Klausur Physik

FH MÜNSTER
University of Applied Sciences

Dozentin	Datum	Seitenzahl
Prof. Dr.-Ing. Tatsiana Malechka	15.07.2021	7
Name	Vorname	Matrikelnummer

Lesen Sie bitte folgende Hinweise, bevor Sie mit der Bearbeitung beginnen.

1. Tragen Sie bitte auf diesem Deckblatt oben Ihre Matrikelnummer und Ihren Namen ein. Dann unterschreiben Sie bitte unten. Mit Ihrer Unterschrift, ersatzweise mit Beginn der Bearbeitung und Erlaubnis der Kontrolle Ihres Ausweises versichern Sie, dass Sie die Lösungen ohne fremde Hilfe selbstständig während der Klausur erbracht haben und dass Sie in vollem Umfang prüfungsfähig sind.
2. Notieren Sie ihre Lösungen *leserlich* und *nachvollziehbar* auf dem ausgeteilten Papier. Alle zu beschreibenden Blätter sowie die Aufgabenblätter sind mit Vorname, Name und Matrikelnummer zu beschriften.
3. Verwenden Sie ausschließlich Dokumentenechte Stifte (z.B. Kugelschreiber, blau, notfalls schwarz, bitte keinen roten Stift). Bleistift können Sie nur für Zeichnungen, nicht zum Schreiben verwenden.
4. Erlaubte Hilfsmittel: *Formelsammlung* (handgeschrieben oder elektronisch erstellte, 2 Seiten DIN A4), *Taschenrechner* (ohne Solver für Formeln, nicht programmierbar).
5. Nicht zugelassen sind elektronische Hilfsmittel (z.B. Computer, programmierbarer Taschenrechner, Smart-Phones/ -Watches).

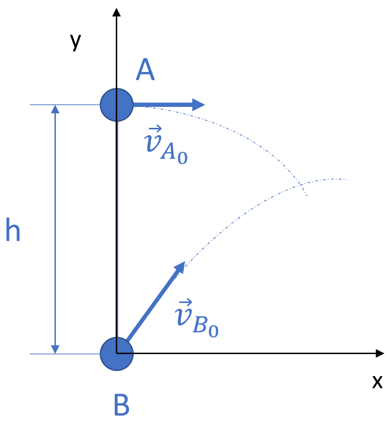
Aufgabe	Punkte	erreicht
1	20	
2	20	
3	25	
4	20	
5	15	
$\sum$	100	

Datum Unterschrift

Aufgabe 1

(20 Punkte)

Ein Ball **A** besitzt zum Zeitpunkt $t = 0\ s$ eine horizontale Anfangsgeschwindigkeit von $15\ \frac{m}{s}$ in der Höhe $h = 25\ m$ und befindet sich lotrecht über dem Abschusspunkt eines zweiten Balls **B** (siehe Skizze). Dieser wird zum Zeitpunkt $t = 0\ s$ unter dem Winkel $\alpha = 60°$ mit der Anfangsgeschwindigkeit $\vec{v}_{B_0}$ abgeschossen. Der Luftwiderstand wird nicht berücksichtigt.



(a) Wie lauten die Bewegungsgleichungen der beiden Bälle **A** und **B** ($r_{A_x}(t)$ und $r_{A_y}(t)$ sowie $r_{B_x}(t)$ und $r_{B_y}(t)$) unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen? (4)

Solution: Ball **A**:

- $r_{A_x}(t) = v_{A_0} \cdot t = 15\ \frac{m}{s} \cdot t$
- $r_{A_y}(t) = h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 25\ m - \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2 = 25\ m - 4,91\ \frac{m}{s^2} \cdot t^2$

Ball **B**:

- $r_{B_x}(t) = v_{B_{0_x}} \cdot t = v_{B_0} \cdot \cos(60°) \cdot t$
- $r_{B_y}(t) = v_{B_{0_y}} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = v_{B_0} \cdot \sin(60°) \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2 = v_{B_0} \cdot \sin(60°) \cdot t - 4,91\ \frac{m}{s^2} \cdot t^2$

