

## 1. Motivation

- Schaltungsfamilien

## 2. Transistoren in analogen Schaltungen

- Inverter
- Kleinsignalverhalten
- Differenzstufe
- Transistor als Widerstand
- Stromquellen
- Inverter und Differenzstufe mit Stromspiegel
- Ausgangsstufen
- Kapazitäten eines Transistors
- Frequenzgang

## 3. Verstärker

- Aufbau einstufiger Verstärker
- Wirkung der Kapazitäten
- Aufbau zweistufige Verstärker
- Pole und Nullstellen
- CMRR
- PSRR
- Slew Rate

## 4. Anwendungen des OPV

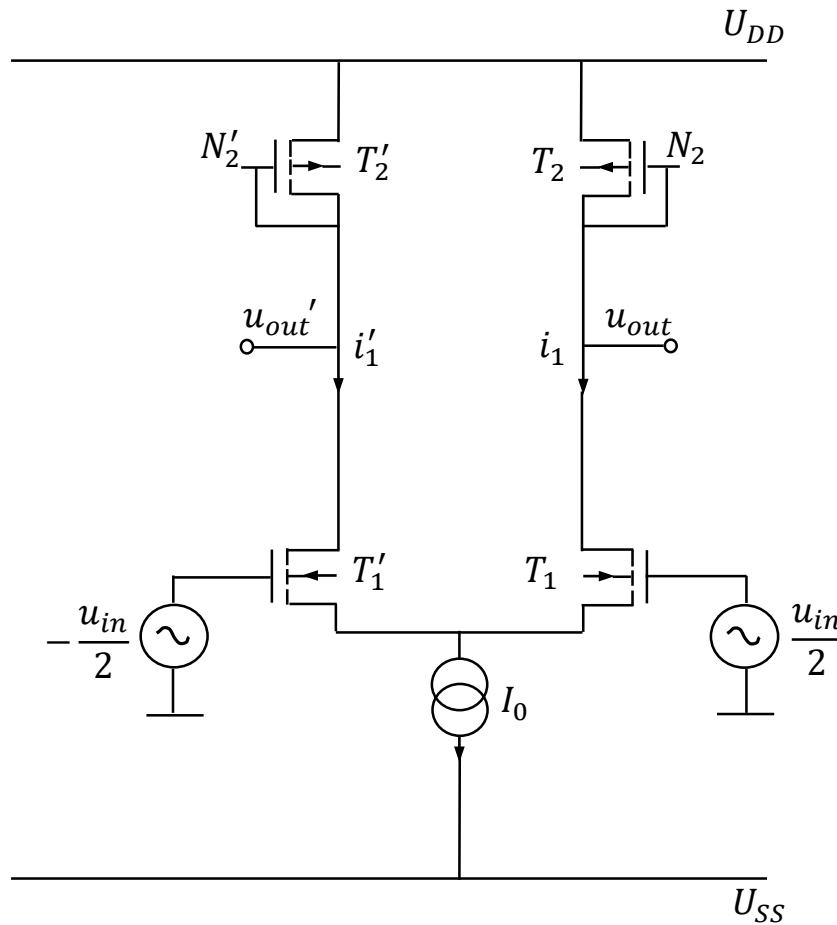
- Invertierender Verstärker
- Übertragungsfunktion
- Frequenzgang (Bode-Diagramm)
- Verstärkungs-Bandbreite-Produkt
- Bandbreite eines gegengekoppelten OPV
- Summierer/ Subtrahierer
- Logarithmierer/ Integrierer
- Aktiver Tiefpass/ Hochpass 1. Ordnung
- Integrierer/ Differenzierer
- Komparator mit Hysterese

## 5. Gegen- und Mittkopplung

- Einfluss auf Eingangswiderstand
- Einfluss auf Ausgangswiderstand
- Frequenzgang
- Astabile Kippschaltung

# Einstufiger Verstärker

# Eingangsstufe



$$u_{out} = u_{N2}$$

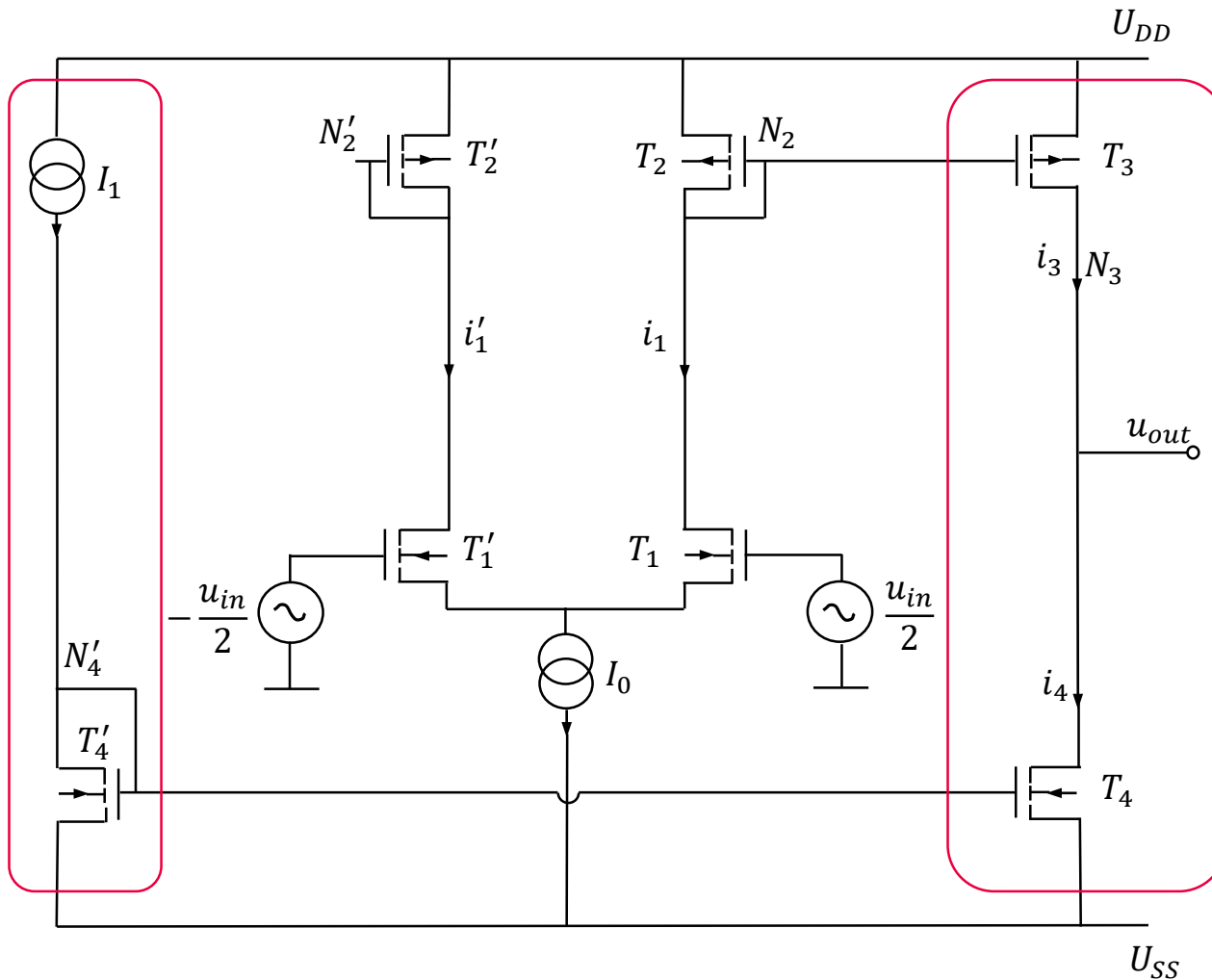
$$r_{out} = r_{outN2}$$

$$r_{outN2} = \frac{1}{g_{m2} + g_{DS2}} \parallel r_{DS1} \\ \approx \frac{1}{g_{m2}} \parallel r_{DS1} \approx \frac{1}{g_{m2}}$$

$$A = \frac{u_{N2}}{\frac{u_{in}}{2}} = -g_{m1} \cdot r_{outN2}$$

$$u_{N2} = -g_{m1} \cdot r_{outN2} \cdot \frac{u_{in}}{2} \\ = -g_{m1} \cdot \frac{1}{g_{m2}} \cdot \frac{u_{in}}{2}$$

