

## 1. Motivation

- Schaltungsfamilien

## 2. Transistoren in analogen Schaltungen

- Inverter
- Kleinsignalverhalten
- Differenzstufe
- Transistor als Widerstand
- Stromquellen
- Inverter und Differenzstufe mit Stromspiegel
- Ausgangsstufen
- Kapazitäten eines Transistors
- Frequenzgang

## 3. Verstärker

- Aufbau einstufiger Verstärker
- Wirkung der Kapazitäten
- Aufbau zweistufige Verstärker
- Pole und Nullstellen
- CMRR
- PSRR
- Slew Rate

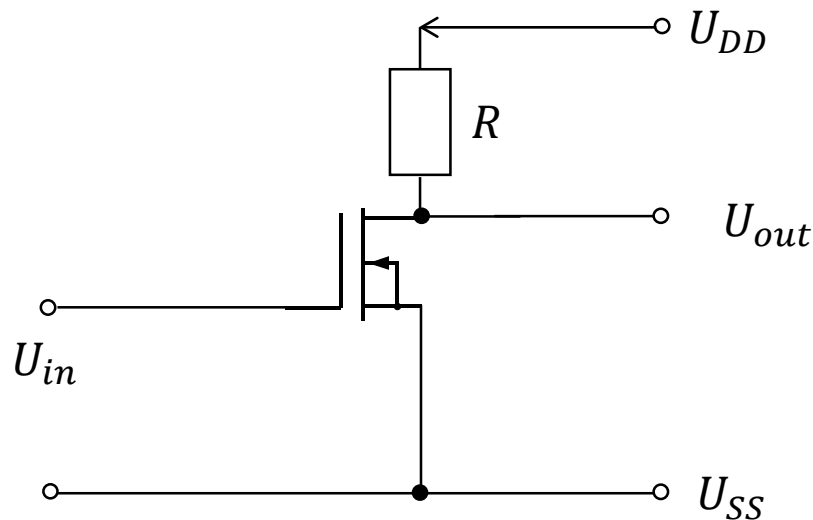
## 4. Anwendungen des OPV

- Invertierender Verstärker
- Übertragungsfunktion
- Frequenzgang (Bode-Diagramm)
- Verstärkungs-Bandbreite-Produkt
- Bandbreite eines gegengekoppelten OPV
- Summierer/ Subtrahierer
- Logarithmierer/ Integrierer
- Aktiver Tiefpass/ Hochpass 1. Ordnung
- Integrierer/ Differenzierer
- Komparator mit Hysterese

## 5. Gegen- und Mittkopplung

- Einfluss auf Eingangswiderstand
- Einfluss auf Ausgangswiderstand
- Frequenzgang
- Astabile Kippschaltung

# MOS-Transistoren in Analogschaltungen



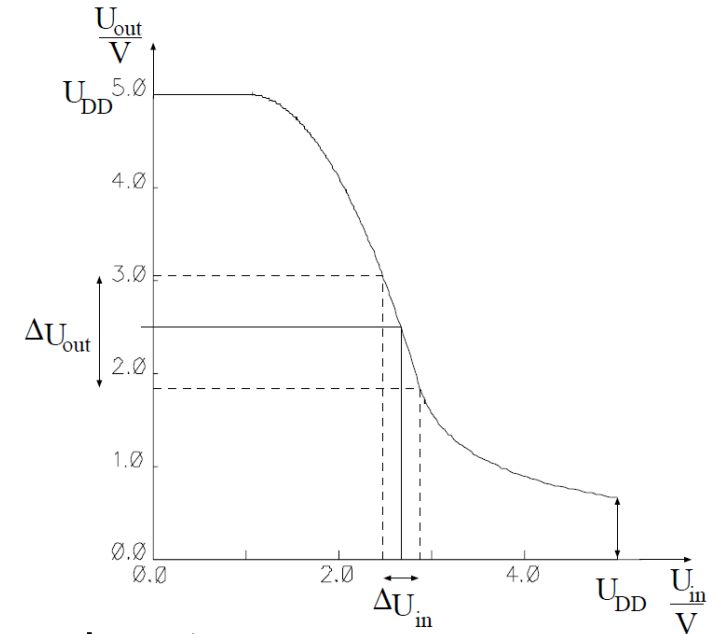
In digitaler  
Schaltungstechnik  
bekannt als Inverter  
mit Widerstandslast

Schaltung kann auch als analoger Verstärker verwendet werden:

- kleine Veränderungen von  $U_{in}$  führen zu größeren Variationen von  $U_{out}$
- Funktioniert nur bei geeigneter Wahl des Arbeitspunktes, muss im steilen Kennlinienbereich liegen

# Kennlinie des Inverters

Mit Hilfe der Dimensionierung des Transistors kann steiler Kennlinienbereich verschoben werden.  
Berechnung kann auf zwei Arten erfolgen:



1. Dimensionierung ist gegeben  $\rightarrow$  bestimme geeignetes  $U_{in}$
2.  $U_{in}$  ist gegeben  $\rightarrow$  bestimme geeignete Dimensionierung
  - Wir betrachten den zweiten Fall:
  - Annahme: Transistor in Sättigung und Vernachlässigung der Kanallängenmodulation:
  - $I_D = \frac{\beta}{2} (U_{GS} - U_{Th})^2$ ,  $U_{DD} = 5V$ ,  $U_{Th} = 1V$ ,  $U_{in} = \frac{U_{DD}}{3} + U_{Th} = 2, \bar{6}V$
  - im Arbeitspunkt:  $U_{out} = \frac{U_{DD}}{2} = 2,5V$ ,  $R = 10k\Omega$

- Mit  $U_{in} = U_{GS}$  und  $U_{out} = U_{DD} - I_D \cdot R$  ergibt sich:

- $$\frac{1}{2} \cdot U_{DD} = U_{DD} - \frac{\beta}{2} \cdot (U_{in} - U_{Th})^2 \cdot R$$
$$= U_{DD} - \frac{\beta}{2} \cdot \left(\frac{U_{DD}}{3}\right)^2 \cdot R$$

nach  $\beta$  auflösen:  $\beta = \frac{9 \cdot U_{DD}}{R \cdot U_{DD}^2} = \frac{9}{R \cdot U_{DD}}$

- $\beta$  hängt von der Dimensionierung des Transistors ab:

$$\beta = \mu \cdot \frac{\varepsilon_{ox}}{t_{ox}} \cdot \frac{W}{L} = \beta_0 \cdot \frac{W}{L}, \quad \beta_0 = \mu \cdot \frac{\varepsilon_{ox}}{t_{ox}} \approx 50 \frac{\mu A}{V^2}$$

$$\rightarrow \frac{W}{L} = \frac{9}{\beta_0 \cdot R \cdot U_{DD}} = \frac{9}{50 \frac{\mu A}{V^2} \cdot 10 k\Omega \cdot 5V} = \frac{9}{2,5}$$

W und L sind frei wählbar! Mögliche Werte beispielsweise:

$$W = 4,5\mu m \quad L = 1,25\mu m$$

$$W = 9\mu m \quad L = 2,5\mu m$$

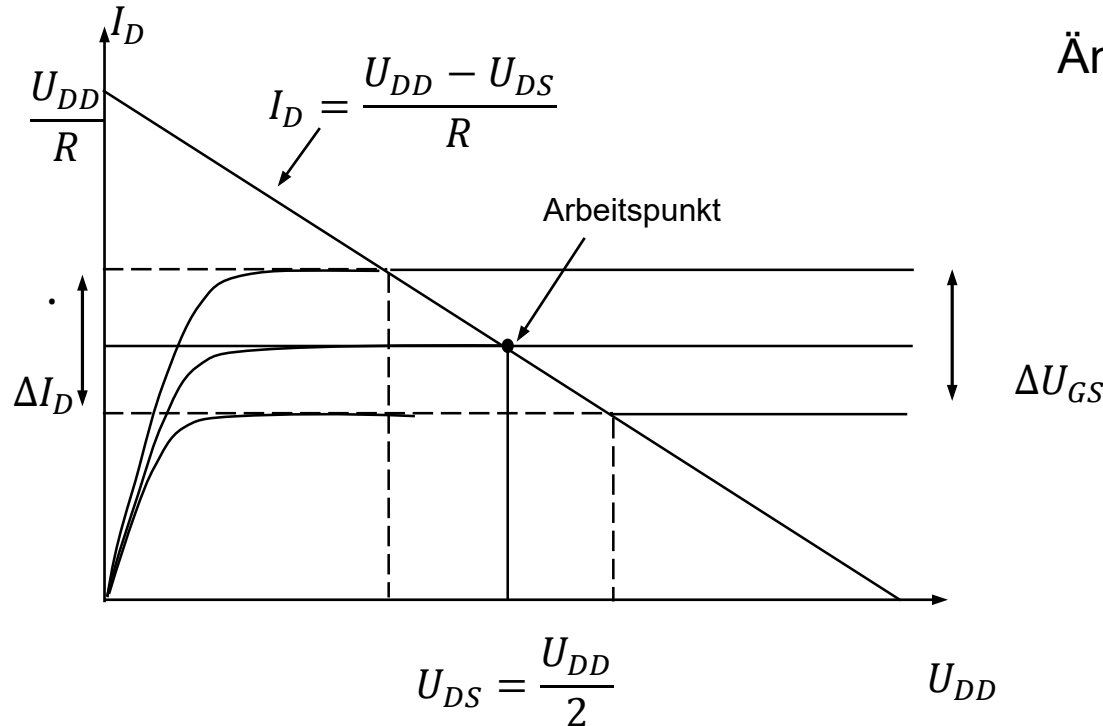
$$W = 18\mu m \quad L = 5\mu m$$

Die kleinste herstellbare Größe hängt von der verwendeten Technologie ab.

- Schließlich ergibt sich aus  $I_D = \frac{\beta}{2} (U_{GS} - U_{Th})^2$  ein Drainstrom von  $I_D = 250\mu A$ .
  - Der Strom ist auch über  $U_{DD} - U_{out}$  berechenbar.
- Gesuchte Dimensionierung und Arbeitspunkt ermittelt

**Wie groß ist die Verstärkung, wenn sich die Eingangsspannung leicht um den Arbeitspunkt variiert (Kleinsignalverhalten)?**

# Wie groß ist die Verstärkung, wenn sich die Eingangsspannung leicht um den Arbeitspunkt variiert (Kleinsignalverhalten)?



Änderung der Ausgangsspannung:  
 $\Delta U_{out} = -R \cdot \Delta I_D$

- Entspricht einer höheren bzw. niedrigeren Kurve. An der Widerstandsgrade lässt sich die Änderung von  $U_{out}$  ablesen
- Bei einem größeren Widerstand ist die Steigung der Widerstandsgerade geringer, damit ist die Änderung von  $U_{out}$  bzw. die Verstärkung größer.

Im Arbeitspunkt wird für diese kleinen Änderungen ein linearer Zusammenhang als Näherung gewählt:

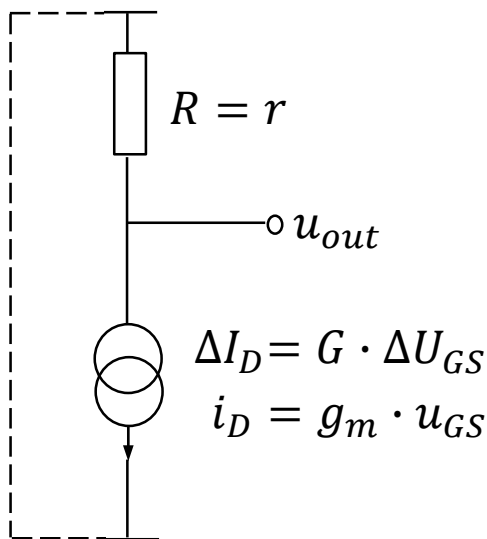
- $\Delta I_D = G \cdot \Delta U_{in}$
- $G = \frac{\Delta I_D}{\Delta U_{in}} = \frac{\Delta I_D}{\Delta U_{GS}}$
- $\Delta U_{out} = -R \cdot G \cdot \Delta U_{in}$

Durch Übergang ins Differentielle erhält man die arbeitspunktabhängige Stromverstärkung:

- $\frac{dI_D}{dU_{GS}} = g_m$
- damit ergibt sich für die Verstärkung:  $A = \frac{\Delta U_{out}}{\Delta U_{in}} = -R \cdot G$
- im Differentiellen:  $A = -g_m \cdot R$

# Kleinsignalverhalten

- Bei kleinen Änderungen der Eingangsspannung  $U_{in} = U_{GS}$ , die den Arbeitspunkt näherungsweise nicht ändern, spricht man vom Kleinsignalverhalten.
- Durch Linearisierung der Gleichungen im Arbeitspunkt können Kleinsignalersatzschaltbilder entwickelt werden, die nur diese Änderungen berücksichtigen.

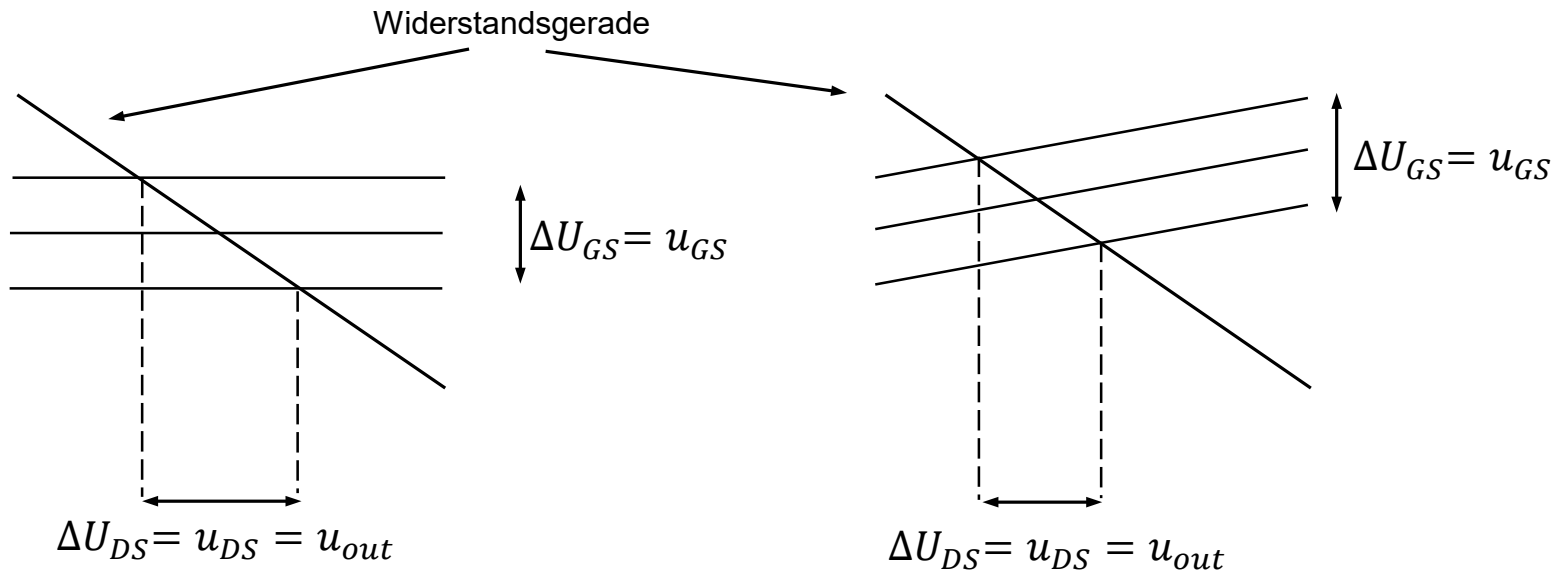


## Kleinsignalersatzschaltbild eines Inverters

- feste Potentiale können auf Masse gelegt werden, da sich die Spannung nicht ändert, d.h.  $\Delta U = 0$  bzw.  $u = 0$
- Festspannungsquellen können kurzgeschlossen werden
- Stromquellen können aufgetrennt werden, da der Strom, der in sie hinein- und herausfließt, konstant ist, d.h. Stromänderung gleich Null ( $\Delta I = 0$  bzw.  $i = 0$ )

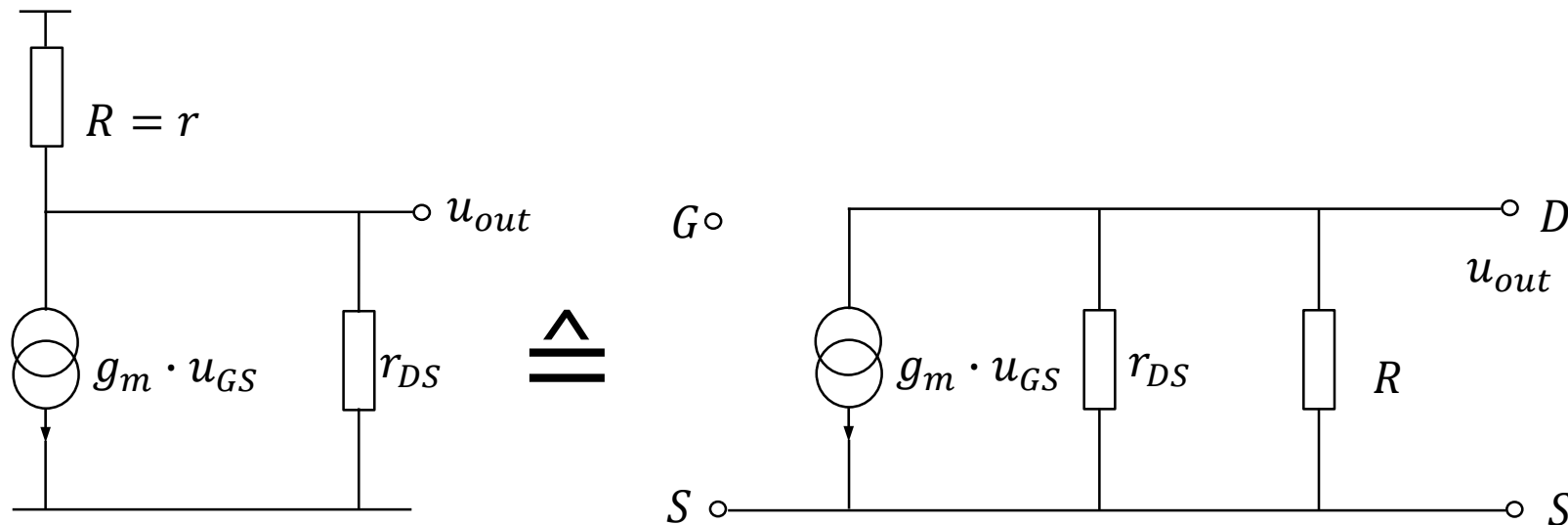


# Ideale und reale Stromquelle



- links: ideale Stromquelle, der Drainstrom ist unabhängig von der Drain-Source-Spannung  $U_{DS}$ , entspricht einer steigungslosen Geraden im Ausgangskennlinienfeld  $I_D(U_{DS})$
  - rechts: Im realen Fall führt die Kanallängenmodulation zu einer Steigung der Geraden und damit zu einem kleineren  $u_{out}$ . Das entspricht dem Early-Effekt beim Bipolartransistor.
- wirkt der erreichten Verstärkung entgegen und muss im Kleinsignal-ESB berücksichtigt werden

# Reale Stromquelle



- Widerstand  $r_{DS}$  modelliert dies, Stromänderung bleibt gleich, aber Strom teilt sich jetzt auf
- Kanallängenmodulation wird bei Berechnung von  $g_m$  vernachlässigt:

$$g_m = \frac{dI_D}{dU_{GS}} = \beta \cdot (U_{GS} - U_{Th}) = \beta \cdot U_{GSeff} = \frac{2 \cdot I_D}{U_{GSeff}} = \sqrt{2 \cdot I_D \cdot \beta} \text{ mit } \beta = \mu \cdot C_{OX} \cdot \frac{W}{L}$$

→  $\beta$  und  $g_m$  sind über das Verhältnis  $\frac{W}{L}$  einstellbar

- zur Berechnung von  $r_{DS}$  wird Kanallängenmodulation mit

$$I_D = \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot (U_{GS} - U_{Th})^2 \cdot (1 + \lambda \cdot U_{DS}) \text{ herangezogen}$$

# Reale Stromquelle, Fortsetzung

aus  $I_D = \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot (U_{GS} - U_{Th})^2 \cdot (1 + \lambda \cdot U_{DS})$  erhält man:

