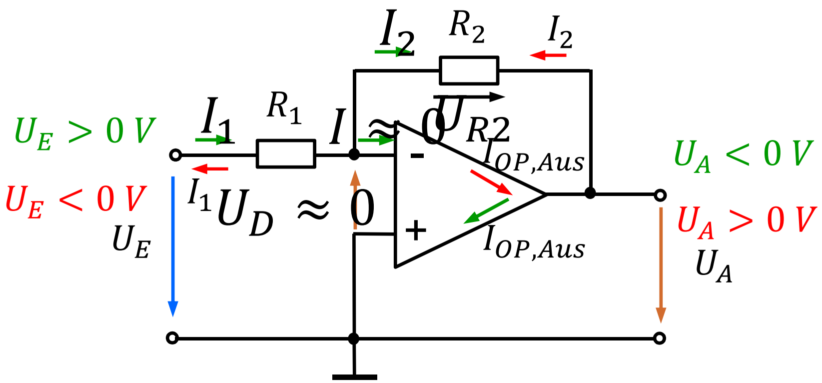
Vorlesung Elektronik II

FH MÜNSTER
University of Applied Sciences

1. **Motivation**
   – Schaltungsfamilien
2. **Transistoren in analogen Schaltungen**
   – Inverter
   – Kleinsignalverhalten
   – Differenzstufe
   – Transistor als Widerstand
   – Stromquellen
   – Inverter und Differenzstufe mit Stromspiegel
   – Ausgangsstufen
   – Kapazitäten eines Transistors
   – Frequenzgang
3. **Verstärker**
   – Aufbau einstufiger Verstärker
   – Wirkung der Kapazitäten
   – Aufbau zweistufige Verstärker
   – Pole und Nullstellen
   – CMRR
   – PSRR
   – Slew Rate
4. **Anwendungen des OPV**
   – Invertierender Verstärker
   – Übertragungsfunktion
   – Frequenzgang (Bode-Diagramm)
   – Verstärkungs-Bandbreite-Produkt
   – Bandbreite eines gegengekoppelten OPV
   – Summierer/ Subtrahierer
   – Logarithmierer/ Integrierer
   – Aktiver Tiefpass/ Hochpass 1. Ordnung
   – Integrierer/ Differenzierer
   – Komparator mit Hysterese
5. **Gegen- und Mittkopplung**
   – Einfluss auf Eingangswiderstand
   – Einfluss auf Ausgangswiderstand
   – Frequenzgang
   – Astabile Kippschaltung

Invertierender Verstärker



Für die Berechnung von A machen wir zwei Annahmen:

(1) Prinzip des virtuellen Kurzschluss: Wegen $U_D = 0\ V$ liegt der Knoten am invertierenden Eingang potentialmäßig auf Masse („virtuelle Masse").

(2) Der Strom, der in den invertierenden Eingang fließt, ist vernachlässigbar klein bzw. null.

Damit gilt wegen (1): (U_E und U_A gegen Masse)

$$I_1 = \frac{U_{R1}}{R_1} = \frac{U_E}{R_1} \qquad I_2 = \frac{U_{R2}}{R_2} = -\frac{U_A}{R_2}$$

und wegen (2):

$$I_1 = I_2 \implies \frac{U_E}{R_1} = -\frac{U_A}{R_2}$$

Der OP regelt seine Ausgangsspannung so aus, dass diese Beziehung gilt: $I_1 = I_2$

Damit folgt für $A = \frac{U_A}{U_E}$:

$$\boxed{A = -\frac{R_2}{R_1}}$$

(negative Verstärkung) → Phasenumkehr

Man beachte: Ist $U_E > 0$, dann muss $U_A < 0$ werden!

Der Eingangswiderstand der Schaltung wird von R_1 bestimmt:

$$r_{Ein} = \frac{u_E}{i_1} = \frac{u_E}{u_E/R_1} = R_1$$

Der Eingangswiderstand der Schaltung ist wesentlich kleiner als der des OPs!! (Wirkung der GK!!).

Invertierender Verstärker mit endlichem A_D

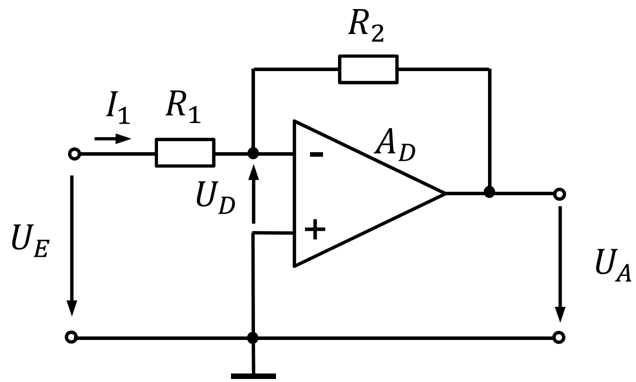
Eine genauere Analyse mit endlichem A_D ergibt (→ Übung):

$$A = \frac{U_A}{U_E} = -\frac{\frac{R_2}{R_1}}{1+\frac{1}{A_D}\cdot\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

Hinweis:

$U_A = A_D \cdot U_D$
$U_E = f(I_1, U_D)$
$U_A = f(I_1, U_D)$

<u>Beispiel</u>: Für eine Verstärkung vom Betrag 100 wählen wir z. B. $R_1 = 1k\Omega, R_2 = 100k\Omega$.
Wie groß ist für A die prozentuale Abweichung vom Idealwert $R_2/R_1 = 100$ bei verschiedenen, endlichen Leerlaufverstärkungen A_D?



A_D	U_E	U_A	$\|A\|$	Fehler	U_D
10^5	10 mV	999 mV	99,90	- 0,10%	9,99 µV
10^4	10 mV	990 mV	99,00	- 1,00%	99,0 µV
10^3	10 mV	908 mV	90,83	- 9,17%	908 µV

Man beachte in diesem Zusammenhang den Frequenzgang des OP!

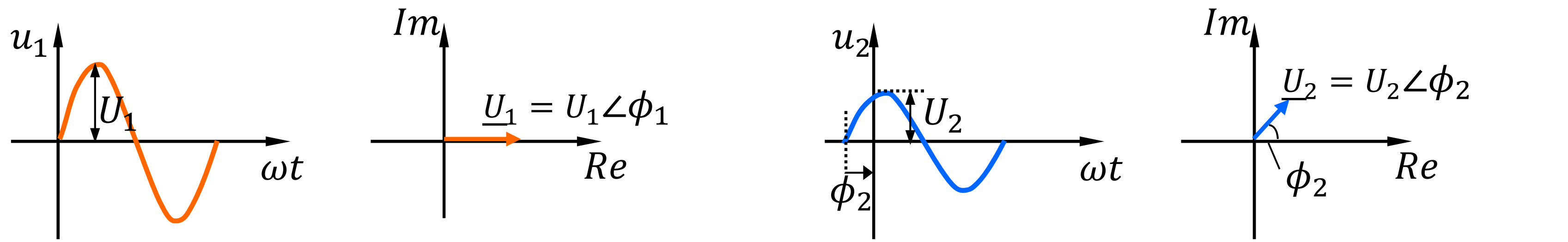
Der Eingangswiderstand der Schaltung wird von R_1 bestimmt:

$$r_{Ein} = \frac{u_E}{i_1} = \frac{u_E}{u_E/R_1} = R_1$$

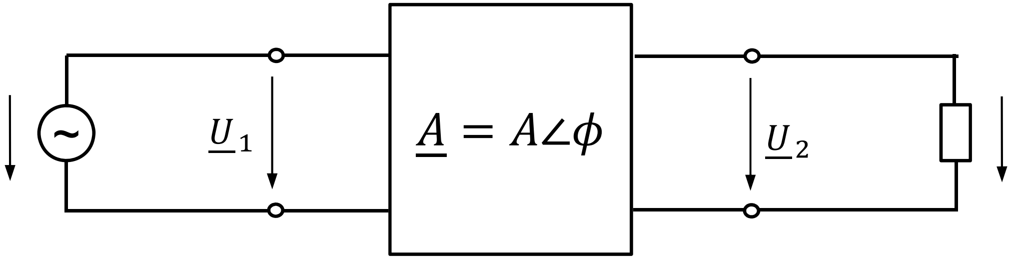
Der Ausgangswiderstand der Schaltung ist wesentlich kleiner als der des OPs (Wirkung der GK).

