

6.25/ Cramer'sche Regel

5)

i) Sei m die Mutter, t_1 und t_2 die Töchter (unter $\in \mathbb{R}$)

LGS aus Aufgabenstellung:

$$m = 2(t_1 + t_2) \Leftrightarrow m = 2t_1 + 2t_2 \Leftrightarrow 0 = m + 2t_1 + 2t_2$$

$$m - 2 = 4(t_1 - 2) \Leftrightarrow -2 = 4t_1 - 8 - m \Leftrightarrow 6 = -m + 4t_1$$

$$m - 4 = 6(t_2 - 4) \Leftrightarrow -4 = 6t_2 - 24 - m \Leftrightarrow 4 = -m + 6t_2$$

In die Form $A \cdot x = b$ mit $x = \begin{pmatrix} m \\ t_1 \\ t_2 \end{pmatrix}$ überführen:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & 4 & 0 \\ -1 & 0 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} m \\ t_1 \\ t_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 20 \end{pmatrix}$$

Determinante von A :

$$-1 \cdot 4 \cdot 6 + 2 \cdot 0 \cdot (-1) + 2 \cdot (-1) \cdot 0 - 2 \cdot 4 \cdot (-1) - 2 \cdot (-1) \cdot 6 - (-1) \cdot 0 \cdot 0 = -24 + 0 + 0 + 8 + 12 = -4$$

Alter berechnen:

$$|A_m[s]| = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 6 & 4 & 0 \\ 20 & 0 & 6 \end{vmatrix} = 0 \cdot 4 \cdot 6 + 2 \cdot 0 \cdot 20 + 2 \cdot 6 \cdot 0 - 2 \cdot 4 \cdot 20 - 2 \cdot 6 \cdot 6 - 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0 - 160 - 72 = -232$$

$$x_m = \frac{|A_m[s]|}{|A|} = \frac{-232}{-4} = 58 //$$

$$|A_{t_1}[s]| = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -1 & 6 & 0 \\ -1 & 20 & 6 \end{vmatrix} = -1 \cdot 6 \cdot 6 + 0 \cdot 0 \cdot (-1) + 2 \cdot (-1) \cdot 20 - 2 \cdot 6 \cdot (-1) - 0 \cdot (-1) \cdot 6 - (-1) \cdot 0 \cdot 20 = -36 - 40 + 12 = -64$$

$$x_{t_1} = \frac{-64}{-4} = 16 //$$

$$|A_{t_2}[s]| = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 \\ -1 & 4 & 6 \\ -1 & 0 & 20 \end{vmatrix} = -1 \cdot 4 \cdot 20 + 2 \cdot 6 \cdot (-1) + 0 \cdot (-1) \cdot 0 - 0 \cdot 4 \cdot (-1) - 2 \cdot (-1) \cdot 20 - (-1) \cdot 6 \cdot 0 = -80 - 12 + 0 - 0 + 40 - 0 = -52$$

$$x_{t_2} = \frac{-52}{-4} = 13 //$$