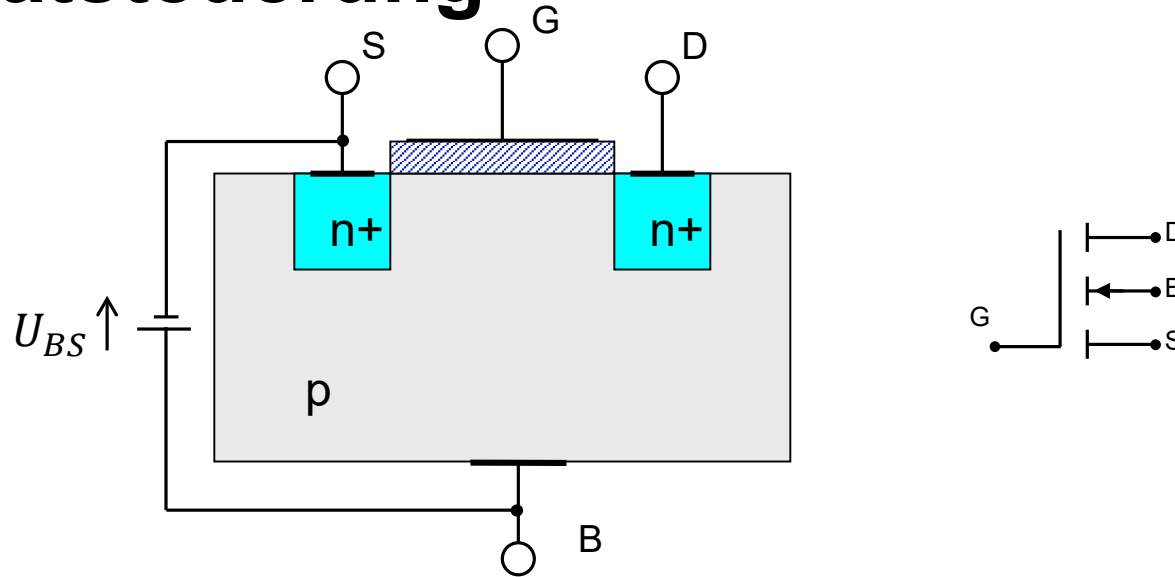
- $\frac{1}{r_{DS}} = g_{DS} = \frac{dI_D}{dU_{DS}} = \frac{1}{2} \cdot \beta (U_{GS} - U_{Th})^2 \cdot \lambda = I_D \cdot \frac{\lambda}{1 + \lambda \cdot U_{DS}}$
- mit  $\lambda \cdot U_{DS} \ll 1$ :  $= I_D \cdot \lambda$
- $r_{DS}$  lässt sich auch durch physikalische Größen ausdrücken:  $\frac{1}{g_{DS}} =$

$$r_{DS} = \frac{2 \cdot L}{k_2 \cdot I_D} \cdot \sqrt{U_{DS} - U_{DSS}}$$

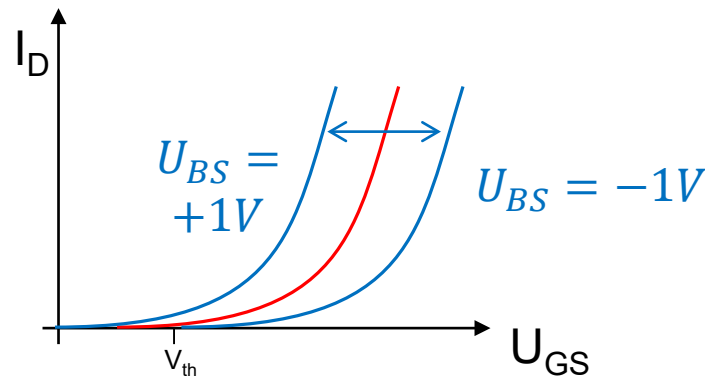
- $U_{DSS}$ : Pinch-Off-Spannung (Abschnürspannung)  $\approx U_{GSeff}$
- $L$ : Kanallänge
- $k_2$ : Kanallängenmodulationsfaktor

- Kleinsignalverhalten  $r_{DS}$  hängt von  $L$  ab, während der absolute Widerstand vom Verhältnis  $\frac{W}{L}$  abhängt
- je länger der Transistor, desto größer wird  $r_{DS}$  und damit wird die Kennlinie flacher und nähert sich der Idealkennlinie, d.h.  $\lambda$  ist abhängig von  $L$
- $\lambda$  und  $k_2$  beschreiben Kanallängenmodulation,  $k_2$  ist eine physikalische Größe und  $\lambda$  ist ein Näherungsfaktor

# Substratsteuerung

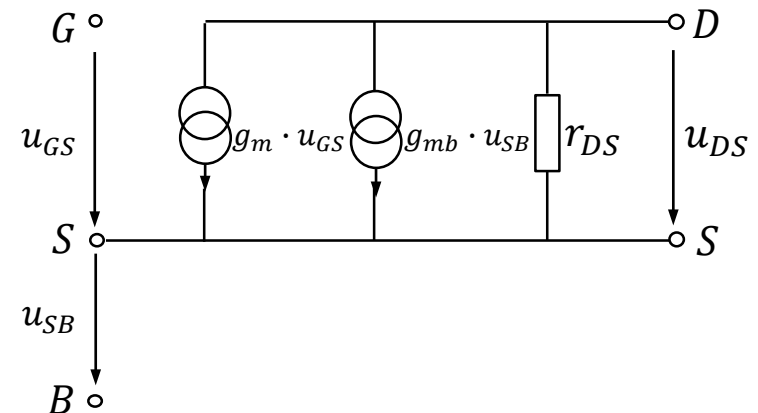


Mit  $U_{BS} \neq 0$  kann Kennlinie verschoben werden



# Source-Bulk-Spannung $U_{SB}$

- liegt der Bulk nicht auf dem gleichen Potential wie die Source ( $U_{SB} \neq 0$ ), ändert sich die Schwellspannung  $U_{Th}$ :
- $U_{Th} = U_{Th0} + \gamma \cdot (\sqrt{U_{SB} + 2 \cdot \Phi_D} - \sqrt{2 \cdot \Phi_D})$  mit
  - $\Phi_D$ : Diffusionsspannung, auch als  $U_D$  bezeichnet
  - $\gamma$ : bulk threshold parameter
- da  $U_{Th}$  abhängig ist von  $U_{SB}$ , ist auch  $I_D$  von  $U_{SB}$  abhängig, unter Vernachlässigung der Kanallängenmodulation ergibt sich:
- $g_{mb} = \frac{dI_D}{dU_{SB}} = \frac{dI_D}{dU_{Th}} \cdot \frac{dU_{Th}}{dU_{SB}} = -\beta \cdot (U_{GS} - U_{Th}) \cdot \frac{dU_{Th}}{dU_{SB}}$
- $g_{mb} = -g_m \frac{dU_{Th}}{dU_{SB}} = -g_m \frac{\gamma}{2 \cdot \sqrt{U_{SB} + 2 \cdot \Phi_D}}$
- im Sättigungsbereich gilt in der Regel:  
 $|g_{mb}| \ll |g_m|$
- Kleinsignal-ESB wird um Stromquelle  $g_{mb} \cdot U_{SB}$  ergänzt, es gilt  $g_{mb} < 0$ :



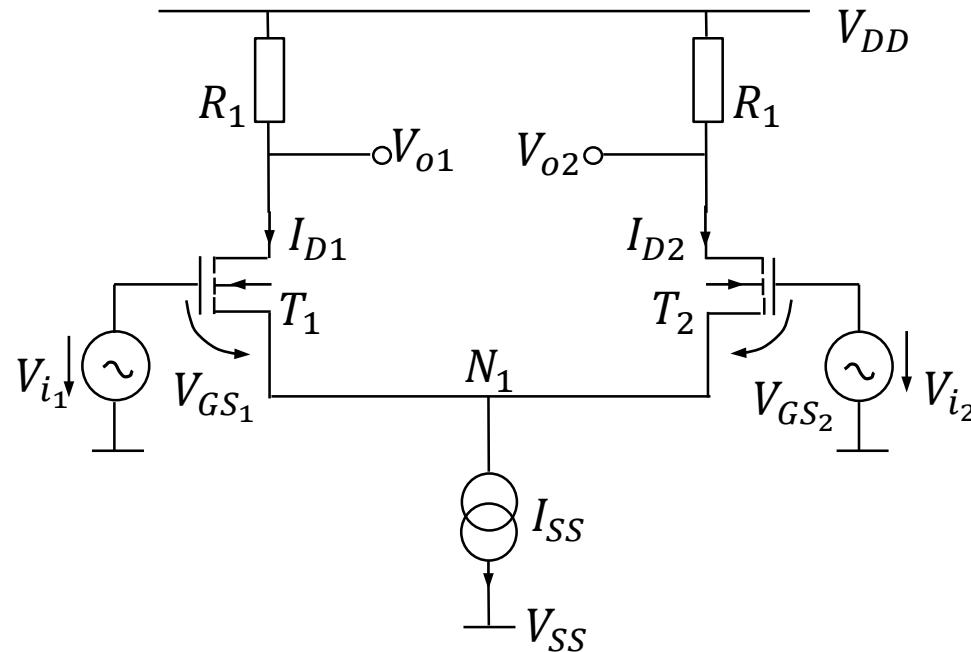
# Beispiel

- $\frac{W}{L} = \frac{50\mu m}{5\mu m}$ ,  $\beta_{0n} = \mu_n \cdot \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} \approx 50 \frac{\mu A}{V^2}$ ,  $U_{Th0} = 1V$ ,
- $\Phi_D = U_D \approx 0V$ ,  $\gamma = 0,8V^{\frac{1}{2}}$ ,  $k_2 = 0,2 \frac{\mu m}{\sqrt{V}}$
- anstatt  $k_2$  könnte auch  $\lambda = 0,01 \frac{1}{V}$  angegeben sein
- Arbeitspunkt befindet sich bei:  $U_{GS} = 3,6V$ ,  $U_{DS} = 5V$ ,  $U_{SB} = 4V$
- damit können restliche Werte berechnet werden, unter Vernachlässigung der Kanallängenmodulation ergibt sich:  
 $I_D \approx 250\mu A$ ,  $g_m \approx 500\mu S$ ,  $r_{DS} \approx 400k\Omega$  bzw.  $g_{DS} \approx 2,5\mu S$ ,  $g_{mb} \approx -100\mu S$
- wenn Transistor als Inverter betreiben wird, bleibt  $r_{DS}$  gleich, wird ein Widerstand der Größe  $R = 10k\Omega$  eingesetzt, ergibt sich:  $r_{DS} \gg R$
- mit  $A \approx g_m(R || r_{ds})$ :  $A \approx g_m \cdot R = -5$
- Im weiteren wird gezeigt werden, wie größere Verstärkungen realisierbar sind.

# Innere Verstärkung des Transistors

- Verstärkung des Transistors, wenn Lastwiderstand beliebig groß ist  $\rightarrow$  maximal erreichbare Verstärkung
- dann gilt  $r_{DS} \ll R$ :  $\rightarrow A \approx -g_m \cdot r_{DS} = -\frac{\sqrt{2 \cdot I_D \cdot \beta}}{\lambda \cdot I_D}$ 
  - $\rightarrow A \sim -\frac{1}{\sqrt{I_D}} \approx -200$  (im vorherigen Beispiel)
  - $\rightarrow$  Je kleiner der Drainstrom, desto größer ist die Verstärkung.
  - $\rightarrow$  kleiner Drainstrom bedeutet aber auch, dass die Schaltung langsamer wird
  - $\rightarrow$  An den Gleichungen erkennt man, dass die angegebenen AC-Parameter vom Arbeitspunkt und damit von DC-Parametern abhängen.

# Die Differenzstufe



- besteht aus zwei gleichen Invertern ( $\beta_1 = \beta_2, U_{Th1} = U_{Th2} \dots$ ) und idealer Stromquelle
- zwei Eingänge und zwei Ausgänge:  $V_{i1}, V_{i2}$  und  $V_{o1}, V_{o2}$
- Source-Potentiale am Knoten  $N_1$  nicht konstant, da Stromquelle  $I_{SS}$  vorhanden  $\rightarrow u_{in} \neq u_{GS}$



# Die Differenzstufe

Zunächst betrachten wir nur DC-Größen:

- $I_{D1} + I_{D2} = I_{SS}$
- wenn  $V_{i1} = V_{i2} \rightarrow I_{D1} = I_{D2} = \frac{I_{SS}}{2}$  aufgrund von Symmetrie

Annahme:  $V_{i2} = \text{const.}$  und  $V_{i1}$  steigt:

$\rightarrow I_{D1}$  steigt und  $I_{D2}$  sinkt

$$\rightarrow -V_{i1} + U_{GS1} - U_{GS2} + V_{i2} = 0$$

$$\rightarrow U_{GS1} - U_{GS2} = V_{i1} - V_{i2}$$

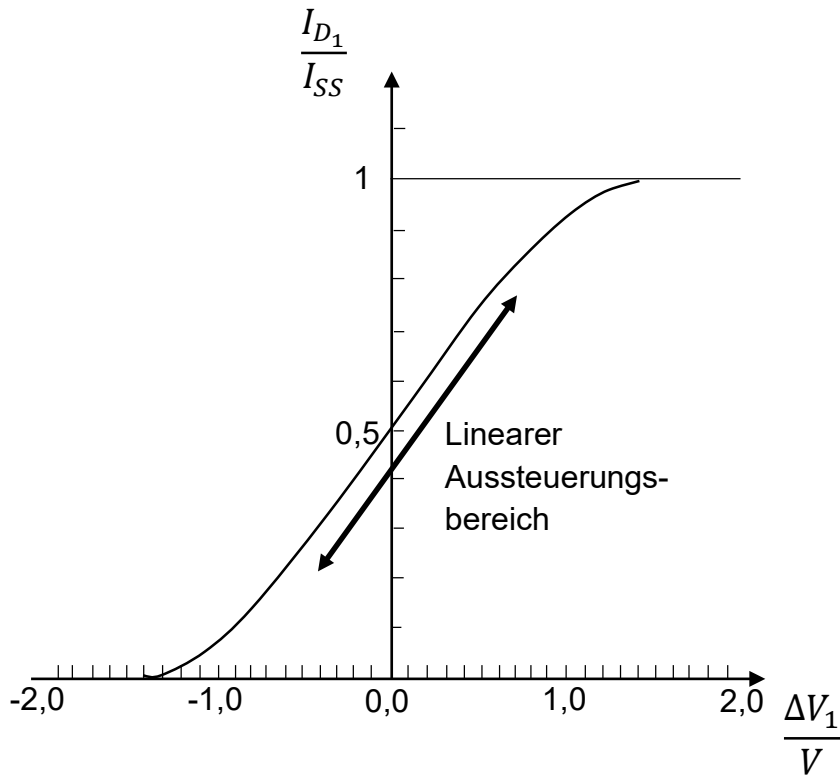
$$\text{mit: } U_{GS1} = \sqrt{\frac{2 \cdot I_{D1}}{\beta}} + U_{Th}(U_{SB})$$

$$\text{folgt mit } U_{Th1} = U_{Th2} \rightarrow V_{i1} - V_{i2} = \sqrt{\frac{2 \cdot I_{D1}}{\beta}} - \sqrt{\frac{2 \cdot I_{D2}}{\beta}}$$

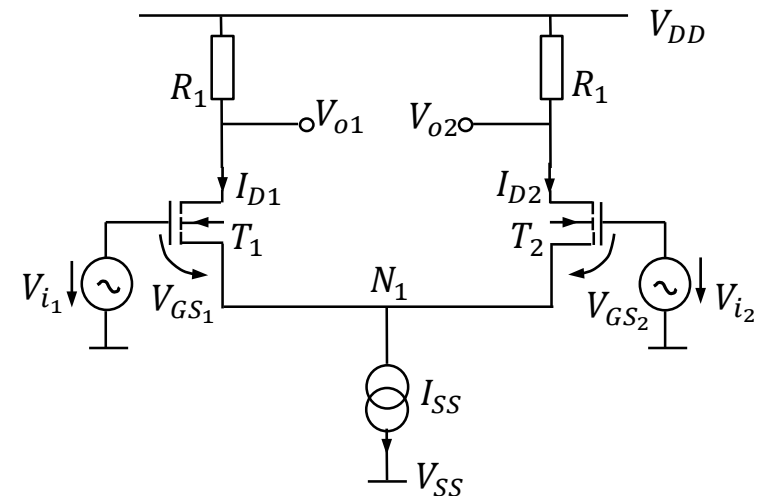
$$\text{und mit } \Delta V_i = V_{i1} - V_{i2} = \sqrt{\frac{2 \cdot I_{D1}}{\beta}} - \sqrt{\frac{2 \cdot I_{D2}}{\beta}}$$

$$U_{SB1,2} > 0 \rightarrow U_{Th1,2} > U_{Th0}$$

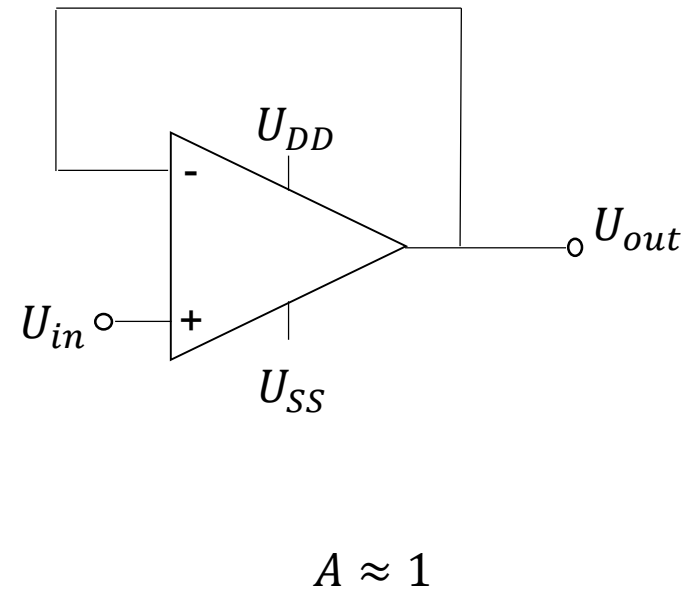
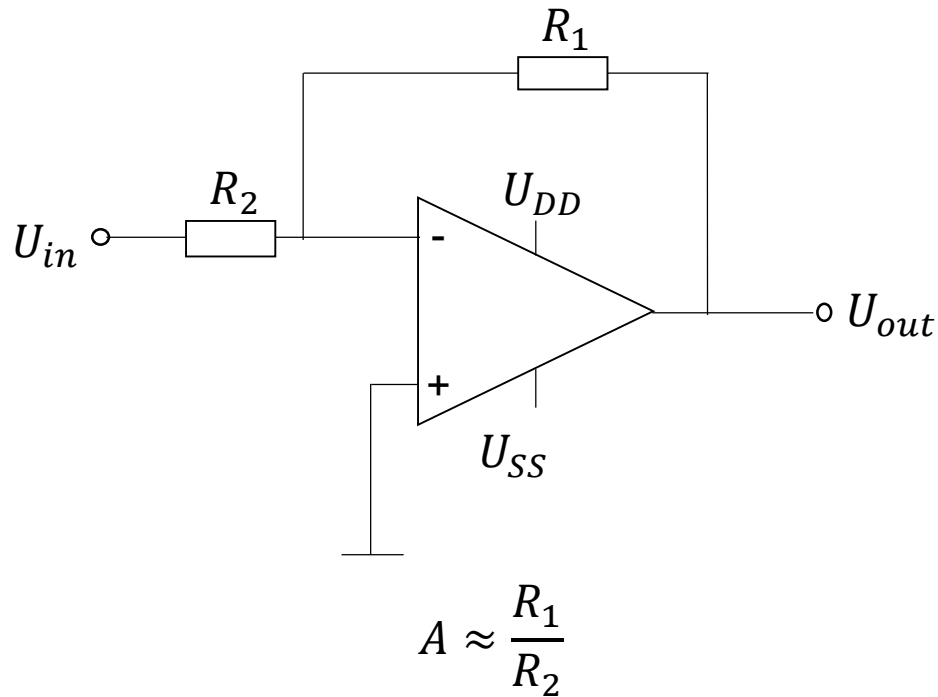
- $I_{D1}$  hängt von  $\Delta V_i$  und  $I_{SS}$  ab



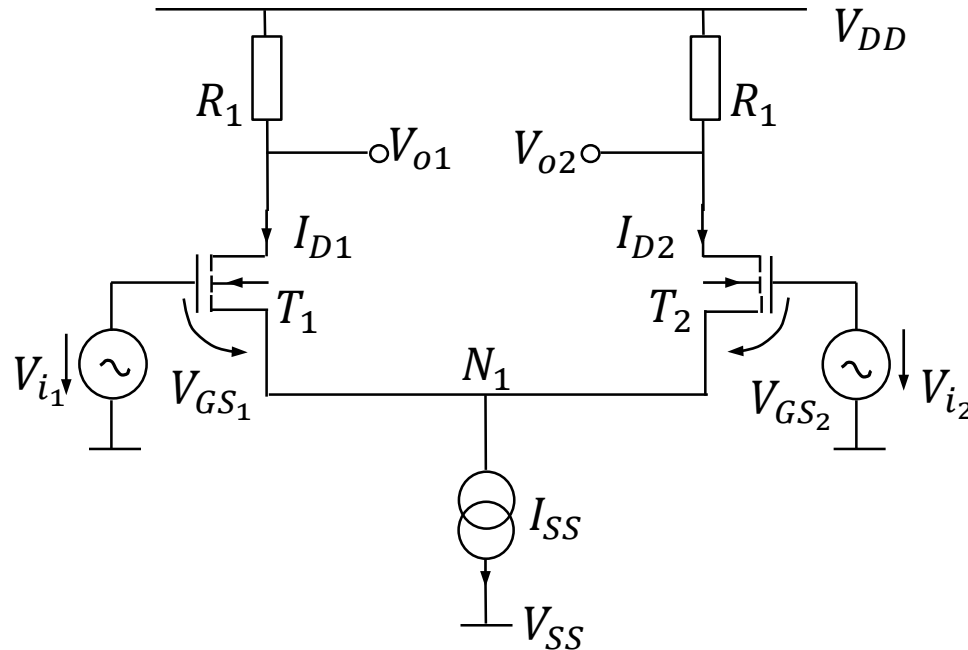
$$I_{SS} = 100\mu A$$



# Typische Beschaltung



# Aussteuerungsbereich (Großsignalverhalten)



- In welchem Bereich können  $V_{i1}$  und  $V_{i2}$  variiert werden, ohne dass die Transistoren den **Sättigungsbereich** verlassen?

