FH MÜNSTER
University of Applied Sciences

FB Elektrotechnik und Informatik
Department of Electrical Engineering
and Computer Science

# Physik

## V2: Mechanik - Kinematik

Prof. Dr.-Ing. Tatsiana Malechka

Stegerwaldstraße 39
D-48565 Steinfurt

Telefon: +49 (0)2551 9 62-228
Raum: E218

tatsiana.malechka@fh-muenster.de

# Mechanik

- **Mechanik**
  - **Kinematik** – Bewegungsgesetze ohne Kräfte
  - **Dynamik** – Wirkung von Kräften
    - **Statik** – Kräfte im Gleichgewicht ruhender Körper
    - **Kinetik** – Kräfte verändern den Bewegungszustand

# Kinematik

## Vorlesungsinhalte

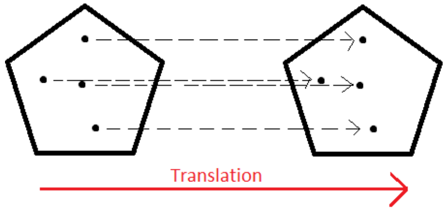
- Grundsätzliche Bewegungsarten
- Modell Punktmasse
- Ort und Verschiebung
- Mittlere und momentane Geschwindigkeit
- Mittlere und momentane Beschleunigung
- Freier Fall
- Schiefer Wurf
- Kreisbewegung
- Bezugssystem

# Kinematik

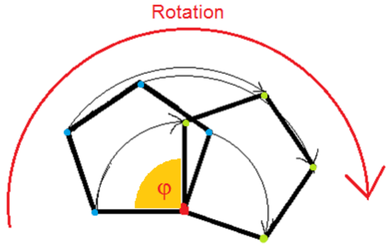
## Grundsätzliche Bewegungsarten

- Kinematik ist die Lehre von Bewegung (beschreibt nur)
- Grundsätzliche Bewegungsarten (ausgedehnte Körper)

1. Translation - Änderung der Position.
Jeder Punkt des Körpers hat die gleiche Bahnkurve




2. Rotation (Drehung) - Änderung der Orientierung.
Punkte bewegen sich auf Kreisbögen




Jede Bewegung ist eine Überlagerung von Translation und Rotation.

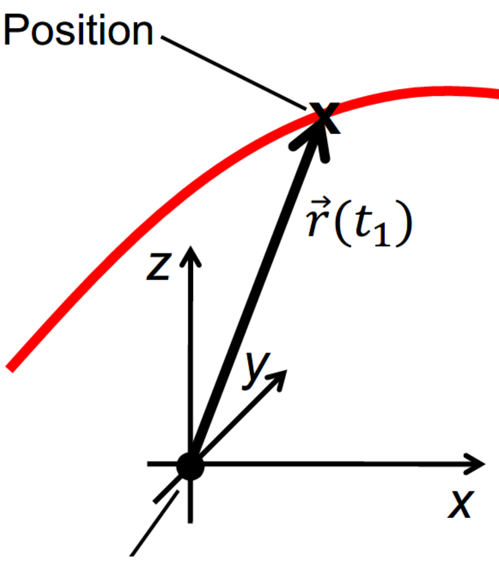
# Kinematik
## Bahnkurve



Aufgabe der Kinematik: Bestimme den Ort (die Position) $\vec{r}$ eines Körpers in Abhängigkeit von der Zeit $t$:

- die **Ort-Zeit-Funktion**

$$\vec{r}(t) = \mathrm{x}(\mathrm{t})\vec{e}_x + y(t)\vec{e}_y + z(t)\,\vec{e}_z$$




**Bahnkurve (Trajektorie)**

Verlauf der Kurve im Raum, entlang der sich der Körper bewegt

# Massenpunkt

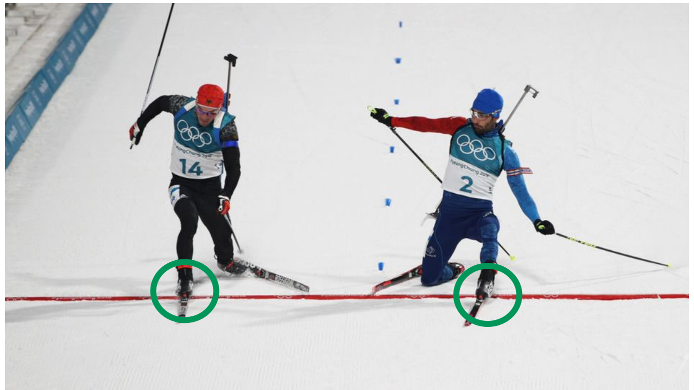
FH MÜNSTER
University of Applied Sciences

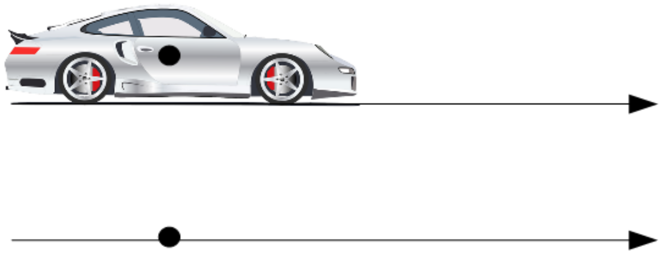
Bewegung: z. B. Änderung des Ortes $x$ mit der Zeit $t$, $\mathrm{x} = f(t) = x(t)$

Beispiele: $\mathrm{x} = k$ oder $\mathrm{x} = k' \cdot t$ ($k$, $k'$ - Konstanten)

Problem: Reale Objekte ausgedehnt (Auto, Flugzeug,...) → Ort nicht eindeutig

Lösung: Idealisierung ausgedehnter Körper zur **Punktemasse** (oder **Teilchen**)= Körper, dessen Masse man sich in einem Punkt konzentriert denkt





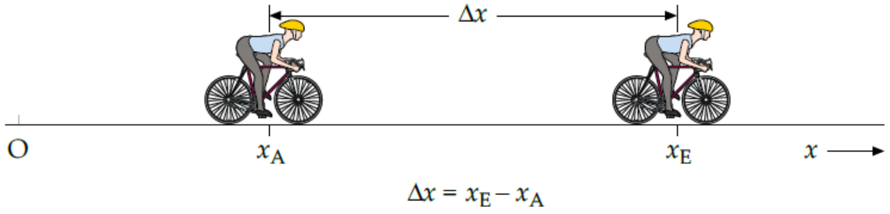

https://www.spiegel.de/sport/wintersport/simon-schempp-vs-martin-fourcade-die-fussspitze-des-franzosen-a-1194140.html