Übertragungsfunktion eines Vierpols

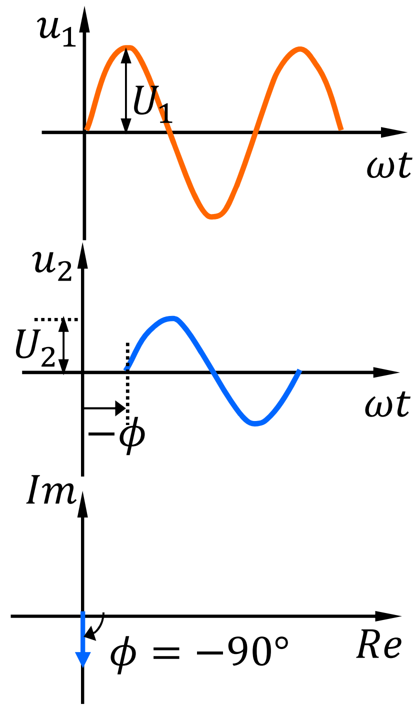
FH MÜNSTER
University of Applied Sciences



$u_1 = U_1 \cdot sin(\omega t)$



$u_2 = U_2 \cdot sin(\omega t + \phi)$



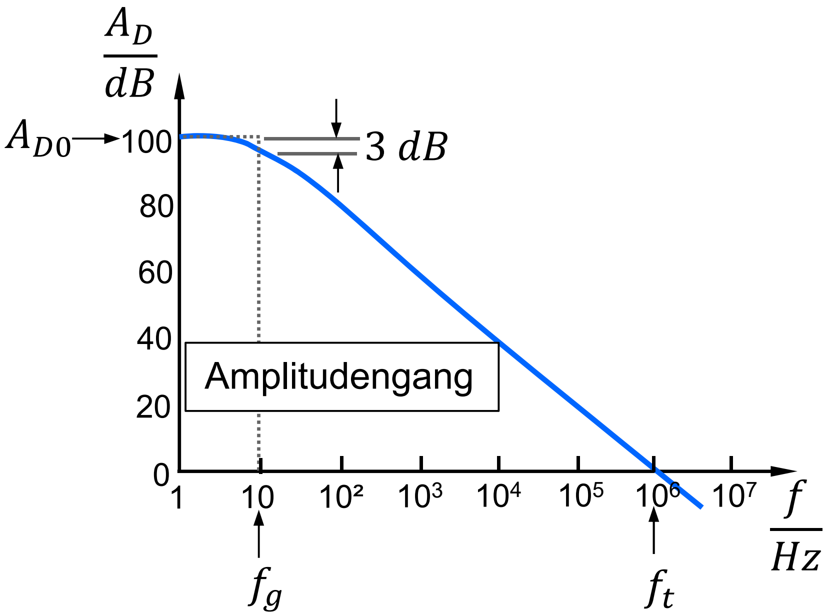
Übertragungsfunktion: $\boxed{\underline{A} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}} = \frac{U_2 \cdot e^{j\phi_2}}{U_1 \cdot e^{j\phi_1}} = \frac{U_2}{U_1} \cdot e^{\underbrace{j\cdot(\phi_2-\phi_1)}_{=\phi}}$

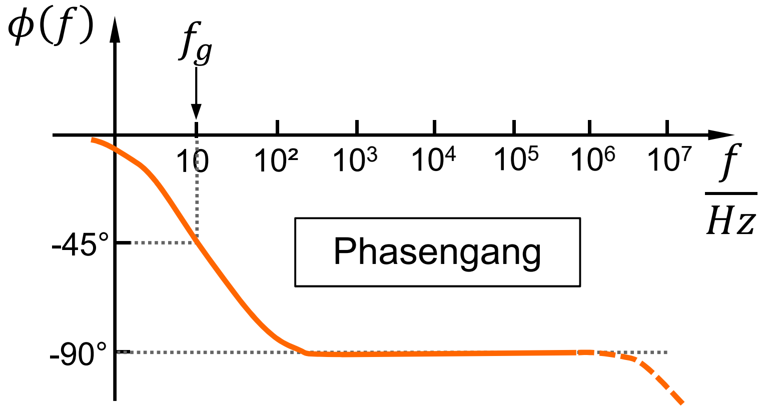
$$\boxed{\underline{A} = |\underline{A}| \cdot e^{j\phi} \equiv A\angle\phi}$$

- $\underline{A}$ ist i. A. eine frequenzabhängige, komplexe Größe. Man bezeichnet $\underline{A} = \underline{A}(\omega)$ als Frequenzgang. Der Betrag $A(\omega)$ wird als Amplitudengang und $\phi(\omega)$ als Phasengang bezeichnet.

Frequenzgang eines OP (Bode-Diagramm)

FH MÜNSTER
University of Applied Sciences





- OPs haben aus Stabilitätsgründen den Frequenzgang eines Tiefpasses 1. Ordnung (internes oder externes, frequenzgangbestimmendes RC-Glied). (Systemtheorie)

- A_{D0} Differenzverstärkung des OP bei $f = 0\ Hz$ (Gleichspannung).
  f_g 3dB-Grenzfrequenz $\Longrightarrow$ $A_D(f_g) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot A_{D0} = 0{,}707 \cdot A_{D0}$
  f_t Transitfrequenz (Durchtrittsfrequenz) $\Longrightarrow$ $A_D(f_t) = 1(\triangleq 0\ dB)$

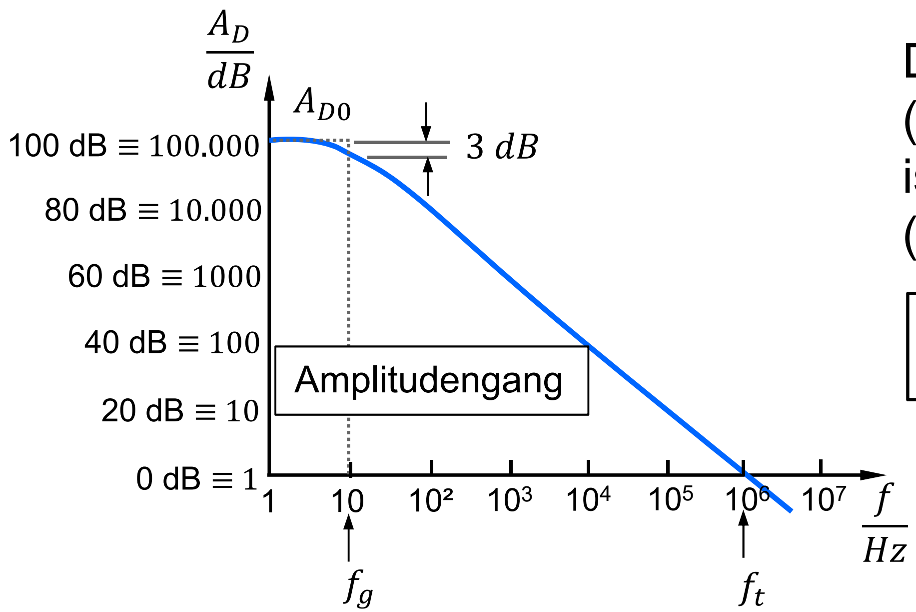
Verstärkungs-Bandbreite-Produkt

Wegen des TP-Verhaltens gilt für den Frequenzgang (ähnlich wie beim RC-Glied):

$$\underline{A}_D(f) = \frac{A_{D0}}{1 + j \cdot \frac{f}{f_g}} \Rightarrow A_D(f) = \frac{A_{D0}}{\sqrt{\cancel{1} + \left(\frac{f}{f_g}\right)^2}} \overset{f \gg f_g}{\approx} \frac{A_{D0}}{\frac{f}{f_g}} = \frac{A_{D0} \cdot f_g}{f}$$

Daraus folgt (für $f > f_g$) die allgemeine Beziehung: $A_D(f) \cdot f = A_{D0} \cdot f_g \Rightarrow A_D \sim \frac{1}{f}$

Insbesondere gilt bei der Transitfrequenz: $1 \cdot f_t = A_{D0} \cdot f_g$

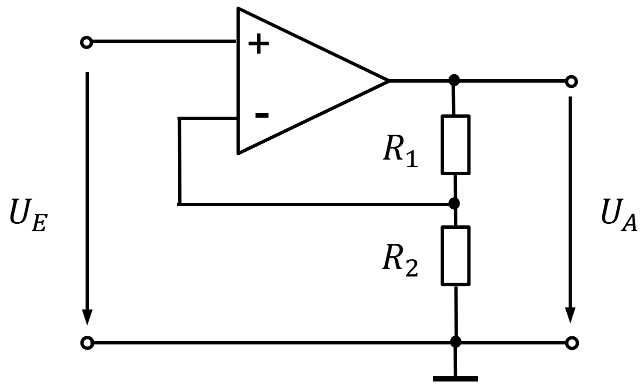


Das sog. Verstärkungs-Bandbreite-Produkt (*gain-bandwidth product – GBW*) ist eine wichtige Größe bzw. Gütezahl (*figure of merit*) des OPs (→ Datenblatt).

