

usstsiw第四十四次热身赛题解报告

这次不小心出成了数据结构凉宫春日专场，不知道大家做得是否开心呢。总之，题目难度仅略高于板子题，应该都是能补出来的吧，希望大家补完之后都能解锁新技能。

A题题解（难度：☆）

First solved: TREE (3) , 00:15 (+).

暴力搜。将 x 所有的操作可能性存放在数组 x 中，将 y 所有的操作可能性存放在数组 y 中，然后两个for循环进行排列组合，如果能得到指定数 t 就输出“YES”，否则输出“NO”。（注意0的存在）

B题题解（难度：☆☆☆）

First solved: 立直一发AC, 00:45 (+3).

很容易看到其实只要维护能量球的集合 S 就行；如果放入一颗新的圆球 i ，首先看一下能量球集合 S 里面是否有圆球 j 会让这颗圆球 i 不符合能量球的定义，如果没有，则将此圆球 i 放入能量球集合 S 里面，但要注意到这颗圆球 i 的插入可能会把其它原来集合里面的能量球踢出集合。所以要求这个集合要能支持快速查询和修改操作，而 **multiset** 恰好能满足这个需要。

C题题解（难度：☆☆）

First solved: 减肥不能只喝喜茶, 01:26 (+2).

这题和 D 题是从 $UVA - 1455$ 拆成两题的。

只需要在完成并查集基本操作的情况下额外维护一个类似于 $rank$ 的东西。

合并 x 与 y 时，顺便把 $rank$ 也求个和。摧毁某战舰时， $rank - 1$ 就行了。

D题题解（难度：☆☆☆）

First solved: 我佛了, 01:48 (+1).

这题出数据的时候手抖把 $1e5$ 打成了 $1e4$ ，导致好几个队 $O(n)$ 的查询都给过了。在这里给大力敲线段树的队伍道个歉QAQ。（OJ上的数据加强过了，你是水不过去的~）

如果画上线段 $(x_1, y_1) - (x_2, y_2)$ ，对于操作 2，区间 $[x_1, x_2]$ 的答案都加了 1；对于操作 3，区间 $[y_1, y_2]$ 的答案都加了 1。（这里默认 $x_1 \leq x_2, y_1 \leq y_2$ ，实际写的时候需要比个大小）

对于删除操作，可以拿栈存一下，然后对栈顶操作对应的区间减 1。

于是你只要写一个支持区间加减，单点查询的数据结构分别维护操作 2 和操作 3 的答案就行了。

代码比较短的做法是用树状数组维护差分的前缀和，当然也可以线段树大力搞啦。

ε 题题解 (难度: 0)

First solved: 我佛了, 00:24 (+).

白给, 主要考阅读能力和手速。

\neq 题题解 (难度: ☆☆☆)



灵感来自2019NOI神选十二省联考Day1 T1。

题目的意思是写一个支持查询固定区间 k 小异或值的数据结构, 会 *trie* 就很简单了。

先考虑怎样求最小的, 只要把 n 个数从高位到低位插入 *trie*, 找 x 的最小异或的时候贪心地选与 x 对应位相同的那个儿子走就行了。

再考虑求 k 小, 建 *trie* 的时候记 cnt_q 为经过结点 q 的串的个数。设 x 的最高位是 p , 当前结点的 p 儿子是 a 。如果 $cnt_a \geq k$, 就到 p 儿子那里去找第 k 小, 反之就到 $(1 \oplus p)$ 儿子那里去找第 $k - cnt_a$ 小, 这样一直找到底就是答案啦。

g 题题解 (难度: ☆)

First solved: 减肥不能只喝喜茶, 00:36 (+).

多了一个维度的01背包。

状态转移方程写出来是 $dp_{i,j,k} = \max\{dp_{i-1,j,k}, dp_{i-1,j-1,k-a_i} + b_i\}$ 。

然后照样可以滚动数组滚掉 i 这一维。

\neq 题题解 (难度: ☆☆☆)

没人动的题。

设 $D(i, j)$ 是 i 结点与 j 结点的树上距离，答案显然是 $2 * \min_{1 \leq i \leq n} \{\sum_{j=1}^n D(i, j)\}$ ，也就是求树的重心。

(事实上树的重心和边权无关QAQ)

这是一道树形 dp ，如果你 *Floyd* 或者做 n 次 dfs ，那你就 *TLE* 飞了。

不妨先把 1 看做根， dfs 一遍求出以 1 为根时，所有结点的子树大小 cnt_i 和选 1 为仓库时的答案 dp_1 。

再做一次 dfs 开始换根，考虑把根 x 换为根 y 时答案的变化，所有 y 子树上的结点对答案的贡献都会减少 $D(x, y)$ ，除去 y 子树上的结点的贡献都会增加 $D(x, y)$ 。

所以 $dp_y = dp_x + (n - cnt_y) * D(x, y) - cnt_y * D(x, y) = dp_x + (n - 2 * cnt_y) * D(x, y)$ ，更新答案就完事啦。