(b) Welche Anfangsgeschwindigkeit $v_{B_0} = |\vec{v}_{B_0}|$ muss der Ball **B** haben, um den Ball **A** zu treffen? (4)

Solution: Wir nehmen an, die beiden Bälle treffen sich zum Zeitpunkt $t = t_1$.
Für die x-Komponenten gilt: $r_{B_x}(t_1) = r_{A_x}(t_1)$
$15 \cdot t_1 = v_{B_0} \cdot \cos(60°) \cdot t_1$
Ergebnis: $v_{B_0} = \frac{15}{\cos(60°)} = \frac{15\ \frac{m}{s}}{\frac{1}{2}} = 30\ \frac{m}{s}$

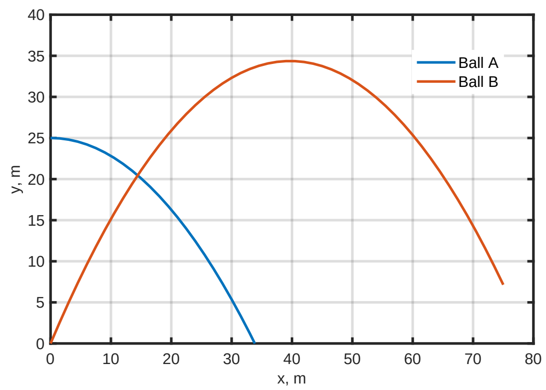
(c) Zu welchem Zeitpunkt t_{tr} und an welchem Ort $\vec{r}_{tr} = (x_{tr}, y_{tr})$ treffen sich die Bälle? (6)

Solution: Für die y-Komponenten gilt: $r_{B_y}(t_1) = r_{A_y}(t_1)$
$h - 4,91 \cdot t_1^2 = v_{B_0} \cdot \sin(60°) \cdot t_1 - 4,91 \cdot t_1^2$
$h = v_{B_0} \cdot \sin(60°) \cdot t_1$
$t_1 = \frac{h}{v_{B_0} \cdot \sin(60°)} = \frac{25\ m}{30\ \frac{m}{s} \cdot 0,8660} = 0,96228\ s$
Zeitpunkt des Treffens: $t_{tr} = t_1 = 0,96228\ s$
x-Komponente: $r_{A_x}(t = t_{tr}) = 15\ \frac{m}{s} \cdot t_{tr} = 15 \frac{m}{s} \cdot 0,96228\ s = 14,43\ m$

Kontrolle: $r_{B_x}(t = t_{tr}) = 30 \cdot \cos(60°) \cdot t_{tr} = 30\frac{m}{s} \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,96228\ s = 14,43\ m$
y-Komponente: $r_{A_y}(t = t_{tr}) = 25\ m - 4,91\ \frac{m}{s^2} \cdot t_{tr}^2 = 25\ m - 4,91\ \frac{m}{s^2} \cdot (0,96228\ s)^2 = 20,45\ m$
Kontrolle: $r_{B_y}(t = t_{tr}) = 30 \cdot \sin(60°) \cdot t_{tr} - 4,91 \cdot t_{tr}^2 = 20,45\ m$
Ergebnis: $\vec{r}_{tr} = (x_{tr}, y_{tr}) = (14,43; 20,45)\ m$

(d) Hat der Ball **B** beim Treffpunkt seine maximale Höhe schon erreicht? (mit Begründung!). Skizzieren Sie maßstäblich die Bahnkurven der beiden Bälle. (6)

Solution: Am höchsten Punkt der Bahnkurve des Balls B ist die Geschwindigkeitskomponente in y-Richtung gleich Null.
$v_{B_y}(t_{Bh_{max}}) = 0 = v_{B0} \cdot \sin(60°) - g \cdot t_{Bh_{max}}$
Zeit zum Erreichen des Maximums: $t_{Bh_{max}} = \frac{v_{B0} \cdot \sin(60°)}{g} = \frac{30\ \frac{m}{s} \cdot 0,866}{9,81\frac{m}{s^2}} = 2,65\ s$.
Da $t_{Bh_{max}} > t_{tr}$ wird das Maximum der Bahnkurve erst später erreicht.