# Differenzspannung

Aus Symmetriegründen sind beide Transistoren bei den folgenden Betrachtungen austauschbar. Wenn beide Eingänge gleich sind, gilt mit  $g_m = \beta \cdot U_{GSeff} = \sqrt{2 \cdot I_D \cdot \beta}$ :

$$U_{GS1,2_0} = \sqrt{\frac{2 \cdot I_{D1,2_0}}{\beta}} + U_{Th}(U_{SB})$$

mit  $I_{D1,2} = \frac{I_{SS}}{2}$ :

$$= \sqrt{\frac{I_{SS}}{\beta}} + U_{Th}(U_{SB})$$

bzw.

$$U_{GSeff1,2_0} = \sqrt{\frac{I_{SS}}{\beta}}$$

Es sei jetzt  $V_{i_2} > V_{i_1}$ : Dann ist die obere Grenze erreicht, wenn der Transistor  $T_1$  sperrt und Strom  $I_{SS}$  völlig durch Transistor  $T_2$  fließt. Das Potential am Knoten  $N_1$  stellt sich entsprechend ein. Damit gilt:

Damit gilt:

$$U_{GS1_{\min}} \approx U_{Th}(U_{SB})$$

$$U_{GS2_{\max}} = U_{GS_{eff}2_{\max}} + U_{Th}(U_{SB})$$

$$I_{D2_{\max}} = I_{SS}$$

$$\rightarrow \Delta V_{i_{\max}} = U_{GS_{eff}2_{\max}} = \sqrt{\frac{2 \cdot I_{SS}}{\beta}} = \sqrt{2} \cdot U_{GS_{eff}1,2_0}$$

- Für höhere Spannungen wird keine Verstärkung mehr erreicht, da die Differenzstufe voll angesteuert ist.
- Aussteuerbereich über  $I_{SS}$  und  $\beta$  einstellbar
- größeres  $I_{SS}$  führt zu größerer Verlustleistung
- kleineres  $\beta$  führt zu kleinerem  $g_m$  und damit zu geringerer Verstärkung

# Gleichanteil

Auch wenn  $V_{i2} = V_{i1}$  ist, können die Spannungen nicht beliebig variieren (vergl. Folie 62). In diesem Fall sind die beiden Drainströme  $I_{D1}$  und  $I_{D2}$  gleich. Für die Gate-Source-Spannung gilt bei beiden

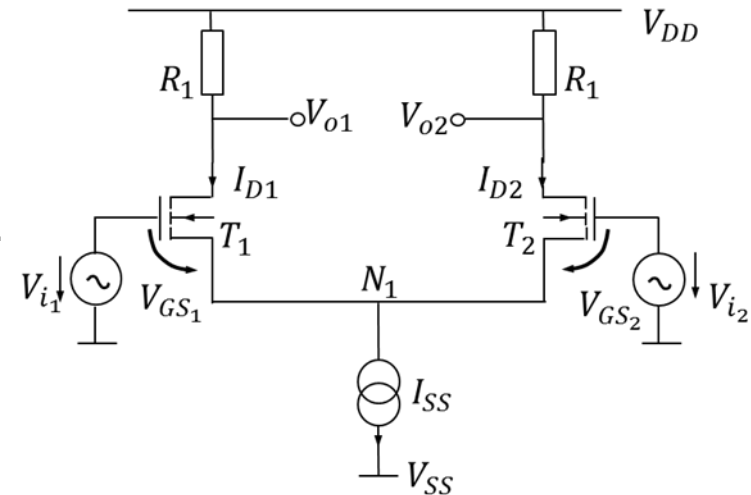
Transistoren gemäß  $U_{GS1,20} = \sqrt{\frac{I_{SS}}{\beta}} + U_{Th}(U_{SB})$ :

- $U_{GS1,2} = \sqrt{\frac{I_{SS}}{\beta}} + U_{Th}(U_{SB} > 0)$
- Dabei ist zu berücksichtigen, dass  $U_{SB} > 0$  und damit  $U_{Th} > U_{Th0}$  ist.

Vergleiche Folie 53:  $U_{Th} = U_{Th0} + \gamma \cdot (\sqrt{U_{SB} + 2 \cdot \Phi_D} - \sqrt{2 \cdot \Phi_D})$

- Damit durch die Transistoren ein Drainstrom von  $\frac{I_{SS}}{2}$  fließen kann, muss  $U_{GS}$  groß genug sein. Das Potential am Knoten N1 stellt sich entsprechend ein, kann aber nicht kleiner als  $U_{SS}$  werden. Im Fall  $U_{N1} = U_{SS}$  wird  $U_{SB} = 0$ . Somit ist eine **untere Schranke** für die Eingangsspannungen gegeben:

$$V_{in} = U_{GS} + U_{N1} > \sqrt{\frac{I_{SS}}{\beta}} + U_{Th}(U_{SB} \approx 0) + U_{SS}$$



Die **obere Grenze** ist dadurch gegeben, dass die Transistoren in Sättigung bleiben müssen, d.h.  $U_{DS} > U_{GS} - U_{Th}(U_{SB})$ . Da die Drainströme feststehen, sind über die Widerstände die Drainpotentiale festgelegt:

$$U_{out} = U_{DD} - \frac{I_{SS}}{2} \cdot R$$

Durch den Zusammenhang

$$V_{in} = U_{GS} - U_{DS} + U_{out}$$

$$= U_{GS} - U_{DS} + U_{DD} - \frac{I_{SS}}{2} \cdot R$$

$$< U_{GS} - (U_{GS} - U_{Th}(U_{SB} > 0)) + U_{DD} - \frac{I_{SS}}{2} \cdot R$$

$$< U_{Th}(U_{SB} > 0) + U_{DD} - \frac{I_{SS}}{2} \cdot R$$

ergibt sich **eine Obergrenze**.



# Zusammenfassung Differenzstufe



Differential Mode:

$$\Delta V_{i_{max}} = \sqrt{2} \cdot U_{GS_{eff\,1,2_0}}$$

Common Mode:

$$\sqrt{\frac{I_{SS}}{\beta}} + U_{Th}(U_{SB} \approx 0) + U_{SS} < \mathbf{V_{in}} < U_{Th}(U_{SB} > 0) + U_{DD} - \frac{I_{SS}}{2} \cdot R$$

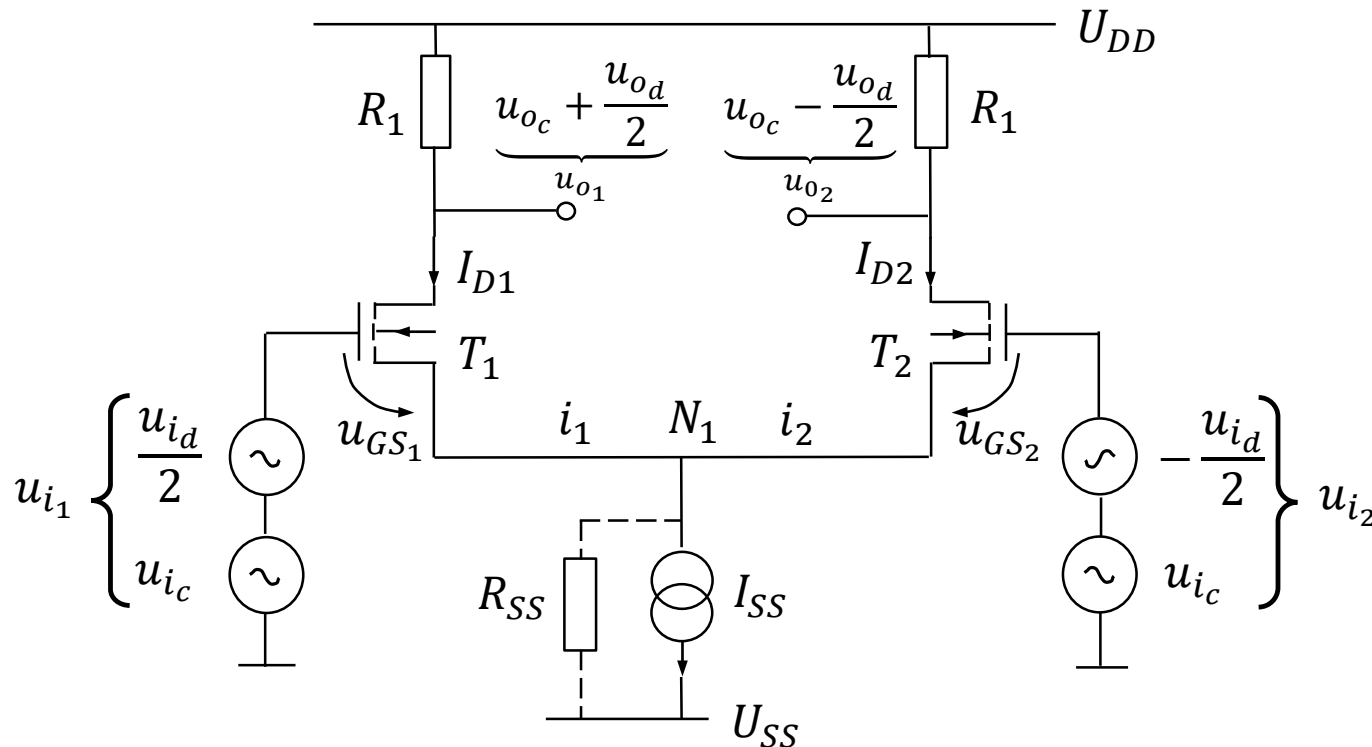
Common Mode Range:

$$U_{DD} - U_{SS} - \frac{I_{SS}}{2} \cdot R - \sqrt{\frac{I_{SS}}{\beta}} + U_{Th}(U_{SB} > 0) - U_{Th}(U_{SB} \approx 0)$$

# Kleinsignalverhalten der Differenzstufe



- Im vorherigen Abschnitt haben wir den Arbeitspunkt betrachtet. Jetzt sollen kleine Änderungen der Eingangsspannungen betrachtet werden.
- Zur Ausnutzung der Symmetrie werden Ein- und Ausgangsspannungen aufgespalten:



$$u_{i1} = u_{ic} + \frac{u_{id}}{2}$$
$$u_{i2} = u_{ic} - \frac{u_{id}}{2}$$

$$u_{id} = u_{i1} - u_{i2}$$
$$u_{ic} = \frac{u_{i1} + u_{i2}}{2}$$

$$u_{o1} = u_{oc} + \frac{u_{od}}{2}$$
$$u_{o2} = u_{oc} - \frac{u_{od}}{2}$$

$$u_{od} = u_{o1} - u_{o2}$$
$$u_{oc} = \frac{u_{o1} + u_{o2}}{2}$$

c steht für den Gleichanteil (common) und d für den Differenzanteil der Spannungen.

# Differenzmode

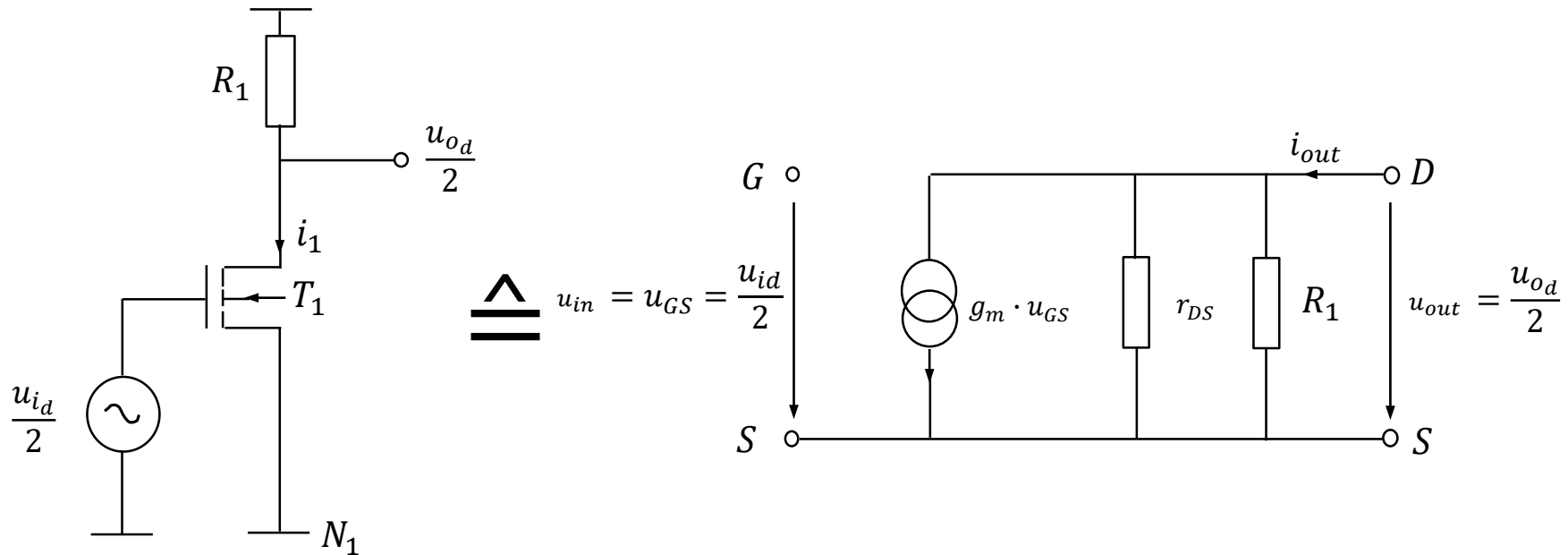
Zunächst soll nur der Differenzanteil betrachtet werden:

Annahme:  $u_{i_c} = 0 \rightarrow u_{o_c} = 0$

$$u_{i_d} > 0 \rightarrow i_1 > 0, \quad i_2 < 0$$

- Betragsmäßig sind Eingangsspannungen gleich
- linearisierte Gleichungen im Arbeitspunkt (Kleinsignalverhalten):
  - $i_1 = -i_2$
  - Bei Kleinsignalbetrachtung fließt kein Strom über  $R_{SS}$
  - daher ändert sich Potential an Knoten  $N_1$  nicht und kann im ESB auf Masse gelegt werden. → Es gilt in diesem Fall  $u_{in} = u_{gs}$
  - ➔ Man erhält zwei voneinander entkoppelte Inverter

# Kleinsignal ESB für einen Inverter



Die Verstärkung ergibt sich allgemein aus:  $A_{DM} = -g \cdot r_{out}$

$g$  ergibt sich, wenn man den Ausgang kurzschließt und den Ausgangsstrom in Abhängigkeit von der Eingangsspannung ermittelt:  $g =$

$$\left. \frac{i_{out}}{v_{in}} \right|_{u_{out}=0} = \frac{g_m \cdot u_{gs}}{\frac{u_{id}}{2}} = \frac{g_m \cdot \frac{u_{id}}{2}}{\frac{u_{id}}{2}} = g_m$$

Um  $r_{out}$  zu bestimmen, wird der Eingang kurzgeschlossen und die Ausgangsspannung in Abhängigkeit vom Ausgangsstrom bestimmt:

$$\begin{aligned} r_{out} &= \left. \frac{u_{out}}{i_{out}} \right|_{v_{in}=0} = \left. \frac{i_{out} \cdot (R_1 || r_{DS})}{i_{out}} \right|_{u_{GS}=0} \\ &= R_1 || r_{DS} = \frac{1}{\frac{1}{r_{DS}} + \frac{1}{R_1}} = \frac{1}{g_{DS} + \frac{1}{R_1}} \end{aligned}$$

# Common Mode

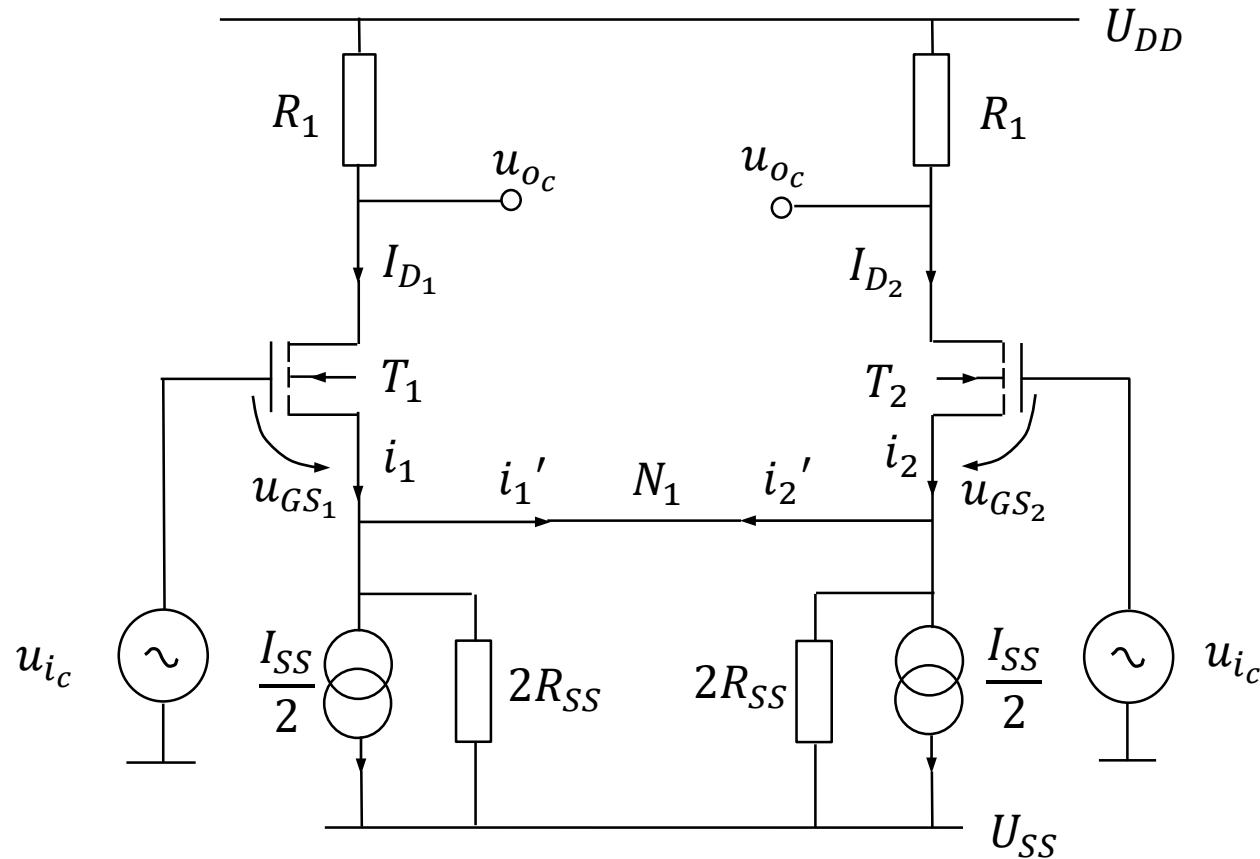
Jetzt wird nur der Gleichanteil betrachtet. Annahme:

$$u_{id} = 0, u_{ic} > 0$$

Da die beiden Eingangsspannungen gleich sind, lassen die beiden Transistoren gleichviel Strom durch:

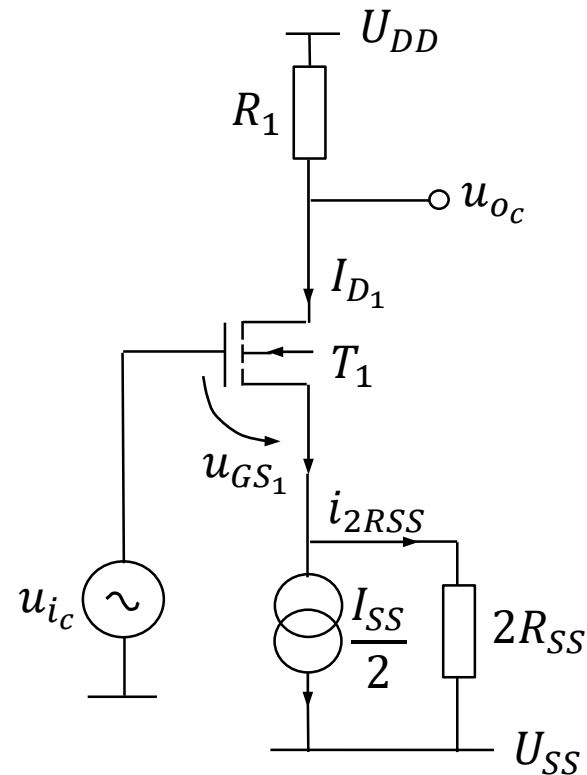
$$I_{D1} = I_{D2} \rightarrow i_1 = i_2$$

# Differenzstufe mit aufgespaltener Stromquelle



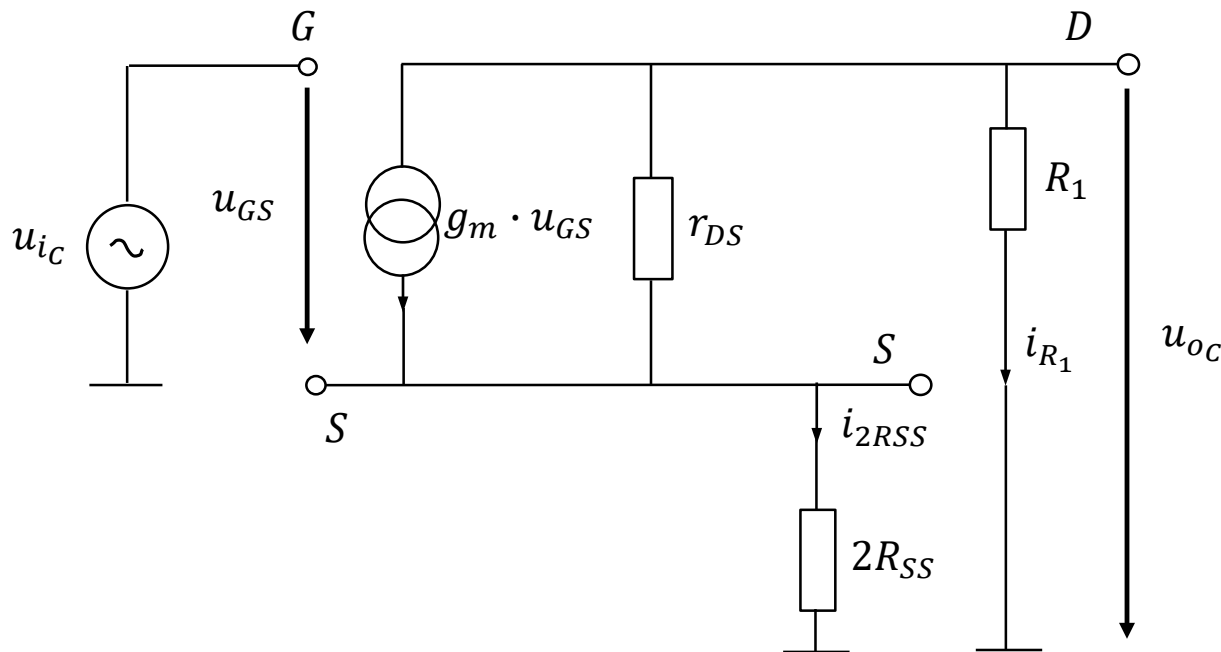


# Teilschaltung der Differenzstufe



# Kleinsignal ESB der Teilschaltung

Für das Kleinsignalverhalten entfällt die Konstantstromquelle und kann aufgetrennt werden. In diesem Fall ist das Potential des Knotens  $N_1$  nicht konstant, entsprechend gilt hier **nicht**  $u_{in} = u_{GS}$ :



Damit wird u.a. die Berechnung von  $r_{out} = \frac{u_{out}}{i_{out}}|_{u_{in}=0}$  komplexer.