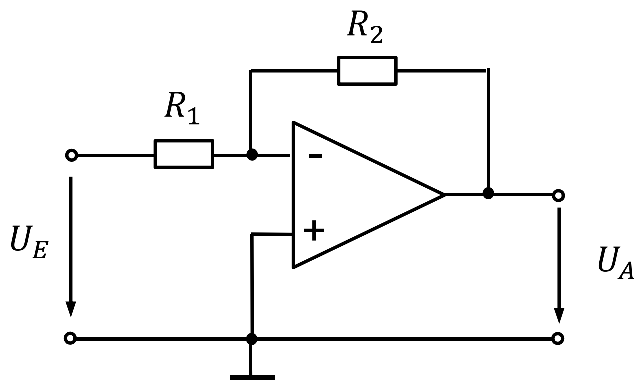
$$\boxed{GBW := A_{D0} \cdot f_g \left(= A_D(f) \cdot f = const, f \gg f_g\right)}$$

bzw. $\boxed{GBW = f_t}$

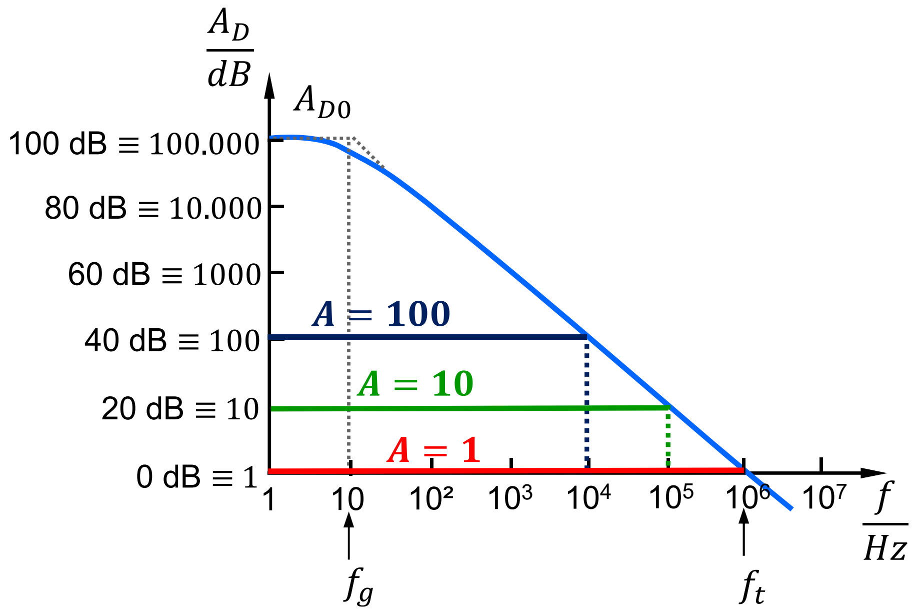
Bandbreite eines gegengekoppelten OPs



nicht invertierender Spannungsverstärker



invertierender Spannungsverstärker



$$A = -\frac{\frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{1}{A_D} \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}$$

Die Bandbreite eines gegengekoppelten Spannungsverstärkers ist von der, durch die äußere Beschaltung eingestellten, Verstärkung A abhängig!

Über diese Bandbreite hinaus hat man weiterhin das Verhalten eines Tiefpasses.

Summierer

Bei mehreren Eingängen werden alle Eingangsströme am Minus-Eingang addiert:

$$I_1 + I_2 + \; ... + I_n = I_f$$

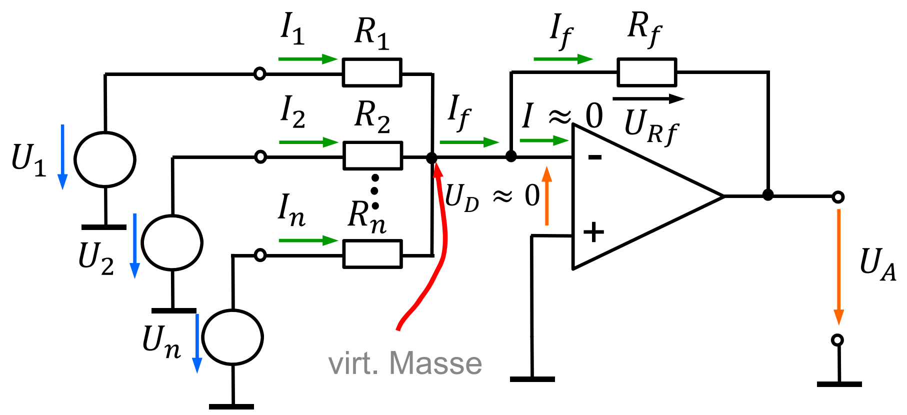
Bei einem idealen OP (virt. Masse) gilt:

$$\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \; ... + \frac{U_n}{R_n} = \frac{U_{Rf}}{R_f}$$

sowie: $U_A = -U_{Rf} = -I_f R_f$ und somit:

$$U_A = -\left(\frac{R_f}{R_1} \cdot U_1 + \frac{R_f}{R_2} \cdot U_2 + \; ... + \frac{R_f}{R_n} \cdot U_n\right)$$

$$U_A = -\frac{R_f}{R_1} \cdot (U_1 + U_2 + \; ... + U_n)$$



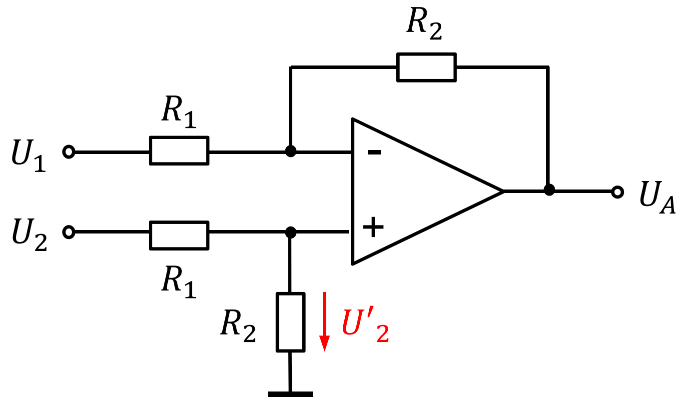
Die Ausgangsspannung des Summierers ist gleich der negativen, gewichteten Summe der Eingangsspannungen - Superposition

Im Falle gleicher Eingangswiderstände $R_1 = R_2 = \; ... = R_n$ entfällt die Gewichtung der einzelnen Summenden.

- Da der Minus-Eingang virtuell auf Masse liegt, sind die Eingänge voneinander entkoppelt, d. h. es fließen keine Ausgleichsströme zwischen den Spannungsquellen. ⇒ Stromaddition

Subtrahierer (Differenzverstärker)

- Durch Kombination des invertierenden mit dem nicht invertierenden Verstärker erhält man einen gegengekoppelten Differenzverstärker.