# Ausgangsstufe

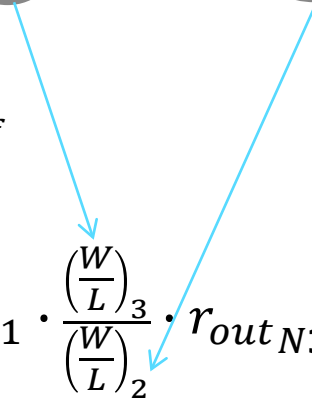


$$u_{out} = -g_{m3} \cdot r_{outN3} \cdot u_{N2}$$

$$\text{mit } u_{N2} \approx -\frac{g_{m1}}{g_{m2}} \cdot \frac{u_{in}}{2}$$

$$\text{und } r_{outN3} = r_{DS3} || r_{DS4}$$

$$u_{out} = g_{m3} \cdot r_{outN3} \cdot \frac{g_{m1}}{g_{m2}} \cdot \frac{u_{in}}{2}$$

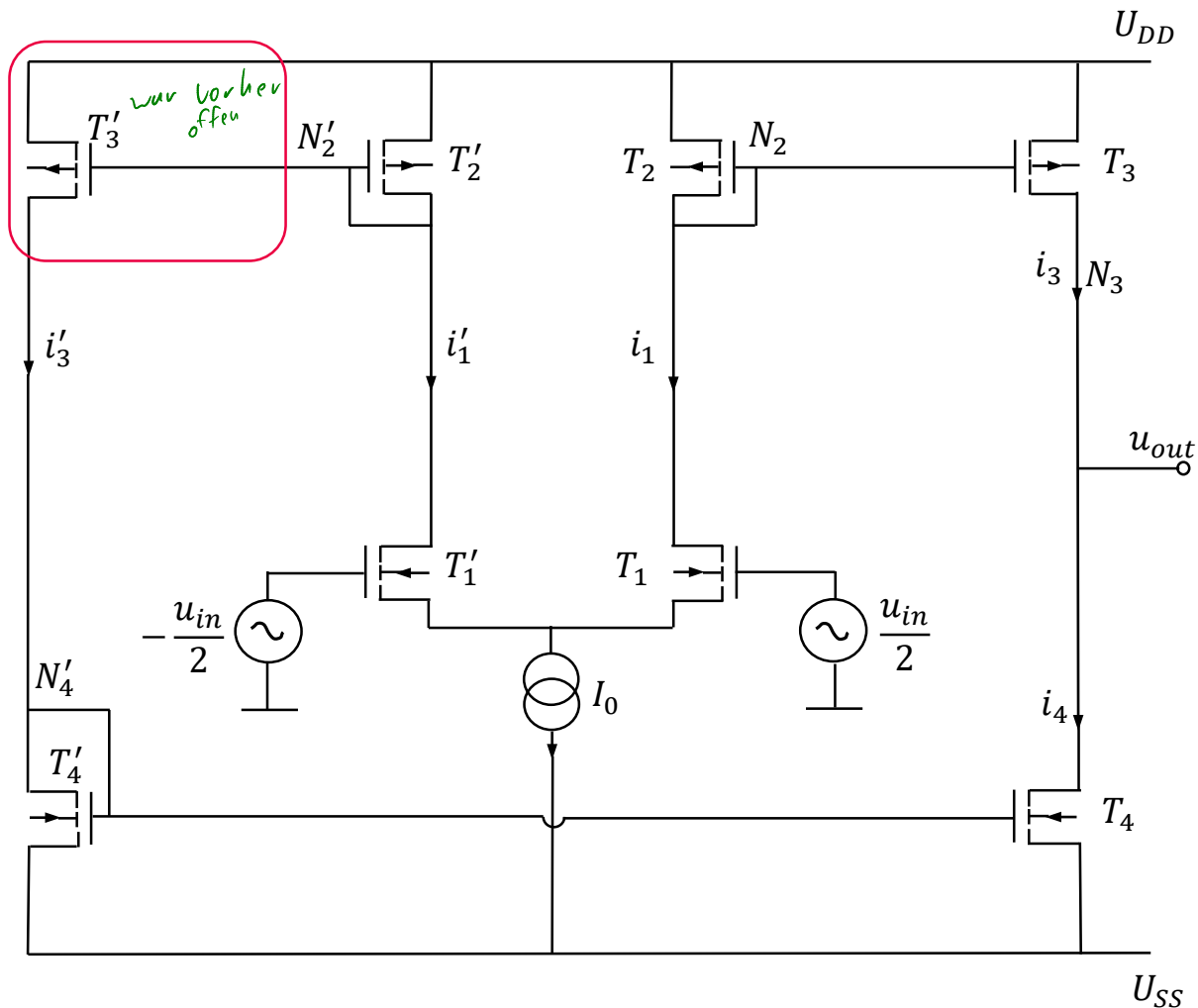
$$u_{out} = g_{m3} \cdot r_{out_{N3}} \cdot \frac{g_{m1}}{g_{m2}} \cdot \frac{u_{in}}{2}$$


Allgemein gilt:  $g_m = \beta_0 \cdot \frac{W}{L} \cdot U_{GS_{eff}}$

mit  $U_{GS_{eff2}} = U_{GS_{eff3}}$ :  $u_{out} = g_{m1} \cdot \frac{\left(\frac{W}{L}\right)_3}{\left(\frac{W}{L}\right)_2} \cdot r_{out_{N3}} \cdot \frac{u_{in}}{2} \quad (*)$

Die erzielte Verstärkung ist in der Größenordnung der Verstärkung eines einfachen Inverters, obwohl diese Schaltung viel mehr Transistoren benötigt. Um die Verstärkung zu erhöhen, soll nun auch der linke Zweig der Schaltung genutzt werden. Am Knoten  $N_2'$  liegt das Ausgangssignal mit umgekehrtem Vorzeichen an. Mit diesem Signal wird jetzt ein Transistor gesteuert, der die Stromquelle  $I_1$  ersetzt (siehe nächstes Bild).

