N115)

a) Hinweis: $\int x \cdot e^{ax}\, dx = \frac{ax-1}{a^2} \cdot e^{ax}$

Geradengleichung aufstellen:

$u(\omega_1 t) = m \cdot t + b = \frac{\hat{u}}{\pi} \cdot \omega t - \hat{u}$

$c_n = \frac{1}{T_1} \int_{(T_1)} u(\omega_1 t)\, e^{-jn\omega_1 t} = \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} \left(\frac{\hat{u}}{\pi} \cdot \omega_1 t - \hat{u} \right) \cdot e^{-jn\omega_1 t}$

$= \frac{1}{T_1} \int_0^{2\pi} \frac{\hat{u}}{\pi} \cdot \omega_1 t \cdot e^{-jn\omega_1 t} - \hat{u} \cdot e^{-jn\omega_1 t}\, dt = \frac{\hat{u}}{T_1} \cdot \int_0^{2\pi} \frac{1}{\pi} \cdot \omega_1 t \cdot e^{-jn\omega_1 t} - e^{-jn\omega_1 t}\, dt$

$= \frac{\hat{u}}{T_1} \left(\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \omega_1 t \cdot e^{-jn\omega_1 t}\, dt - \int_0^{2\pi} - e^{-jn\omega_1 t}\, dt \right)$

$= \frac{\hat{u}}{T_1} \left(\frac{1}{\pi} \cdot \frac{jn\omega_1 t - 1}{(-jn)^2} \cdot e^{jn\omega_1 t} - \int_0^{2\pi} - e^{-jn\omega_1 t}\, dt \right)$

$= \frac{\hat{u}}{T_1} \left(\frac{-jn\omega_1 t - 1}{\pi n^2} \cdot e^{jn\omega_1 t} - \left[\frac{-1}{-jn\omega_1} \cdot e^{-jn\omega_1 t} \right]_0^{2\pi} \right)$

$= \frac{\hat{u}}{T_1} \left(\frac{-jn\omega_1 t - 1}{-\pi n^2} \cdot e^{jn\omega_1 t} - \frac{-1}{-jn\omega_1} \cdot e^{-jn 2\pi} + \frac{-1}{-jn\omega_1} \cdot e^{-jn 0} \right)$

$= \frac{\hat{u}}{T_1} \left(\frac{-jn\omega_1 t - 1}{-\pi n^2} \cdot e^{jn\omega_1 t} + \frac{1}{-jn\omega_1} \frac{-1}{-jn\omega_1} \right)$

$= \frac{\hat{u}}{T_1} \cdot \frac{-jn\omega_1 t - 1}{-\pi n^2} \cdot e^{-jn\omega_1 t}$ T_1 für t einsetzen

$= \frac{\hat{u}}{T_1} \cdot \frac{-jn \cdot T_1 - 1}{-\pi n^2}$

$= \frac{-jn\hat{u}T_1 - \hat{u}}{-\pi n^2 T_1} = \frac{\hat{u}}{\pi n^2 T_1} + j \frac{\hat{u}}{\pi n}$

b) $a_0 = c_0 = \frac{-j \cdot 0 \cdot \hat{u} - \hat{u}}{\pi \cdot 0^2}$

$a_n = c_n + c_{-n} = 2\mathrm{Re}[c_n] = \frac{2\hat{u}}{\pi n^2 T_1} = \frac{\hat{u}}{\pi^2 n^2}$

$b_n = 2\mathrm{Im}[c_n] = \frac{-2\hat{u}}{\pi n}$