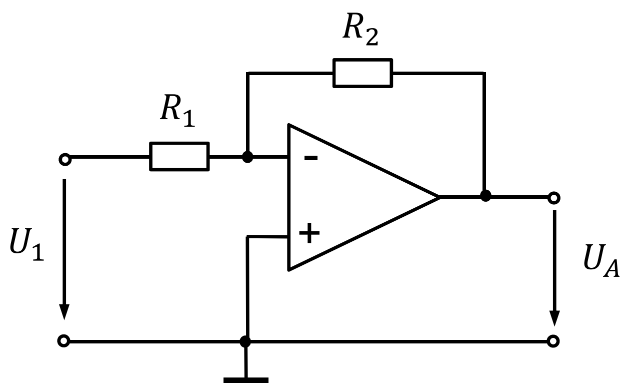


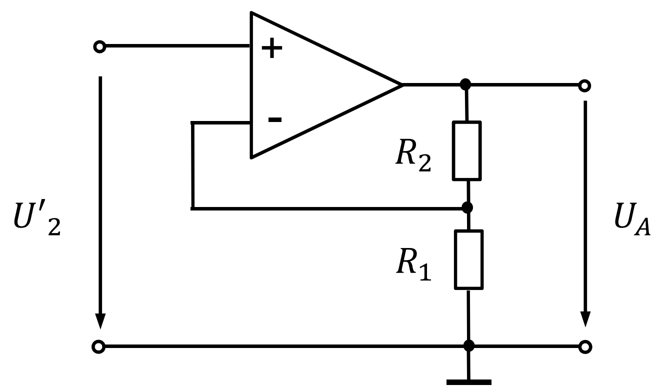
Analyse mit Hilfe des Überlagerungssatzes:

$$U'_A\Big|_{U_2=0} = -\frac{R_2}{R_1}\cdot U_1$$

U_1 für sich alleine wird invertierend verstärkt.

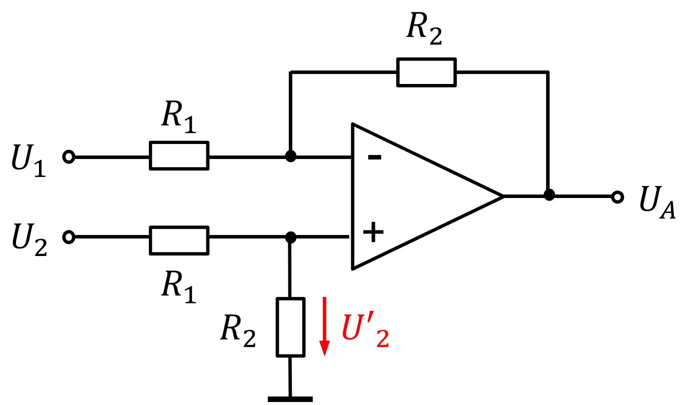
- Prinzip des „virtuellen" Kurzschluss: Wegen $U_D = 0\,V$ liegt der Knoten am invertierenden Eingang auf dem gleichen Potential wie der nicht-invertierenden Eingang





Subtrahierer (Differenzverstärker)

- Durch Kombination des invertierenden mit dem nicht invertierenden Verstärker erhält man einen gegengekoppelten Differenzverstärker.



Analyse mit Hilfe des Überlagerungssatzes:

$$U'_A\Big|_{U_2=0} = -\frac{R_2}{R_1}\cdot U_1$$

U_1 für sich alleine wird invertierend verstärkt.

- Prinzip des „virtuellen" Kurzschluss: Wegen $U_D = 0\,V$ liegt der Knoten am invertierenden Eingang auf dem gleichen Potential wie der nicht-invertierenden Eingang

Für U'_2 (U_2) wirkt der Verstärker nicht-invertierend:

$$U''_A\Big|_{U_1=0} = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\cdot \underbrace{\frac{R_2}{R_1+R_2}\cdot U_2}_{=U'_2} = \frac{R_2}{R_1}\cdot U_2$$

U_2 für sich alleine wird nicht-invertierend verstärkt.

Durch Überlagerung $U_A = U'_A + U''_A$ erhält man:

$$U_A = \frac{R_2}{R_1}\cdot(U_2 - U_1)$$

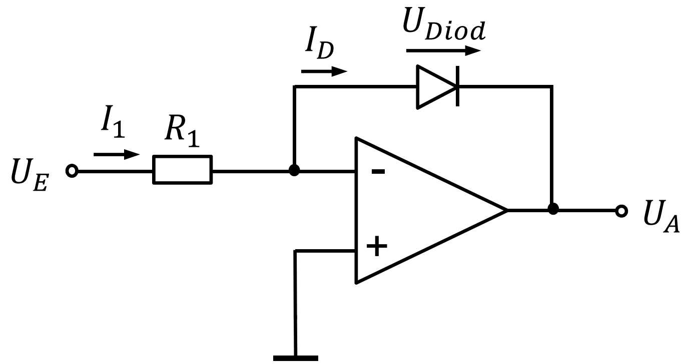
Nur die Differenz aus den beiden Eingangsspannungen wird verstärkt. Der Gleichtaktanteil wird ignoriert.

⇨ Auswertung einer Brückenschaltung

FH MÜNSTER
University of Applied Sciences

Logarithmierer

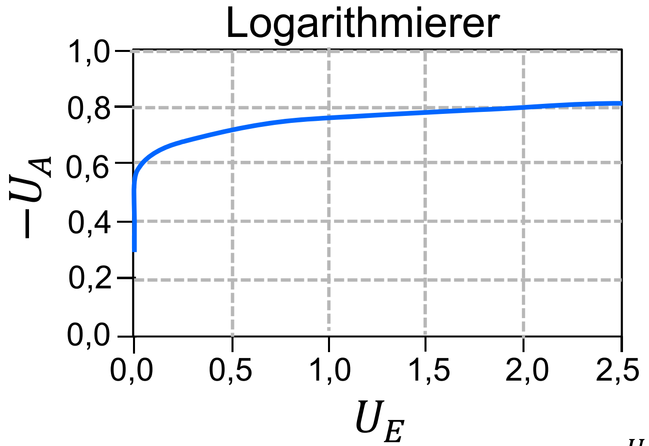
$$I_1 = \frac{U_E}{R_1} \qquad I_D = I_S \cdot e^{\frac{U_{Diod}}{n \cdot U_{Temp}}}$$



Der OP stellt U_A so ein, dass $U_A = -U_{Diod}$ gilt und damit $I_1 = I_D$. Daraus ergibt sich:

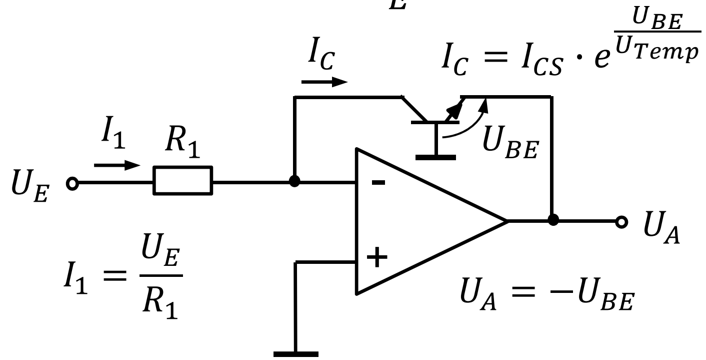
$$\frac{U_E}{R_1} = I_S \cdot e^{\frac{-U_A}{n \cdot U_{Temp}}} \implies U_A = -n \cdot U_{Temp} \cdot l_n \frac{U_E}{I_S \cdot R_1}$$

$$U_A = \underbrace{-n \cdot U_{Temp} \cdot ln10}_{=60\ldots120mV} \cdot log_{10} \frac{U_E}{I_S \cdot R_1} (f\ddot{u}r\ U_E > 0)$$



- Da der Emissionskoeffizient bei Dioden stromabhängig ist, lässt sich die Genauigkeit durch Verwendung eines BJT $(n = 1)$ erheblich verbessern $(U_A = -U_{BE})$.

