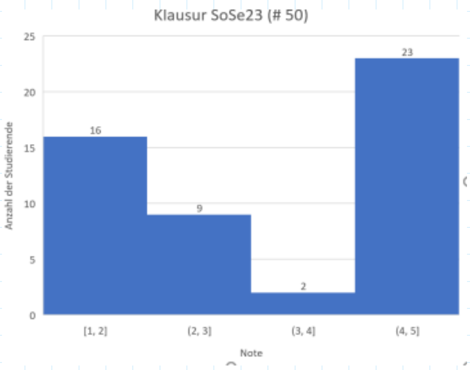
Klausur SoSe2023

Montag, 14. August 2023 15:48



Erfasster Bildschirmausschnitt: 14.08.2023 18:09

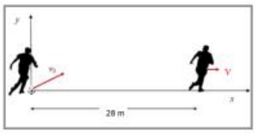
Bestehensrate: 54%

Durchschnittsnote: 3,37

Aufgabe 1

(20 Punkte)

Während eines Trainings schießt Manuel Neuer einen Ball mit 80 km/h und einem Winkel von 30° zur Horizontalen (x-Richtung) zu seinem Mitspieler Thomas Müller. Dieser ist beim Abschlag 28 m entfernt und bewegt sich mit einer konstanten Geschwindigkeit von 5 m/s in die gleiche horizontale x-Richtung wie der Ball. Thomas Müller ist 187 cm groß. (Der Ball ist als Massenpunkt zu behandeln und die Luftreibung zu vernachlässigen.)



(a) Ermitteln Sie die x- und y-Komponenten von v_{0B} (Anfangsgeschwindigkeit des Fußballs). (2)

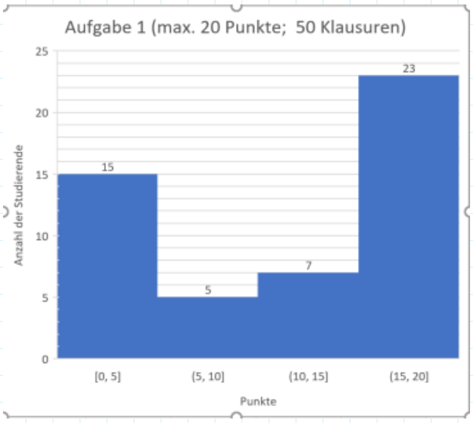
(b) Wie lange dauert es bis der Fußball Thomas Müller erreicht (so dass beide dieselbe x-Koordinate haben)? (5)

(c) Wie hoch muss Thomas Müller springen, um den Ball köpfen zu können? (5)

(d) Welche als konstant angenommene Geschwindigkeit muss Thomas Müller haben, damit er direkt den Ball köpfen kann und nicht springen muss? (8)

Hinweis: $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$

Erfasster Bildschirmausschnitt: 14.08.2023 16:04



Erfasster Bildschirmausschnitt: 14.08.2023 16:07

a) $V_{0B} = 80 \frac{km}{h} = 22,22 \frac{m}{s}$

$V_{0Bx} = V_0 \cdot \cos 30° = 19,24 \frac{m}{s}$

$V_{0By} = V_0 \cdot \sin 30° = 11,11 \frac{m}{s}$

b) Ball: $x_B(t) = V_{0Bx} \cdot t = 19,24 \cdot t$

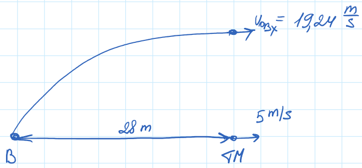
Thomas Müller: $x_{TM}(t) = \underbrace{x_0}_{=28m} + \underbrace{V_{0TM}}_{=5\frac{m}{s}} \cdot t = 28 + 5t$

$x_B = x_{TM}$

$19,24t = 28 + 5t$

$14,24t = 28$

$t = \frac{28\ m}{14,24\ m/s} = 1,97\ s$



c) Ball: $y(t) = \underbrace{y_0}_{=0m} + \underbrace{V_{0By}}_{=11,11\frac{m}{s}} t - \frac{1}{2} g t^2 = 11,11 t - \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2$

$y(t = 1,97s) = 11,11 \frac{m}{s} \cdot 1,97s - \frac{1}{2} \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 1,97s^2 = 2,85\ m$