# Eindimensionale Bewegung

## Ort und Verschiebung

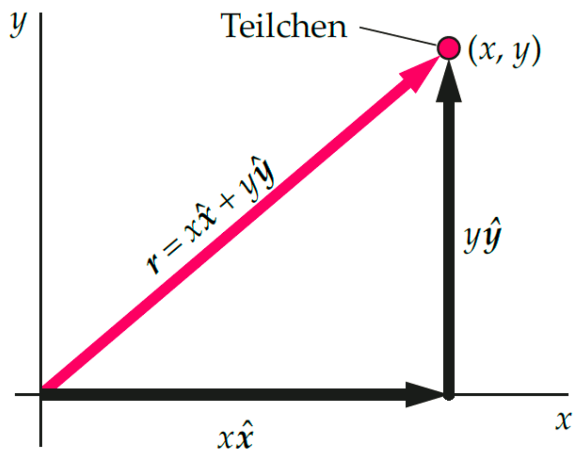
Ein Wechsel von einem Ort $x_1$ zu einem anderen Ort $x_2$ wird eine **Verschiebung** $\Delta x$ genannt.

$$\Delta \mathrm{x} = \mathrm{x}_2 - x_1$$




Der **Ortsvektor** eines Teilchens ist ein Vektor vom Ursprung des Koordinatensystems zum Ort des Teilchens.

$$\vec{r} = \mathrm{x}\,\vec{e}_x + y\,\vec{e}_y$$



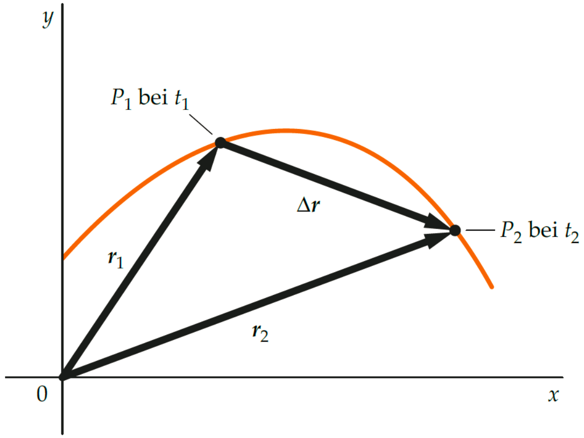
# Mehrdimensionale Bewegung

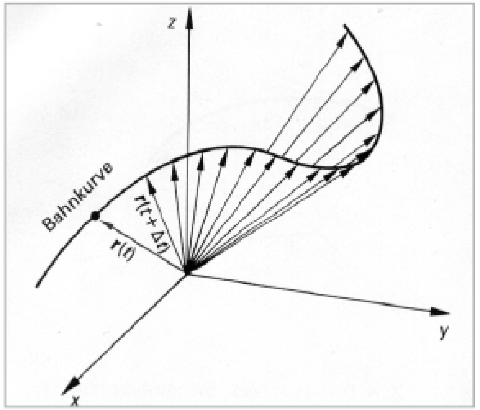
## Ort und Verschiebung

FH MÜNSTER
University of Applied Sciences

Die Ortsänderung eines Teilchens wird mit dem **Verschiebungsvektor** $\vec{r}$ angegeben

$$\Delta\vec{\mathrm{r}} = \vec{r_2} - \vec{r_1} = (\mathrm{x}_2 - \mathrm{x}_1) \cdot \vec{e}_x + (y_2 - y_1) \cdot \vec{e}_y = \Delta x \cdot \vec{e}_x + \Delta y \cdot \vec{e}_y$$



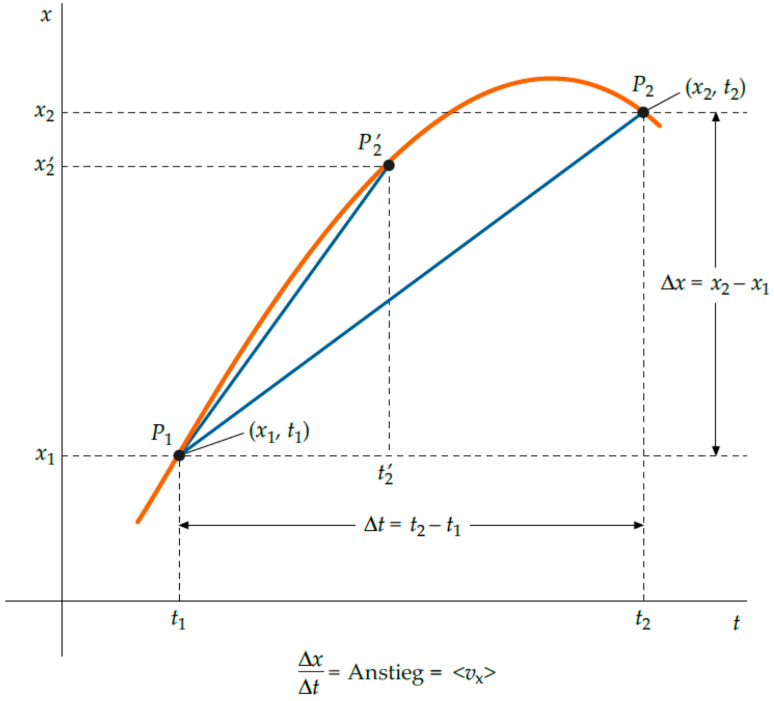



# Eindimensionale Bewegung
## Mittlere Geschwindigkeit

Annahme: Bewegung 1-dimensional (z.B. x-Achse)
Modell: Punktmasse

**Mittlere Geschwindigkeit** ist der Quotient aus der Verschiebung $\Delta x$ und dem Zeitintervall $\Delta t$:

$$\langle v_x \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$




**Mittlere Geschwindigkeit =** die Steigung der Gerade, die zwei Punkte der Kurve $x(t)$ verbindet.
**Mittlere Geschwindigkeit =** die durchschnittliche Geschwindigkeit, mit der zwischen den beiden betrachteten Punkten bewegt.