# Gesteuerte Stromquelle im linken Zweig



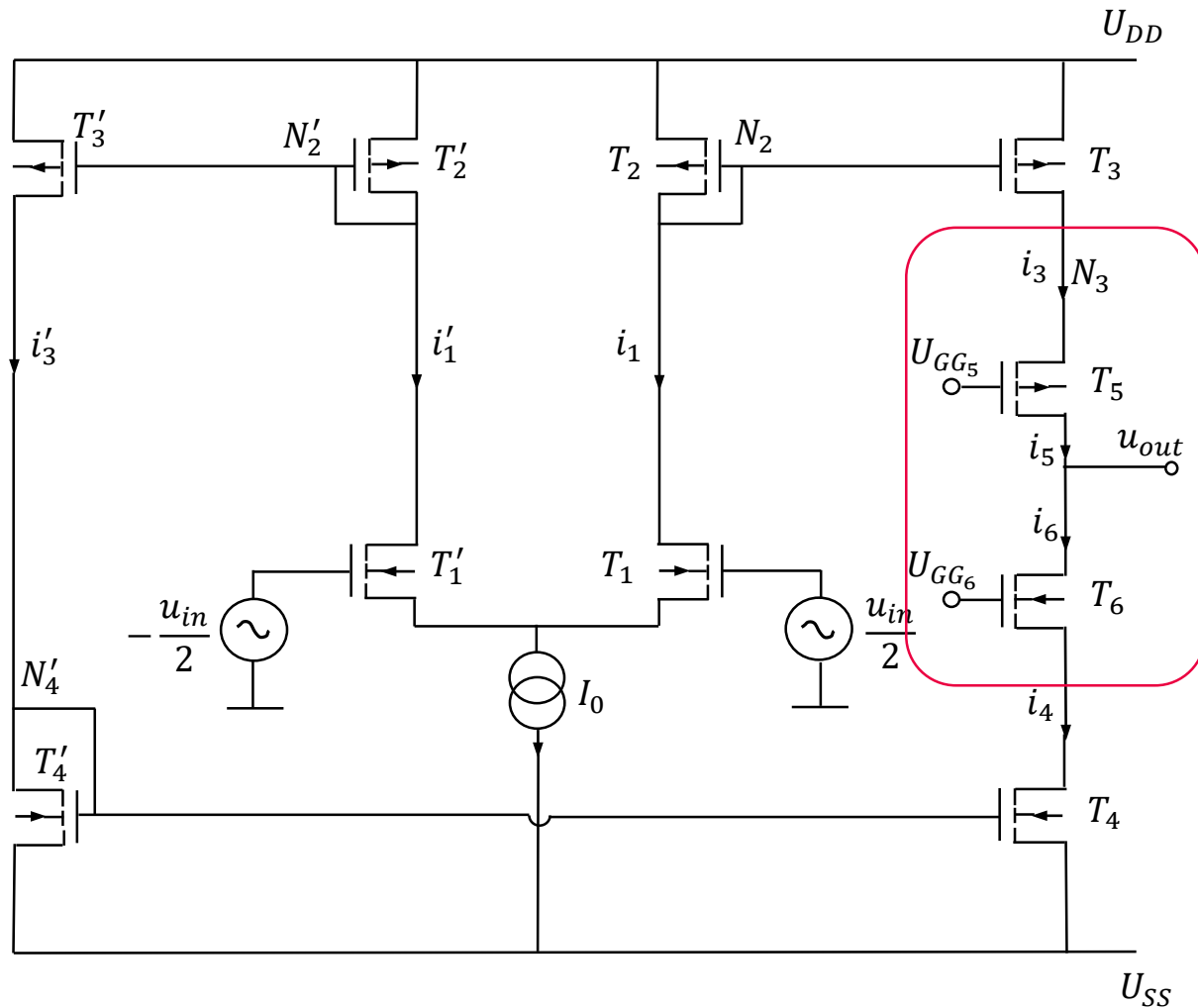
Das Signal gelangt nun über zwei Wege zum Ausgang:

- Die Spannung  $\frac{u_{in}}{2}$  verändert das Potential  $N_2$ . Dieses steuert den Transistor  $T_3$  und damit das Ausgangspotential. Das Vorzeichen der Verstärkung kehrt sich dabei zweimal um.
- Die Spannung  $-\frac{u_{in}}{2}$  verändert das Potential  $N_2'$ , welches den Transistor  $T_3'$  steuert und damit das Potential  $N_4'$ . Dieses steuert wiederum den Transistor  $T_4$  und damit das Ausgangspotential. Das Vorzeichen der Verstärkung kehrt sich dabei dreimal um. Weil die Eingänge umgekehrte Vorzeichen haben, addieren sich die Effekte am Ausgang mit gleichem Vorzeichen.

Die Transistoren mit gleichen Indexnummern sind auch gleich ausgelegt, d.h.  $T_i' \cong T_i$ . Des Weiteren sind die Transistorlängen gleich. Man erhält dadurch also die doppelte Ausgangsspannung und Gleichung (\*) wird zu:

$$u_{out} = g_{m1} \cdot \frac{W_3}{W_2} \cdot r_{out_{N3}} \cdot u_{in} (**)$$

# Kaskode als Ausgangsstufe





Annahme:  $T_4$  und  $T_3$  bzw.  $T_5$  und  $T_6$  äquivalent  
=> beide Pfade haben den gleichen Widerstand  
=> Parallelschaltung führt damit zu einer Halbierung:

$$r_{out} = \frac{1}{2} \cdot g_{m5} \cdot r_{DS5} \cdot r_{DS3}$$

Daraus folgt:

$$A = \frac{u_{out}}{u_{in}} = g_{m1} \cdot g_{m5} \cdot r_{DS5} \cdot r_{DS3} \left( \frac{1}{2} \frac{W_3}{W_2} \right)$$

⇒ Damit hat sich die Verstärkung näherungsweise quadriert.

Die Schaltung kann auch anhand der Stromverhältnisse betrachtet werden. Auch in diesem Fall sind zwei Signalwege erkennbar:

- $\frac{u_{in}}{2}$  erzeugt Strom  $i_1$  *so heißen Arbeitspunkt berechnen!*

$$\Rightarrow i_1 = g_{m1} \cdot \frac{u_{in}}{2}$$

- Spiegelung über  $T_2$  und  $T_3$  in  $i_3$

$$\Rightarrow i_3 = \frac{W_3}{W_2} \cdot i_1$$

- $-\frac{u_{in}}{2}$  erzeugt den Strom  $i_1'$

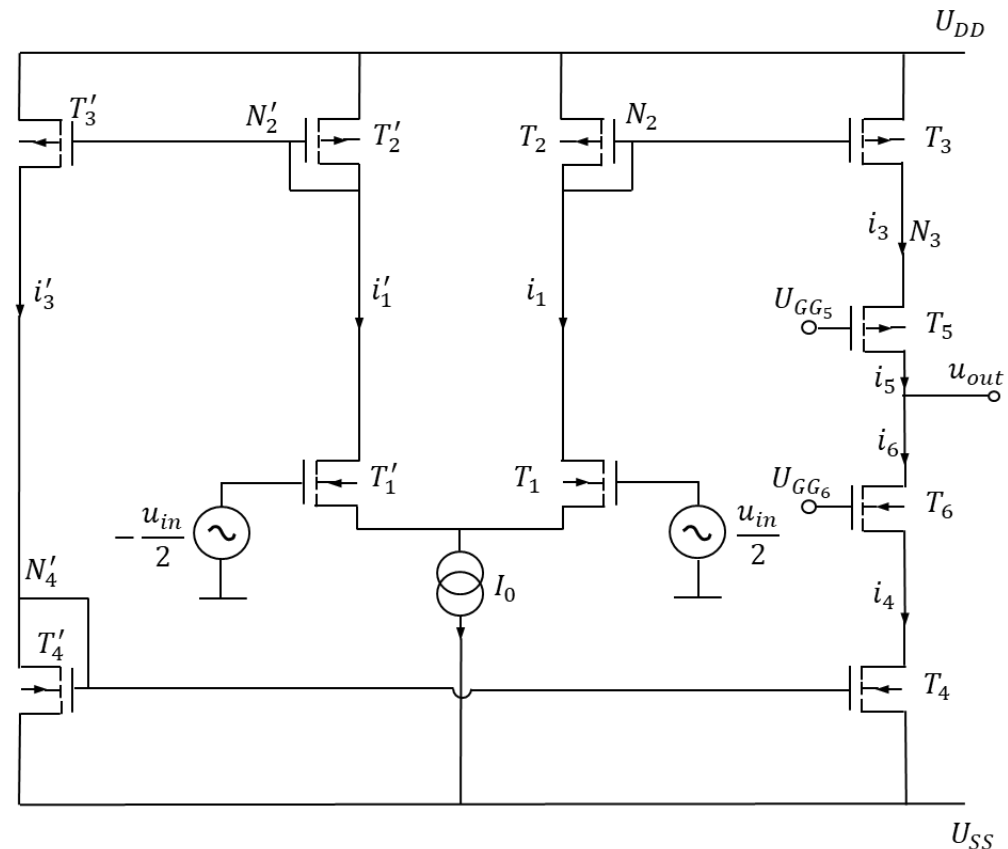
$$\Rightarrow i_1' = -g_{m1}' \cdot \frac{u_{in}}{2}$$

- Spiegelung über  $T_2'$  und  $T_3'$  in  $i_3'$

$$\Rightarrow i'_3 = \frac{W'_3}{W'_2} \cdot i'_1$$

- Spiegelung über  $T_4'$  und  $T_4$  in  $i_4$

$$\Rightarrow i_4 = \frac{W_4}{W_4'} \cdot i_3'$$



Darüber hinaus gilt:

- $i_5 = i_3$
- $i_6 = i_4 = \frac{W_4}{W_4'} \cdot \frac{W_3'}{W_2'} \cdot i_1' = \frac{W_4}{W_4'} \cdot \frac{W_3'}{W_2'} \cdot \left(-g_{m1}' \cdot \frac{u_{in}}{2}\right)$

mit

- $W_i' = W_i$
  - $g_{m1}' = g_{m1}$
- $\Rightarrow i_6 = -i_5$

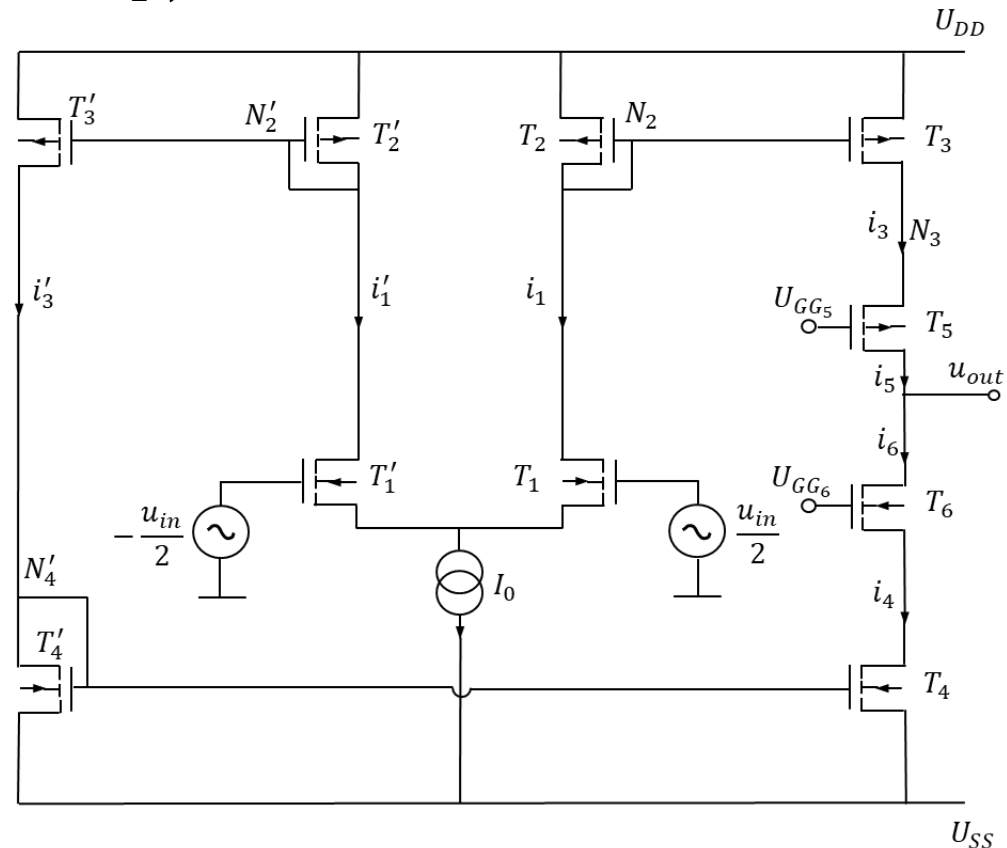
$$\Rightarrow i_{out} = i_5 - i_6 = \frac{W_3}{W_2} \cdot g_{m1} \cdot u_{in}$$

wenn zusätzlich  $W_3 = W_2$

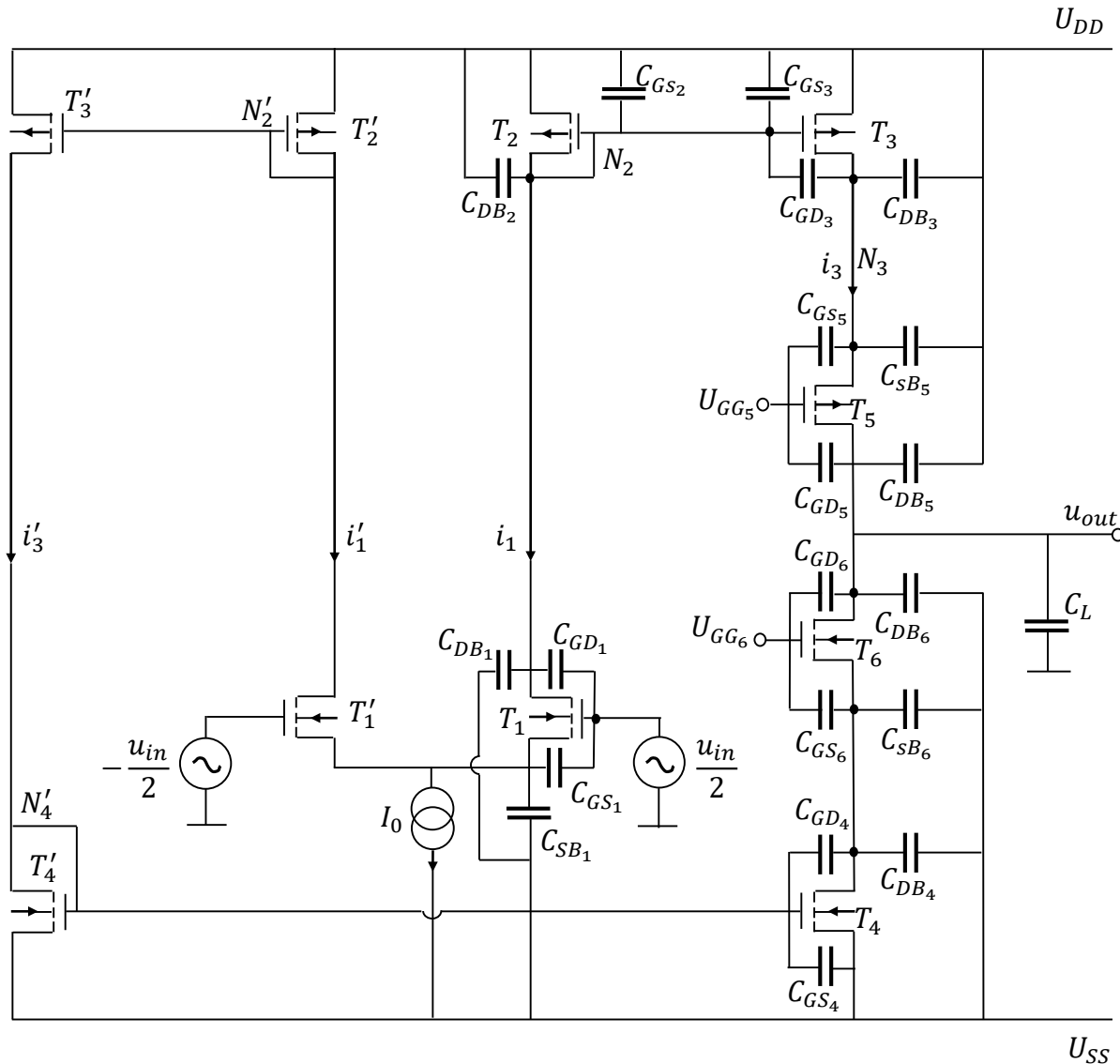
$$\Rightarrow i_{out} = g_{m1} \cdot u_{in}$$

