

FMBA 2018 사전 교육

프로그래밍(MATLAB)

KAIST 경영공학과 석박사통합과정 유승현 rambor12@business.kaist.ac.kr

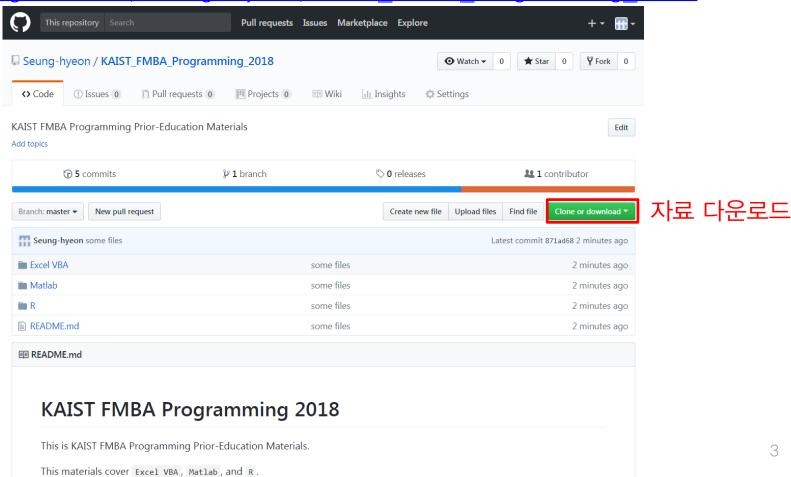
목 차

- 1. 개요
- 2. MATLAB 설치
- 3. MATLAB 인터페이스
- 4. MATLAB 연산
- 5. MATLAB 프로그래밍
- 6. MATLAB 응용: Black-Scholes Option Pricing

Github Repository

ㅁ 프로그래밍 교육 자료

https://github.com/Seung-hyeon/KAIST FMBA Programming 2018



1. 개요

□ MATLAB (MATrix LABoratory)

- ✓ MathWorks사가 유료로 제공하는 수치해석 소프트웨어 (2017년 1월 Concurrent 라이센스 기준 1천 6백만원)
- ✓ 사용자의 입력에 대한 결과 즉시 확인 가능 (VBA와 다름)

✓ 강력한 시각화 그래프 제공

✓ 다양한 툴박스(ToolBox) 제공

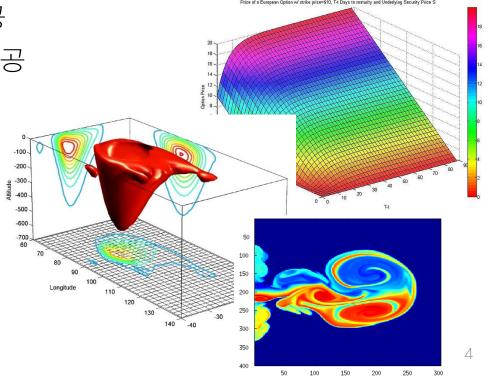
Control System Toolbox

Signal Processing Toolbox

o Image Processing Toolbox

Wavelet Toolbox

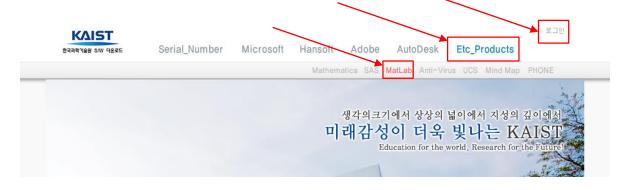
✓ 주로 공대에서 많이 사용



출처: KAIST IT 아카데미 MATLAB 강의자료 01

□ MATLAB 설치 방법

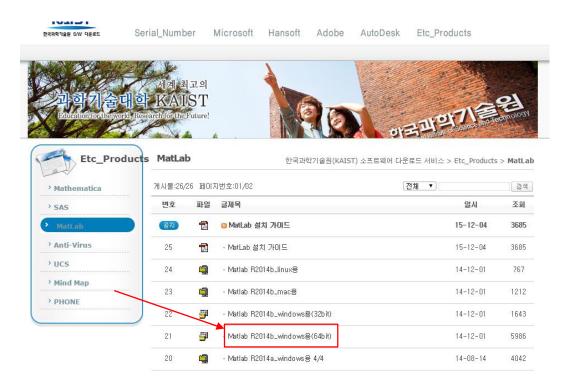
- ① KAIST 소프트웨어 다운로드 사이트 접속 http://kftp.kaist.ac.kr/
- ② 로그인 (KAIST 포탈 ID 및 PW)