Hinweis: $g = 9,81\frac{m}{s^2}$, $\cos(60°) = \frac{1}{2}$ und $\sin(60°) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Aufgabe 2

(20 Punkte)

Ein Vollzylinder mit der Masse $m_V = 840\ kg$ und Radius $r_V = 1,5\ m$ rotiert reibungsfrei um die vertikale Achse durch den Mittelpunkt. Seine Winkelgeschwindigkeit beträgt $\omega_0 = 7\ s^{-1}$. Ein Albatros ($m_A = 12\ kg$, als Massenpunkt zu behandeln) landet von oben kommend auf dem Zylinder im Abstand $s = 70\ cm$ vom Mittelpunkt (**Zustand A**). Nach kurzer Rast trippelt der Vogel zum Rand des Zylinders und verharrt dort erneut bewegungslos (**Zustand B**).

(a) Welche Winkelgeschwindigkeit hat der Zylinder im **Zustand A** und im **Zustand B**? (7)

Solution: Massenträgheit des Vollzylinders bevor der Albatros landet:
$I_V = \frac{1}{2} \cdot m_V \cdot r_V^2 = \frac{1}{2} \cdot 840\ kg \cdot (1,5\ m)^2 = 945\ kg \cdot m^2$
Massenträgheitsmoment des Vollzylinders mit Albatros im **Zustand A**:
$I_A = I_V + m_{alb} \cdot s_{alb_A}^2 = 945\ kg \cdot m^2 + 12\ kg \cdot (0,7\ m)^2 = 950,88\ kg \cdot m^2$
Drehimpulserhaltungssatz: Der Drehimpuls des Vollzylinders ohne Albatros sei L_V, der des Albatros sei $L_{alb} = 0$, da laut Aufgabenstellung der Albatros „von oben kommend“ landet. Nach der Landung ist der gemeinsame Drehimpuls des Vollzylinders mit Albatros L_A.

$L_V + L_{alb} = L_A$
$I_V \cdot \omega_0 + 0 = I_A \cdot \omega_A$
$\omega_A = \frac{I_V}{I_A} \cdot \omega_0 = \frac{945\ kg \cdot m^2}{950{,}88\ kg \cdot m^2} \cdot 7\ s^{-1} = 6,9657\ s^{-1}$
Im Zustand B befindet sich der Albatros am Rand des Vollzylinders ($r_V = 1,5\ m$). Dies ändert sein Massenträgheitsmoment bezogen auf die Drehachse. Da auch in diesem Fall nur interne Drehmomente wirken, gilt der Drehimpulserhaltungssatz:
$L_A = L_B$
$I_A \cdot \omega_A = I_B \cdot \omega_B$
$\omega_B = \frac{I_A}{I_B} \cdot \omega_A = \frac{I_V + m_{alb_A} \cdot s_{alb_A}}{I_V + m_{alb_B} \cdot s_{alb_B}} \cdot \omega_A = \frac{950{,}88\ kg \cdot m^2}{945\ kg \cdot m^2 + 12\ kg \cdot (1{,}5\ m)^2} \cdot 6,9657\ s^{-1} = 6,8143\ s^{-1}$

(b) Welche Rotationsenergie hat der Zylinder im **Zustand A** und im **Zustand B**? (5)

Solution: Rotationsenergie im **Zustand A**:
$E_{rot,A} = \frac{1}{2} \cdot I_A \cdot \omega_A^2 = \frac{1}{2} \cdot 950,88\ kg \cdot m^2 \cdot (6,9567\ s^{-1})^2 = 23.009,24\ J$
Rotationsenergie im **Zustand B**:
$E_{rot,B} = \frac{1}{2} \cdot I_B \cdot \omega_B^2 = \frac{1}{2} \cdot 972\ kg \cdot m^2 \cdot (6,8055\ s^{-1})^2 = 22.509,01\ J$