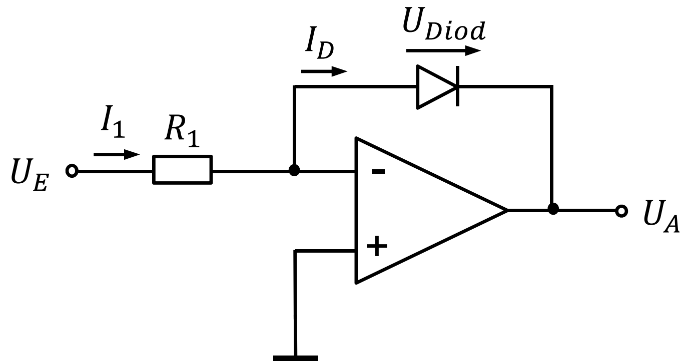
$$U_A = -U_{Temp} \cdot ln \frac{U_E}{I_{CS} \cdot R_1} \quad (f\ddot{u}r\ U_E > 0)$$



- Einsatz: Multiplikation $\rightarrow \log(AB) = \log(A) + \log(B)$

Logarithmierer

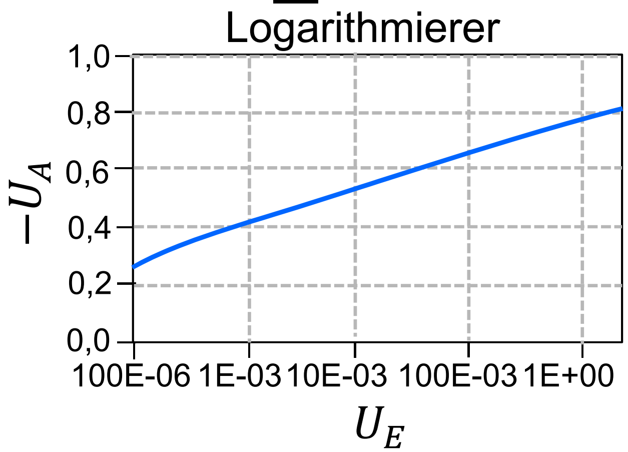
$$I_1 = \frac{U_E}{R_1} \qquad I_D = I_S \cdot e^{\frac{U_{Diod}}{n \cdot U_{Temp}}}$$



Der OP stellt U_A so ein, dass $U_A = -U_{Diod}$ gilt und damit $I_1 = I_D$. Daraus ergibt sich:

$$\frac{U_E}{R_1} = I_S \cdot e^{\frac{-U_A}{n \cdot U_{Temp}}} \implies U_A = -n \cdot U_{Temp} \cdot l_n \frac{U_E}{I_S \cdot R_1}$$

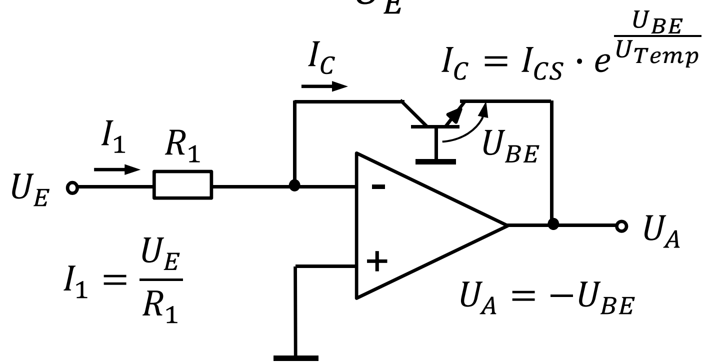
$$U_A = \underbrace{-n \cdot U_{Temp} \cdot ln10}_{=60\ldots120mV} \cdot log_{10} \frac{U_E}{I_S \cdot R_1} (f\ddot{u}r\ U_E > 0)$$



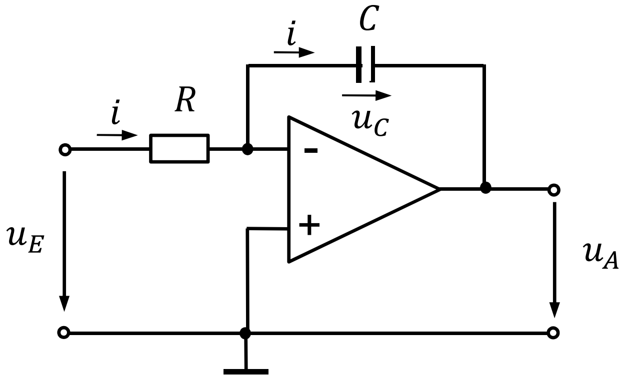
- Da der Emissionskoeffizient bei Dioden stromabhängig ist, lässt sich die Genauigkeit durch Verwendung eines BJT $(n = 1)$ erheblich verbessern $(U_A = -U_{BE})$.

$$U_A = -U_{Temp} \cdot ln \frac{U_E}{I_{CS} \cdot R_1} \quad (f\ddot{u}r\ U_E > 0)$$

- Einsatz: Multiplikation $\rightarrow \log(AB) = \log(A) + \log(B)$



(Integrierer) Integrator



Die Eingangsspannung u_E hat den Strom $i = \frac{U_E}{R}$ zur Folge, mit welchem der Kondensator geladen wird.

Es sei zunächst $u_C(0) = 0$
(C zum Zeitpunkt $t = 0$ ungeladen).
In diesem Fall gilt für den zeitlichen Verlauf der Kondensatorspannung $(\mathrm{t} > 0)$:

$$u_c(t) = \frac{1}{C} \cdot \int_0^t i(t)dt = \frac{1}{C} \cdot \int_0^t \frac{u_E(t)}{R} dt$$

Weil $u_A = -u_C$, ergibt sich:

$$\boxed{u_A(t) = -\frac{1}{RC} \cdot \int_0^t u_E(t)dt}$$

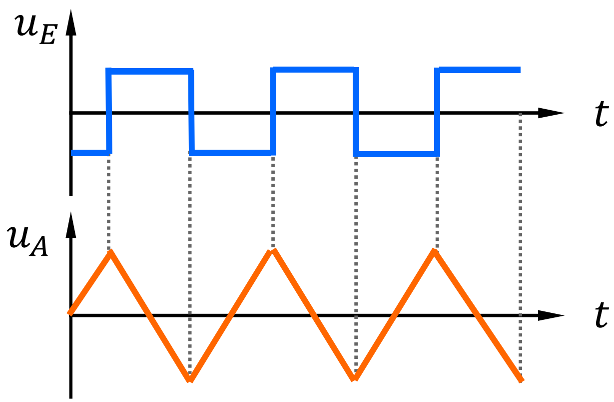
Die Ausgangsspannung des Integrierers ist das invertierte und mit $1/\mathrm{RC}$ skalierte Zeitintegral der Eingangsspannung.

Bei vorgeladener Kapazität gilt $u_C(t_0) = -u_A(t_0) \neq 0$ verallgemeinert:

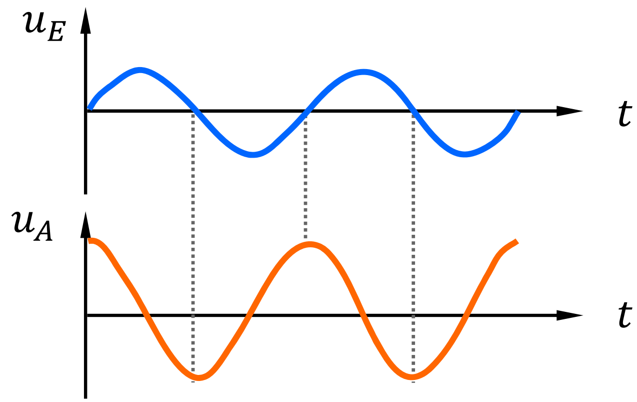
$$u_A(t) = -\frac{1}{RC} \cdot \int_{t_0}^t u_E(t)dt + u_A(t_0)$$