③ Etc_Products -> Matlab 클릭

□ MATLAB 설치 방법

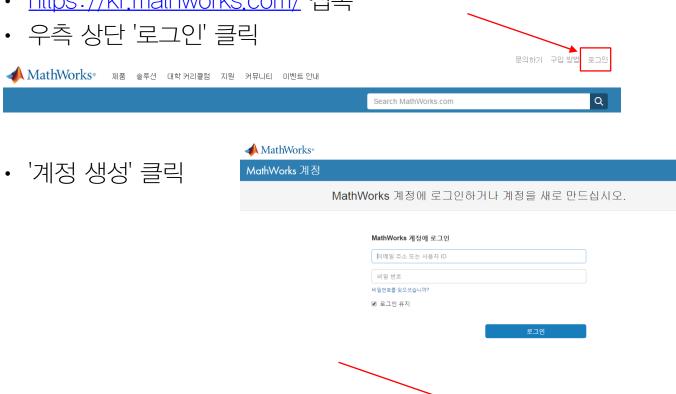
④ 자신의 운영체제에 맞는 파일 선택하여 클릭



⑤ 첨부 파일(.exe) 다운로드

□ MATLAB 설치 방법

- MathWorks 계정 생성 (kaist.ac.kr 이메일 필요!) 6
 - https://kr.mathworks.com/ 접속



MathWorks 계정이 없으신가요? 계정 생성

□ MATLAB 설치 방법

- ⑥ MathWorks 계정 생성 (kaist.ac.kr 이메일 꼭 필요!)
 - 이메일 주소 입력 및 아래와 같이 옵션 설정 (중요!)



• 이메일 들어가서 메일 확인

이메일 주소를 확인하십시오.

- 1. rambor12@business.kaist.ac.kr의 받은 편지함을 확인하십시오.
- 2. MathWorks에서 발송된 이메일의 링크를 클릭합니다.
- 이메일을 받지 못하셨습니까?
- 1. 스팸 폴더를 확인하십시오.
- 2. 이메일을 다시 보내 주십시오.
- 추가적인 도움이 필요하실 경우, 이메일 확인을 하시거나, 고객 지원팀에 문의 주 시기 바랍니다.



□ MATLAB 설치 방법

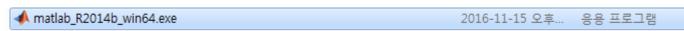
- ⑥ MathWorks 계정 생성 (kaist.ac.kr 이메일 꼭 필요!)
 - 프로파일 생성 및 라이선스 번호 입력





□ MATLAB 설치 방법

⑦ 아까 다운로드 받은 파일(.exe) 파일 '관리자 권한으로 실행'



- ⊗ 'MathWorks 계정으로 로그인하여 설치' 체크하고 '다음'
- ⑨ 약관 동의하고 다음



□ MATLAB 설치 방법

- ⑩ 방금 만든 MathWorks 계정 입력하고 다음
- ① 자동으로 라이선스 확인되면 계속 다음 클릭하여 설치(수 십분 소요)





