     for(i = len-2; i >= 0; i--){
406         cout.width(DLEN);
407         cout.fill('0');
408         cout << a[i];
409     }
410     cout << endl;
411 }
412 int BigNum::Size()
413 {
414     int t = a[len-1],cnt = 0;
415     while(t){ t /= 10; cnt++; }
416     cnt += (len-1)*4;
417     return cnt;
418 }
419 int BigNum::the_first()
420 {
421     int t = a[len-1];
422     while(t > 10){ t /= 10;}
423     return t;
424 }
425 int BigNum::the_last()
426 {

```

```
427     int t = a[0];
428     return t%10;
429 }
430 int BigNum::to_int()
431 {
432     int i,num;
433     num = a[len-1];
434     for(i = len-2; i >= 0; i--)
435         num = num*(MAXN+1) + a[i];
436     return num;
437 }
438 long long int BigNum::to_long()
439 {
440     int i;
441     long long int num;
442     num = a[len-1];
443     for(i = len-2; i >= 0; i--)
444         num = num*(MAXN+1) + a[i];
445     return num;
446 }
447
448 int main()
449 {
450     BigNum a,b;
451     cin>>a>>b;
452     (a+b).print();
453     return 0;
454 }
```

7.3 约瑟夫环

7.4 悬线法

7.5 蔡勒公式

7.6 三角公式

7.7 海伦公式

7.8 匹克定理

7.9 组合计数

7.9.1 计数原理

7.9.2 卡特兰数

7.9.3 Polya

7.9.4 二项式反演公式

7.9.5 斯特林反演公式

7.9.6 组合数恒等式