(c) Nun wirkt tangential eine äußere Kraft $F = 100\ N$ ein. Wie lange dauert es, bis das System (**Zustand B**) zum Stillstand kommt? (8)

Solution: Abbremsung des Vollzylinders mit Albatros im **Zustand B** durch eine äußere tangential Kraft F Drehmoment:
$M = F \cdot r_V = I_B \cdot \alpha$
Die Winkelbeschleunigung: $\alpha = \frac{F \cdot r_V}{I_B}$
Für die Winkelgeschwindigkeit des Vollzylindersystems gilt die Bewegungsgleichung:
$\omega(t) = \omega_B - \alpha \cdot t$
Bremszeit t_B: $\omega(t = t_B) = 0 = \omega_B - \alpha \cdot t_B$
Lösung: $t_B = \frac{\omega_B}{\alpha} = \frac{\omega_B \cdot I_B}{F \cdot r_V} = \frac{6{,}8143\ s^{-1} \cdot 972\ kg \cdot m^2}{100\ N \cdot 1{,}5\ m} = 44,1\ s$

Hinweis: Trägheitsmoment des Vollzylinders $I = \frac{1}{2} m r^2$

Aufgabe 3

(25 Punkte)

Hängt man eine Masse von 300 g an eine Feder, so verlängert sie sich um 6 cm.

(a) Wie groß ist die Eigenkreisfrequenz ω_0 und die Schwingungsdauer T_0 der ungedämpften Schwingung, wenn man ein Federpendel mit einer (anderen) Masse von 150 g zusammen mit der oben beschriebenen Feder verwendet? Geben Sie das Ergebnis mit mindestens 4 Nachkommastellen an. (5)

Solution: Federkonstante: $k = \frac{m \cdot g}{x} = \frac{0{,}3\ kg \cdot 9{,}81\ \frac{m}{s^2}}{0{,}06\ m} = 49.05\ \frac{N}{m}$
Eigenkreisfrequenz $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{49{,}05\ kg}{0{,}15\ kg \cdot s^2}} = 18,0831\ s^{-1}$
Schwingungsdauer $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 0,347461\ s$

(b) Die Schwingung ist gedämpft. Eine sehr genaue Messung der Schwingungsdauer ergibt den Wert von $T_e = 0,3500\ s$. Wie groß ist die Abklingkonstante δ? (5)

Solution: Kreisfrequenz der gedämpften Schwingung: $\omega_\delta = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$
Aus der Messung: $\omega_\delta = \frac{2\pi}{T_e} = 17,9520\ s^{-1}$
Abklingkonstante $\delta = \sqrt{\omega_0 - \omega_\delta^2} = \sqrt{18,0831^2 - 17,9521^2} = 2,1727\ s^{-1}$

(c) Wirkt eine periodische Kraft $F = F_0 \cos(\omega)$ auf das Pendel ein, so ergibt sich nach der Einschwingzeit $y(t) = \frac{F_0}{\sqrt{m^2(\omega_0^2-\omega^2)^2+D^2\omega^2}} \cdot \cos(\omega t - \alpha)$. Zeigen Sie, dass bei $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{D^2}{2m^2}}$ die Amplitude der Schwingung $C(\omega) = \frac{F_0}{\sqrt{m^2(\omega_0^2-\omega^2)^2+D^2\omega^2}}$ maximal wird (suchen Sie nach lokalen Maxima der Funktion $C(\omega)$) (10)