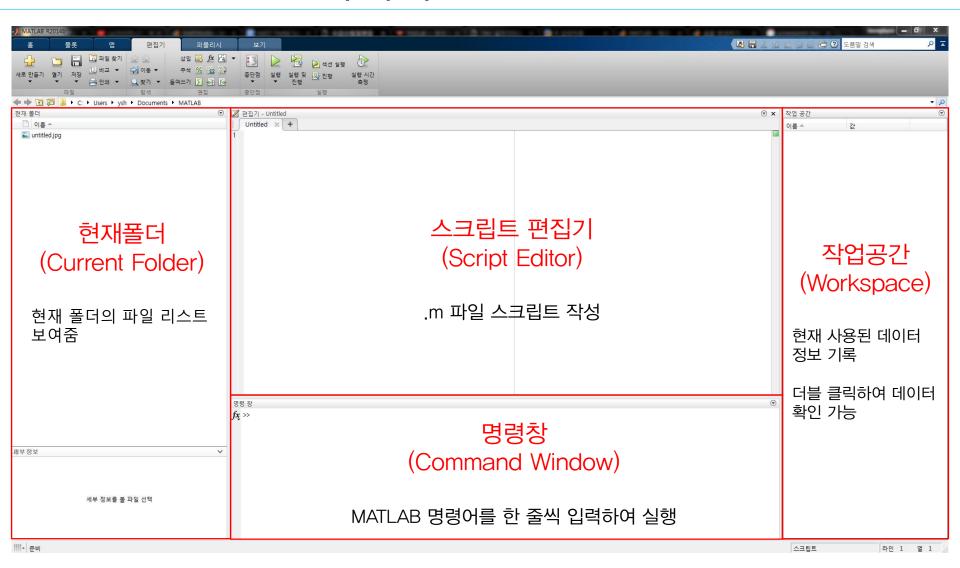


□ MATLAB 설치 방법

- ⑩ 다음 클릭 및 설치 완료
- ⑪ 라이선스 활성화 실행
- ② 시작 클릭하고 MATLAB 아이콘 클릭하여 실행 가능



3. MATLAB 인터페이스



3. MATLAB 인터페이스

□ 예제1 다음 행렬의 곱을 구하여라.

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 9 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 5 & 5 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix} = ?$$
$$= A = B$$

행렬 생성

#MATLAB Code

% 행렬 A 생성 A = [2,4,9;1,2,1;3,0,2];

% 행렬 B 생성 B = [5,5,2;2,2,1;1,3,3];

% 행렬 곱 실행 A * B ans = 27 45 35 10 12 7 17 21 12

>> |

3. MATLAB 인터페이스

□ 기본 명령어

세미콜론(;): 실행값을 커맨드창에 표시하지 않기

```
% 커맨드창 깨끗하게 만들기
clc;
% MATLAB에서 사용하는 모든 변수와 함수 지우기
clear;
% MATLAB 도움말 이용하기
help [물어볼 대상]
% MATLAB 종료하기
quit
```

□ 수식 표현

$$8 + \frac{6 \times (1 + \sqrt{5})}{2} >>8 + (6 \times (1 + \operatorname{sqr} t(5)))/2$$

$$\frac{4}{3} \times \pi \times 10^{3} >>4 / 3 \times \operatorname{pi} \times 10^{3}$$

$$e^{\sqrt{3}} + \pi \times 10^{3} >> \exp(\operatorname{sqr} t(3)) + \operatorname{pi} \times 10^{3}$$

$$>> \exp(\operatorname{pi} \times \operatorname{sqr} t(-1))$$
or
$$>> \exp(\operatorname{pi} \times \operatorname{pi} \times \operatorname{pi})$$

- ① π 는 pi로 기술
- ② 자연상수 e는 exp(1)로 기술, e^x 는 exp(x)로 기술
- ③ i와 j는 허수 단위(imaginary number unit)

벡터(배열) 생성

```
>> % 벡터(배열) 생성
>> a = [1, 2, 3]
a =
1 2 3
```

>> % 열(column) 벡터 생성 >> a = [1; 2; 3]

a =

2

벡터 변환(Transpose): 프라임 기호(') 붙이기

```
>> % 벡터 transpose
>> a'
ans =
1 2 3
```

벡터 원소 참조 괄호() 사용

다양한 원소 추출 방법

```
>> % 1. true, false를 이용한 추출
>> a([true,false,true])
ans =
   1
          3
>> a([false.true.false])
ans =
    2
>> % 2. 인덱스 변호 배열을 이용한 추출
\gg a([1,3])
ans =
   1
          3
>> % 3. 논리 조건을 이용한 추출
\Rightarrow a(a/2+1 > 2)
ans =
    3
>> a(mod(a,3) == 1)
ans =
    1
```

17

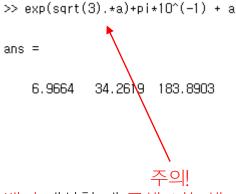
순차적인 벡터 생성

```
>> % 순차적인 벡터 생성
>> a = 1:3
a =
        2
             3
    1
>> % 간격이 정해져있는 벡터
>> a = 1:0.2:2
a =
   1.0000
          1.2000
                  1.4000
                           1.6000
                                   1.8000
                                            2.0000
    간격의 길이
```

□ 단일 벡터 연산

```
>> exp(a)
ans =
   2.7183
              7.3891
                       20.0855
>> log(a)
ans =
              0.6931
                        1.0986
>> sqrt(a)
ans =
   1.0000
             1.4142
                      1.7321
>> abs(a)
ans =
           2
                3
>> a.^2
ans =
                 9
```

각 벡터의 원소 x에 대해 $e^{\sqrt{3}x} + \pi \times 10^{-1} + x$ 계산



벡터 계산할 때 곱셈, 나눗셈, 거듭제곱에선 점(.)을 사용해야함!

기타: min, max, sum, mean, var, std 등도 가능!