mit  $u_{out} = i_{out} \cdot r_{out}$

$$\Rightarrow A = \frac{u_{out}}{u_{in}} = g_{m1} \cdot r_{out}$$



# Wirkung der Kapazitäten



Bisher wurden die Kapazitäten vernachlässigt. Das Bild zeigt sie für den rechten Pfad.

Durch das Aufstellen sämtlicher Kleinsignalersatzschaltbilder wäre die Übertragungsfunktion mathematisch genau zu ermitteln; allerdings ist ein solches Vorgehen sehr aufwendig. Darum gehen wir anders vor:

- Aufgrund der Symmetrie der Schaltung genügt es, eine Seite zu betrachten.
- Die Stufen können einzeln betrachtet werden, wenn die Kopplung durch die Kapazitäten berücksichtigt werden.
- Für das Übertragungsverhalten sind die Gleichspannungsverstärkung  $A_0$  sowie die Pole und Nullstellen der Übertragungsfunktion entscheidend. Wenn es gelingt, die dominanten Pole und Nullstellen zu ermitteln, kann das Übertragungsverhalten mit ausreichender Genauigkeit beschrieben werden.
- Die Gleichspannungsverstärkung  $A_0$  kann für jede Stufe einzeln berechnet werden, solange  $r_{out1} \ll r_{in2}$  ist; dann gilt:

$$A_{0_{ges}} = A_{01} \cdot A_{02}$$



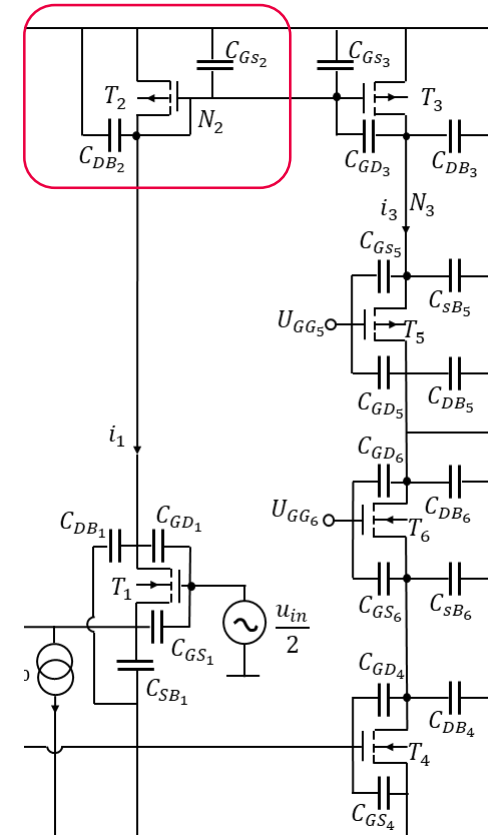
# Pole

Der Ausgangswiderstand an diesem Knoten ergibt sich aus der Parallelschaltung von  $T_2$  und  $T_1$  (mit dem Innenwiderstand der Stromquelle). Da  $T_2$  mit der Source angeschlossen ist, ist sein Widerstand erheblich geringer und es gilt:

$$r_2 = \frac{1}{g_{m2} + g_{DS1} + g_{DS2}} \approx \frac{1}{g_{m2}}$$

Durch die Kapazität  $C_2$  und den Widerstand  $r_2$  wird quasi ein Art Tiefpass gebildet. Es ergibt sich ein Pol bei der Frequenz:

$$p_2 = -\frac{1}{r_2 \cdot C_2} \approx -\frac{g_{m2}}{C_{GD3} \cdot A_3}$$



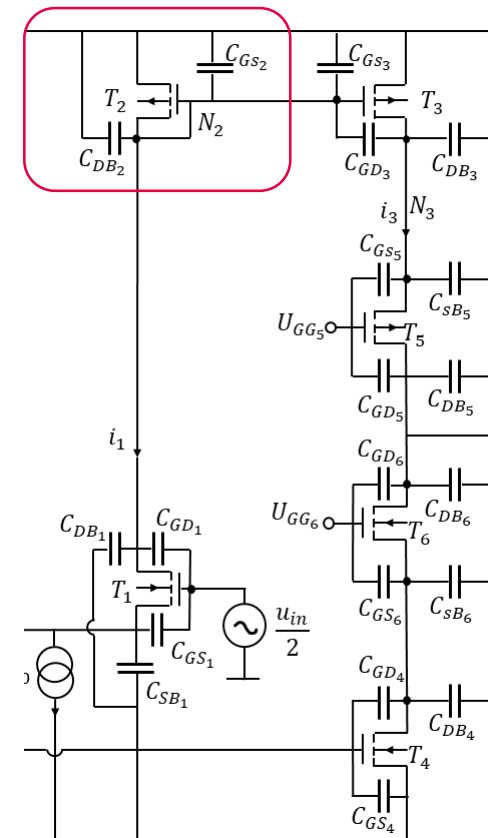
Zur Bestimmung von  $A_3$  ist der Ausgangswiderstand  $r_3$  wichtig. Er ergibt sich analog zur Berechnung von  $r_{in}$  zu  $r_{DS}$  (siehe Kap. 2. S. 119).

wegen  $T_3 \cong T_4$ :  $r_3 = \frac{r_{DS3}}{2}$

folgt mit  $A_3 = -g_{m3} \cdot r_3$ :

$$p_2 = \frac{g_{m2}}{C_{GD3} \cdot g_{m3} \cdot \frac{r_{DS3}}{2}} = \frac{\frac{W_2}{W_3}}{\frac{1}{2} \cdot C_{GD3} \cdot r_{DS3}}$$

Das ist der Pol, der dadurch entsteht, dass am Knoten  $N_2$  Kapazitäten vorhanden sind. Eigentlich bewirkt jeder Knoten, an dem sich Kapazitäten befinden, eine Polstelle; hier sollen aber nur die dominanten Pole, die für das Frequenzverhalten bestimmend sind, betrachtet werden.