Solution: Um lokales Maximum zu finden, wird zunächst die Ableitung der Funktion $C(\omega) = \frac{F_0}{\sqrt{m^2(\omega_0^2-\omega^2)^2+D^2\omega^2}}$ nach ω gesucht.
$C'(\omega) = F_0 \cdot (-\frac{1}{2}) \cdot (m^2 \cdot (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + D^2\omega^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot (2m^2 \cdot (\omega_0^2 - \omega^2) \cdot (-2\omega) + 2D^2 \cdot \omega)$
$C'(\omega) = \frac{-F_0 \cdot (2m^2 \cdot (\omega_0^2-\omega^2)\cdot(-2\omega)+2D^2\cdot\omega)}{2\cdot(m^2\cdot(\omega_0^2-\omega^2)^2+D^2\omega^2)^{\frac{3}{2}}}$
Jetzt setzen wir die Ableitung $C'(\omega)$ gleich Null.
$C'(\omega) = -F_0 \cdot (2m^2 \cdot (\omega_0^2 - \omega^2) \cdot (-2\omega) + 2D^2 \cdot \omega) = 0 \quad | \quad : (-F_0)$
$2m^2 \cdot (\omega_0^2 - \omega^2) \cdot (-2\omega) + 2D^2 \cdot \omega = 0$
$-4 \cdot m^2 \cdot \omega \cdot (\omega_0^2 - \omega^2) + 2D^2 \cdot \omega = 0 \quad | \quad : (-2 \cdot \omega)$
$-4 \cdot m^2\omega \cdot (\omega_0^2 - \omega^2) + 2D^2\omega = 0 \quad | \quad : (-2\omega)$
$2m^2(\omega_0^2 - \omega^2) - D^2 = 0 \quad | \quad (+D^2)$ und $: (2m^2)$
$\omega_0^2 - \omega^2 = \frac{D^2}{2m^2}$
$\omega^2 = \omega_0^2 - \frac{D^2}{2m^2}$
$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{D^2}{2m^2}}$

(d) Mit welcher Frequenz ω muss die Aufhängung periodisch bewegt werden, um das Resonanzmaximum zu erhalten? (5)

Solution: $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{D^2}{2m^2}} = \sqrt{18,0831^2 - 2,1727^2} = 17,9521\ s^{-1}$

Hinweis: $\delta = \frac{D}{2m}$; $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$

Aufgabe 4

(20 Punkte)

Eine abgeschlossene Gasmenge ist im Anfangszustand durch folgende Größen gekennzeichnet: $V_1 = 150\ cm^3$, $p_1 = 232\ kPa$ und $T_1 = 247\ K$. Beim Stirlingschen Kreisprozess werden von dem Gas nacheinander folgende Zustandsänderungen durchlaufen:

- $1 \to 2$ isochore Erwärmung um 40 K
- $2 \to 3$ isotherme Expansion auf 290 cm^3
- $3 \to 4$ isochore Abkühlung auf die Anfangstemperatur

- $4 \rightarrow 1$ isotherme Kompression auf den Anfangszustand

(a) Ermitteln Sie Druck, Volumen und Temperatur nach jeder Zustandsänderung. (7)

Solution: Die vier Zustände werden in einer Tabelle dargestellt:

Zustand	p in kPa	V in cm^3	T, in K
1	232	150	247
2	270	150	287
3	140	290	287
4	120	290	247

Der Druck beim Übergang von Zustand 1 nach Zustand 2 berechnet sich mit

$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$

$p_2 = \frac{T_2}{T_1} \cdot p_1 = \frac{287\ K}{247\ K} \cdot 232\ kPa = 270\ kPa$

Beim Übergang 2 nach 3 gilt für die isotherme Zustandsänderung:

$\frac{p_2}{p_3} = \frac{V_3}{V_2}$

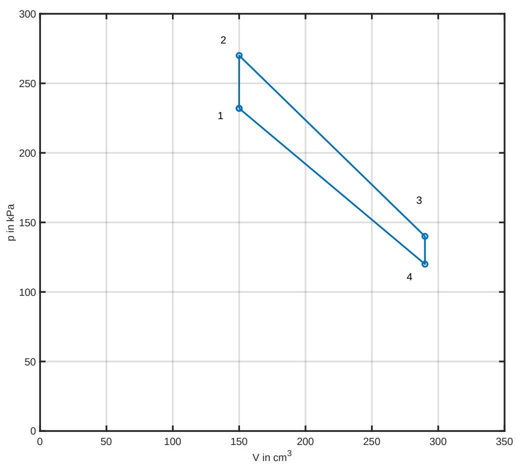
$p_3 = \frac{V_2}{V_3} \cdot p_2 = \frac{150\ cm^3}{290\ cm^3} \cdot 270\ kPa = 140\ kPa$