Eine Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit = **gleichförmige Bewegung**

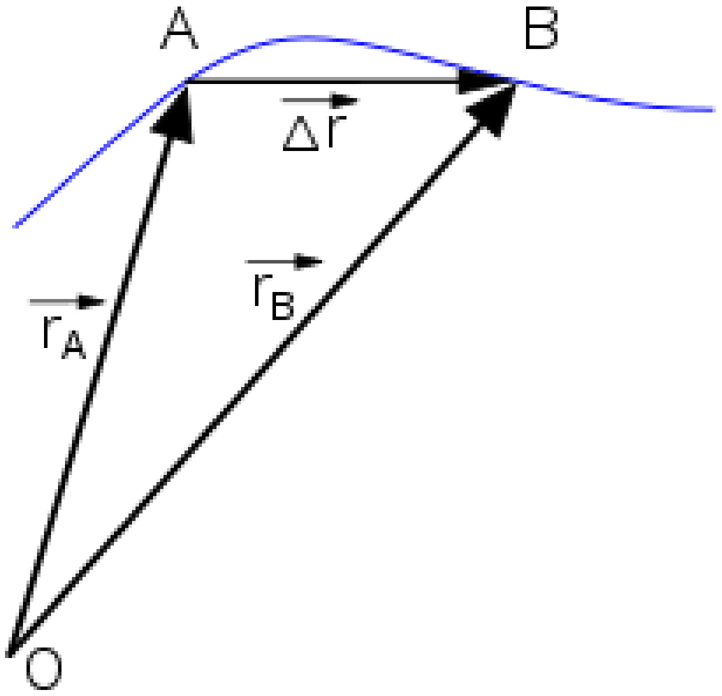
# Mehrdimensionale Bewegung

## Mittlere Geschwindigkeit

Annahme: Bewegung 2-dimensional
Modell: Punktmasse

**Mittlerer Geschwindigkeitsvektor =** der Quotient aus der Verschiebung $\Delta\vec{r}$ und dem Zeitintervall $\Delta t$:

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1}$$

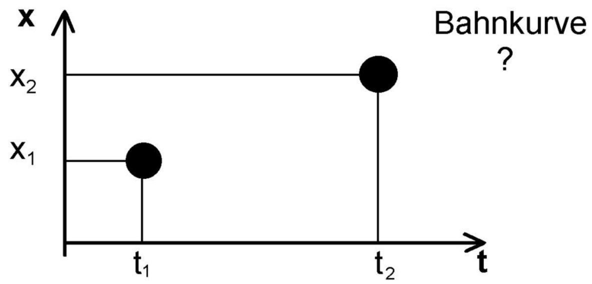


# Mehrdimensionale Bewegung

## Mittlere Geschwindigkeit

Typische **mittlere Geschwindigkeiten**:

| | Mittlere Geschwindigkeit m/s |
|---|---|
| Spaziergang | 1 |
| Schnellste Mensch | 10 |
| Schallgeschwindigkeit(Luft) | 340 |
| Mond um Erde | 1000 |
| GPS-Satellit | 3.900 |
| Elektron im Atom | 5.000 |
| Lichtgeschwindigkeit | 299.792.458 |




Problem:

Keine Aussagen möglich über $v$ und $x$ zu einem bestimmten Zeitpunkt $t$.

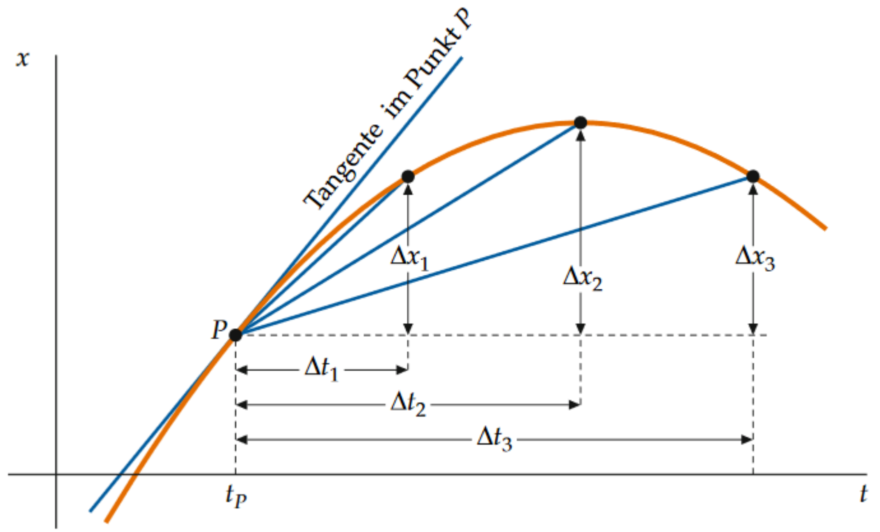
# Eindimensionale Bewegung

## Momentane Geschwindigkeit

Die **momentane Geschwindigkeit** ist der Grenzfall des Quotienten $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ für kleine Zeiträume $\Delta t \to 0$:

$$v_x(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

**Momentane Geschwindigkeit** = Anstieg der Tangente an einer Funktion $x(t)$ = Ableitung von $x$ nach $t$

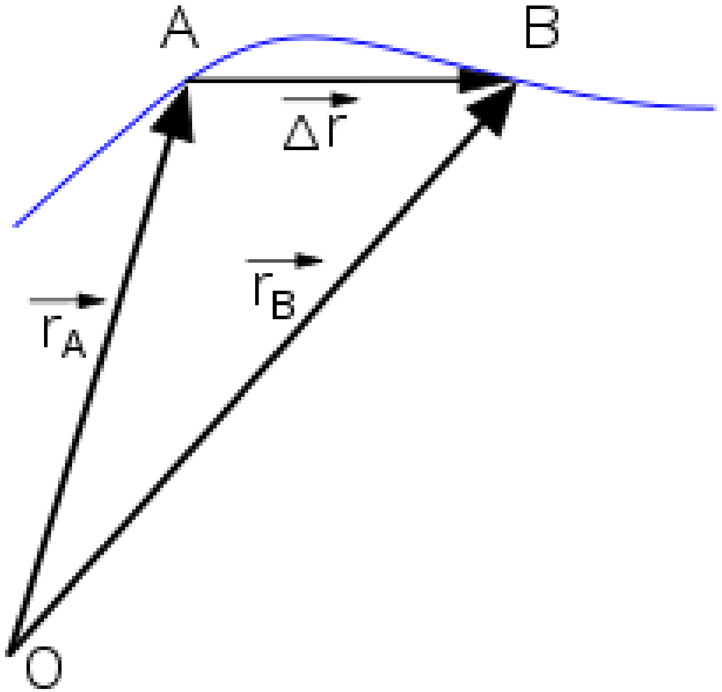



Bei der **gleichförmigen** Bewegung:
momentane Geschwindigkeit = mittlere Geschwindigkeit.