Auf der linken Seite liegt ein ähnlicher Fall vor, wenn man den Knoten  $N_2'$  betrachtet.

- $T_4'$  ist als Diode geschaltet

⇒ Ausgangswiderstand und damit die Verstärkung von  $T_3'$  sind nicht so hoch

⇒ Miller-Effekt für  $C_{GD3}'$  nicht so stark

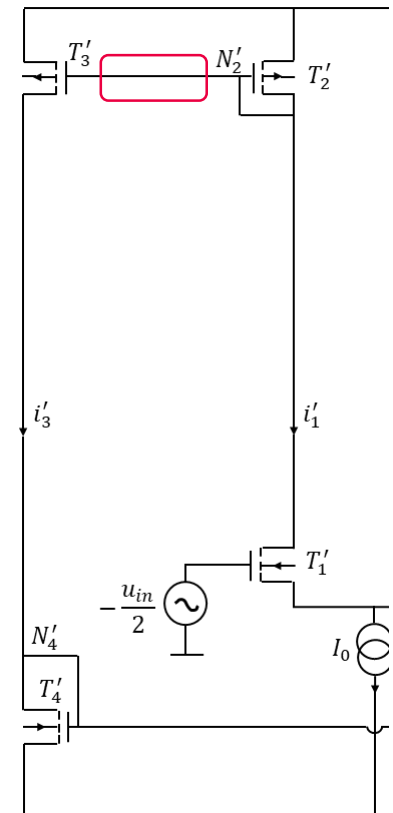
(In den folgenden Gleichungen müssten entsprechend außer  $C_{GD3}'$  auch die übrigen Kapazitäten am Knoten  $N_2'$  betrachtet werden, sie sollen aber vernachlässigt werden, weil nur die Größenordnung interessant ist).

$$\Rightarrow p_2' = -\frac{1}{r_3' \cdot C_{GD3}'}$$

$$\text{mit } r_3' \approx \frac{1}{g_{m4}'} \ll r_3 \left( = \frac{r_{DS3}}{2} \right)$$

$$\Rightarrow |p_2'| \gg |p_2|$$

Damit ist  $p_2$  dominant gegenüber  $p_2'$ .



Jetzt soll noch der Pol am Ausgangsknoten betrachtet werden.

- Transistoren  $T_5$  und  $T_6$ : kein Miller- Effekt auf, weil die Gates kleinsignalmäßig auf Masse liegen
- Gate-Drain- und die Drain-Bulk-Kapazitäten: Bereich einiger  $10 \text{ fF}$
- Lastkapazität kann einige  $pF$  groß sein kann

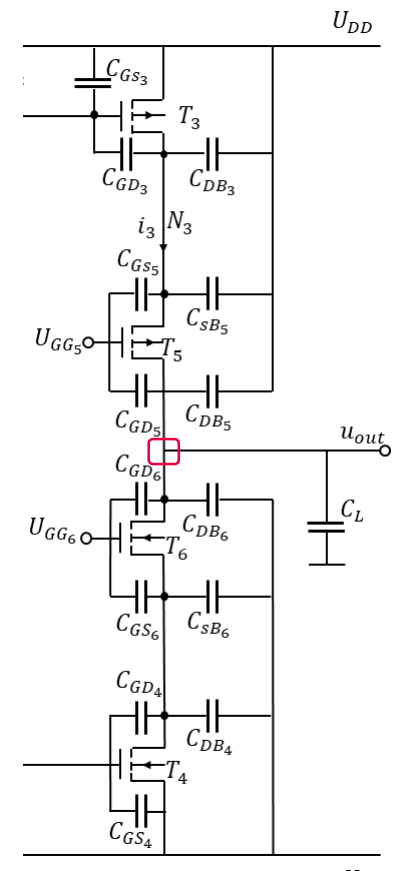
$$\Rightarrow C_{out} = C_L + C_{GD5} + C_{DB5} + C_{GD6} + C_{DB6} \approx C_L$$

$$\Rightarrow r_{out} = (g_{m5} \cdot r_{DS5} \cdot r_{DS3}) \parallel (g_{m6} \cdot r_{DS6} \cdot r_{DS4}) \\ \approx \frac{1}{2} \cdot g_{m5} \cdot r_{DS5} \cdot r_{DS3}$$

Damit gilt mit Gleichung  $A = -\frac{g_m \cdot r_{out} - j\omega \cdot C_{GD} \cdot r_{out}}{1 + j\omega \cdot r_{out} \cdot (C_L + C_{GD})}$  aus dem Abschnitt zur Schein-Eingangsimpedanz (106, Kap. 2):

$$p_{out} = -\frac{1}{r_{out} \cdot C_{out}}$$

$$p_{out} \approx -\frac{1}{\frac{1}{2} \cdot g_{m5} \cdot r_{DS5} \cdot r_{DS3} \cdot C_L}$$



Um die Größenordnung abzuschätzen, soll der Quotient der beiden Pole gebildet werden (nur Beträge!):

$$\frac{p_{out}}{p_2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot C_{GD3} \cdot r_{DS3} \cdot \frac{W_3}{W_2}}{\frac{1}{2} \cdot g_{m5} \cdot r_{DS5} \cdot r_{DS3} \cdot C_L} = \frac{C_{GD3} \cdot \frac{W_3}{W_2}}{g_{m5} \cdot r_{DS5} \cdot C_L}$$

mit  $C_{GD3} \ll C_L$  und  $g_{m5} \cdot r_{DS5} \gg 1$ :

$$\Rightarrow \frac{p_{out}}{p_2} \ll 1$$

Der Pol  $p_{out}$  ist also der dominante Pol, da er die niedrigste Frequenz hat.

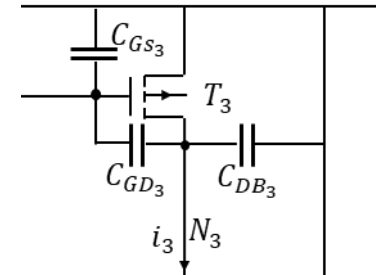
## Nullstellen

Die Übertragungsfunktion besitzt auch mehrere Nullstellen.

Eine Nullstelle bedeutet, dass ab dieser Frequenz die Verstärkung ansteigt.

Zum Verständnis soll Transistor  $T_3$  betrachtet werden:

- Ohne die Drain-Gate-Kapazität  $C_{GD3}$  ist der Strom  $i_3$  nur von  $g_{m3}$  und  $u_2$  bestimmt.
- Mit  $C_{GD3}$  gibt es einen zusätzlichen Signalpfad direkt vom Eingang zum Ausgang; bei sehr hohen Frequenzen wird er zum Kurzschluss. Das ergibt einen zusätzlichen Ausgangsstrom und führt bei hohen Frequenzen zu einer höheren Verstärkung.