□ 벡터 간 연산

```
>> a = [1,2,3];
>> b = [4,5,6];
>>
>> % 벡터의 합과 차
                         >> % 벡터의 외적(Cross Product)
                                                            >> % 원소간 곱셈
>> a + b
                          >> cross(a, b)
                                                            >> a.*b
ans =
                           ans =
                                                            ans =
    5
      7 9
                              -3
                                   6 -3
                                                                4
                                                                   10 18
>> a - b
                         >> % 벡터의 외적(Outer Product)
                                                            >> % 원소간 나눗셈
                           >> a'*b
                                                            >> a./b
ans =
                           ans =
                                                            ans =
   -3 -3 -3
                                 5 6
                               4
                                                               0.2500
                                                                       0.4000
                                                                               0.5000
>> % 벡터의 내적
                               8
                                 10 12
>> dot(a,b); %or
                              12
                                       18
                                 15
>> a*b'
ans =
   32
```

□ 행렬 생성

행렬 생성

```
>> % 방법 1
>> M = [1,2,3; 4,5,6; 7,8,9]
M =
>> % 방법 2
>> r1 = [1,2,3];
>> r2 = [4,5,6];
>> r3 = [7,8,9];
>> M = [r1; r2; r3]
M =
                6
```

특수 행렬 생성

```
>> zeros(m,n);
             % 모든 원소가 O인 mXn 행렬 생성
>>
>> ones(m,n);
             -% 모든 원소가 1인 mXn 행렬 생성
>>
             % 대각선 원소가 1로 구성된 mXm 정방행렬 생성
>> eye(m);
>>
             % 0~1 사이의 uniform 분포를 가지는 mXn 행렬 생성
>> rand(m,n);
>>
>> randn(m.n); % 표준정규분포를 가지는 mXn 행렬 생성
>> % 행렬 원소 참조
>> M(1,3)
                   -> 인덱스는 1부터 시작
ans =
   3
```

□ 행렬 연산

-> 벡터 연산과 동일

역행렬 계산

```
>> % 역행렬 계산
>> inv(M)
경고: 행렬이 특이 행렬에 가깝거나 준특이 행렬(badly scaled)일 수 있습니다. 결과가 부정확할 수 있습니다. RCOND = 1.541976e-18.
ans =
1.0e+16 +
-0.4504 0.9007 -0.4504
0.9007 -1.8014 0.9007
-0.4504 0.9007 -0.4504
```

4. MATLAB 연산: 익명함수

□ 익명함수(Anonymous function) 간단하게 만들어 사용하기 위한 함수

```
k(x) = gx g = 10; h = @(x) g + x; f(x) = \sin(\alpha x) g = 10; g = 10;
```

□ MATLAB 간단한 해찾기 (roots 함수)

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$
poly = [1 -8 12]

6

2

□ MATLAB 최소값 구하기(fminbnd 함수)

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

```
.

% 최소값 구하기

f = @(x) (x.^2 - 8*x + 12);

ezplot(f);

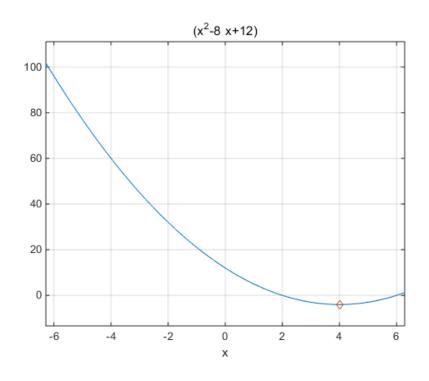
hold on;

minimum = fminbnd(f, -100,100);

plot(minimum, f(minimum), 'd');

grid;

hold off;
```