Sprunghöhe: $2,85\ m - 1,87\ m = 0,98\ m$

d) $1,87 = 11,11 \cdot t - 4,905 \cdot t^2$

$-4,905 \cdot t^2 + 11,11t - 1,87 = 0$

$t^2 - 2,26t + 0,38 = 0$ p,q - Formel

$t = t_{1,2} = \frac{2,26}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2,26}{2}\right)^2 - 0,38} = 1,13 \pm \sqrt{1,2769 - 0,38} = 1,13 \pm \sqrt{0,8969} = 1,13 \pm 0,947 = 2,08\ s$

$0,18\ s$ ← nicht realistisches Ergebnis (s. Teilaufgabe b)

$x_B = x_{TM}$

$V_{0Bx} \cdot t = x_0 + V_{TM} \cdot t$

$V_{0Bx} \cdot t - x_0 = V_{TM} \cdot t$

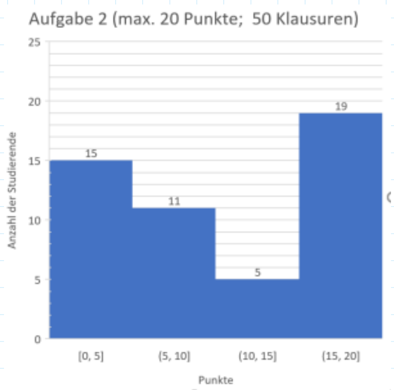
$\frac{V_{0Bx} \cdot t - x_0}{t} = V_{TM}$

$V_{0Bx} - \frac{x_0}{t} = V_{TM}$

$V_{TM} = 19,24 \frac{m}{s} - \frac{28\ m}{2,08\ s} = 5,78 \frac{m}{s}$

$v_{0Bx} - \frac{x_0}{t} = v_{TH}$

$v_{TH} = 19{,}24\ \frac{m}{s} - \frac{28\ m}{2{,}08\ s} = 5{,}78\ \frac{m}{s}$



Aufgabe 2

(20 Punkte)

Ein Block rutscht eine geneigte Ebene mit einem Neigungswinkel $\theta = 30^\circ$ hinunter. Der Reibungskoeffizient μ_k wird so gewählt, dass $\mu_k = \tan\theta$. Anschließend bekommt er am unteren Ende derselben Ebene einen Stoß, der ihn dazu bringt, mit einer Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 7{,}5\ m/s$ die Ebene hinaufzurutschen.

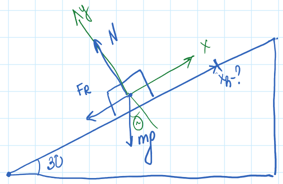
(a) Fertigen Sie eine Skizze und zeichnen Sie das Kräftediagramm für den Block. (5)

(b) Wie weit rutscht der Block die Ebene hinauf, bevor er zur Ruhe kommt? (15)

Hinweis: $g = 9{,}81\frac{m}{s^2}$

Erfasster Bildschirmausschnitt: 14.08.2023 16:45

a)



b)

$x: \quad -mg\cdot\sin\theta - F_R = ma_x$

$y: \quad N - mg\cos\theta = 0 \quad \Rightarrow \quad N = mg\cos\theta \qquad \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$F_R = \mu\cdot N = \tan\theta\ N \qquad \Downarrow \quad F_R = mg\cdot\cos\theta\cdot\tan\theta = mg\cdot\sin\theta$

$x: \quad -mg\cdot\sin\theta - mg\cdot\sin\theta = ma_x$

$-2\cancel{m}g\cdot\sin\theta = \cancel{m}a_x$

$a_x = -2g\cdot\sin\theta$

$\underset{0}{V^2} = \underset{7{,}5\frac{m}{s}}{V_0^2} + 2\underset{a_x}{a}\Delta X$

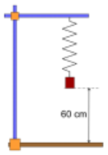
$2a_x\Delta X = -V_0^2$

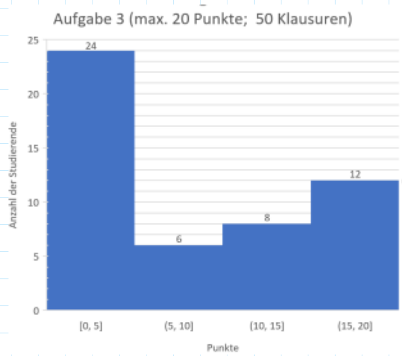
$\Delta X = -V_0^2/2a_x = -V_0^2/-2\cdot 2g\cdot\sin\theta = \frac{V_0^2}{4g\sin\theta} = \frac{(7{,}5\ \frac{m}{s})^2}{4\cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}\cdot\sin\theta} = 2{,}87\ m$

Aufgabe 3

(20 Punkte)

An einer Schraubenfeder hängt ein Körper der Masse 200 g. Der Körper wird so weit angehoben, bis die Schraubenfeder gerade entspannt ist. Jetzt befindet sich das untere Ende des Körpers 60 cm über einer Tischplatte. Aus dieser Lage wird der Körper zum Zeitpunkt 0 s losgelassen und führt dann eine ungedämpfte, harmonische Schwingung mit der Periodendauer 0,80 s durch.