Wie von der allgemeinen Betrachtung bekannt ( $A = - \frac{g_m \cdot r_{out} - j\omega \cdot C_{GD} \cdot r_{out}}{1 + j\omega \cdot r_{out} \cdot (C_L + C_{GD})}$ ),  
befindet sich die Nullstelle bei  $z = \frac{g_{m3}}{C_{GD3}}$

Zum Vergleich mit den Größenordnungen der Pole werden die Quotienten gebildet:

$$\left| \frac{p_{out}}{z} \right| = \frac{1}{r_{out} \cdot C_L} \cdot \frac{C_{GD3}}{g_{m3}} = \frac{C_{GD3}}{g_{m3} \cdot \frac{1}{2} \cdot g_{m5} \cdot r_{DS5} \cdot r_{DS3} \cdot C_L} = \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot g_{m3} \cdot r_{DS3} \cdot g_{m5} \cdot r_{DS5}} \cdot \frac{C_{GD3}}{C_L}$$

mit  $C_{GD3} \ll C_L$ ,  $g_{m3} \cdot r_{DS3} \gg 1$  und  $g_{m5} \cdot r_{DS5} \gg 1$ :

$$\Rightarrow \left| \frac{p_{out}}{z} \right| \ll \ll 1$$

$$\left| \frac{p_2}{z} \right| = \frac{g_{m2}}{C_{GD3} \cdot g_{m3} \cdot \frac{r_{DS3}}{2}} \cdot \frac{C_{GD3}}{g_{m3}} = \frac{\frac{W_2}{W_3}}{\frac{1}{2} \cdot r_{DS3} \cdot g_{m3}} \ll 1$$

Anhand einiger Zahlenwerte sollen die Größenordnungen der Pole und Nullstellen verdeutlicht werden:

$$C_{GD} = 8,6fF \approx 10fF$$

$$g_m = 500\mu S$$

$$r_{DS} = 400k\Omega$$

$$C_L = 100fF$$

$$W_3 = W_2$$

$$\rightarrow A_0 = 20.000$$

$$p_2 = 500MHz$$

$$p_{out} = 250kHz$$

$$z = 50GHz$$

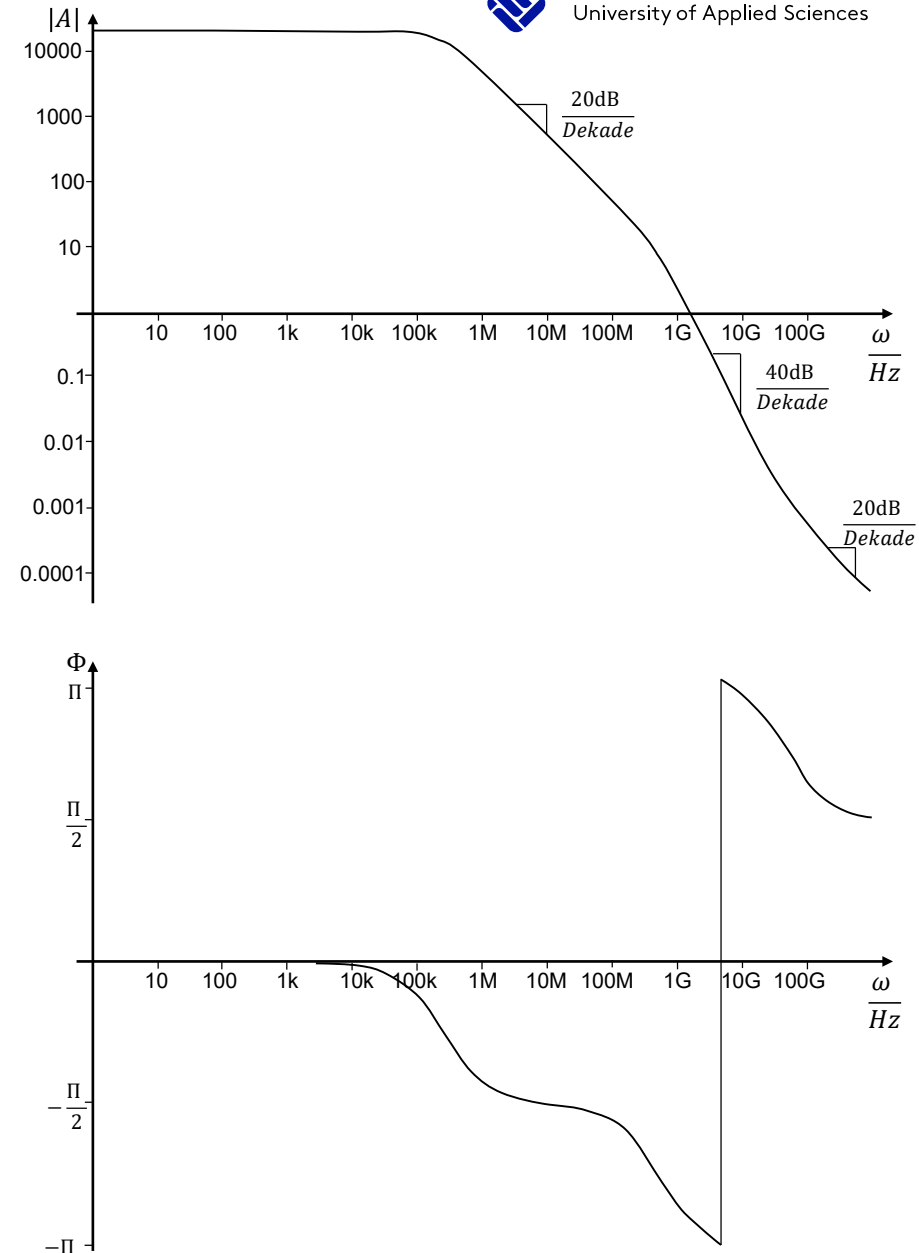
Diese Pole bzw. Nullstellen liegen also weit genug auseinander.

# Frequenz- und Phasengang

Als *Gainbandwidth* (GBW) wird der Schnittpunkt des Frequenzgangs mit der 0-dB-Linie bezeichnet, also der Punkt, bei dem die Verstärkung zu 1 wird. Bei dem Ein-Pol-System erhielten wir für diesen Wert:

$$GBW = A_0 \cdot \omega_p$$

Daher heißt dieser Wert auch Verstärkung-Bandbreiten-Produkt.



Hier soll näherungsweise der dominante Pol  $p_{out}$  anstelle von  $\omega_p$  verwendet werden; falls der zweite Pol kleiner als GBW ist, führt er zu einer zusätzlichen Absenkung und GBW wird kleiner.

Wenn der zweite Pol gleich GBW ist, hat die Phase bei der Verstärkung  $A = 1$  eine Drehung von  $-90^\circ$  vom dominanten Pol und eine weitere Drehung von  $-45^\circ$  vom zweiten Pol, man erhält also eine Phasenreserve von  $180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$ . Dieser Wert sollte mindestens erreicht werden, entsprechend sollte gelten:  $|GBW| \leq |p_2| \rightarrow |A \cdot p_{out}| \leq |p_2|$

mit:  $A = g_{m1} \cdot g_{m5} \cdot r_{DS5} \cdot r_{DS3} \cdot \left(\frac{1}{2} \frac{W_3}{W_2}\right), \quad p_{out} = -\frac{1}{\frac{1}{2} \cdot g_{m5} \cdot r_{DS5} \cdot r_{DS3} \cdot C_L}$

$$p_2 = -\frac{g_{m2}}{C_{GD3} \cdot g_{m3} \cdot \frac{r_{DS3}}{2}}$$

$$\rightarrow \frac{g_{m1} \cdot g_{m5} \cdot r_{DS5} \cdot r_{DS3} \cdot \left(\frac{1}{2} \frac{W_3}{W_2}\right)}{\frac{1}{2} \cdot g_{m5} \cdot r_{DS5} \cdot r_{DS3} \cdot C_L} \leq \frac{g_{m2}}{C_{GD3} \cdot g_{m3} \cdot \frac{r_{DS3}}{2}}$$

$$\rightarrow \frac{g_{m1} \cdot \frac{W_3}{W_2}}{C_L} \leq \frac{\frac{W_2}{W_3}}{C_{GD3} \cdot \frac{r_{DS3}}{2}}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} \cdot g_{m1} \cdot \left(\frac{W_3}{W_2}\right)^2 \cdot C_{GD3} \cdot r_{DS3} \leq C_L$$