$i_{2R_{SS}}$  ist der Kleinsignalstrom, der durch  $2R_{SS}$  fließt.

# Es gelten folgende Gleichungen

$$i_{2R_{SS}} = -i_{R_1}$$

$$u_{i_c} = u_{GS} + i_{2R_{SS}} \cdot 2 \cdot R_{SS}$$

$$\begin{aligned} u_{o_c} &= -i_{2R_{SS}} \cdot R_1 \\ &= i_{2R_{SS}} \cdot 2 \cdot R_{SS} + (i_{2R_{SS}} - g_m \cdot u_{GS}) \cdot r_{DS} \end{aligned}$$

Für die Gleichtaktverstärkung  $A_{CM}$  (CM: Common Mode) gilt:

$$A_{CM} = -g \cdot r_{out}$$

$$g = \left. \frac{i_{out}}{u_{in}} \right|_{u_{out}=0}$$

$$r_{out} = \left. \frac{u_{out}}{i_{out}} \right|_{u_{in}=0}$$

Durch Einsetzen und Umformen erhält man:

$$A_{CM} = - \frac{g_m}{\frac{1}{r_{DS}} + \frac{1}{R_1} + \frac{2 \cdot R_{SS}}{R_1} \cdot \left( \frac{1}{r_{DS}} + g_m \right)}$$

$R_1$  kann schon aus Platzgründen nicht allzu groß sein; es gilt i. Allg.

$R_1 \ll r_{DS}$ . Ebenfalls kann man gewöhnlich  $g_m \gg \frac{1}{r_{DS}}$  abschätzen. Der

Innenwiderstand der Stromquelle  $R_{SS}$  ist möglichst groß (im Idealfall wäre  $R_{SS} = \infty$ ); entsprechend gilt  $2 \cdot R_{SS} \cdot g_m \gg 1$ . Damit lässt sich die Gleichtaktverstärkung abschätzen.

$$A_{CM} = -\frac{g_m}{\frac{1}{r_{DS}} + \frac{1}{R_1} + \frac{2 \cdot R_{SS}}{R_1} \cdot \left(\frac{1}{r_{DS}} + g_m\right)}$$

mit  $R_1 \ll r_{DS}$ :  $\approx -\frac{g_m}{\frac{1}{R_1} + \frac{2 \cdot R_{SS}}{R_1} \cdot \left(\frac{1}{r_{DS}} + g_m\right)}$

mit  $g_m \gg \frac{1}{r_{DS}}$ :  $\approx -\frac{g_m}{\frac{1}{R_1} + \frac{2 \cdot R_{SS}}{R_1} \cdot g_m} = -\frac{g_m}{\frac{(1 + g_m \cdot 2 \cdot R_{SS})}{R_1}}$

mit  $2 \cdot R_{SS} \cdot g_m \gg 1$ :  $\approx -\frac{g_m}{\frac{(g_m \cdot 2 \cdot R_{SS})}{R_1}} = -\frac{R_1}{2 \cdot R_{SS}}$

# Differenz- und Gleichtakt-Verstärkung



$$\rightarrow A_{DM} \approx -g_m \cdot R_1 \qquad A_{CM} \approx -\frac{R_1}{2 \cdot R_{SS}}$$

- Da es sich um einen Differenz-Verstärker handelt, sind große Differenzverstärkung  $A_{DM}$  und eine kleine Gleichtakt-Verstärkung  $A_{CM}$  erwünscht.
- Ein großer Innenwiderstand der Stromquelle  $R_{SS}$  führt zu einer kleinen Gleichtakt-Verstärkung  $A_{CM}$ . Dies ist auch anschaulich klar: Wenn  $R_{SS}$  groß ist, führt eine Eingangsspannungsänderung nur zu einer kleinen Drainstromänderung, weil sich das Potential von  $N_1$  entsprechend erhöht und sich die Gate-Source-Spannungen deshalb nur wenig ändern. Damit verändert sich der Spannungsabfall an den Widerständen  $R_1$  nur wenig und die Ausgangsspannungen bleiben annähernd gleich.
- Ein anderer Weg, eine kleine Gleichtaktverstärkung zu erreichen, wären kleine Widerstände  $R_1$ . Dies würde aber auch die Differenzverstärkung vermindern.

# Common Mode Rejection Ratio - CMRR

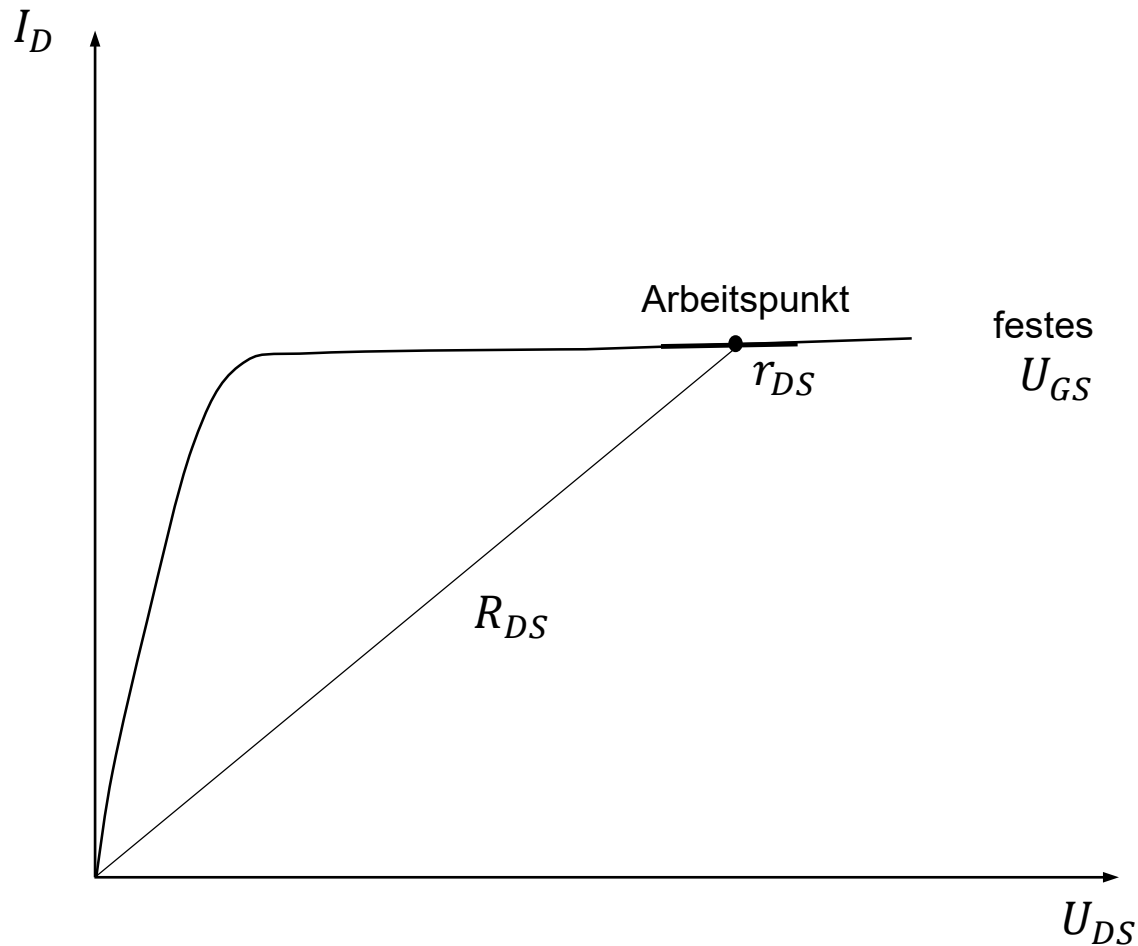


- Unter CMRR (Common Mode Rejection Ratio, Gleichtaktunterdrückung) versteht man das Verhältnis von Differenz- zu Gleichtaktverstärkung:

$$CMRR = \frac{A_{DM}}{A_{CM}} \approx \frac{g_m \cdot R_1}{\frac{R_1}{2 \cdot R_{SS}}} = 2 \cdot R_{SS} \cdot g_m$$

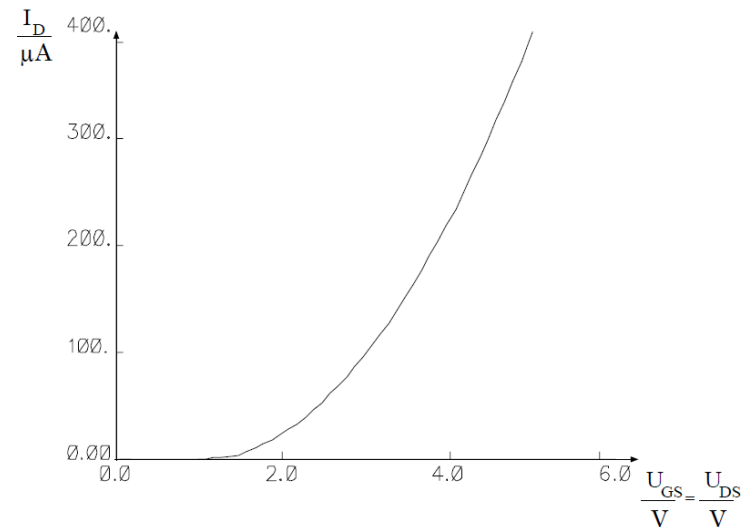
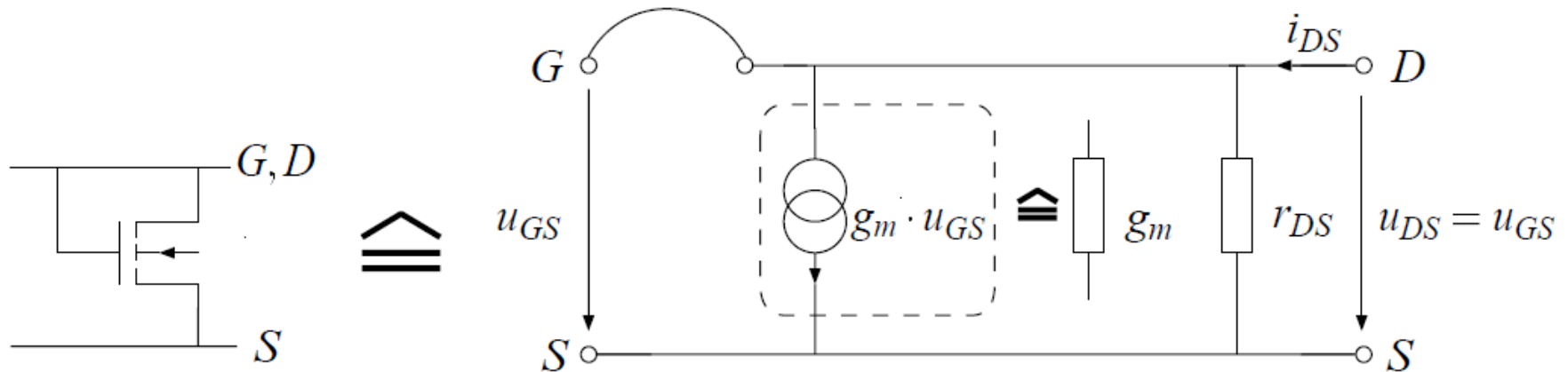
- Für eine große Differenzverstärkung  $A_{DM}$  benötigt man einen großen Widerstand  $R_1$ ,
- eine große Gleichtaktunterdrückung erhält man, wenn die Stromquelle einen großen Innenwiderstand  $R_{SS}$  hat.

# Transistoren als Widerstände

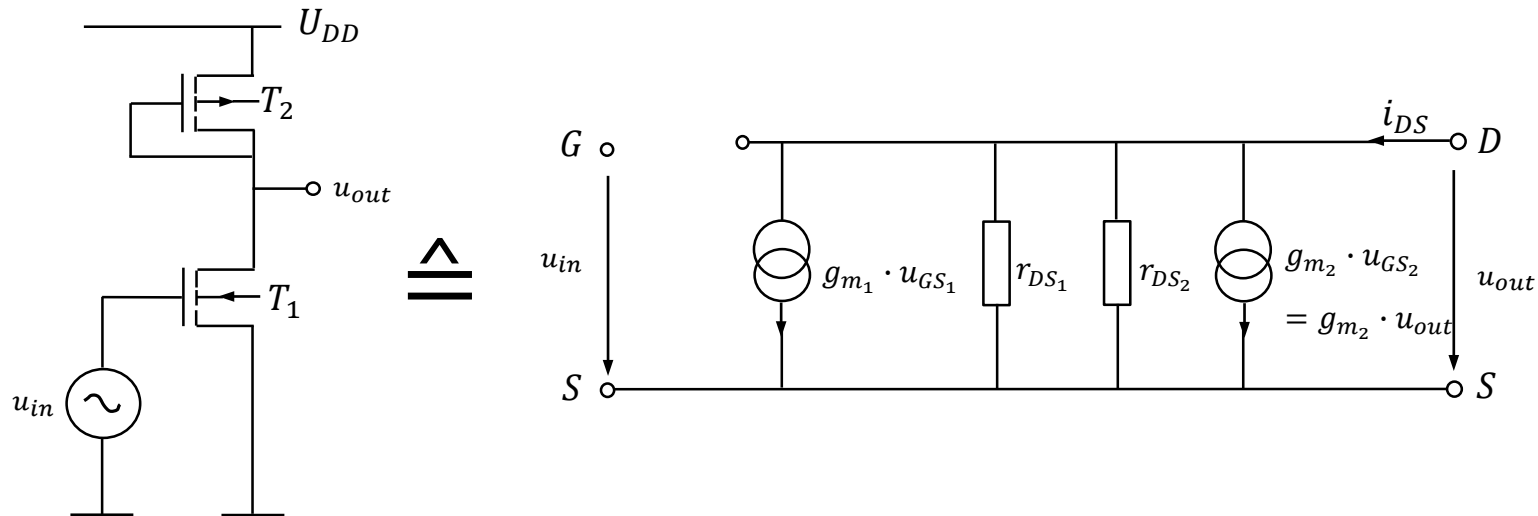


Differentieller Widerstand  $r_{DS}$  bei festem  $U_{GS}$

# n-Kanal-Transistor als Diode







- p-Kanal-Transistor als Lastwiderstand eines Inverters
- beide Drains liegen direkt und die beiden Sources kleinsignalmäßig auf gleichem Potential

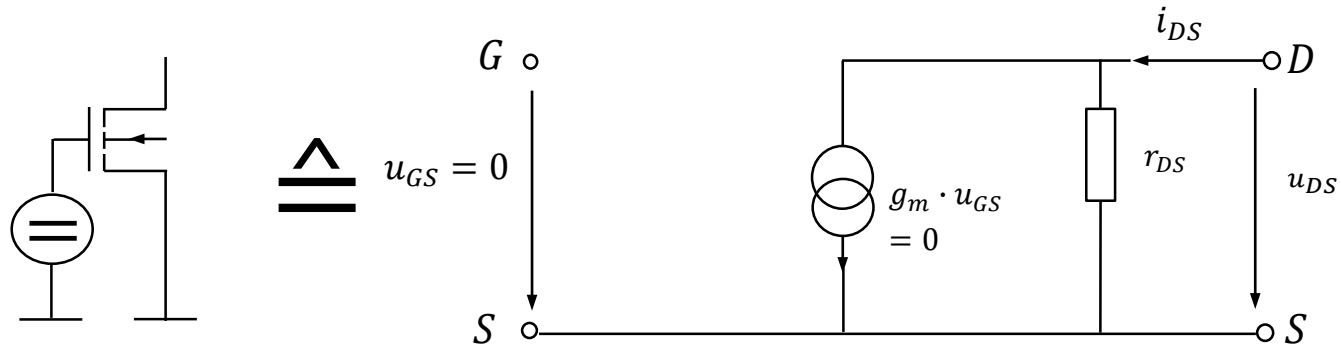
$$r_{out} = \left. \frac{u_{out}}{i_{out}} \right|_{u_{in}=0} = \frac{u_{out}}{\frac{u_{out}}{(r_{DS1} || r_{DS2})} + g_{m2} \cdot u_{out}} = \frac{1}{g_{DS1} + g_{DS2} + g_{m2}}$$

mit  $g_m \gg \frac{1}{r_{DS}}$ :  $\approx \frac{1}{g_{m2}}$

$$g = \left. \frac{i_{out}}{u_{in}} \right|_{u_{out}=0} = \frac{g_{m1} \cdot u_{GS1}}{u_{in}} = g_{m1}$$

$$\rightarrow A = -g \cdot r_{out} \approx -\frac{g_{m1}}{g_{m2}}$$

# Transistor mit festem $U_{GS}$

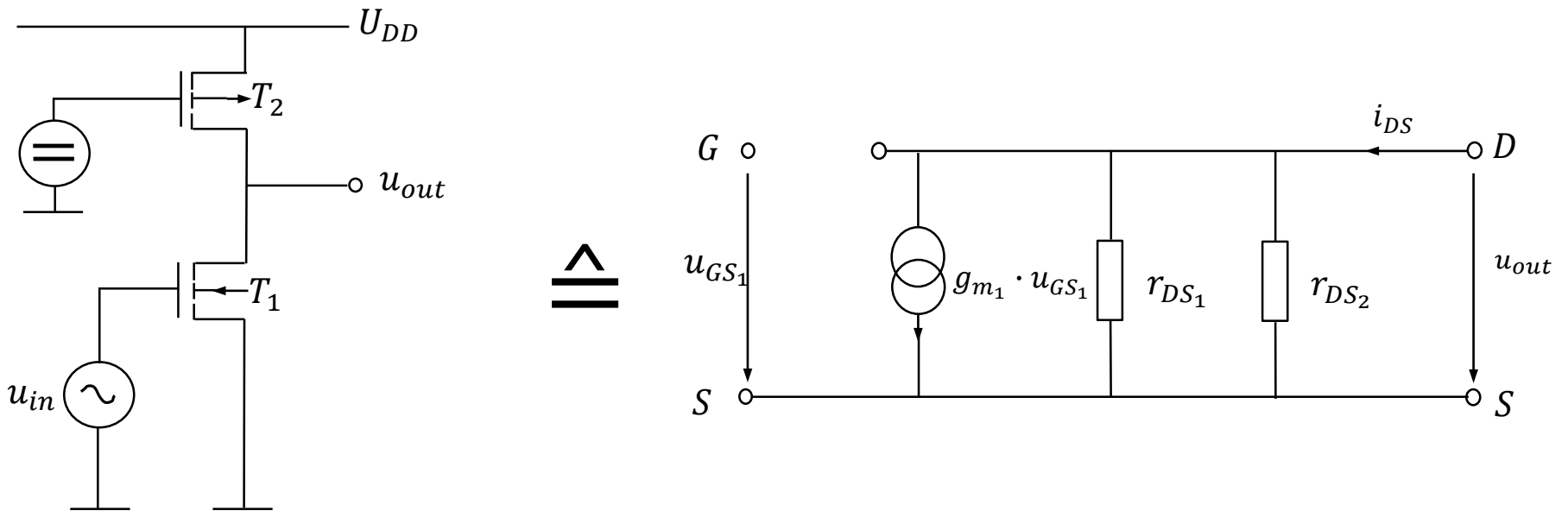


Kleinsignalersatzschaltbild bei festem  $U_{GS}$

$$u_{GS} = 0$$

$$r_{out} = r_{DS}$$

# Transistor mit festem $U_{GS}$



Linker Teil der Differenzstufe bei festem  $U_{GS}$

# Transistor mit festem $U_{GS}$

$$A = -g \cdot r_{out}$$

$$g = \left. \frac{i_{out}}{u_{in}} \right|_{u_{out}=0}$$
$$= \frac{g_{m_1} \cdot u_{GS_1}}{u_{in}}$$

$$= g_{m_1}$$

$$r_{out} = \left. \frac{u_{out}}{i_{out}} \right|_{u_{in}=0}$$
$$= \frac{u_{out}}{u_{out} \cdot (g_{DS_1} + g_{DS_2})}$$
$$= \frac{1}{g_{DS_1} + g_{DS_2}}$$