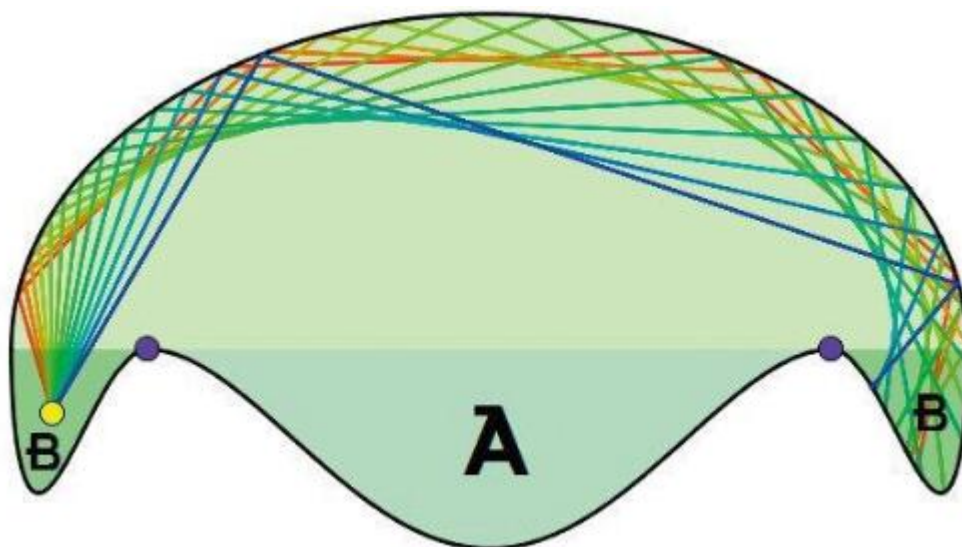
7题题解 (难度: ☆☆☆☆☆☆☆)

First solved: 我佛了, 02:49 (+20).

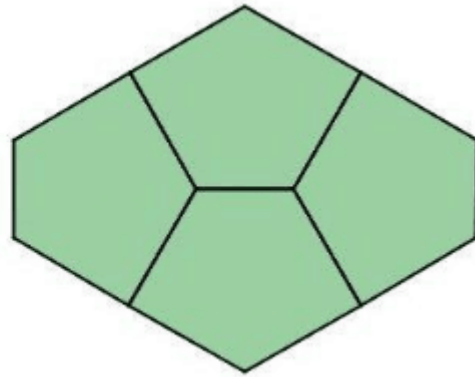
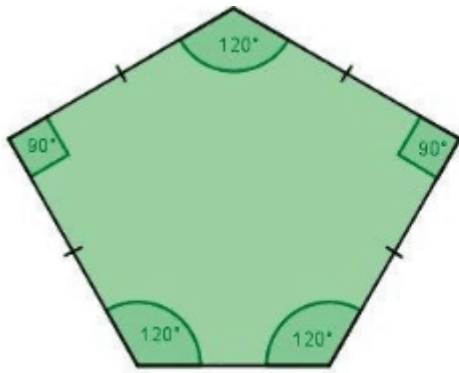
恭喜女队绝杀。

答案是 *FFFTTTFT*

1. $(35/36)^{24} > 50\%$ ，所以出现的概率 $< 50\%$ 。
2. 间隔不均等的时候，你更有可能出现在大间隔里面，比如 1 分钟内来了 5 辆车，下一辆到 60 分钟才来，等待时间显然 > 5 分钟。
3. 先手总是会把正方形的巧克力掰成长方形，后手只要掰回正方形，就能最终把 $1 * 1$ 的局面甩给先手。
4. 将第 10/20/30/40/50 张视为特殊的牌，每次操作中有且仅有一张特殊牌被翻面，输的局面是所有牌为背面，这 5 张牌每张被翻了奇数次才会是背面，总体经过奇数轮后达到败的局面，所以先手随便怎么玩都是赢的。
5. 先任选两堆 49 枚硬币放上天平，如果平衡，则表示假币在剩余 2 枚中，98 枚都是真的。将手头两枚一真一假的和两枚确定的真币称一下即可。如果不平衡，表示手头 2 枚是真的，取出较轻一侧的 49 枚硬币，加入一枚真币变成 50 枚，然后均分成两堆称重，如果平衡了，表示假币在较重的那 49 枚里，可证明假币偏重。如果不平衡，表示假币就在偏轻的那 49 枚中，可证明假币偏轻。
6. 一个椭圆的几何定义是，到两个定点距离之和相同的点的轨迹。如果从一个焦点击球，会经过另一个焦点。如果从焦点连线上击球，则不管怎么反弹都会经过焦点连线，因此可以构造类似下图的形状。



7. $3/4/6$ 的正确性是显然的，5 有类似下图的几种构造形可以转化成六边形，而 7 及以上不能密铺。



$$8. 2 + 2 * (2 + 9)$$

$$9 + 9 * 10/6$$

$$(7 * 7 - 1)/2$$

$$3 * (4 - 6 + 10)$$

$$(10 - 8) * 8 + 8$$

$$6 * 8/(10 - 8)$$

$$10 + 10/5 * 7$$

$$(1 + 10) * 3 - 9$$