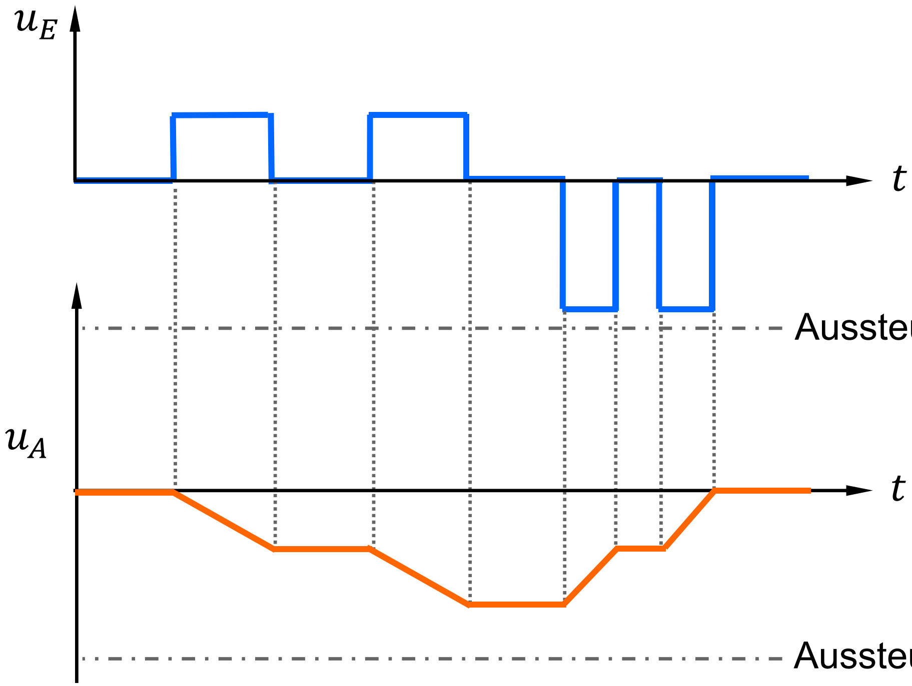
Integrator: Verhalten im Zeitbereich

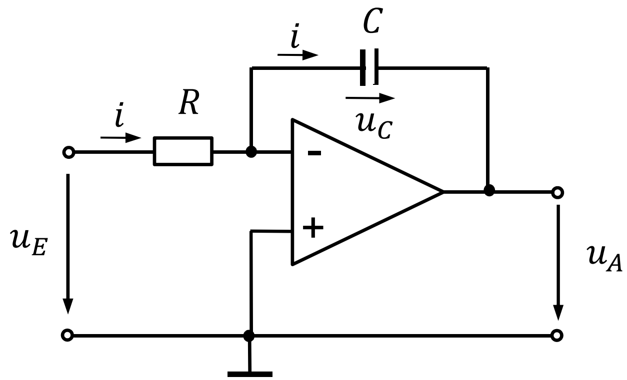
FH MÜNSTER
University of Applied Sciences



reine Wechsel-
spannungen am
Eingang (DC-
Anteil null)

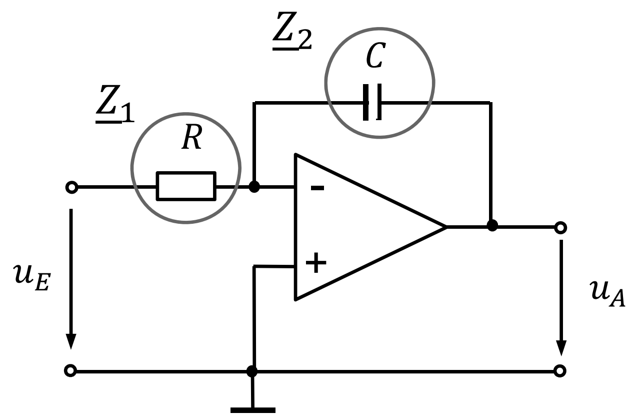


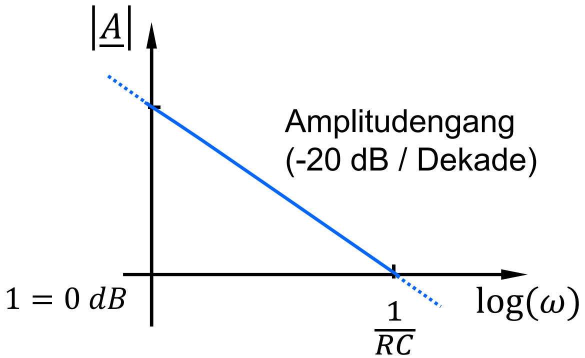


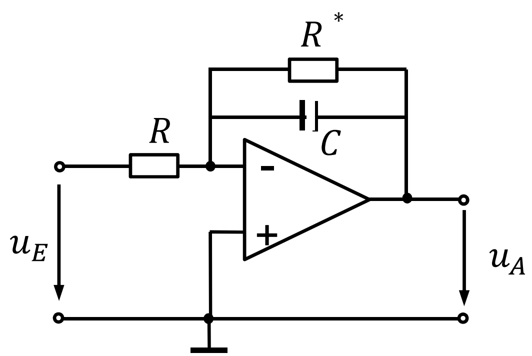


$$u_A(t) = -\frac{1}{RC} \cdot \int_0^t u_E(t)dt$$

Übertragungsfunktion des Integrators







Das Verhalten des Integrierers im Frequenzbereich wird durch seine Übertragungsfunktion beschrieben:

$$\underline{A} = \frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E} = -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1} = -\frac{\frac{1}{j\omega C}}{R} = -\frac{1}{j\omega RC}$$

Die Übertragungsfunktion interessiert uns vor allem bei der Integration von periodischen Signalen (sin ωt). Die Zerlegung nach Betrag und Phase ergibt:

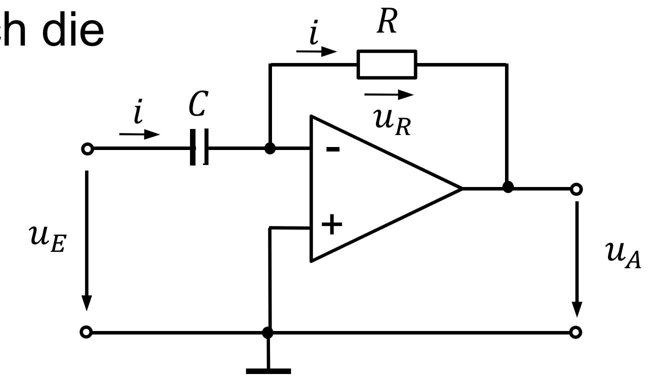
$$|\underline{A}| = \frac{1}{\omega RC}\ , \qquad \emptyset = +90° = const$$

- Der Integrierer verhält sich wie ein Tiefpass 1. Ordnung mit einer Grenzfrequenz von null. Bei $\omega = 0$ (DC) geht die Verstärkung gegen ∞!
- Jeder noch so kleine Gleichspannungsanteil im Eingangssignal bedeutet, $u_A \to \infty$ (Integrierer läuft mit der Zeit in die Begrenzung).
- Durch einen zusätzlichen Parallelwiderstand R* kann die DC-Verstärkung auf den Wert R*/R begrenzt werden. Aber: Integrierer wird dadurch im Prinzip zum gewöhnlichen TP.

Differenzierer

FH MÜNSTER
University of Applied Sciences

Durch den Kondensator fließt nur dann Strom, wenn sich die Eingangsspannung ändert:

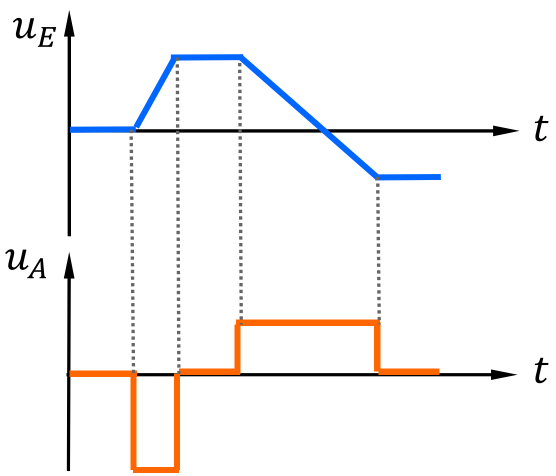


$$i(t) = C \cdot \frac{du_E(t)}{dt}$$

Mit $u_A = -u_R = -R \cdot i$ folgt:

$$\boxed{u_A(t) = -RC \cdot \frac{du_E(t)}{dt}}$$

Die Ausgangsspannung ist proportional zur Änderungsgeschwindigkeit der Eingangsspannung. Der Differenzierer reagiert daher nur auf Änderungen am Eingang.