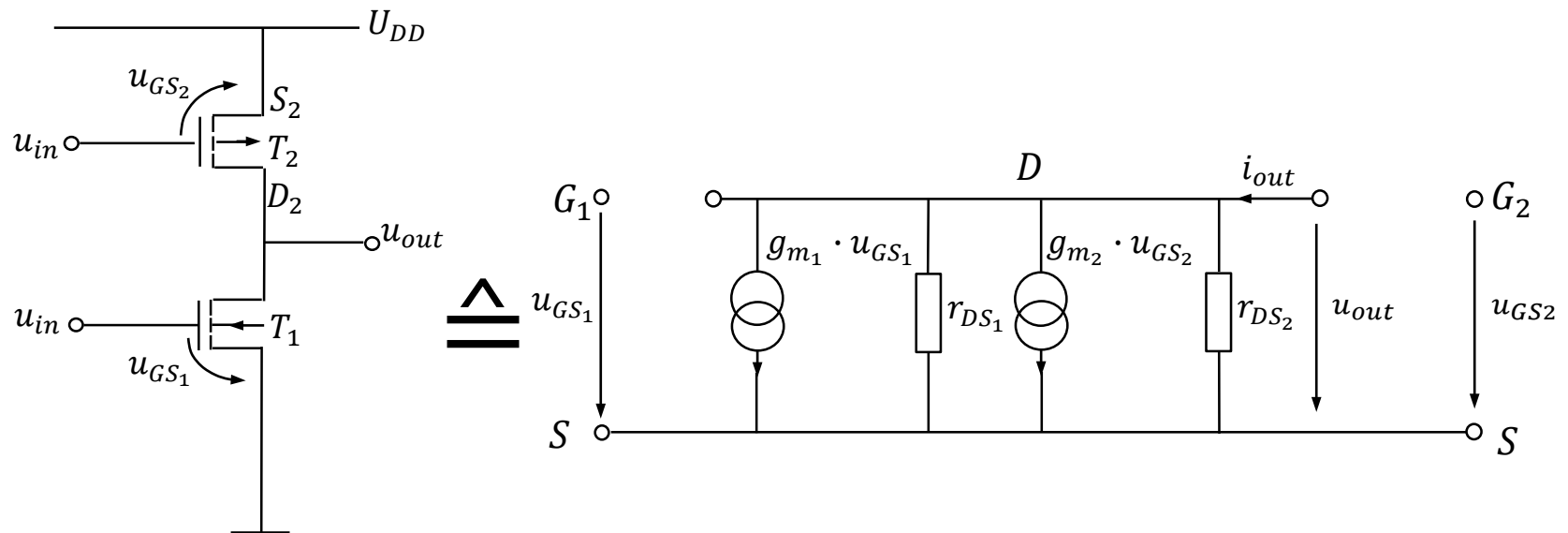
$$\Rightarrow A = - \frac{g_{m_1}}{g_{DS_1} + g_{DS_2}}$$

$$\text{mit } g_{m_1} = 500\mu S, \quad = - \frac{500\mu S}{2.5\mu S + 2.5\mu S}$$

$$g_{DS_1} = g_{DS_2} = 2.5\mu S: \quad = -100$$

Auf diese Art sind also erheblich höhere Verstärkungen erreichbar.

# Zweiter Transistor aktiv



Aktiver p-Kanal-Transistor

# Zweiter Transistor aktiv



$$U_{in} \uparrow \Rightarrow U_{GS_2} \uparrow \Rightarrow I_{SD_2} \downarrow \Rightarrow I_{DS_2} \uparrow$$

$$(U_{GS_2} < 0, I_{SD_2} < 0; \text{daher gilt } U_{GS_2} \uparrow \Leftrightarrow |U_{GS_2}| \downarrow \text{ bzw. } I_{DS_2} \uparrow \Leftrightarrow |I_{DS_2}| \downarrow)$$

Ein positives  $u_{in}$  führt also kleinsignalmäßig zu einem höheren Widerstandswert; damit wird  $T_1$  unterstützt. Das ist auch am Kleinsignalersatzschaltbild erkennbar. Die beiden Drains sind gemäß der Schaltung verbunden.

Wegen  $Gate_1 = Gate_2$  gilt  $\Delta U_{GS_1} = \Delta U_{GS_2}$  bzw.  $u_{GS_1} = u_{GS_2} = u_{in}$ . Für die Verstärkung gilt dann:

$$g = \left. \frac{i_{out}}{u_{in}} \right|_{u_{out}=0} = \frac{g_{m_1} \cdot u_{GS_1} + g_{m_2} \cdot u_{GS_2}}{u_{in}}$$

$$\text{mit } u_{GS_2} = u_{GS_1} = u_{in}: \quad = g_{m_1} + g_{m_2}$$

$$\begin{aligned} r_{out} &= \left. \frac{u_{out}}{i_{out}} \right|_{u_{in}=0} \\ &= \frac{u_{out}}{u_{out} \cdot (g_{DS_1} + g_{DS_2})} \\ &= \frac{1}{g_{DS_1} + g_{DS_2}} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow A = - \frac{g_{m_1} + g_{m_2}}{g_{DS_1} + g_{DS_2}}$$

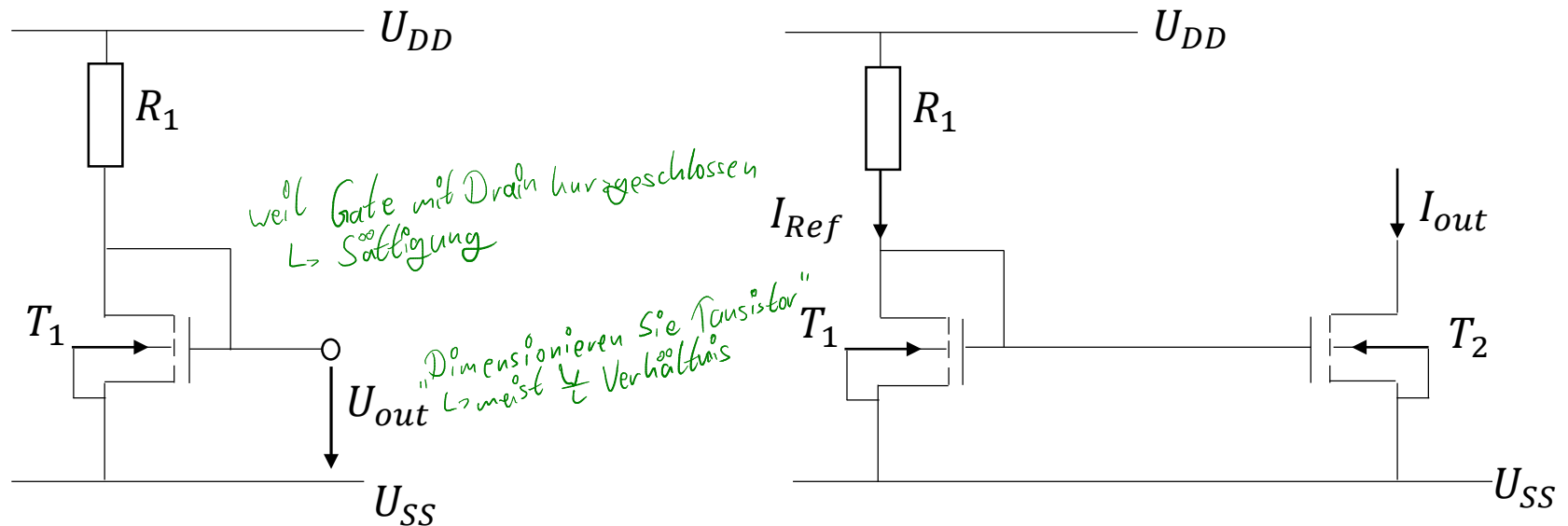
$$\text{mit } g_{m_1} \approx g_{m_2} = g_m$$

$$\begin{aligned} \text{und } g_{DS_1} \approx g_{DS_2} = g_{DS}: \quad &\approx - \frac{2 \cdot g_m}{2 \cdot g_{DS}} \\ &\approx -200 \end{aligned}$$

# Stromquellen

- Feste Spannungsquelle
- Stromspiegel
- Wildar-Stromquelle
- Stromspiegel-Kaskode
- Wilson-Stromspiegel
- Stromspiegel mit p-Kanal-Transistoren
- Inverter und Differenzstufe mit Stromspiegel
- Ausgangsstufen
- Source-Folger
- Ausgangsbereich des Source-Folgers

# Feste Spannungsquelle



Spannungsteiler und Stromspiegel



# Stromspiegel

$$U_{GS_1} = U_{GS_2} = U_{GS}: \quad I_{D_1} = I_{D_2}$$

$$I_{Ref} = \frac{1}{2} \cdot \beta_1 \cdot (U_{GS} - U_T)^2$$

$$U_{GS} = U_{DD} - U_{SS} - I_{Ref} \cdot R_1$$

$$\Rightarrow I_{Ref} = \frac{1}{2} \cdot \beta_1 \cdot (U_{DD} - U_{SS} - I_{Ref} \cdot R_1 - U_T)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{2 \cdot I_{Ref}}{\beta_1}} = U_{DD} - U_{SS} - I_{Ref} \cdot R_1 - U_T$$

$$\Rightarrow I_{Ref} \cdot R_1 = U_{DD} - U_{SS} - U_T - \sqrt{\frac{2 \cdot I_{Ref}}{\beta_1}}$$

$$\Rightarrow R_1 = \frac{U_{DD} - U_{SS} - U_T}{I_{Ref}} - \sqrt{\frac{2}{I_{Ref} \cdot \beta_1}}$$

# Stromspiegel

Zahlenbeispiel:

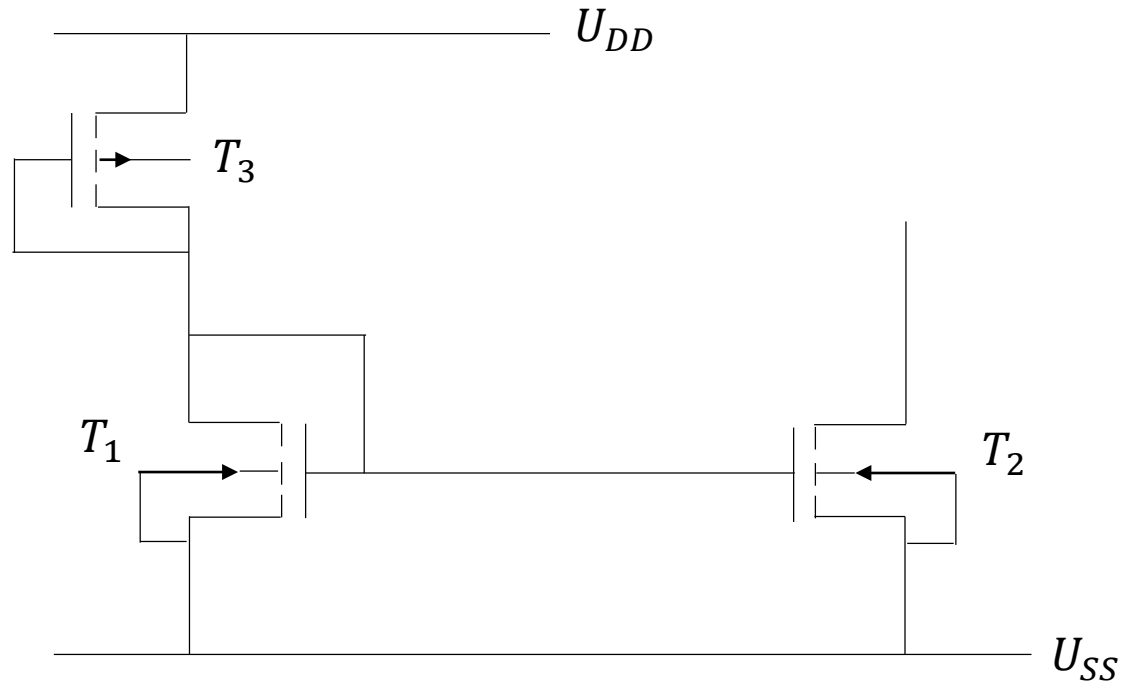
$$U_{DD} - U_{SS} = 10V$$

$$U_T = 1V$$

$$\beta_1 = 50 \frac{\mu A}{V^2}$$

$$R_1 = \frac{9V}{I_{Ref}} - \sqrt{\frac{2}{I_{Ref} \cdot 50 \frac{\mu A}{V^2}}}$$

# Stromspiegel



$$I_D = \frac{1}{2} \beta_0 (U_{GS} - U_T)^2 \cdot \frac{W}{L}$$

$$R_{eff} = \frac{U_{DS}}{I_D} \sim \frac{L}{W} \quad \text{Widerstand} \uparrow \rightarrow \text{Fläche} \downarrow$$

Stromspiegel mit p-Kanal-Transistor als Widerstand

# Stromspiegel

Wenn T1 und T3 äquivalent ausgelegt werden ( $\beta_n = \beta_p$ ) gilt:

*Faktor von  $\beta_n$  zu  $\beta_p$  sind normal 3 zu 1*

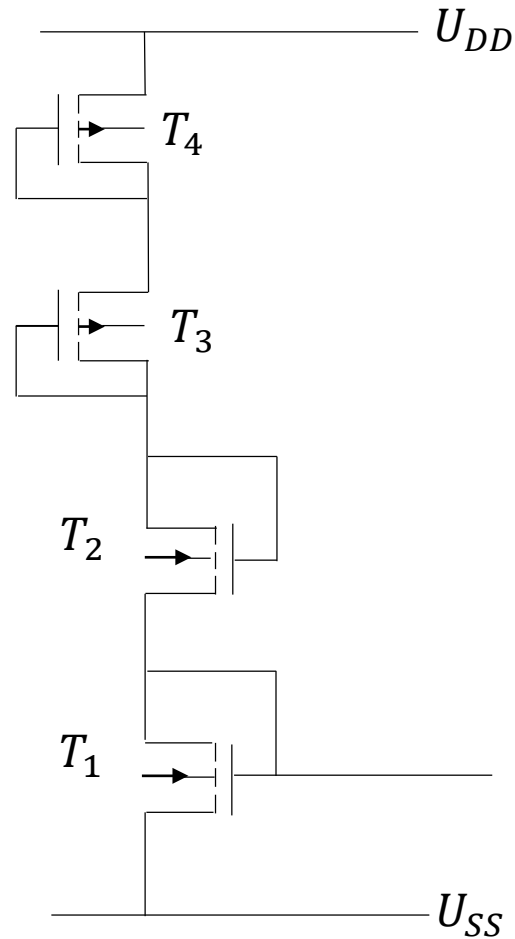
$$\begin{aligned} U_{GS_{eff}} &= \frac{U_{DD} - U_{SS}}{2} - U_T \\ &= \frac{U_{DD} - U_{SS} - 2 \cdot U_T}{2} \end{aligned}$$

mit den Beispielwerten:  $= \frac{10V - 2V}{2} = 4V$

*$|U_{GS3}| \rightarrow$  besser mit Beträgen rechnen*

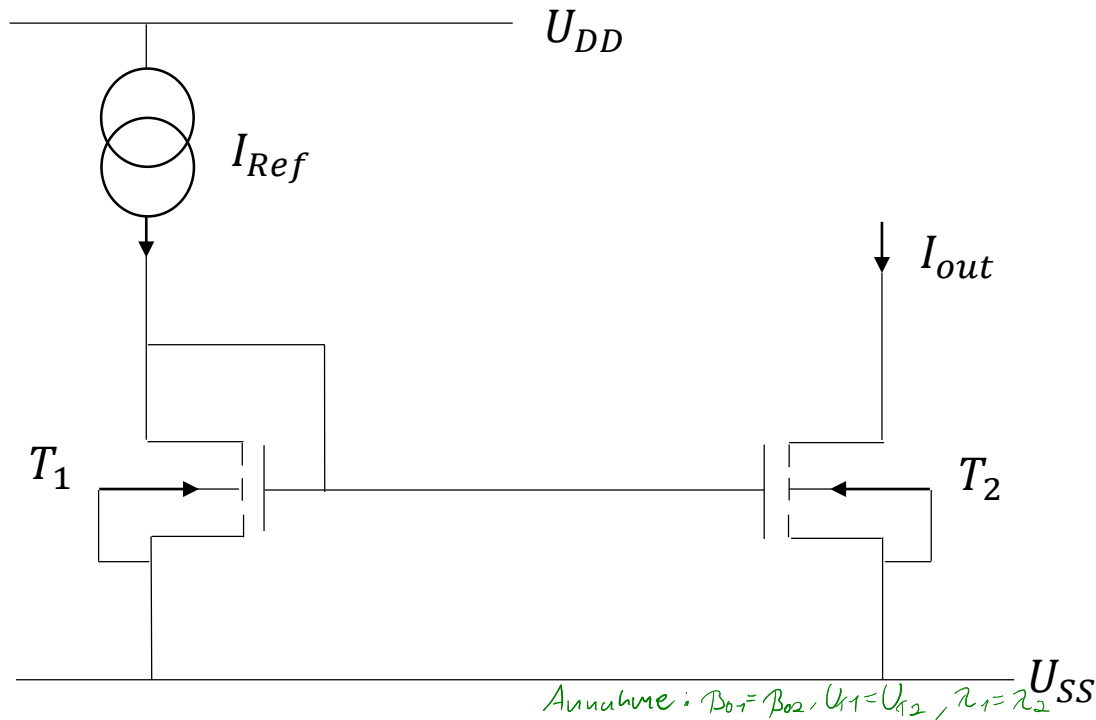
$$\begin{aligned} U_{DD} - U_{SS} &= -U_{GS_3} + U_{GS_1} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot I_{D3}}{\beta_3}} + U_{T3} + \sqrt{\frac{2 \cdot I_{D1}}{\beta_1}} + U_{T1} \\ &= 2 \cdot \left( \sqrt{\frac{2 \cdot I_D}{\beta}} + U_T \right) \end{aligned}$$

# Stromspiegel



Stromspiegel mit 4 Transistoren

# Stromspiegel



$$\frac{I_{ref}}{I_{out}} = \frac{\frac{1}{2} \beta_1 (U_{GS1} - U_T)^2 (1 + \lambda U_{DS1})}{\frac{1}{2} \beta_2 (U_{GS2} - U_T)^2 (1 + \lambda U_{DS2})}$$

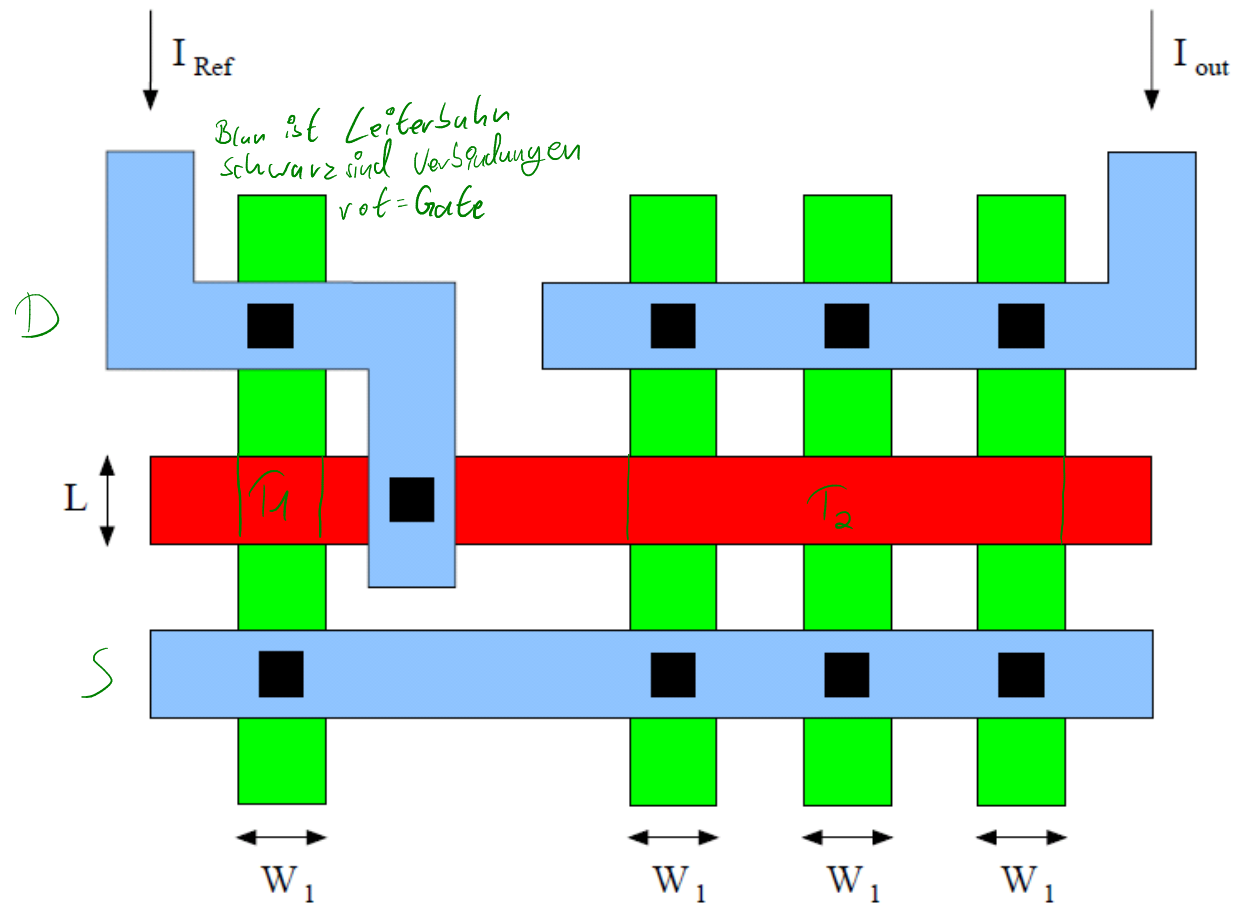
*keine Kanalängenmodulation*  
 $\approx \frac{\frac{\beta_1}{L_1} L_1 = \beta_1}{\frac{\beta_2}{L_2} L_2 = \beta_2} = \frac{W_1}{W_2}$