# Mehrdimensionale Bewegung
## Momentane Geschwindigkeit

Der Vektor der **momentanen Geschwindigkeit** ist der Grenzfall des Vektors des mittleren Geschwindigkeit für $\Delta t \to 0$:

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}(\mathrm{t})$$




$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} =$$

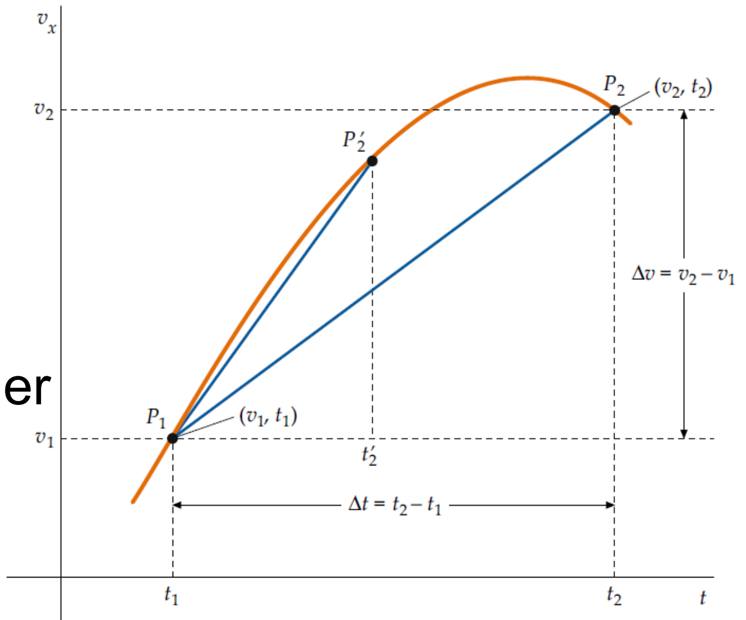
$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \cdot \vec{e}_x + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta t} \cdot \vec{e}_y = v_x \ \cdot \vec{e} + v_y \ \cdot \overrightarrow{e_y}$$

# Eindimensionale Bewegung

## Mittlere Beschleunigung

Annahme: Bewegung ist 1-dimensional.
Modell: Punktmasse

Fragen: - Wie schnell wird man schnell?
- Wie schnell wird man langsam?

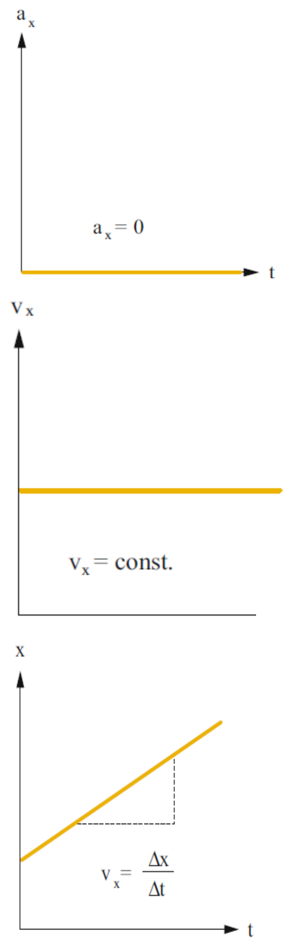



**Beschleunigung =** die zeitliche Änderung der Geschwindigkeit.
**Mittlere Beschleunigung =** die Steigung der Gerade, die zwei Punkte der Kurve $v(t)$ verbindet.

$$\langle a_x \rangle = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

**Gleichförmige Beschleunigung =** zeitliche Änderung der Beschleunigung ist konstant

# Eindimensionale Bewegung
## Mittlere Beschleunigung



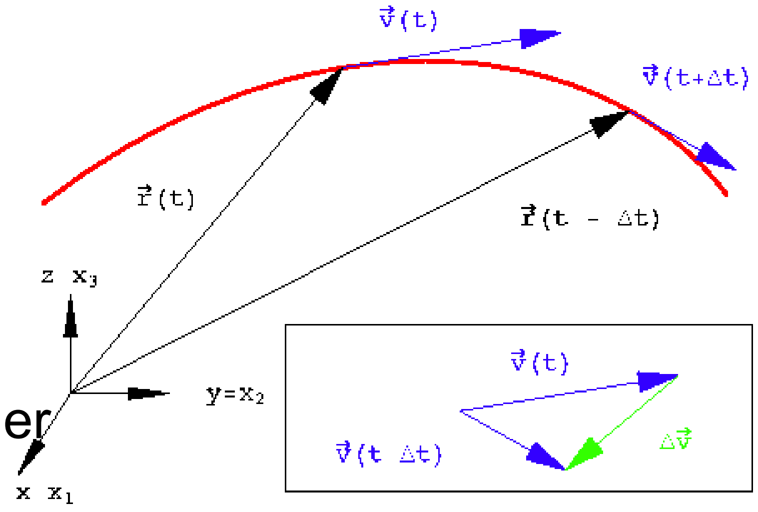
# Mehrdimensionale Bewegung

## Mittlere Beschleunigung



Annahme: Bewegung ist 3-dimensional.
Modell: Punktmasse

Fragen: - Wie schnell wird man schnell?
- Wie schnell wird man langsam?




**Die mittlere Beschleunigung =** Quotient der Änderung des Vektors der Momentangeschwindigkeit $\Delta\,\vec{v}$ und des verstrichenen Zeitintervalls $\Delta\,t$

$$\langle \vec{a}\ \rangle = \frac{\Delta\,\vec{v}}{\Delta t}$$

# Mehrdimensionale Bewegung
## Beschleunigung

- **Beschleunigung** in Natur und Technik:

| | Beschleunigung $m/s^2$ |
|---|---|
| Erdbeschleunigung | 9,81 |
| Moderne S und U-Bahnen | 1,3 |
| Fahrradprofi | 2 |
| Beschleunigung der Kugel beim Kugelstoßen in der Abstoßphase | 10 |
| Beschleunigung in einem Space Shuttle während des Wiedereintritts in die Erdatmosphäre | 16 |
| Laut Guinness-Buch der Rekorde höchste gemessene Beschleunigung, die von einem Menschen überlebt wurde | 1.764 |
| Ungefähre Beschleunigung des Trommelinhalts von Waschmaschine im Schleudergang | 3.000 |

