

Beispiel

$$\int_{-2}^3 (4x+5) dx \stackrel{\text{Satz}}{=} 4 \int_{-2}^3 x dx + \int_{-2}^3 5 dx \stackrel{\text{S.O.}}{=} \frac{1}{2} (3^2 - (-2)^2) + 5(3 - (-2)) = 75$$

Satz (Monotonie des Integrals)

Die Funktionen f_1 und f_2 seien über $[a, b]$ integrierbar und es sei $f_1(x) \leq f_2(x)$ für alle $x \in [a, b]$. Dann gilt $\int_a^b f_1(x) dx \leq \int_a^b f_2(x) dx$.

Beispiel

$$\int_0^1 e^x dx \stackrel{\text{Satz}}{=} \int_0^1 \left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} x^k \right) dx \geq \int_0^1 \left(1 + x + \frac{1}{2} x^2 \right) dx \stackrel{\text{S.O.}}{=} \dots = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{5}{3}$$

Satz (Dreiecksungleichung für das Integral)

Die Funktion f sei über $[a, b]$ integrierbar. Dann ist auch $|f|$ über $[a, b]$ integrierbar und es gilt $\left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \int_a^b |f(x)| dx$. $|x+y| \leq |x| + |y|$