Stromspiegel mit idealer Stromquelle

$$U_{GS1} = U_{GS2} = U_{DS1}$$

$$\beta = \beta_0 \frac{W}{L}$$

# Stromspiegel



Layout bei  $W_2 = 3 \cdot W_1$

Übersetzung: 1:3

Grün ist unter rot unterbrochen

Fehler aufgrund von  $U_{DS_2} \neq U_{DS_1}$

$$\frac{I_{out}}{I_{Ref}} = \frac{1 + \lambda \cdot U_{DS_2}}{1 + \lambda \cdot U_{DS_1}}$$

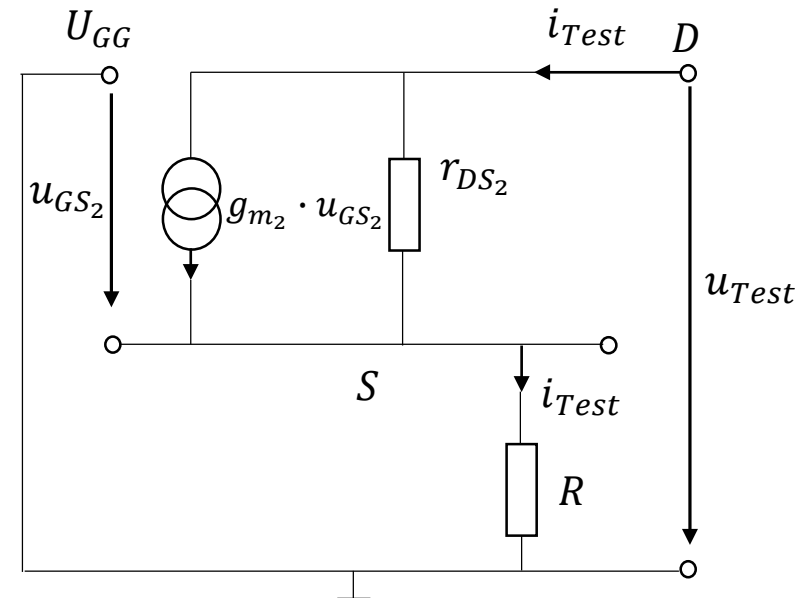
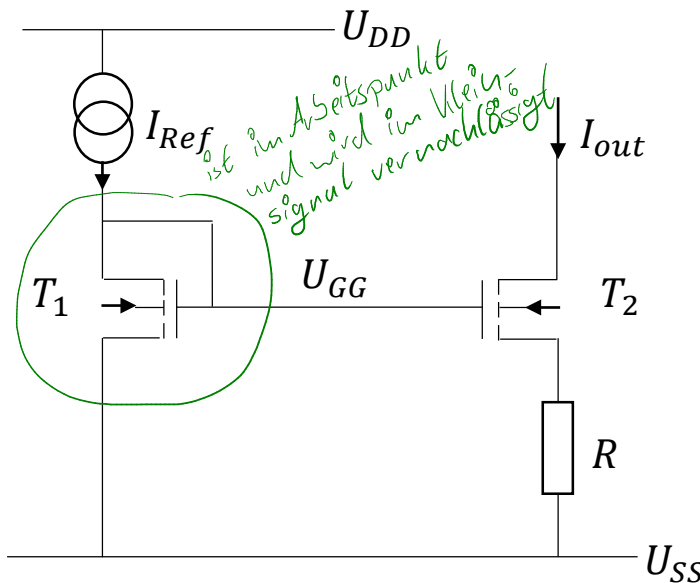
mit  $U_{DS_2} = U_{DS_1} + \Delta U_{DS}$ :

$$= 1 + \frac{\lambda \cdot \Delta U_{DS}}{1 + \lambda \cdot U_{DS_1}}$$

Der zweite Term gibt den Fehler bei der Vernachlässigung von  $U_{DS_2} \neq U_{DS_1}$  an. Durch große Kanallängen  $L$  kann der Beitrag der Kanallängenmodulation (entspricht  $\lambda$ ) und damit der Fehler klein gehalten werden.



# Widlar-Stromquelle



*Bulk und Source sind kurzgeschlossen*

Widlar-Stromquelle

# Widlar-Stromquelle

$$u_{Test} = (i_{Test} - g_{m_2} \cdot u_{GS_2}) \cdot r_{DS_2} + R \cdot i_{Test}$$

$$u_{GS_2} + R \cdot i_{Test} = 0$$

$$\Rightarrow r_{out} = \frac{u_{Test}}{i_{Test}} = (1 + g_{m_2} \cdot R) \cdot r_{DS_2} + R$$

$$\text{mit } g_{m_2} \cdot R \gg 1: \quad \approx g_{m_2} \cdot R \cdot r_{DS_2} + R$$

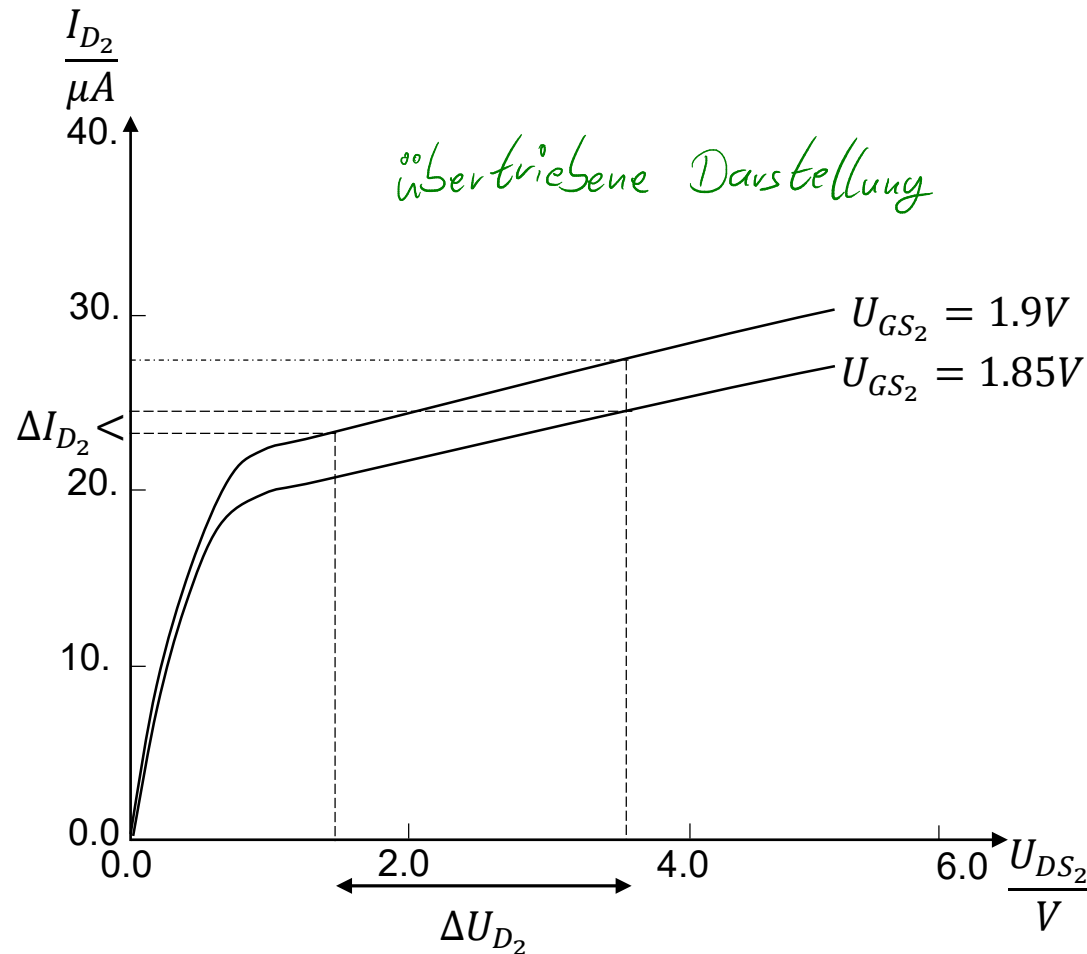
$$\text{mit } g_{m_2} \cdot r_{DS_2} \gg 1: \quad \approx g_{m_2} \cdot R \cdot r_{DS_2}$$

Handwritten notes in green:

$$u_{out} \uparrow \rightarrow |_{D_2} \uparrow \rightarrow U_R \uparrow \rightarrow U_{GS_2} \downarrow \rightarrow |_{D_2} \downarrow$$

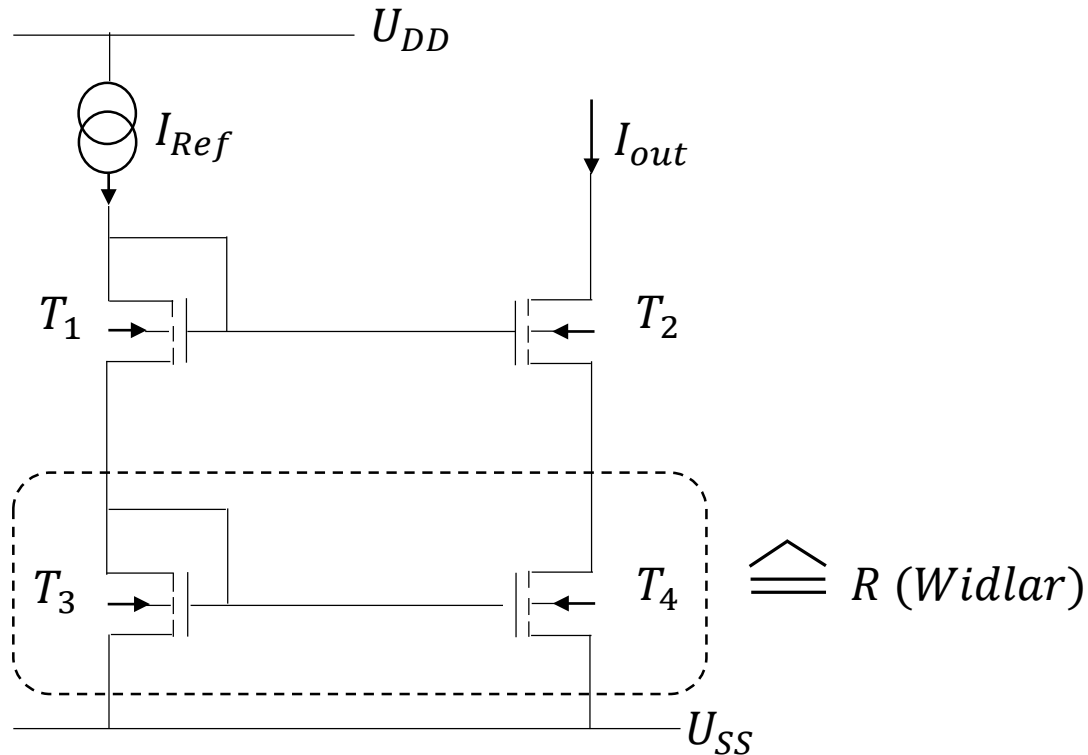
$\uparrow$   
da  $U_{GS_2}$  const

# Widlar-Stromquelle



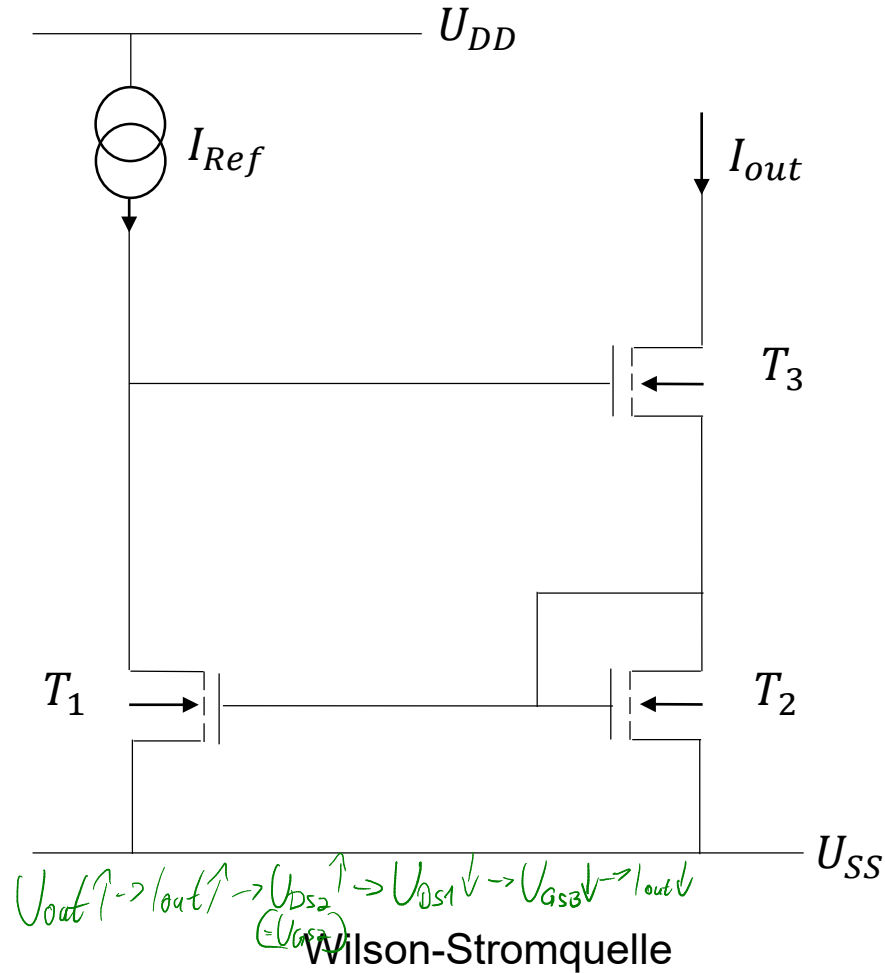
Kennlinie des Widlar-Stromspiegels

# Stromspiegel-Kaskode



Stromspiegel-Kaskode

# Wilson-Stromquelle

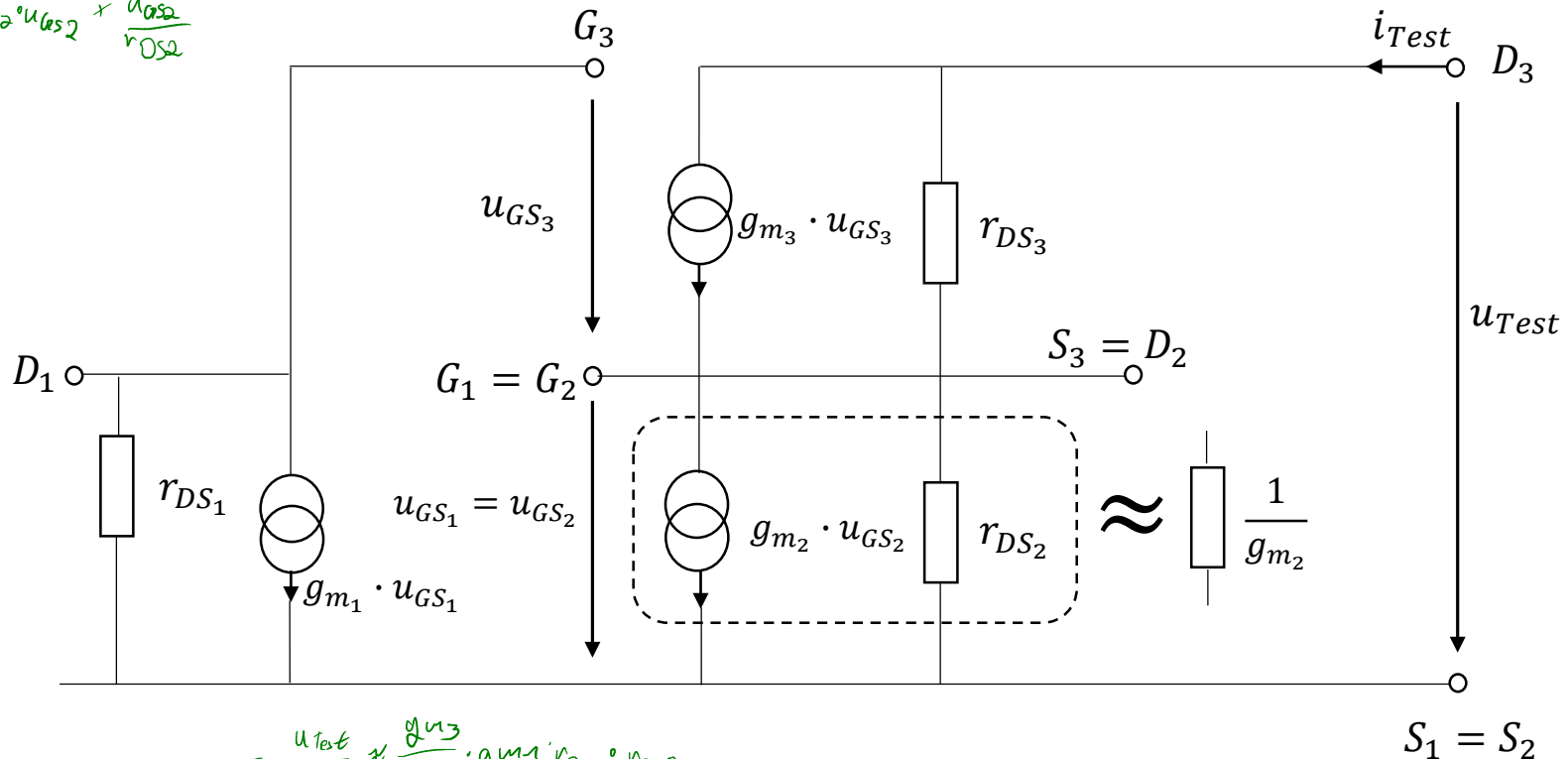


# Wilson-Stromquelle

$$u_{Test} = (i_{Test} - g_{m3} \cdot u_{GS3}) r_{DS3} + (i_{Test} - g_{m2} \cdot u_{GS2}) r_{DS2}$$

$$u_{GS3} + u_{GS2} = -g_{m1} \cdot u_{GS2} \cdot r_{DS1}$$

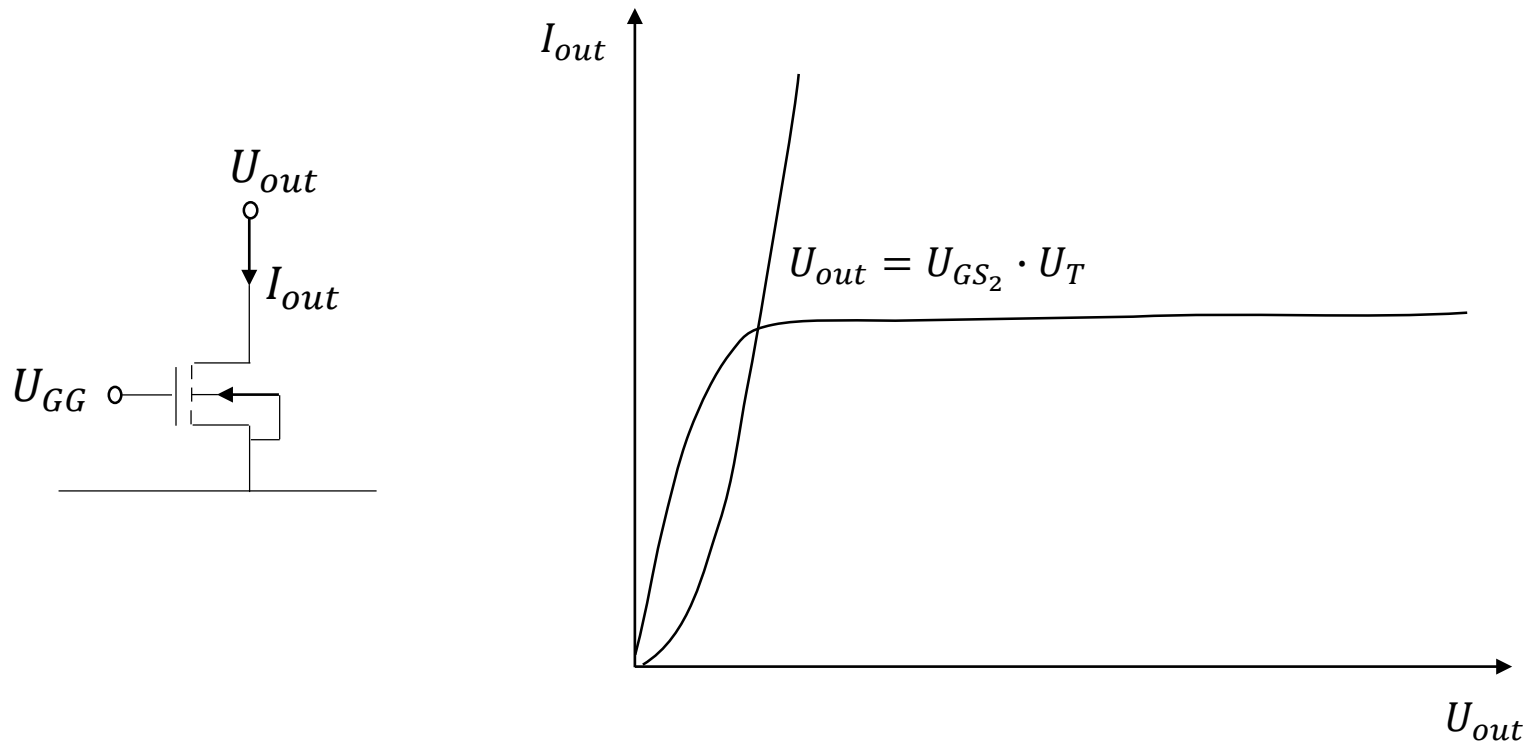
$$i_{Test} = g_{m2} \cdot u_{GS2} + \frac{u_{GS2}}{r_{DS2}}$$



$$r_{out} = \frac{u_{Test}}{i_{Test}} \approx \frac{g_{m3}}{g_{m2}} \cdot g_{m1} \cdot r_{DS1} \cdot r_{DS2}$$