# Eindimensionale Bewegung

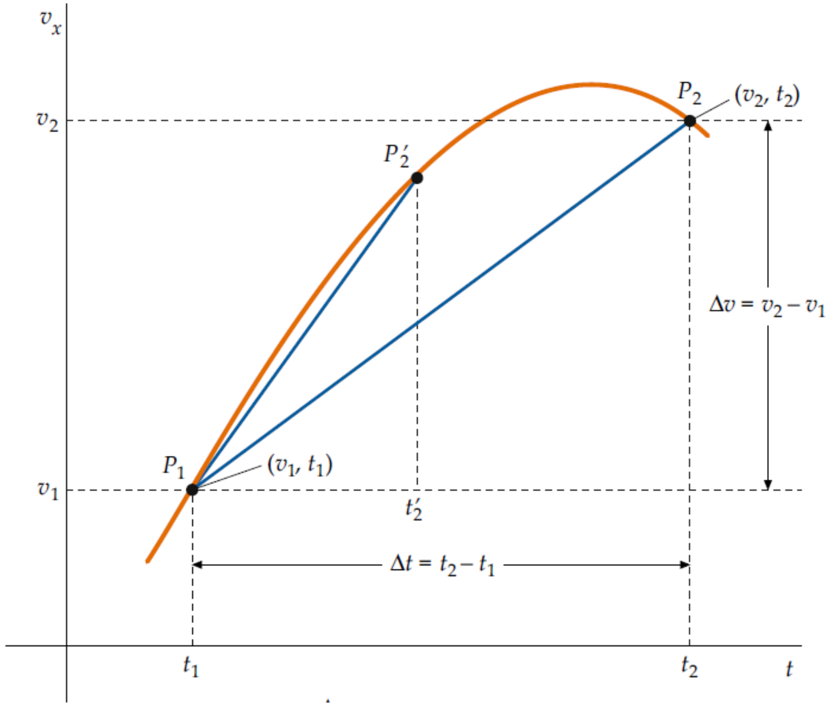
## Momentane Beschleunigung

Die **momentane Beschleunigung** ist der Grenzfall des Quotienten $\frac{\Delta v_x}{\Delta t}$ für kleine Zeiträume $\Delta t \rightarrow 0$:

$$a_x(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d(\frac{dx}{dt})}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$$

**Momentane Beschleunigung** = Anstieg der Tangente an einer Funktion $\mathrm{v}(t)$ = Ableitung von $v$ nach $t$

**Gleichförmige (gleichmäßige) Beschleunigung** → $a_x(t) = < \mathrm{a}_x >$



# Mehrdimensionale Bewegung

## Momentane Beschleunigung

Die **momentane Beschleunigung** ist der Grenzfall des Quotienten $\frac{\Delta v_x}{\Delta t}$ für kleine Zeiträume $\Delta t \to 0$:

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

**Momentane Beschleunigung** = Anstieg der Tangente an einer Funktion $\mathrm{v}(t) =$ Ableitung von des Geschwindigkeitsvektors $\vec{v}$ nach $t$

**Gleichförmige (gleichmäßige) Beschleunigung →**

$\vec{a}(t) = < \vec{a} >$

**Hinweis:** Auch eine Richtungsänderung ist eine Beschleunigung! (Kreisbewegung = Radialbeschleunigung.

$\vec{v}(t) = v_x \cdot \overrightarrow{e_x} + v_y \cdot \overrightarrow{e_y} + v_z \cdot \overrightarrow{e_z} =$

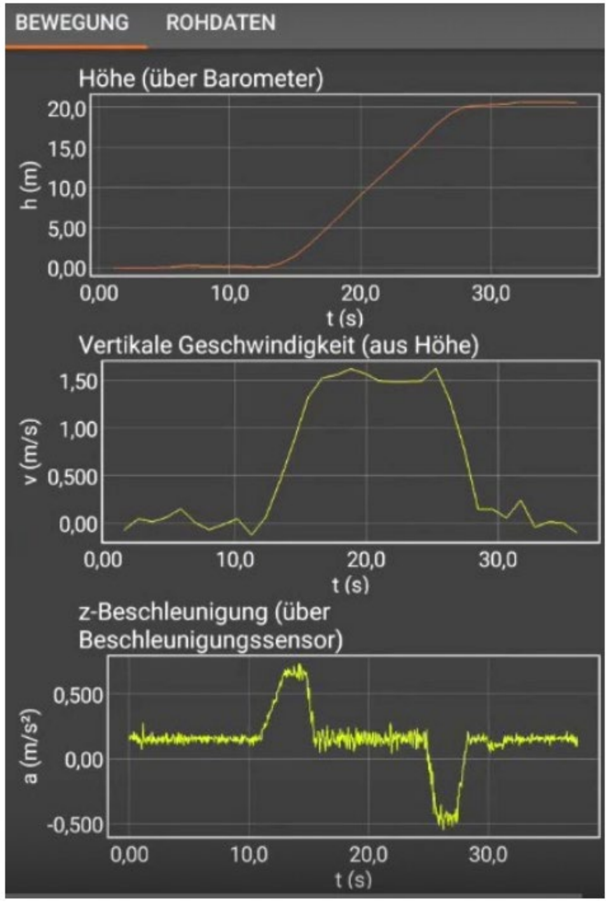
# Zusammenfassung

| | Bewegung in **1** Dimension | Bewegung in **3** Dimensionen |
|---|---|---|
| **Mittlere** Geschwindigkeit | $\langle v_x \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ | $\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = (< v_x >, < v_y >, < v_z >)$ |
| **Momentane** Geschwindigkeit | $v_x(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$ | $\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}(\mathrm{t}) = \left( \frac{d\vec{x}}{\mathrm{dt}}, \frac{d\vec{y}}{\mathrm{dt}}, \frac{d\vec{z}}{\mathrm{dt}} \right)$ |
| **Mittlere** Beschleunigung | $\langle a_x \rangle = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$ | $\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = (< a_x >, < a_y >, < a_z >)$ |
| **Momentane** Beschleunigung | $a_x(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d(\frac{dx}{dt})}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} = \ddot{x}$ | $\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \left( \frac{d\vec{v}_x}{\mathrm{dt}}, \frac{d\vec{v}_y}{\mathrm{dt}}, \frac{d\vec{v}_z}{\mathrm{dt}} \right)$ |

# Zusammenfassung

$$\begin{tikzcd}[column sep=huge] x(t) \arrow[r, bend left, "\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}"] & v(t) \arrow[l, bend left, "\int \mathrm{d}t"] \arrow[r, bend left, "\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}"] & a(t) \arrow[l, bend left, "\int \mathrm{d}t"] \end{tikzcd}$$

Ort, Geschwindigkeit und Beschleunigung hängen über die Integration (und Differentiation) zusammen




Bsp.: Smartphone-Experiment (phyphox) – „Fahrt im Aufzug“

# Bewegung
## mit konstanter Geschwindigkeit



Geschwindigkeit: $v(t) = v_0 = const$
Anfangsort: $x(0) = x_0$

das **Weg-Zeit-Gesetz** der gleichförmigen Bewegung:

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t$$

# Bewegung
## mit konstanter Beschleunigung

Beschleunigung: $a(t) = a = const$
Anfangsgeschwindigkeit: $v(0) = v_0$
Anfangsort: $x(0) = x_0$

das **Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz** der gleichmäßig beschleunigten Bewegung:

$$v(t) = v_0 + a \cdot t \qquad v(t) = \int_0^t a(t)dt = at + v_0$$

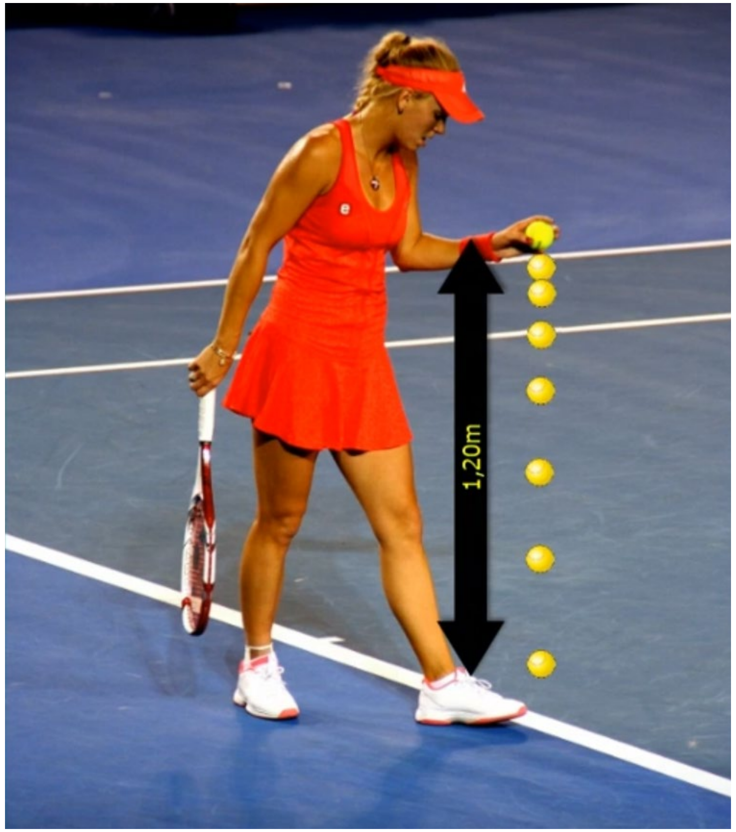
das **Weg-Zeit-Gesetz** der gleichmäßig beschleunigten Bewegung:

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}a \cdot t^2 \qquad x(t) = \int_0^t v(t)dt = \frac{1}{2} \cdot at^2 + v_0 \cdot t + x_0$$

# Gleichmäßige beschleunigte Bewegung

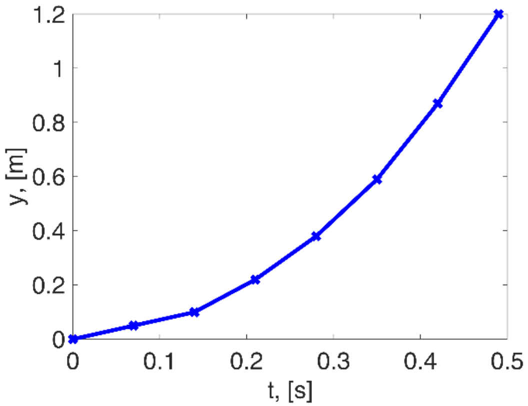
## Freier Fall

- Beispiel einer 1-dimensionalen Bewegung: vertikale




8x2 double

| | 1 | 2 |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 |
| 2 | 0.0700 | 0.0500 |
| 3 | 0.1400 | 0.1000 |
| 4 | 0.2100 | 0.2200 |
| 5 | 0.2800 | 0.3800 |
| 6 | 0.3500 | 0.5900 |
| 7 | 0.4200 | 0.8700 |
| 8 | 0.4900 | 1.2000 |




Wie groß ist die Beschleunigung?

Alle Körper fallen mit derselben konstanten **Fallbeschleunigung**:

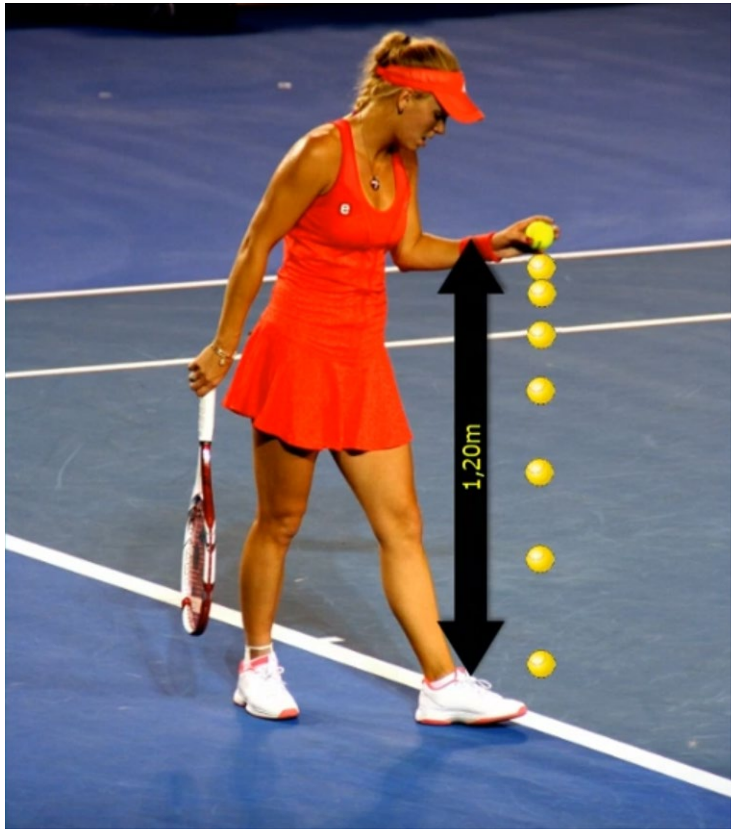
$g =$

# Gleichmäßige beschleunigte Bewegung

## Freier Fall

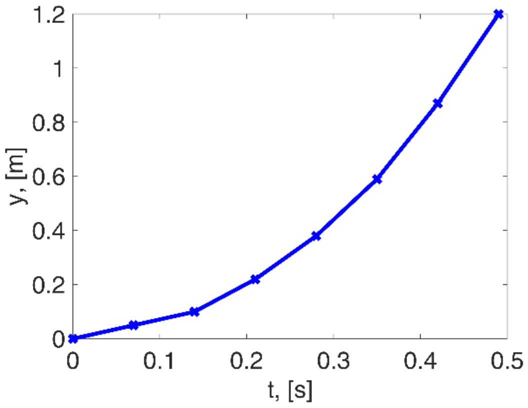
- Beispiel einer 1-dimensionalen Bewegung: vertikale

Wie groß ist die Beschleunigung?