(a) Zeigen Sie, dass die Federkonstante einen Wert von 12,3 N/m hat. (4)

(b) Bestimmen Sie den Abstand des Körpers von der Tischplatte, wenn er sich in der Gleichgewichtslage ($y = 0$) befindet. (4)

(c) Zeichnen Sie für die ersten 2,0 s nach dem Loslassen ein y(t)-Diagramm. (4)

(d) Leiten Sie die Funktionen für die Geschwindigkeit $v(t)$ und die Beschleunigung $a(t)$ eines harmonischen Oszillators her? (5)

(e) Geben Sie den maximalen Geschwindigkeitsbetrag und den maximalen Betrag der Beschleunigung an. (3)

Hinweis: $g = 9{,}81\frac{m}{s^2}$

Erfasster Bildschirmausschnitt: 14.08.2023 17:00

a) $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad \omega_0^2 = \frac{k}{m}$

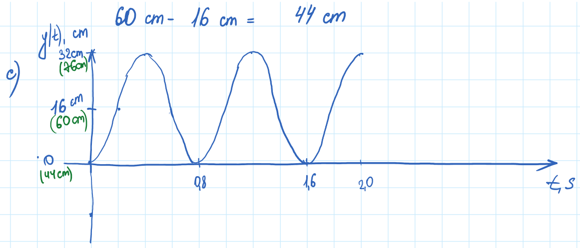
$k = \omega_0^2\cdot m = \frac{4\pi^2}{T_0^2}\cdot m = \frac{4\pi^2}{(0{,}8\ s)^2}\cdot 0{,}2\ kg = 12{,}34\ \frac{N}{m}$

b) $F_g = F_F$

$mg = ky \qquad y = \frac{mg}{k} = \frac{0{,}2\ kg\cdot 9{,}81\ \frac{m}{s^2}}{12{,}3\ \frac{N}{m}} = 0{,}16\ m\ \ (16\ cm)$

$60\ cm - 16\ cm = 44\ cm$

c)



d) $x(t) = C \cdot \cos(\omega_0 t - \varphi)$ $\qquad C = 0{,}16m$

$v(t) = \dot{x}(t) = -C \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 t - \varphi)$

$a(t) = \dot{v}(t) = -C \cdot \omega_0^2 \cdot \cos(\omega_0 t - \varphi)$

e) $|v_{max}| = |-C \cdot \omega_0| = 0{,}16\ m \cdot \frac{2\pi}{0{,}8 s} = 1{,}25\ \frac{m}{s}$

$|a_{max}| = |-C \cdot \omega_0^2| = 0{,}16\ m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{0{,}8^2\ s^2} = 9{,}87\ \frac{m}{s^2}$

Aufgabe 4

(25 Punkte)

Ein Stirling-Motor arbeitet mit 2 mol Luft zwischen den Temperaturen $T_1 = 350°C$ und $T_3 = 50°C$ sowie den Volumina $V_1 = 2000\ cm^3$ und $V_2 = 5000\ cm^3$. Dabei werden von dem Gas nacheinander folgende Zustandsänderungen durchlaufen:

- $1 \rightarrow 2$ isotherme Expansion
- $2 \rightarrow 3$ isochore Abkühlung
- $3 \rightarrow 4$ isotherme Kompression
- $4 \rightarrow 1$ isochore Temperaturerhöhung

(a) Skizzieren Sie das pV-Diagramm des Stirling-Motors. (4)

(b) Ermitteln Sie Druck (in MPa), Volumen (in m^3) und Temperatur (in K) nach jeder Zustandsänderung. (8)

(c) Berechnen Sie für jede Zustandsänderung die Änderung der inneren Energie, die mechanische Arbeit und die Wärme. (8)

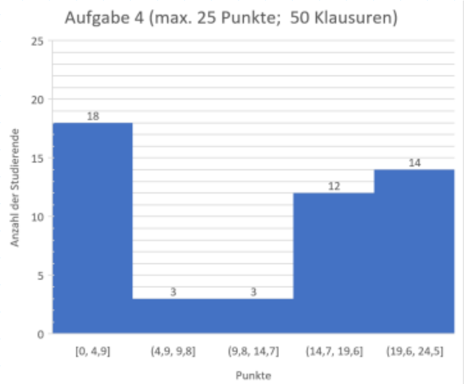
Erfasster Bildschirmausschnitt: 14.08.2023 17:13