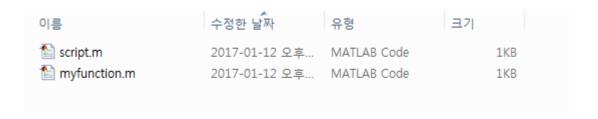
□ 벡터, 행렬 계산 및 간단한 그래프 실습

□ 참고

https://kr.mathworks.com/products/matlab/examples.html

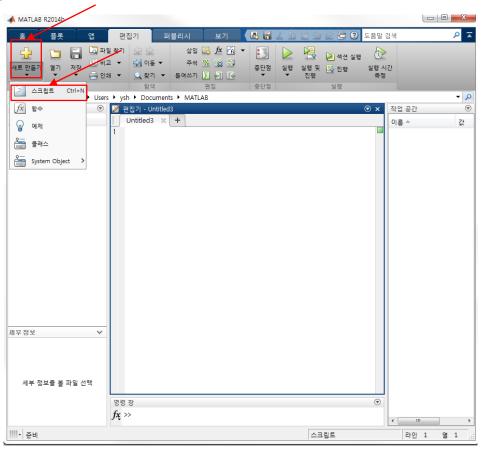
□ M—file

- ① MATLAB 명령어들을 포함하는 텍스트 파일
- ② 명령어가 너무 길거나 반복적으로 써야할 때 사용
- ③ 파일의 확장자는 반드시 ".m"이어야 함
- ④ 종류
 - 스크립트 파일: 함수를 사용한 연속적인 명령어들의 모임
 - 함수 파일 : 함수를 정의해 놓은 파일



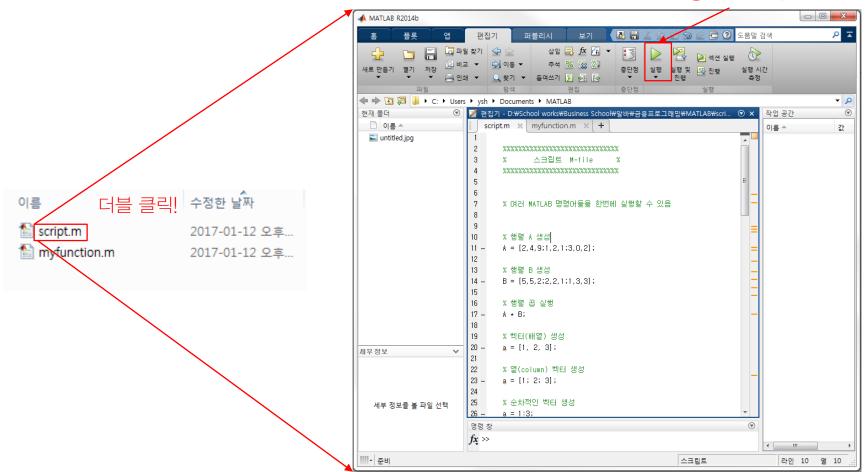
□ 스크립트 M—file

"새로 만들기" -> "스크립트"를 클릭하여 만들 수 있음



□ 스크립트 M-file: 파일을 열어 "실행" 버튼 눌러서 실행.

① 실행하면 적힌 명령어들이 순서대로 실행 실행 버튼 클릭



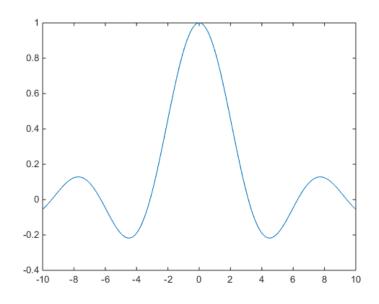
□ **예제2** Sin(x)/x 그래프를 그려라.

#Answer

```
% x 값을 -10부터 10까지 0.01 간격으로 생성
x = -10:0.01:10;

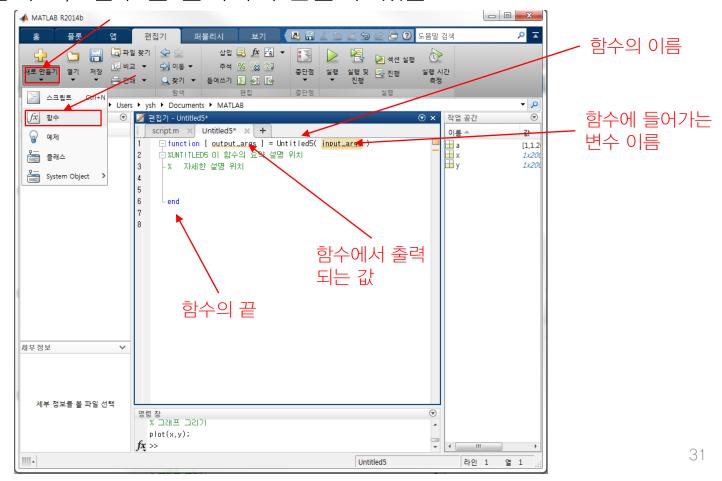
% x 값에 대응되는 y = sin(x)/x 를 생성
y = sin(x) ./ x;

% 그래프 그리기
plot(x,y);
```



□ 함수 M—file

"새로 만들기" -> "함수"를 클릭하여 만들 수 있음



- □ 함수 M—file
 - ① 함수 이름 지정(또한 함수 이름과 파일 이름이 같아야 함!)
 - ② 다른 스크립트 파일에서 함수를 호출하여 실행