8x2 double

| | 1 | 2 |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 |
| 2 | 0.0700 | 0.0500 |
| 3 | 0.1400 | 0.1000 |
| 4 | 0.2100 | 0.2200 |
| 5 | 0.2800 | 0.3800 |
| 6 | 0.3500 | 0.5900 |
| 7 | 0.4200 | 0.8700 |
| 8 | 0.4900 | 1.2000 |



# Gleichmäßige beschleunigte Bewegung

FH MÜNSTER
University of Applied Sciences

- Beispiel einer 2-dimensionalen Bewegung: vertikale und horizontale

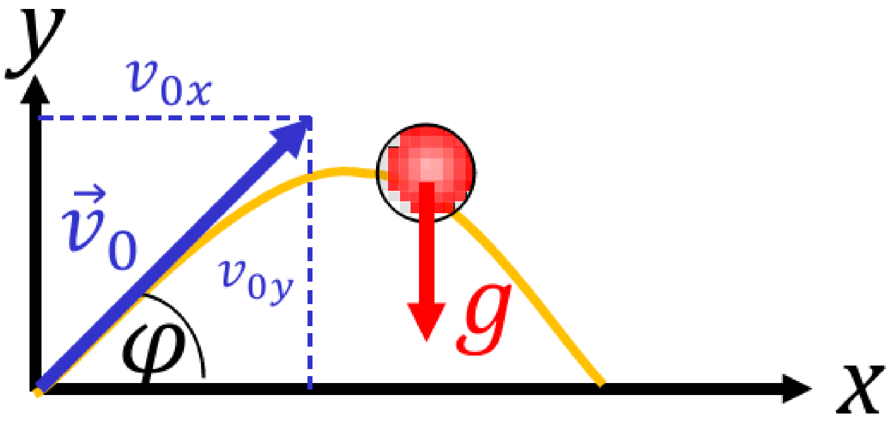
https://www.youtube.com/watch?v=CiJ_7vK8PhU

# Gleichmäßige beschleunigte Bewegung
## Schiefer Wurf

FH MÜNSTER
University of Applied Sciences

- Der **schiefe Wurf** = der schräge Wurf
- Beispiel einer 2-dimensionalen Bewegung: vertikale und horizontale

Annahmen:
1. Tennisball ist punktförmig
2. Ball hat Anfangsgeschwindigkeit $v_0$
3. Abwurfwinkel = $\varphi$
4. Reibung wird vernachlässigt




- Anfangsbedingungen:

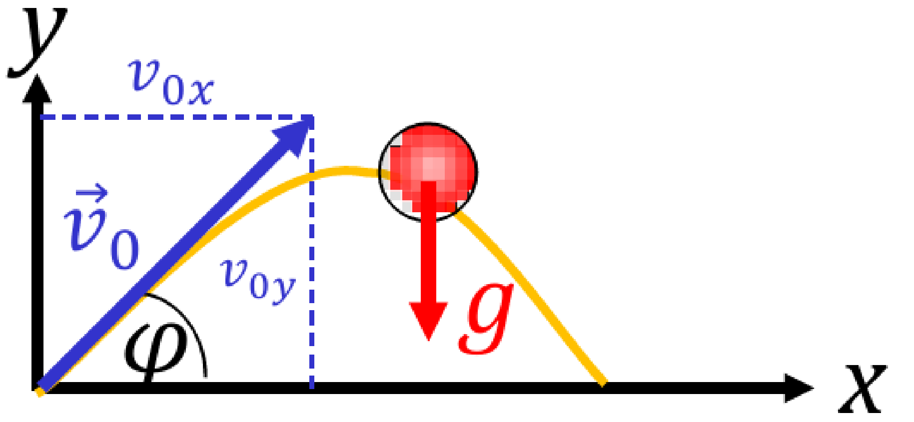
$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_{0x} \\ v_{0y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_0 \cdot \cos(\varphi) \\ v_0 \cdot \sin(\varphi) \end{pmatrix} \text{ und } \vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$$

# Gleichmäßige beschleunigte Bewegung

## Schiefer Wurf

- Anfangsbedingungen:

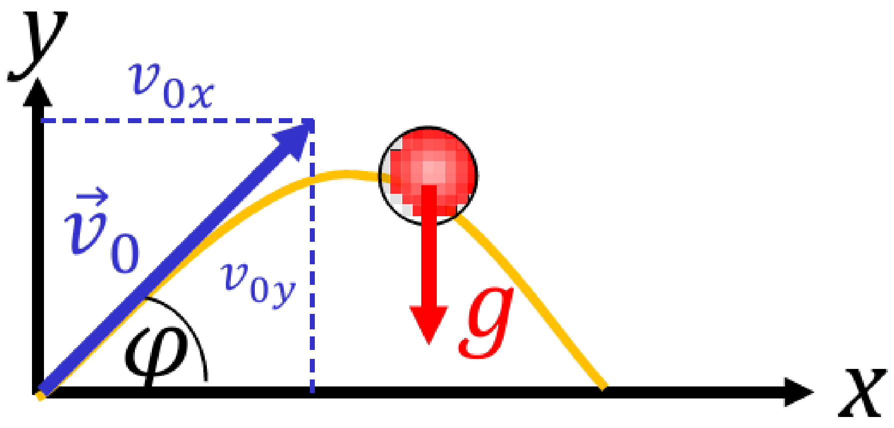
$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_{0x} \\ v_{0y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_0 \cdot \cos(\varphi) \\ v_0 \cdot \sin(\varphi) \end{pmatrix} \text{ und } \vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$$




- Superposition:
  - horizontal $x(t)$: gleichförmige Bewegung $x(t) = v_{0x}t$
  - vertikal $y(t)$: gleichmäßige beschleunigte Bewegung $y(t) = v_{0y}t + \frac{1}{2}(-g)\,t^2$
- Flugzeit?
- Flugweite?
- Flughöhe?

# Gleichmäßige beschleunigte Bewegung

## Schiefer Wurf



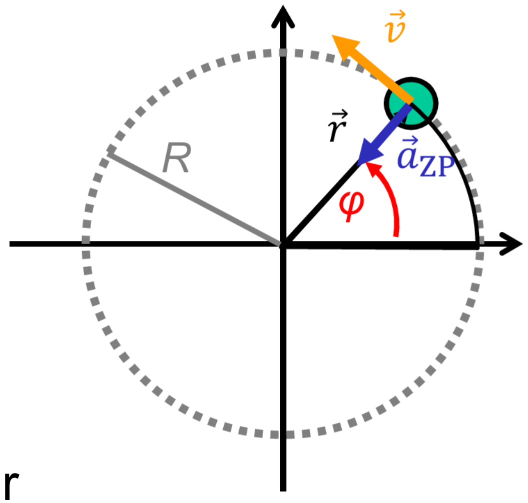
# Kreisbewegung

FH MÜNSTER
University of Applied Sciences

- Position: $\varphi(t)$
- **Winkelgeschwindigkeit**

  Änderung der Position: $\omega(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt}$
- **gleichförmig:** $\omega$ = const