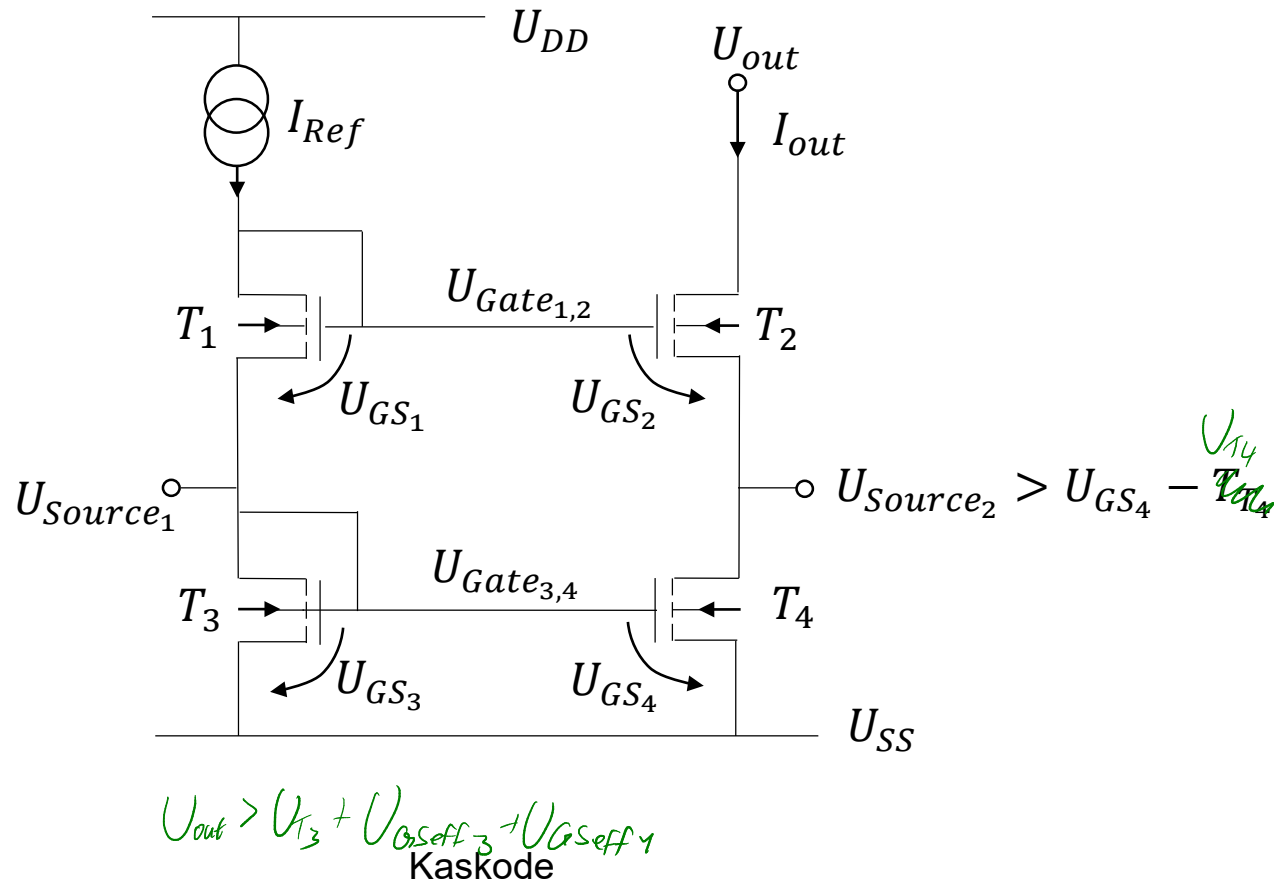
Kleinsignalersatzschaltbild der Wilson-Stromquelle

# Sättigungsbereich bei fester Gate-Spannung



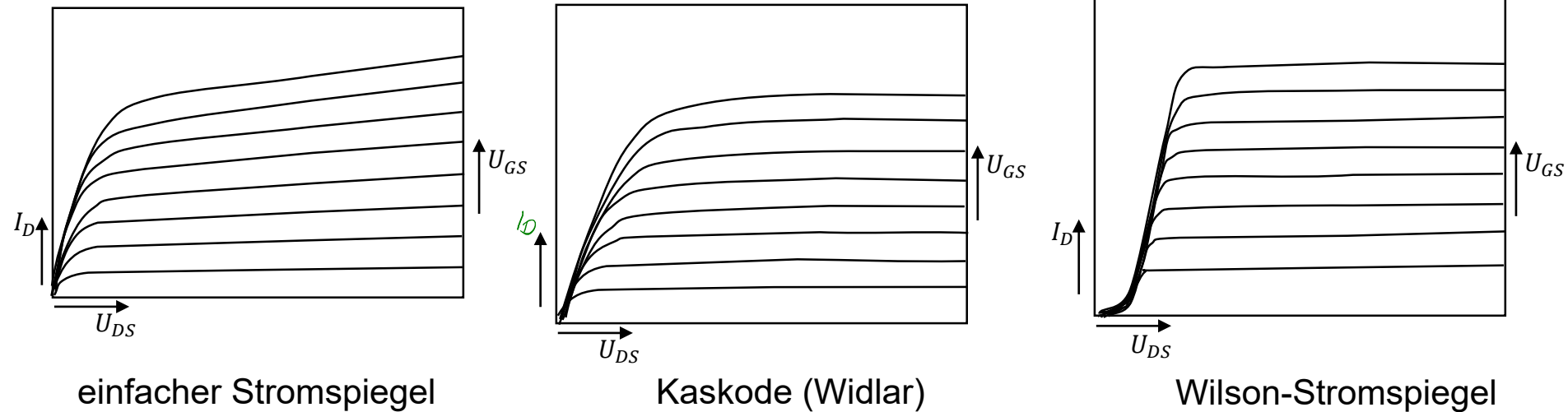
Einfacher Transistor

# Berechnung der minimalen Kaskoden-Spannung



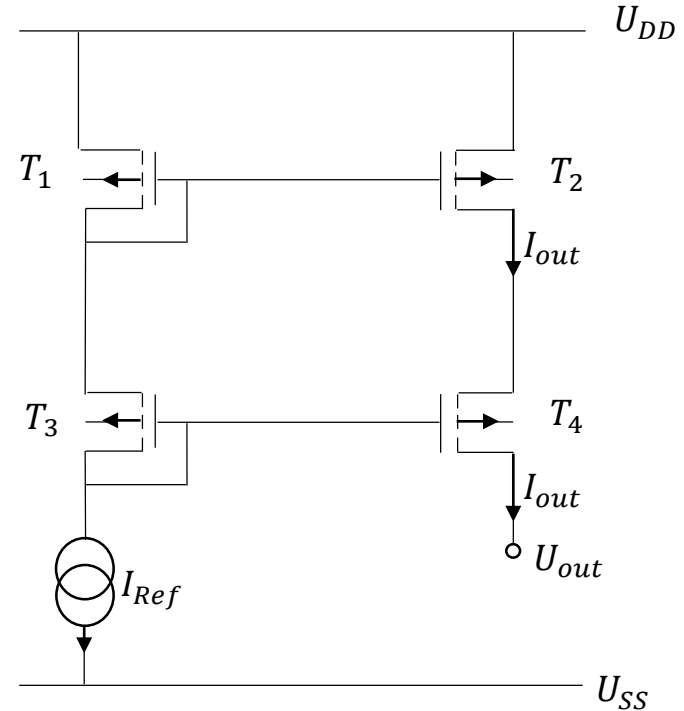
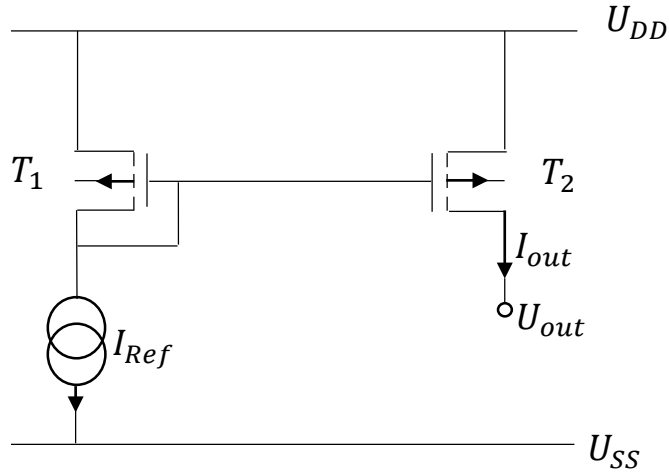


# Vergleich der Stromquellen



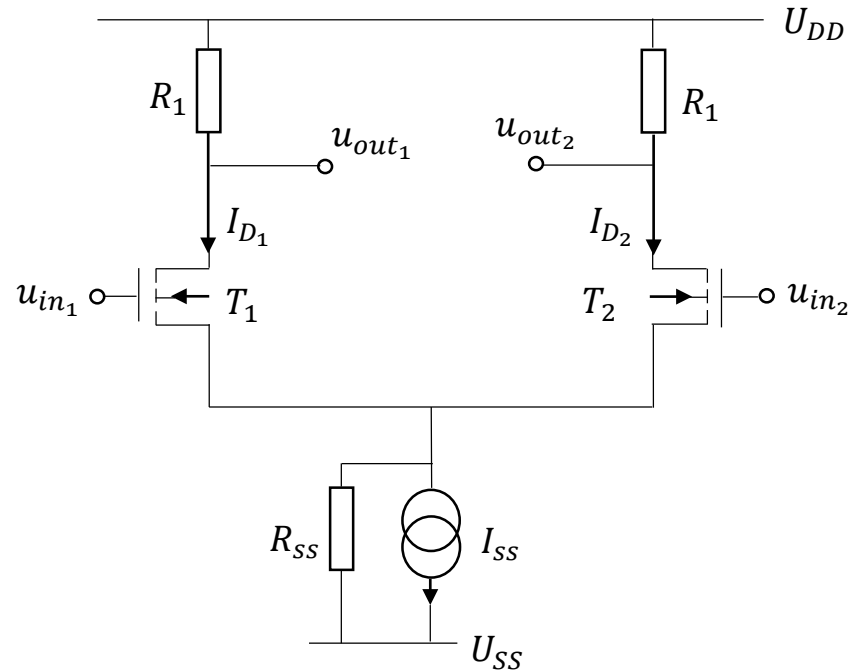
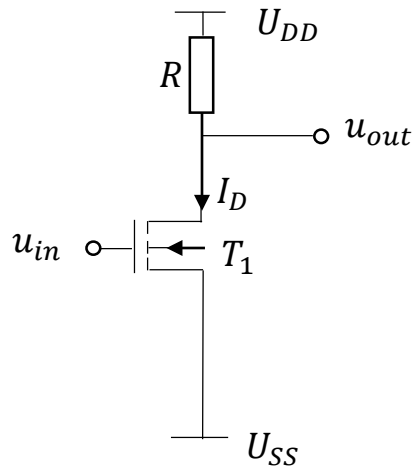
Kennlinien eines einfachen Stromspiegels, einer Kaskode und eines Wilson-Stromspiegels

# Stromspiegel mit p-Kanal-Transistoren



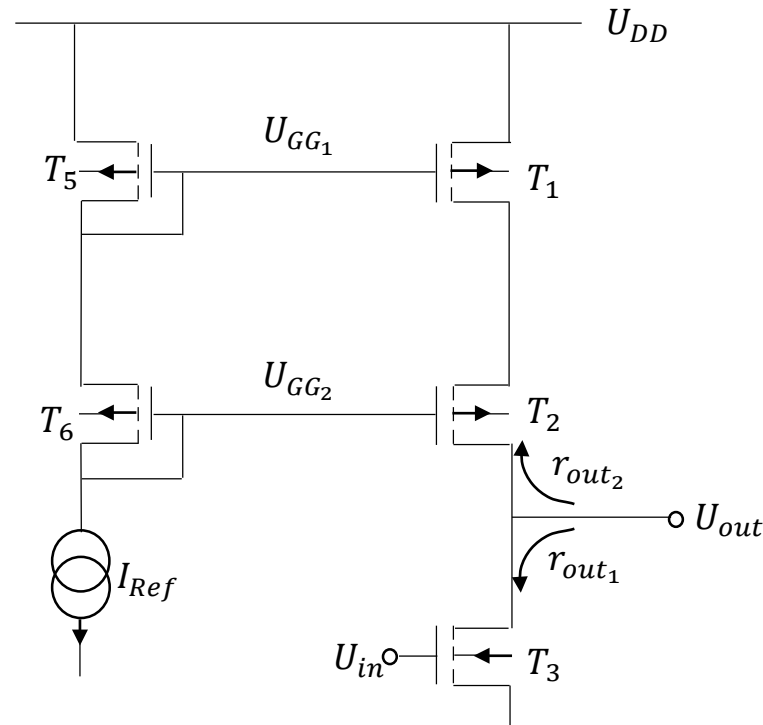
Einfacher Stromspiegel und Kaskode mit p-Kanal-Transistoren

# Inverter und Differenzstufe mit Stromspiegel



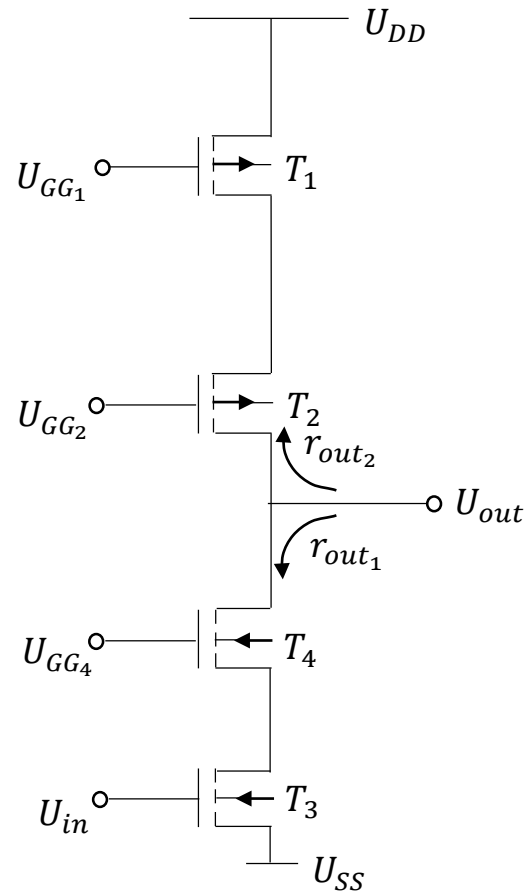
Inverter und Differenzstufe

# Inverter und Differenzstufe mit Stromspiegel



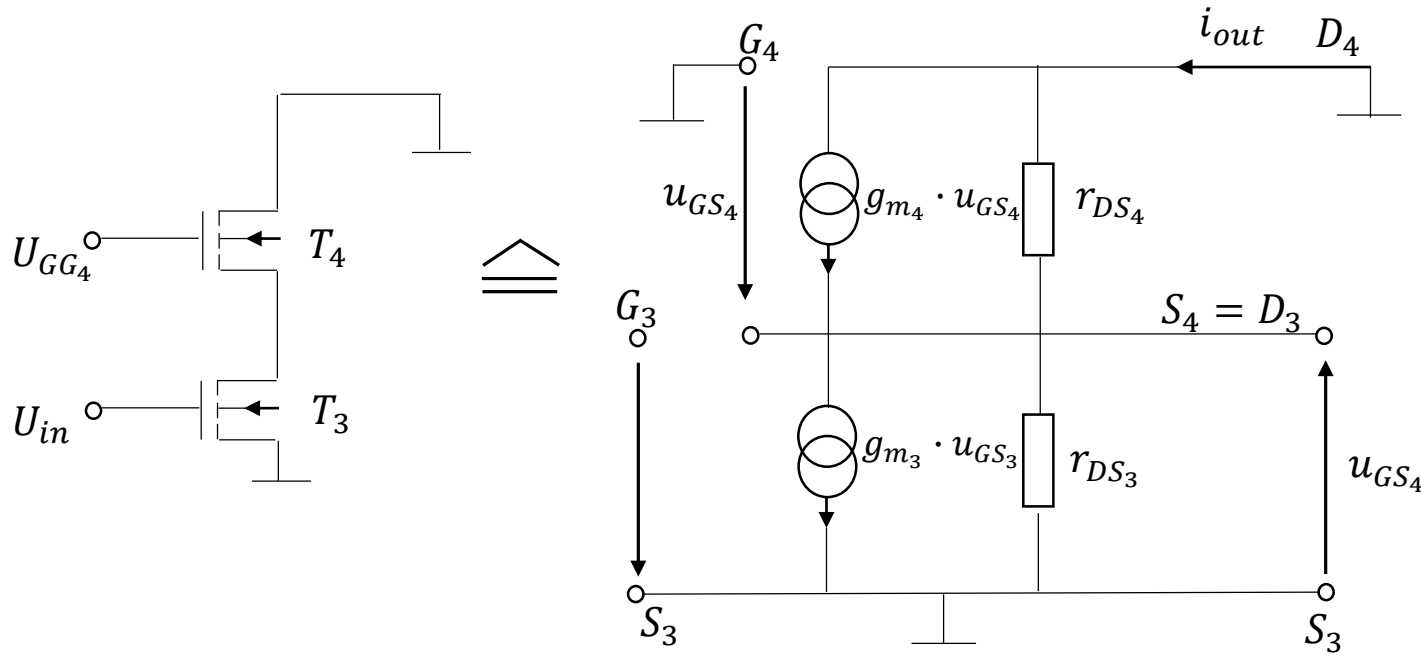
Inverter mit Kaskode

# Inverter und Differenzstufe mit Stromspiegel



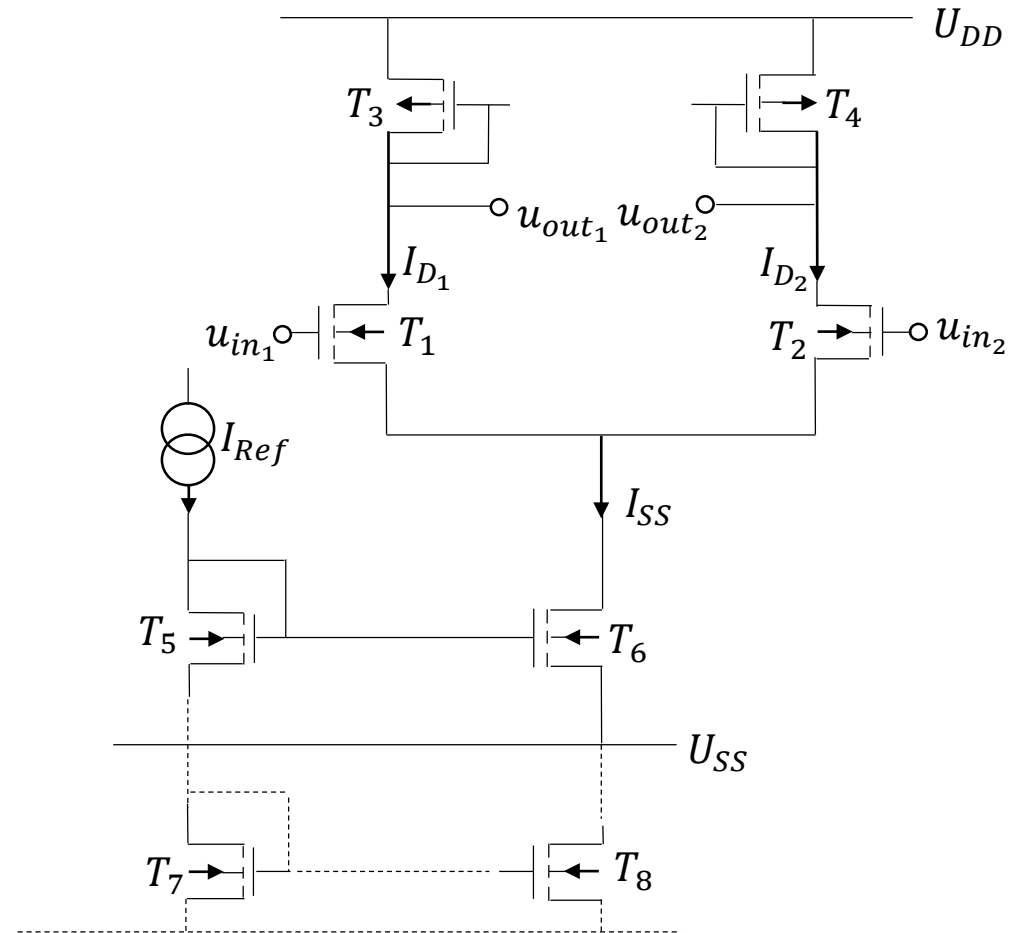
Erhöhter Ausgangswiderstand durch weiteren Transistor