(d) Ermitteln Sie den Wirkungsgrad des Kreisprozesses. (2)

(e) Bestimmen Sie den Carnot-Wirkungsgrad des Kreisprozesses und vergleichen Sie diesen mit dem Wirkungungsgrad (aus der Teilaufgabe d)). Welche Aussage können Sie über den Kreisprozess machen? (3)

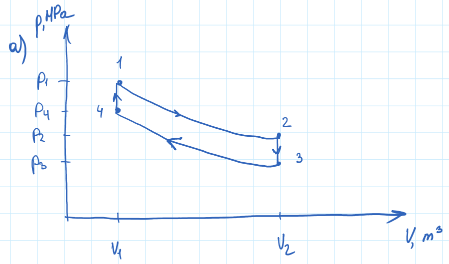
Hinweis: $R = 8{,}31\ \frac{J}{mol \cdot K}$; $c_V = 21{,}6\ \frac{J}{mol \cdot K}$

Erfasster Bildschirmausschnitt: 14.08.2023 17:14



Erfasster Bildschirmausschnitt: 14.08.2023 17:14

a)



b) $V_1 = 2000\ cm^3 = 0{,}002\ m^3 = 2 \cdot 10^{-3}\ m^3$

$V_2 = 5.000\ cm^3 = 5 \cdot 10^{-3}\ m^3$

$T_1 = 350°C + 273°C = 623K$

$T_3 = 50°C + 273°C = 323K$

Zustand	p, MPa	V, m³	T, K	
1	5,17	$2 \cdot 10^{-3}$	623	
2	2,07	$5 \cdot 10^{-3}$	623	isotherm $1 \rightarrow 2$
3	1,07	$5 \cdot 10^{-3}$ isochor $2 \rightarrow 3$	323	
4	2,68	$2 \cdot 10^{-3}$ isochor $4 \rightarrow 1$	323	isotherm $3 \rightarrow 4$

① $pV = nRT$ $\qquad p_1 = \frac{n \cdot R T_1}{V_1} = \frac{2mol \cdot 8{,}31 \frac{J}{mol \cdot K} \cdot 623K}{2 \cdot 10^{-3}\ m^3} = 5{,}17\ MPa$

② $p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$ $\qquad p_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{V_2} = \frac{5{,}17 \cdot 10^6\ Pa \cdot 2 \cdot 10^{-3}\ m^3}{5 \cdot 10^{-3}\ m^3} = 2{,}07\ MPa$

③ $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3}$ $\qquad p_3 = \frac{p_2 \cdot T_3}{T_2} = \frac{2{,}07\ MPa \cdot 323K}{623K} = 1{,}07\ MPa$

④ $p_4 = \frac{n \cdot R \cdot T_4}{V_4} = \frac{2mol \cdot 8{,}31 \frac{J}{mol \cdot K} \cdot 323K}{2 \cdot 10^{-3}\ m^3} = 2{,}68\ MPa$

c) $1 \to 2$ $\quad \Delta U = \Delta W + \Delta Q \quad \Delta U = 0$ (isotherm)

$$\Delta W_{12} = -n \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} = -2\,mol \cdot 8{,}31 \frac{J}{mol \cdot K} \cdot 623\,K \cdot \ln\left(\frac{5 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}}\right) = -9{,}49\,kJ$$

$$\Delta Q_{12} = -\Delta W_{12} = 9{,}49\,kJ$$

$2 \to 3$

$\Delta W_{23} = 0$ (isochor)

$$\Delta U_{23} = \Delta Q_{23}$$

$$\Delta Q_{23} = n \cdot C_V \cdot (T_3 - T_2) = 2\,mol \cdot 21{,}6 \frac{J}{mol \cdot K} \cdot (323\,K - 623\,K) = -12{,}96\,kJ$$

$$\Delta U_{23} = -12{,}96\,kJ$$

$3 \to 4$ $\quad$ $$\Delta W_{34} = -n \cdot R \cdot T_3 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} = -2\,mol \cdot 8{,}31 \frac{J}{mol \cdot K} \cdot 323\,K \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot 10^{-3}\,m^3}{5 \cdot 10^{-3}\,m^3}\right) = 4{,}92\,kJ$$

$$\Delta Q_{34} = -\Delta W_{34} = -4{,}92\,kJ$$

$\Delta U_{34} = 0$ (isotherm)