예제2 sin(x)/x 그리는 'myfunction' 함수를 만들고 실행하라.

myfunction.m

```
Function y = myfunction(x)
- % sin(x)/x 그리기
- % 자세한 설명 위치
y = sin(x) ./ x;
plot(x,y)
```

Ex2_sinPlot.m

```
% x 값을 -10부터 10까지 0.01 간격으로 생성
x = -10:0.01:10;

% myfunction 호출
y = myfunction(x);
```

□ MATLAB 기초 문법

1. 변수의 선언: (Declaration)

숫자, 벡터, 행렬의 생성 => 이미 했음.

□ MATLAB 기초 문법

2. 조건문 : (Selection)

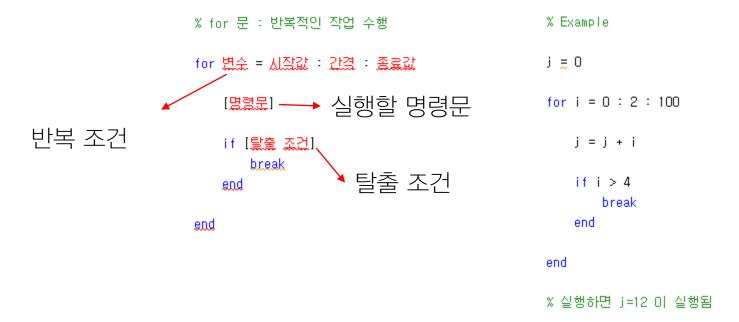
조건에 따라 어떤 코드를 실행할 것인가?



□ MATLAB 기초 문법

3. 반복문: (Iteration)

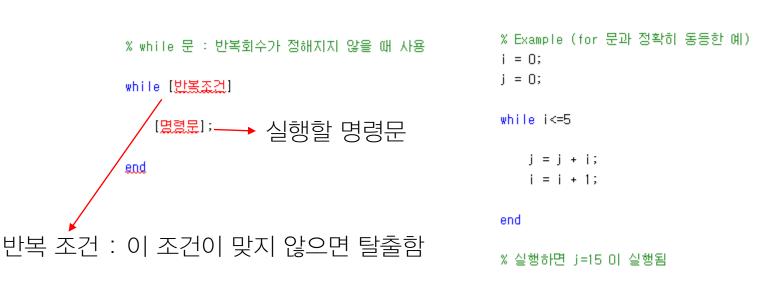
이 코드를 언제까지 반복할 것인가?



□ MATLAB 기초 문법

3. 반복문: (Iteration)

이 코드를 언제까지 반복할 것인가?



□ 반복문 예제 : 피보나치 수열 구하기

$$f(n) = f(n-1) + f(n-2)$$

```
% 반복문 예제 : 피보나치 수열 첫번째부터 100번째까지 구하기
f(1) = 1;
f(2) = 1;

for i = 3:100
    f(i) = f(i-1) + f(i-2);
    disp(f(i))
end

% 그래프 그리기
plot(f)
```

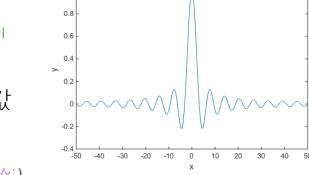
□ MATLAB 그래프 그리기

2차원 그래프

% x축 이름

% y축 이름 vlabel('v')

xlabel('x')



sin(x)/x

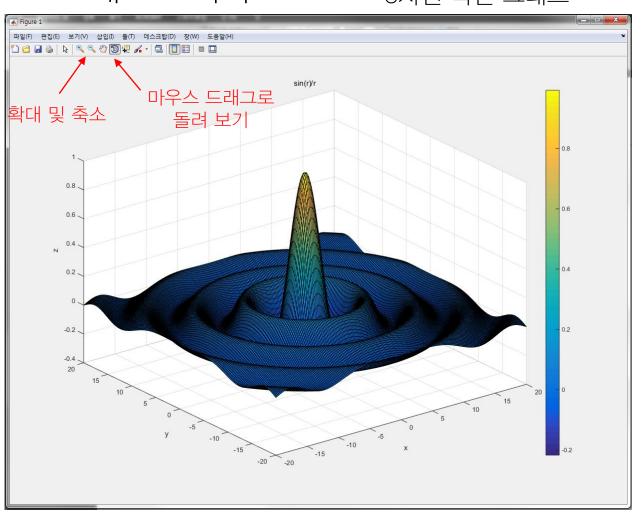
예제3 3차원 곡면 그래프

```
% x값 벡터로 설정
x = -20:0.2:20;
% y값 벡터로 설정
y = -20:0.2:20;
% x. v 그리드 만들기
                                  중요!
[x, y] = meshgrid(x, y);
                                 그리드 만들기!
% x, y에 따른 z값 계산
r = sqrt(x.^2 + y.^2);
z = sin(r) ./ r;
※ 그래프 그리기
surf(x, y, z);
% 그래프 제목
title('sin(r)/r')
% x축 이름
xlabel('x')
% y축 이름
vlabel('v')
% z축 이름
zlabel('z')
% 컬러바 표시
```