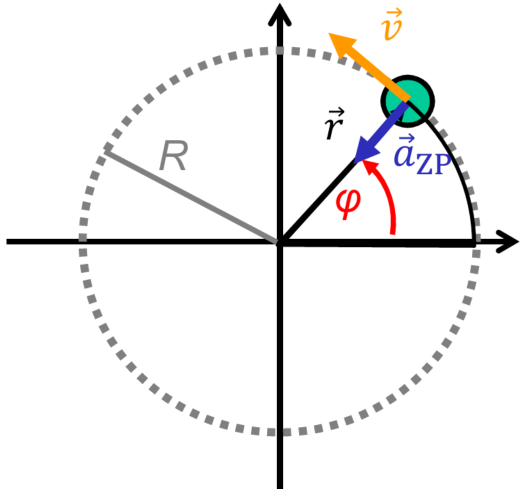
  $$\varphi(t) = \omega T = 2\pi$$




- Smartphone Experiment: Salatschleuder

# Kreisbewegung

FH MÜNSTER
University of Applied Sciences

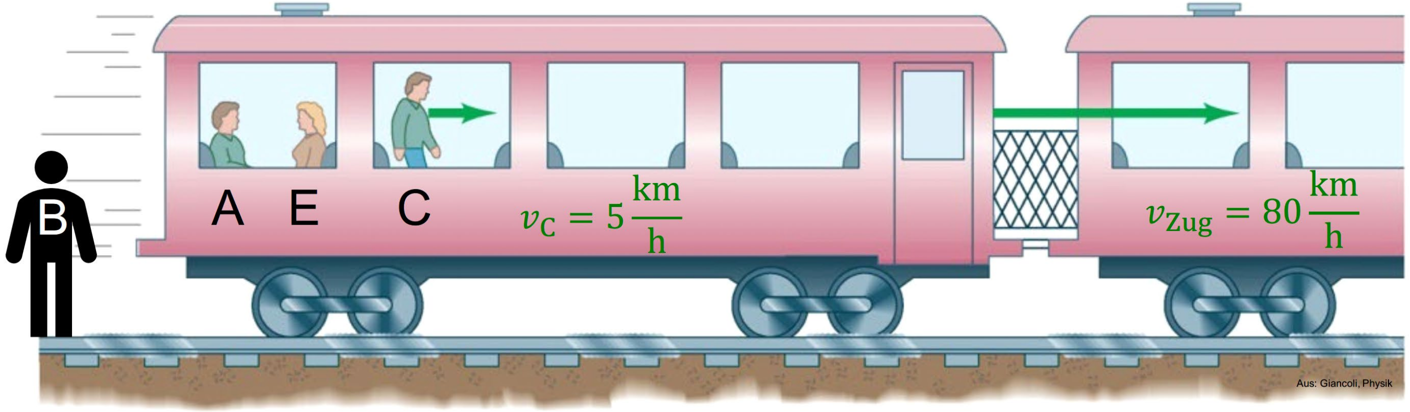



- **Bahngeschwindigkeit** $\boldsymbol{v = \omega R}$
  verläuft tangential
- **Zentripetalbeschleunigung** $\mathbf{a}_{ZP} = \omega^2 R$
  zeigt zum Kreismittelpunkt

# Das Bezugssystem

FH MÜNSTER
University of Applied Sciences

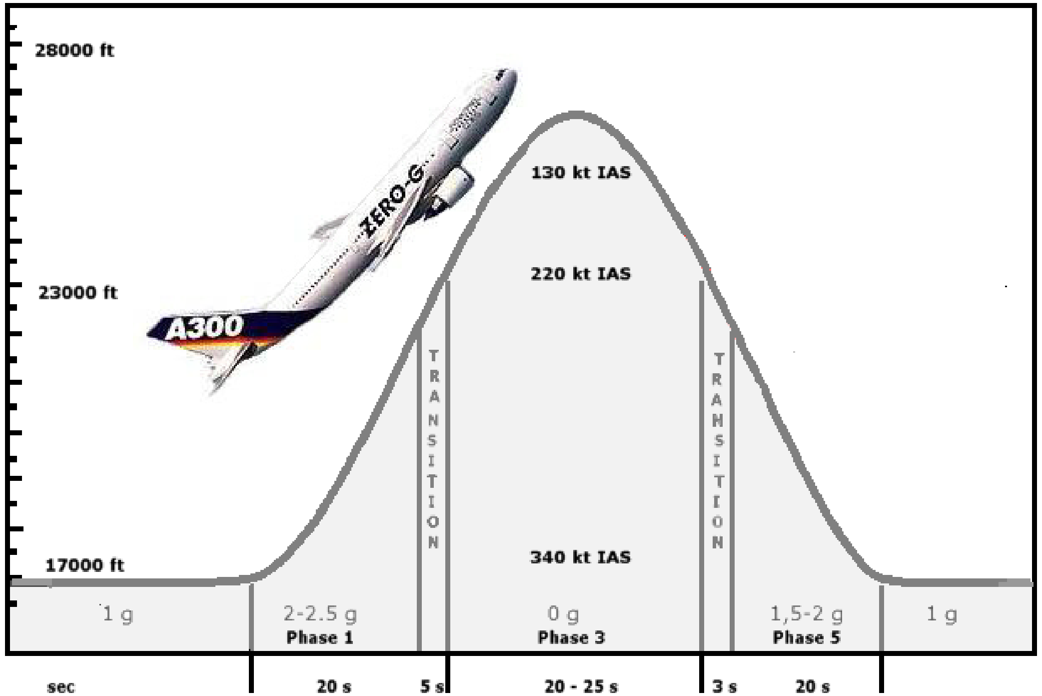
- kann beliebig gewählt werden
- legt Bezugspunkt und Richtung fest, relativ zu denen die Bewegung beschrieben wird




| | Bewegung des Zugs | Bewegung von Person C |
|---|---|---|
| aus Sicht von A | $v_{Zug}^{(A)} = 0$ | $v_C^{(A)} = v_C = 5\ km/h$ |
| aus Sicht von B | $v_{Zug}^{(B)} = v_{Zug} = 80\ km/h$ | $v_C^{(B)} = v_{Zug} + v_C = 85\ km/h$ |
| aus Sicht von E | $v_{Zug}^{(E)} = 0$ | $v_C^{(E)} = -v_C = -5\ km/h$ |

# Physik ist spannend!

## Parabelflug


https://www.youtube.com/watch?v=B6N5KL8fVfI

https://de.wikipedia.org/wiki/Parabelflug

# Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

Prof. Dr.-Ing. Tatsiana Malechka
Labor Autonome Systeme

Stegerwaldstraße 39
D-48565 Steinfurt

Telefon: +49 (0)2551.9 62-228
Raum: E218

tatsiana.malechka@fh-muenster.de