$4 \to 1$ $\quad \Delta W_{41} = 0$ (isochor)

$$\Delta Q_{41} = n \cdot C_V \cdot (T_1 - T_4) = 2\,mol \cdot 21{,}6 \frac{J}{mol \cdot K} \cdot (623\,K - 323\,K) = 12{,}96\,kJ$$

$$\Delta U_{41} = 12{,}96\,kJ$$

Übergang	ΔU, kJ	ΔQ, kJ	ΔW, kJ
$1 \to 2$	0	9,49	−9,49
$2 \to 3$	−12,96	−12,96	0
$3 \to 4$	0	−4,92	4,92
$4 \to 1$	12,96	12,96	0
Σ	0	4,57	−4,57

d) $$\eta = \frac{|W|}{|Q_H|}$$

$$|W_g| = |\Sigma W| = 4{,}57\,kJ$$

$$|Q_H| = 9{,}49\,kJ + 12{,}96\,kJ = 22{,}45\,kJ$$

$$\eta = \frac{4{,}57\,kJ}{22{,}45\,kJ} = 20{,}35\,\%$$

e) $$\eta_{carnot} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{323}{623} = 48{,}2\,\%$$

Carnot = idealer Kreisprozess $\quad \eta < \eta_{carnot}$

Aufgabe 5 (15 Punkte)

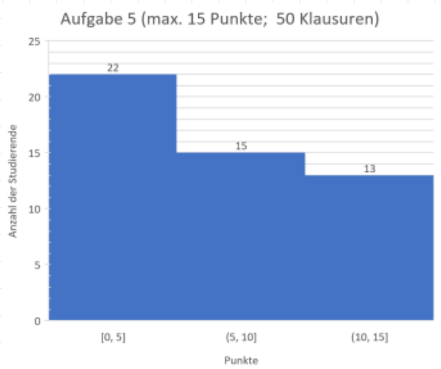
Nach Anregung senden Wasserstoffatome ($Z = 1$) Photonen aus.

(a) Berechnen Sie die Wellenlänge eines emittierten Photons der Energie 2,55 eV. (5)

(b) Berechnen Sie unter Nutzung der Gleichung $E_n = -13{,}6\,eV \cdot \frac{1}{n^2}$ für $1 \le n \le 4$ die Energiewerte für die entsprechende Energieniveaus. Ermitteln Sie rechnerisch den Übergang (n_2 und n_1), bei dem Photonen der Energie 2,55 eV emittiert werden. (7)

(c) Überprüfen Sie den gefunden Übergang (Teilaufgabe b)), indem Sie die Wellenlänge des emittierten Photons mit Hilfe der Gleichung $\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$ noch mal berechnen. (3)

Hinweis: $R = 1{,}097 \cdot 10^7 \frac{1}{m}$; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$; $c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$; $1\ eV = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ J$; $E_0 = 13{,}6\ eV$



Erfasster Bildschirmausschnitt: 14.08.2023 17:54

a) $E = hf$ $\quad E = \frac{h \cdot c}{\lambda}$ $\quad E \cdot \lambda = h \cdot c$

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{E} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,J \cdot s \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{2{,}55\,V \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,J} = 486 \cdot 10^{-9}\,m = 486\,nm$$

b) $$E_n = -13{,}6\,eV \cdot \frac{1}{n^2} \qquad n = 1,2,3,4$$

$$E_1 = -13{,}6\,eV \cdot \frac{1}{1} = -13{,}6\,eV$$
$$E_2 = -13{,}6\,eV \cdot \frac{1}{4} = -3{,}4\,eV$$
$$E_3 = -13{,}6\,eV \cdot \frac{1}{9} = -1{,}51\,eV$$
$$E_4 = -13{,}6\,eV \cdot \frac{1}{16} = -0{,}85\,eV$$

$$\Delta E = E_4 - E_2 = -0{,}85\,eV - (-3{,}4\,eV) = -0{,}85\,eV + 3{,}4\,eV = 2{,}55\,eV$$

$n_2 = 4 \qquad n_1 = 2$

c) $$\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = 1{,}097 \cdot 10^7 \frac{1}{m} \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right) = 0{,}2056 \cdot 10^7 \frac{1}{m}$$

c) $\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$

$\frac{1}{\lambda} = 1{,}097 \cdot 10^7 \frac{1}{m} \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right) = 0{,}2056 \cdot 10^7 \frac{1}{m}$

$\lambda = 486 \cdot 10^{-9} m = 486 \ nm$