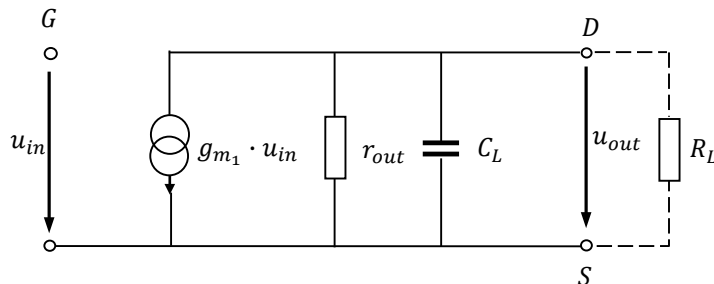


Die Lastkapazität  $C_L$  ist also entscheidend, weil sie die Größe des dominanten Pols  $p_{out}$  mitbestimmt. Durch ein größeres  $C_L$  wird  $p_{out}$  kleiner, dadurch wird die GBW früher erreicht, was einen Verlust von Bandbreite bedeutet.

Andererseits führt eine größere Lastkapazität zu einer größeren Phasenreserve; daher sollte Lastkapazität  $C_L$  mindestens  $A \cdot C_{GD3}$  sein, dann beträgt die Phasenreserve mehr als  $-45^\circ$ . Seite 26 zeigt den Frequenz- und den Phasengang mit einem um den Faktor 100 vergrößerten  $C_L$ .

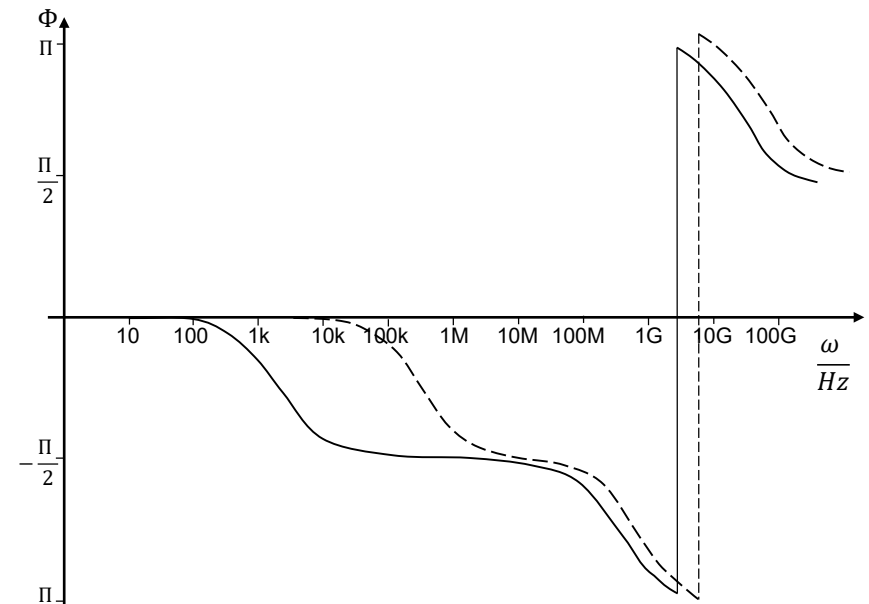
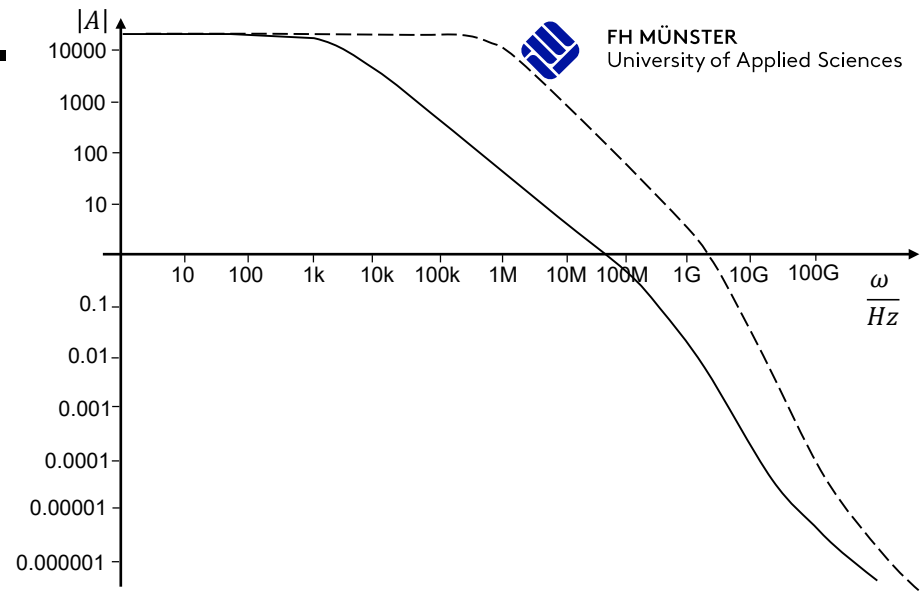
# Frequenz- und Phasengang bei $C'_L = 100 \cdot C_L$

Der hier vorgestellte Verstärker wird als einstufiger Verstärker bezeichnet, weil seine Übertragungscharakteristik im unteren Frequenzbereich durch einen dominanten Pol gekennzeichnet ist; der zweite Pol und die erste Nullstelle liegen erst bei sehr viel höheren Frequenzen. Entsprechend kommen diese in einem genäherten Kleinsignalersatzschaltbild nicht vor:



Die Verstärkung berechnet sich aus:

$$A = -g_{m1} \cdot r_{out}$$



Die Verstärkung wird von der zweiten Stufe bestimmt, die erste Stufe trägt fast nichts zur Verstärkung bei; lediglich über das  $\left(\frac{W}{L}\right)$ -Verhältnis der Transistoren  $T_2$  und  $T_3$  lässt sich eine Vergrößerung erzielen. Deshalb ist die Betrachtung als Ein-Pol-System eine erlaubte Näherung.

Kapazitäten als Last sind für diesen Verstärker unproblematisch. Zwar sinkt bei einem großen  $C_L$  die Bandbreite, aber das System schwingt weniger, weil sich der dominante Pol kleiner wird. Anders verhält es sich mit Widerständen wie  $R_L$  auf der vorherigen Seite. Ein solcher Widerstand am Ausgang liegt parallel zu  $r_{out}$ .

Dann gilt für die Verstärkung:  $A = -g_{m1} \cdot (r_{out} \parallel R_L)$

Wenn  $R_L < r_{out}$  ist, sinkt also die Verstärkung entsprechend. Es sollte also  $R_L > r_{out}$  gelten; je nach Anwendung ist ein kleines  $R_L$  aber oft nicht zu vermeiden. In diesen Fällen sollte auf andere Verstärkerstufen zurückgegriffen werden, die ein niedrigeres  $r_{out}$  besitzen.