colorbar()

□ MATLAB 그래프 그리기

3차원 곡면 그래프



□ MATLAB 그래프 그리기

3차원 곡면 그래프

- ① 메시 플롯(mesh plot)
- ② 곡면 플롯(surf plot)
- ③ 곡면 플롯 쉐이딩 포함
- ④ 등고선 플롯(contour plot)

- □ Black-Scholes(-Merton) Model
 - ✓ Fisher Black, Myron Scholes, (Robert C. Merton)이 1973년 제시
 - ✓ 1997년에 노벨 경제학상
 - ✓ 세상을 바꾼 10대 방정식 (출처: http://biz.heraldcorp.com/view.php?ud=20160308000285)
 - ✓ 파생상품(특히 European Option)의 가격 결정 편미분방정식
 - ✔ 옵션(Option) : 미래 특정 시점(T)에 특정 상품(S)을 정해진 가격(K)에 사고(call) 팔(put) 권리

옵션 가격

$$\frac{\partial V}{\partial t}+\frac{1}{2}\sigma^2S^2\frac{\partial^2V}{\partial S^2}+rS\frac{\partial V}{\partial S}-rV=0$$
 기초 자산 변동성 무위험 이자율

출처: https://en.wikipedia.org/wiki/Black%E2%80%93Scholes model

□ Black—Scholes(—Merton) Model

옵션 가격

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS \frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0$$
 기초 자산 변동성 무위험 이자율 기초 자산 가격

방정식의 해(Solution)

표준정규분포 누적 함수

$$Call\ Price = SN(d_1) - Ke^{-r au}N(d_2)$$

$$Put\ Price = Ke^{-r au}\left\{1 - N(d_2)\right\} - S\left\{1 - N(d_1)\right\}$$
 만기까지 남은 기간
$$where,\ d_1 = \frac{\ln S/K + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T - t}$$

예제4 Black—Scholes Option Pricing & Plot

변수 설명	변수 이름	값
기초 자산 가격	S	0:0.1:20
옵션 행사 가격	K	10
무위험 이자율	r	0.1
만기까지 남은 기간	tau	0:1:90
기초자산의 변동성	sigma	0.3

미에제4 Black—Scholes Option Pricing & Plot

(Sample Code)

BSPrice.m

```
function BSPrice = BSPrice(S, K, r, tau, sigma, call_put)

% Sample Code

% 자세한 설명 위치

d1 = (log(S ./ K) + (r + 0.5 * sigma .^ 2) .* tau) ./ (sigma .* sqrt(tau));
d2 = d1 - sigma .* sqrt(tau);

Nd1 = normcdf(d1);
Nd2 = normcdf(d2);

if strcmp(call_put, 'call')

BSPrice = S .* Nd1 - K .* exp(-r .* tau) .* Nd2;

elseif strcmp(call_put, 'put')

BSPrice = K .* exp(-r .* tau) .* (1 - Nd2) - S .* (1 - Nd1);

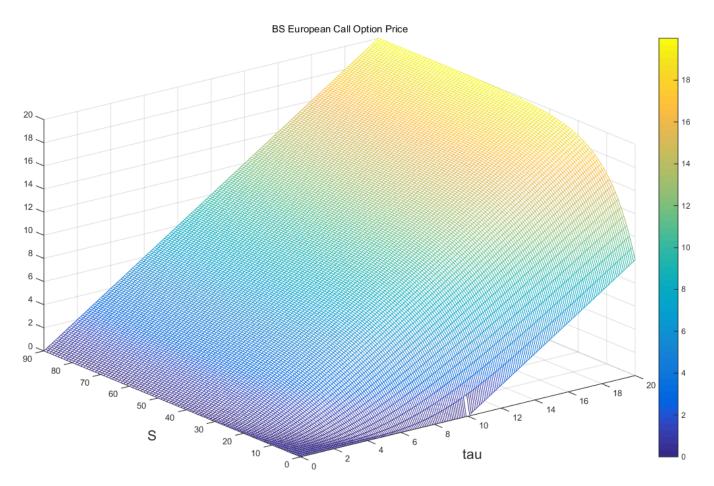
end

end
```