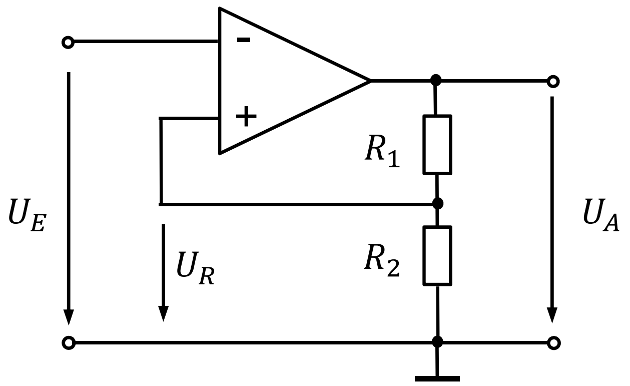
Betrachtung im Frequenzbereich:

$$\underline{A} = \frac{\underline{U_A}}{\underline{U_E}} = -\frac{\underline{Z_2}}{\underline{Z_1}} = -\frac{R}{\frac{1}{j\omega C}} = -\mathrm{j\omega RC}$$

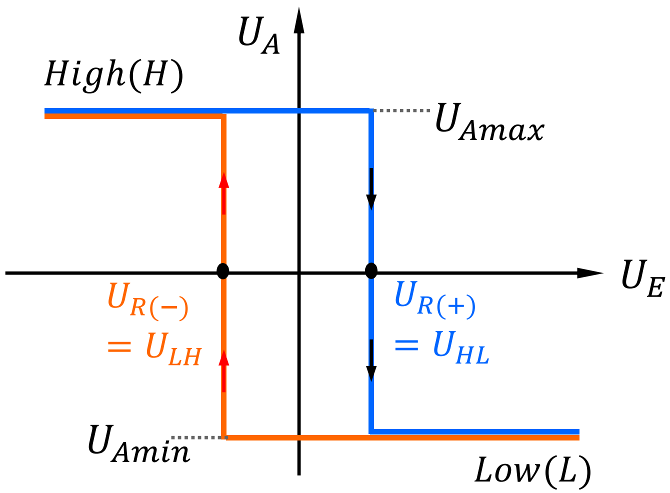
$$|\underline{A}| = \omega RC\,, \qquad \emptyset = -90° = const$$

- Der Differenzierer verhält sich wie ein Hochpass 1. Ordnung mit Grenzfrequenz bei ∞.
- Die Schaltung hat Stabilitätsprobleme (Schwingungsneigung). Abhilfe: kleines R_1 in Reihe zu C (Hochpass: R_1C).

Komparator mit Hysterese (Schmitt-Trigger)



invertierender Schmitt-Trigger



- Mitkopplung statt Gegenkopplung: Ein Teil von U_A wird additiv auf den Eingang zurückgeführt.
- Schmitt-Trigger: Modifizierter Schwellwert-schalter mit 2 Schaltwellen anstatt einer (→ immun gegen gestörte Eingangssignale).
- Der Ausgang kann sich nur sprunghaft zwischen den beiden Sättigungsgrenzen U_{Amax} und U_{Amin} ändern. Entsprechendes gilt auch für die rückgekoppelte Spannung U_R:

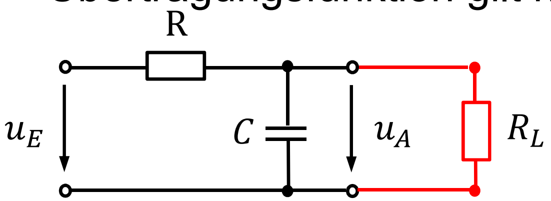
$$U_{R(+)} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{Amax} \qquad U_{R(-)} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{Amin}$$

- Die Schaltung kippt genau dann in den jeweils anderen Zustand, wenn U_E den aktuellen Wert von U_R erreicht. Die beiden Schaltschwellen liegen daher:

$$U_{HL} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{Amax} \qquad U_{LH} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{Amin}$$

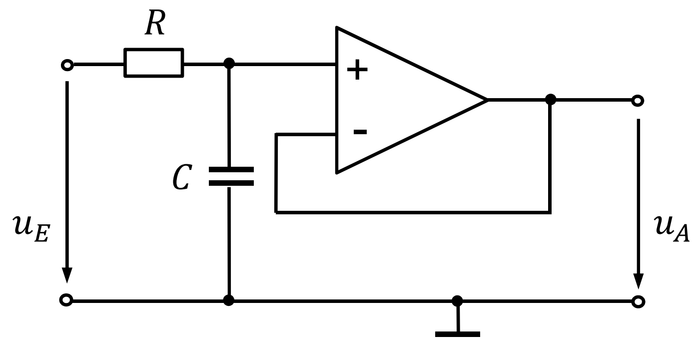
Aktiver Tiefpass 1. Ordnung

Übertragungsfunktion gilt nur für ein unbelastetes RC-Glied! max(|A|)=1



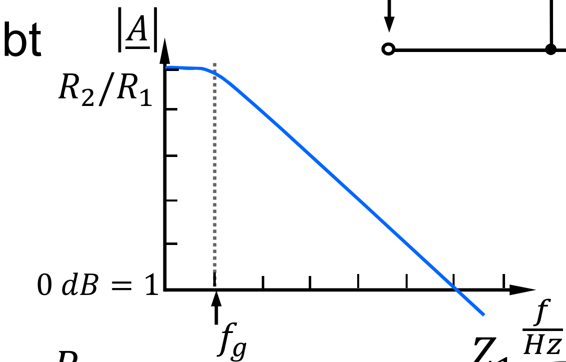
$r = R \cdot C$

$$\underline{A} = \frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{1}{j\omega C}+R} = \frac{1}{1+j\omega RC}$$

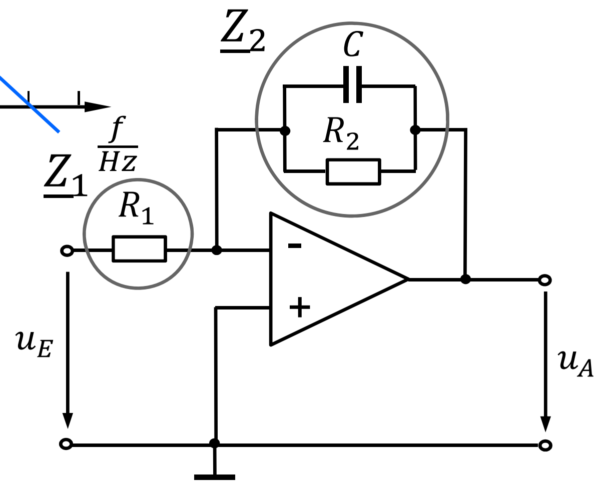


- Damit sich eine Belastung des Ausgangs nicht auf den Frequenzgang auswirkt, kann ein Buffer nachgeschaltet werden.

  Nachteil: Der Eingangswiderstand bleibt dabei jedoch frequenzabhängig.



- Besser: Invertierender Verstärker mit frequenzabhängiger Gegenkopplung.

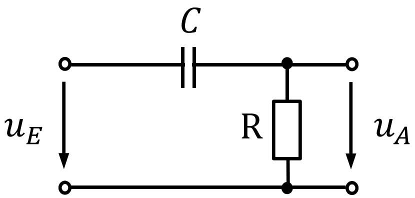


$$\underline{A} = \frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E} = -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1} \ , wobei\ \underline{Z}_1 = R_1, \ \ \underline{Z}_2 = \frac{R_2}{1+j\omega R_2 C}$$

$$\Longrightarrow \underline{A} = \underbrace{-\frac{R_2}{R_1}}_{DC-Verstärk.} \cdot \frac{1}{1+j\omega \underbrace{R_2 C}_{=\tau}} \qquad f_g = \frac{1}{2\pi \cdot \tau} = \frac{1}{2\pi \cdot R_2 C}$$