Beim Übergang 3 nach 4 gilt:

$\frac{p_3}{p_4} = \frac{T_3}{T_4}$

$p_4 = \frac{T_4}{T_3} \cdot p_3 = \frac{247\ K}{287\ K} \cdot 140\ kPa = 120\ kPa$

(b) Skizzieren Sie das $p - V$-Diagramm. Die Zustände 1, 2, 3 und 4 sollen in dem Diagramm gekennzeichnet sein. (5)



(c) Entscheiden Sie, ob nach Abschluss des Kreisprozesses das System insgesamt Arbeit abgegeben oder aufgenommen hat. Bestimmen Sie diese Arbeit. (8)

Solution: Damit ist auch klar, wie sich diese Arbeit berechnen lässt. Es muss die Arbeit für den Übergang $2 \rightarrow 3$ berechnet werden. Davon zieht man die Arbeit ab, die beim Übergang $4 \rightarrow 1$ wieder in das System hinein gesteckt wird.
Für eine isotherme Zustandänderung berechnet sich die Volumenarbeit nach der Gleichung:

$W = n \cdot R \cdot T_A \ln(\frac{V_A}{V_E}) = p_A \cdot V_A \cdot \ln(\frac{V_A}{V_E})$
Die Gesamtarbeit ist dann also:
$W = W_{23} + W_{41} = p_2 \cdot V_2 \cdot \ln \frac{V_2}{V_3} + p_4 \cdot V_4 \cdot \ln \frac{V_4}{V_1} =$
$270 \cdot 10^3\ Pa \cdot 1,5 \cdot 10^{-4} m^3 \cdot \ln \frac{150\ cm^3}{290\ cm^3} + 120 \cdot 10^3\ Pa \cdot 2,9 \cdot 10^{-4}\ m^3 \cdot \ln \frac{290\ cm^3}{150\ cm^3} = -26,7\ J + 22,9\ J = -3,8\ J$
Der Stirlingmotor gibt bei jeder Umdrehung 3,8 J Arbeit ab.

Aufgabe 5

(15 Punkte)

(a) Berechnen Sie die Frequenz des Lichts, das in H-Atomen ($Z = 1$) beim Übergang des Elektrons aus der L- in die K-Schale entsteht. (7)

Solution: K-Schale: $n_1 = 1$; L-Schale: $n_2 = 2$
$\frac{1}{21} = R \cdot (\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}) = R \cdot \frac{3}{4}$
$\lambda_{21} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{R}$
$f_{21} = \frac{c}{\lambda_{21}} = \frac{3}{4} \cdot cR = \frac{3}{4} \cdot 3 \cdot 10^8\ \frac{m}{s} \cdot 1,097 \cdot 10^7 \frac{1}{m} = 2,46 \cdot 10^{15}\ Hz$

(b) Ermitteln Sie die Ionisationsenergie für ein H-Atom, das sich im ersten angeregten Zustand befindet. (8)

Solution: Energie zwischen $n_1 = 2$ und $n_2 \to \infty$:
$E_{Ion} = \frac{h \cdot c}{\lambda_{\infty 2}} = h \cdot c \cdot R \cdot (\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty^2}) = \frac{h \cdot c \cdot R}{4} = \frac{4,135 \cdot 10^{-15}\ eVs \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \cdot 1,097 \cdot 10^7 \frac{1}{m}}{4} = 3,40\ eV$

Hinweis: $R = 1,097 \cdot 10^7 \frac{1}{m}$; $h = 6,63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s = 4,135 \cdot 10^{-15}\ eV \cdot s$; $c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$