Ex4_BSPrice_script.m

```
% BS pricing Script %
S = 0:0.1:20;
K = 10;
r = 0.1;
tau = 0:90;
sigma = 0.3;
call_put = 'call';
% 차원 맞춰주기 : 둘 다 같은 크기의 행렬로 만들기
[S_, tau_] = meshgrid(S,tau);
% Black Scholes Pricing
p = BSPrice(S_, K, r, tau_, sigma, call_put);
※ 그래프 그리기
mesh(S_, tau_, p);
% 그래프 제목
title('BS European Call Option Price');
% x축 이름
xlabel('tau', 'Fontsize', 16);
% y축 이름
ylabel('S','Fontsize',16);
% 컬러바 표시
colorbar();
```

예제4 Black—Scholes Option Pricing & Plot



- □ Black—Scholes(—Merton) Model
 - ✓ 기본 가정: "기초 자산의 가격은 Geometric Brownian Motion을 따른다."

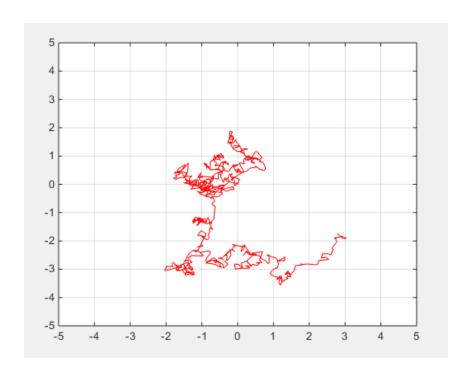
기초 자산 가격
$$\dfrac{dS(t)}{S(t)} = \mu dt + \sigma dW_t$$
 Brownian Motion 평균 수익률 기초 자산 변동성

- ☐ Black—Scholes(—Merton) Model
 - ✓ 기본 가정: "기초 자산의 가격은 Geometric Brownian Motion을 따른다."
 - ✓ **예제5** : Brownian Motion Plot
 - ✓ 예제6 : Geometric Brownian Price Plot

```
% 2D Brownian Motion Plot
  N = 1000;
  sigma = 0.1;
 x = zeros(1, N);
  y = zeros(1, N);
\Box for i = 1:N
      for i = 1:N
         x(i+1, j) = x(i,j) + sigma*randn();
         y(i+1, j) = y(i,j) + sigma*randn();
      end
  end
  % Animation
□ for t=1:N
      plot(x(1:t), y(1:t), 'r');
      grid on;
      axis([-5.5 -5.5])
      hold on;
      drawnow:
```

예제5 Brownian Motion Plot

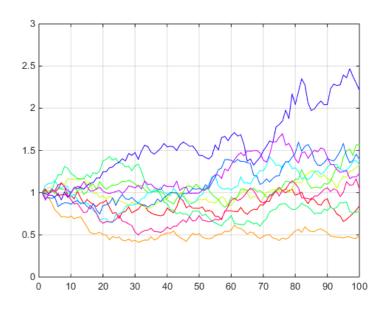
```
% 2D Brownian Motion Plot
  N = 1000;
 sigma = 0.1;
 x = zeros(1, N);
 y = zeros(1, N);
\Box for j = 1:N
    for i = 1:N
         x(i+1, j) = x(i,j) + sigma*randn();
         v(i+1, i) = v(i,i) + sigma*randn();
      end
 – end
 % Animation
☐ for t=1:N.
      plot(x(1:t), y(1:t), 'r');
     grid on;
     axis([-5.5, -5.5])
      hold on;
      drawnow;
 ⊢ end
```



□ 예제6 Geometric Brownian Motion Plot

% Geometric Brownian Motion Animation

```
N=100;
 D=10;
 sigma = 0.5;
 mu = 0.3;
 cmap = hsv(D);
☐ for d=1:D
      p = ones(1, N);
      for t=2:N
          p(t) = p(t-1) * (1 + mu/N + sigma*randn()/sqrt(N));
      end
      for t=1:N
          plot(1:t, p(1:t), 'Color', cmap(d,:))
              grid on;
          axis([0 N 0 3])
          hold on;
          drawnow;
      end
 end
```



End

Question & Comment