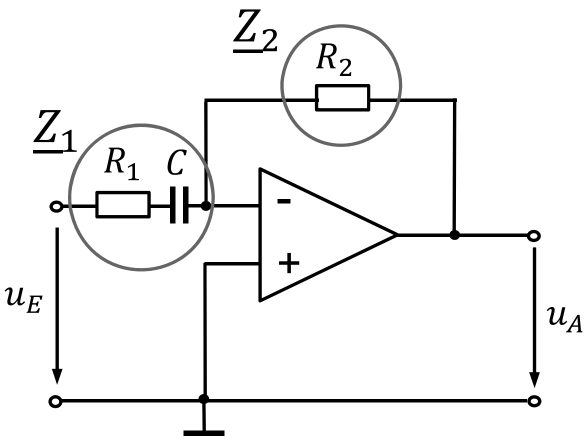
Aktiver Hochpass 1. Ordnung

FH MÜNSTER
University of Applied Sciences



$r = R \cdot C$

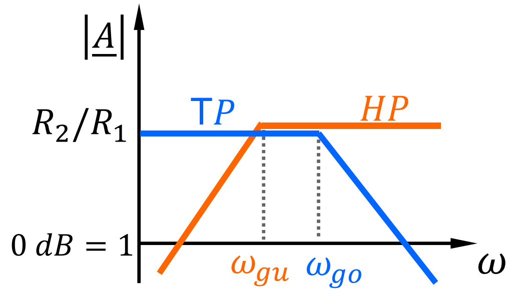
$$\underline{A} = \frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$



$$\underline{A} = \frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E} = -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1} \text{ ,wobei } \underline{Z}_1 = R_1 + \frac{1}{j\omega C}, \quad \underline{Z}_2 = R_2$$

$$\Longrightarrow \underline{A} = \underbrace{-\frac{R_2}{R_1}}_{\underline{A}(\omega \to \infty)} \cdot \frac{j\omega R_1 C}{1 + j\omega \underbrace{R_1 C}_{=\tau}}$$

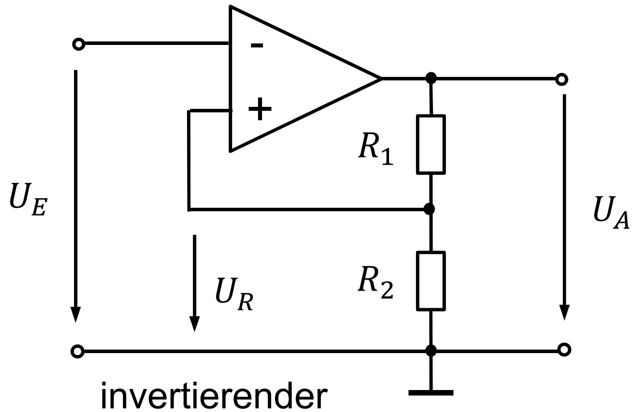
$$f_g = \frac{1}{2\pi \cdot \tau} = \frac{1}{2\pi \cdot R_1 C}$$



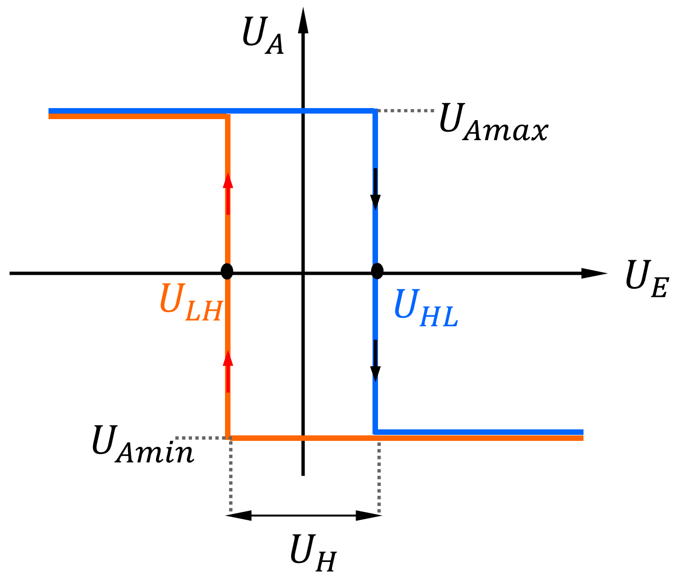
- Bei höheren Frequenzen ist der Verstärkungsabfall des OPs zu berücksichtigen (Tiefpassverhalten des realen OPs). Die Schaltung arbeitet daher genau genommen als Bandpass.
- Mit OPs lassen sich auch Filter höherer Ordnung einfach realisieren (→ größere Flankensteilheit). Bei aktiven Filtern kann auf den Einsatz von Induktivitäten grundsätzlich verzichtet werden.

Invertierender Schmitt-Trigger

FH MÜNSTER
University of Applied Sciences



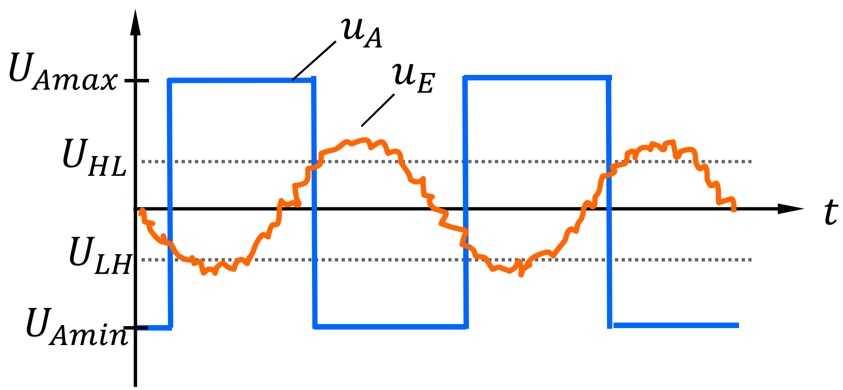
invertierender
Schmitt-Trigger



- Die Übertragungskennlinie hat eine Hysterese: U_A hängt nicht allein von U_E ab, sondern auch von der „Vorgeschichte“ (d.h. vom aktuellen Zustand).

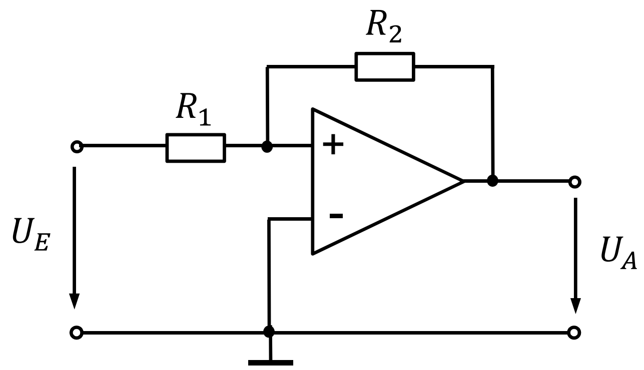
  Die Breite der Hysterese beträgt:

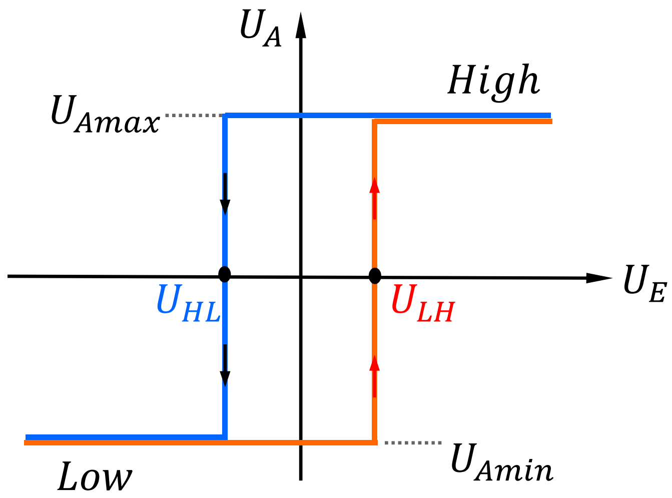
$$U_H = U_{HL} - U_{LH} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot (U_{Amax} - U_{Amin})$$



Nicht invertierender Schmitt-Trigger

FH MÜNSTER
University of Applied Sciences





Die Schaltung kippt jeweils um, sobald die Eingangsspannung die Differenz am OP-Eingang zu null werden lässt.
Man kann zeigen (Überlagerungssatz, Spannungsteilerregel → Übung):

$$U_{HL} = -\frac{R_1}{R_2} \cdot U_{Amax} \qquad U_{LH} = -\frac{R_1}{R_2} \cdot U_{Amin}$$

$$\frac{U_{HL}}{R_1} = -\frac{U_{Amax}}{R_2} \qquad \frac{U_{LH}}{R_1} = -\frac{U_{Amin}}{R_2}$$