# Inverter und Differenzstufe mit Stromspiegel



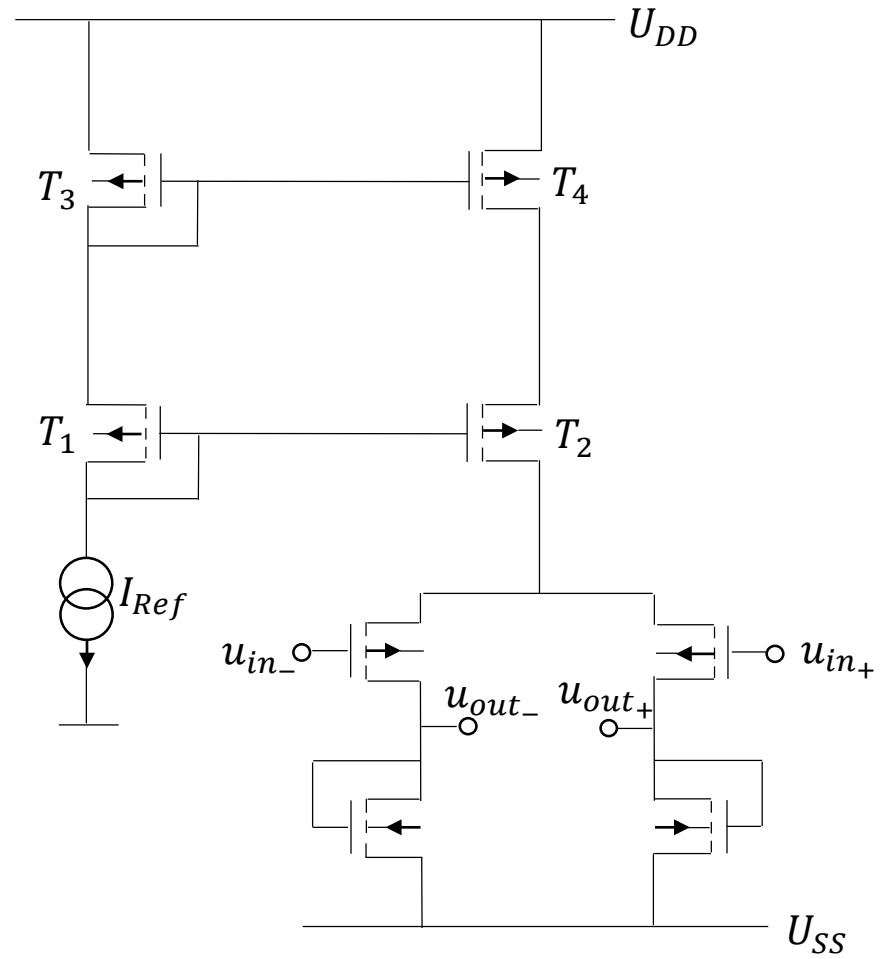
Berechnung der Steilheit  $g$

# Inverter und Differenzstufe mit Stromspiegel



## Differenzstufe mit Dioden als Last und einfachem Stromspiegel bzw. Kaskode

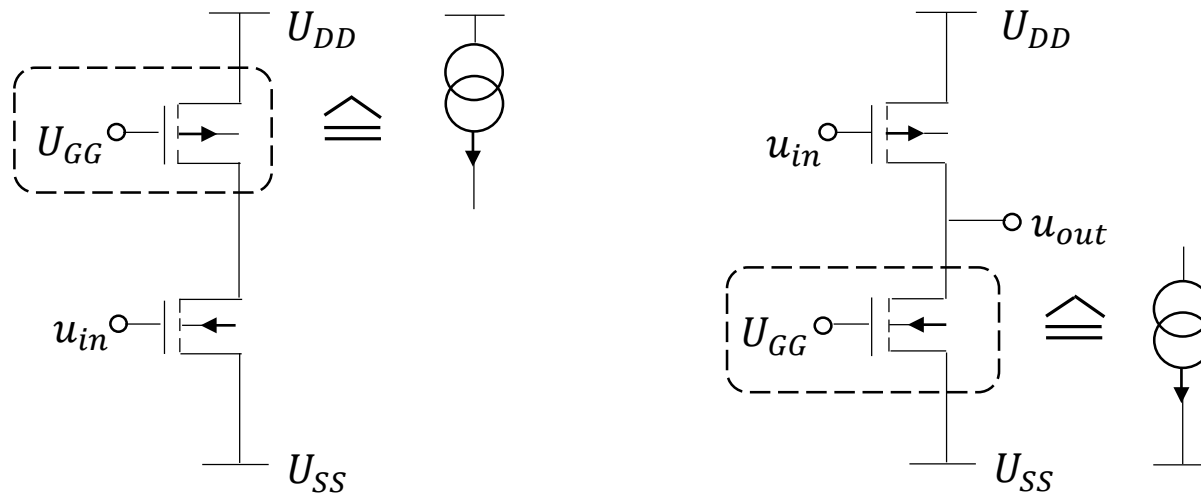
# Inverter und Differenzstufe mit Stromspiegel



Differenzstufe mit Kaskode als Stromquelle

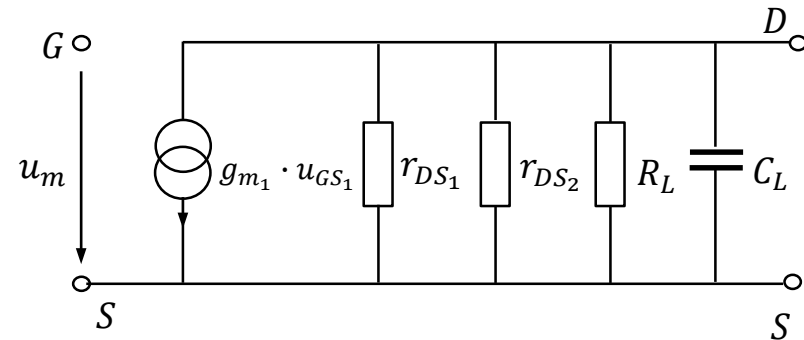
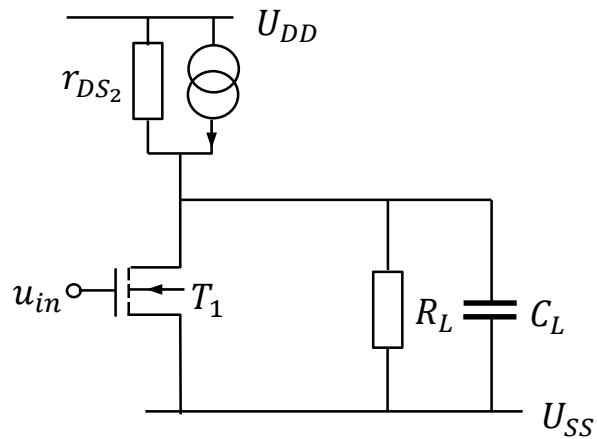


# Inverter und Differenzstufe mit Stromspiegel



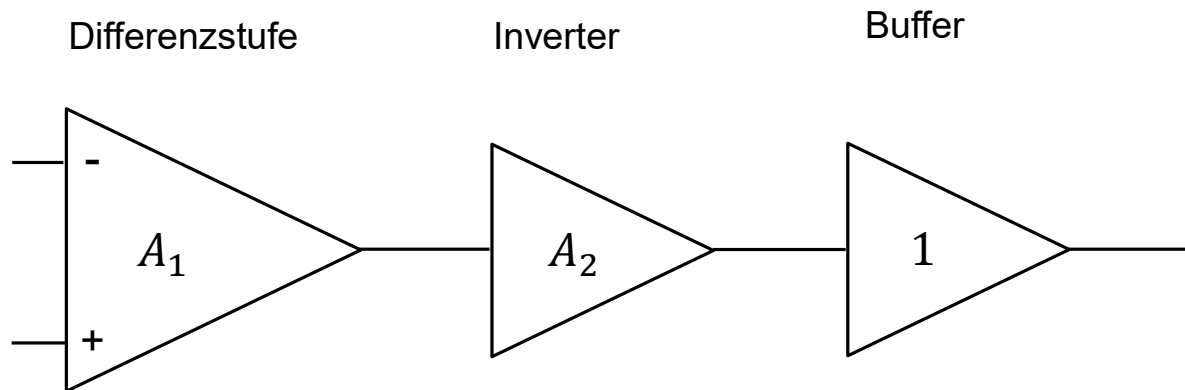
Inverter mit unterer bzw. oberer Schranke für  $u_{in}$

# Ausgangsstufen



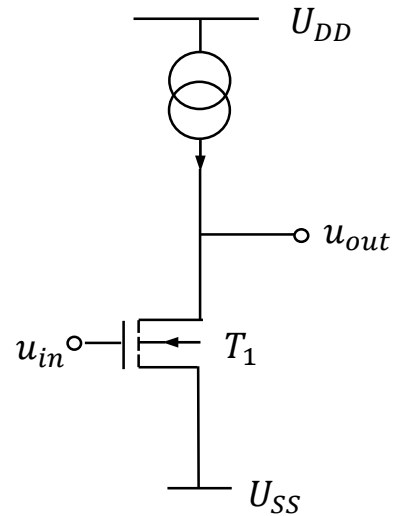
Inverter mit Last

# Ausgangsstufen



Entkopplung mit Hilfe eines Buffers

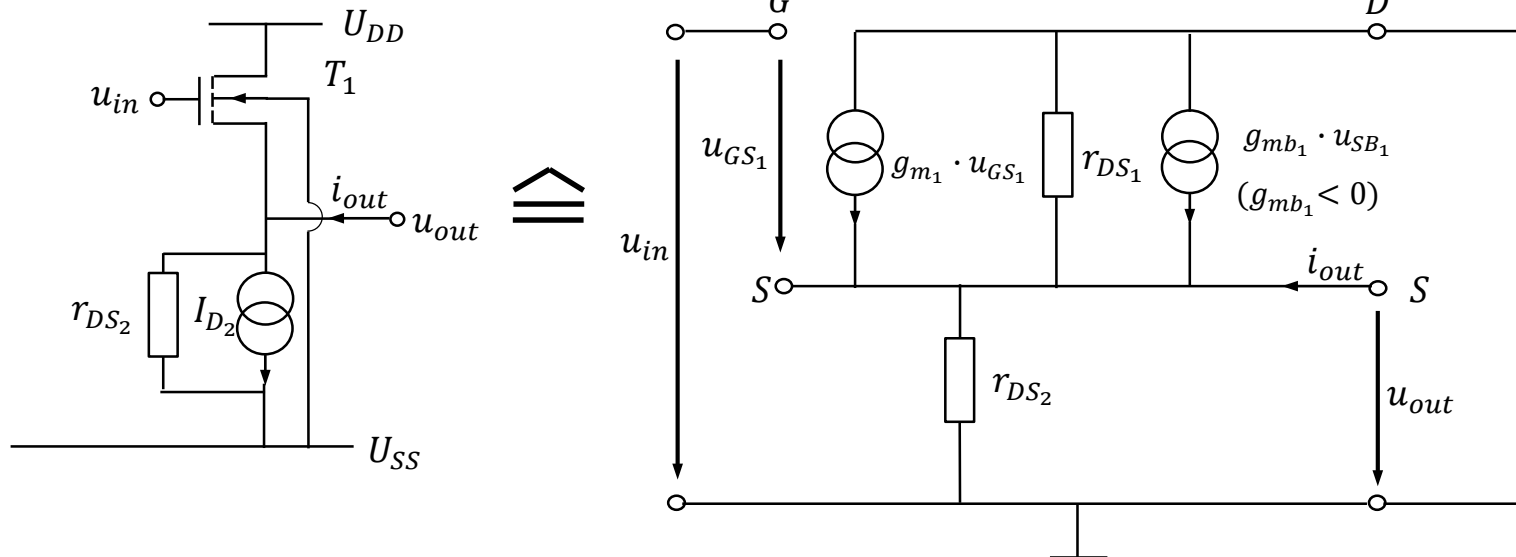
# Ausgangsstufen



Einfacher Inverter

$$r_{DS} = \frac{2 \cdot L}{k_2 \cdot I_D} \cdot \sqrt{U_{DS} - U_{DSS}}$$

# Source-Folger



# Source-Folger

$$r_{out} = \left. \frac{u_{out}}{i_{out}} \right|_{u_{in}=0}$$

mit:

$$u_{in} = u_{GS_1} + u_{out} = 0$$

$$u_{SB_1} = u_{out} = -u_{GS_1}$$

$$i_{out} = u_{out} \cdot g_{DS_1} + u_{out} \cdot g_{DS_2} - u_{SB_1} \cdot g_{mb_1} - u_{GS_1} \cdot g_{m_1}$$

$$\Rightarrow r_{out} = \frac{1}{g_{m_1} + |g_{mb_1}| + \frac{1}{r_{DS_1}} + \frac{1}{r_{DS_2}}}$$

$$\approx \frac{1}{g_{m_1}}$$

$$g = \left. \frac{i_{out}}{u_{in}} \right|_{u_{out}=0}$$

$$= -g_{m_1}$$

$$\Rightarrow A = -g \cdot r_{out} = \frac{g_{m_1}}{g_{m_1} + |g_{mb_1}| + \frac{1}{r_{DS_1}} + \frac{1}{r_{DS_2}}}$$

$$\approx \frac{g_{m_1}}{g_{m_1} + |g_{mb_1}|}$$

$$\text{mit } g_m \approx 10 \cdot |g_{mb}|: \quad \approx 1 (\text{in jedem Fall } |A| < 1)$$

# Ausgangsbereich des Source-Folgers



## Maximale Ausgangsspannung

$$\begin{aligned}U_{in_{max}} &= U_{DD} \\ \Rightarrow U_{out_{max}} &= U_{DD} - U_{GS} \\ &= U_{DD} - (U_{GS_{eff}} + U_T)\end{aligned}$$

Source-Bulk-Spannung:  $U_{SB} = U_{out} - U_{SS}$ , da Bulk auf  $U_{SS}$  liegt

$$\begin{aligned}U_T &= U_{T_0} + \gamma(\sqrt{U_{SB} + 2 \cdot \Phi_D} - \sqrt{2 \cdot \Phi_D}) \\ U_{SB} &= U_{out} - U_{SS} \\ \text{mit } \Phi_D &\approx 0: \quad U_T \approx U_{T_0} + \gamma \cdot \sqrt{U_{out} - U_{SS}} \\ \Rightarrow U_{out_{max}} &= U_{DD} - U_{GS_{eff}} - U_{T_0} + \gamma \cdot \sqrt{U_{out} - U_{SS}}\end{aligned}$$

# Ausgangsbereich des Source-Folgers

## Maximale Ausgangsspannung

$$U_{DD} = 5V$$

$$U_{SS} = 0V$$

$$U_{T_0} = 1V$$

$$U_{GS_{eff}} = 0.2V$$

$$\gamma = 0.8\sqrt{V}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow U_{out_{max}} &= 5V - 1V - 0.2V - 0.8\sqrt{V} \cdot \sqrt{U_{out}} \\ &= 3.8V - 0.8\sqrt{V} \cdot \sqrt{U_{out}}\end{aligned}$$

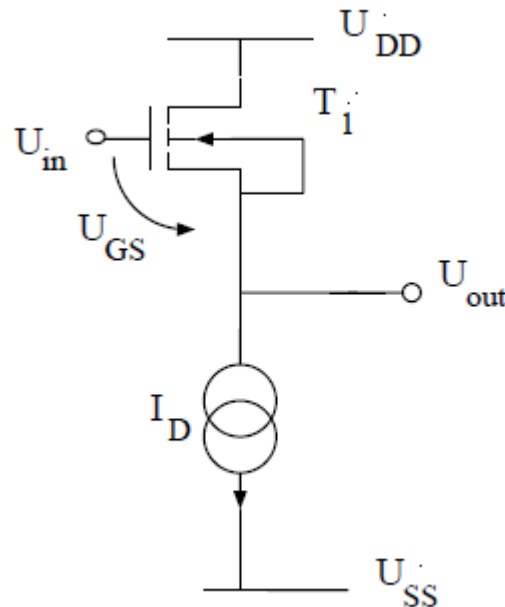


# Ausgangsbereich des Source-Folgers



## Maximale Ausgangsspannung

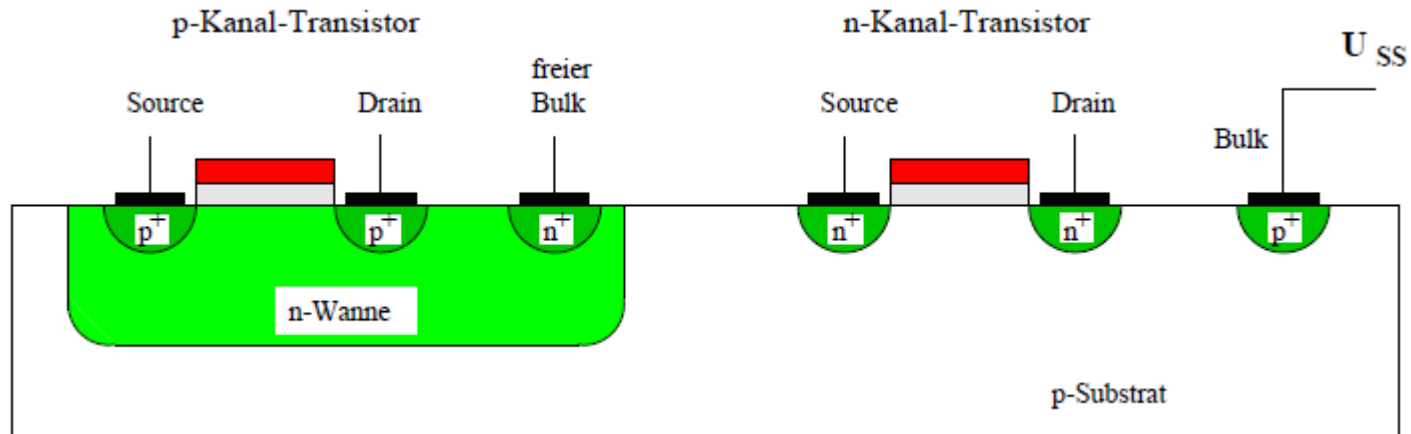
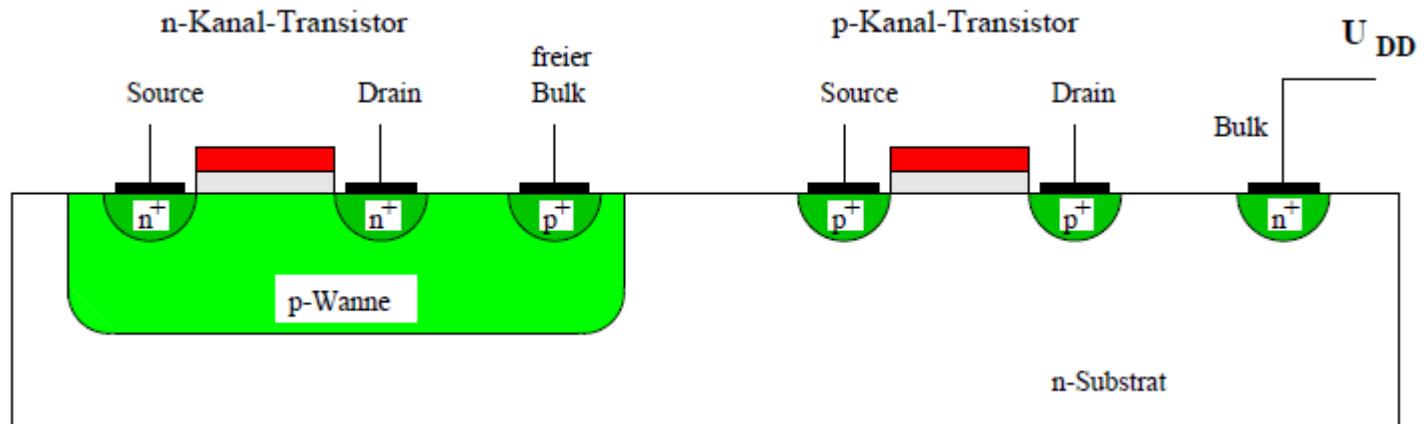
$$\begin{aligned}U_{out_{max}} &= U_{DD} - U_{GS_{eff}} - U_{T_0} \\ &= 3.8V\end{aligned}$$



Source-Folger mit  $U_{SB} = 0$

# Ausgangsbereich des Source-Folgers

## Maximale Ausgangsspannung

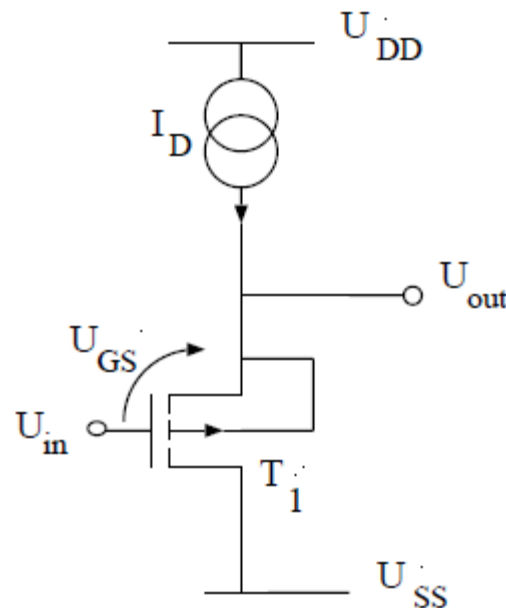


p-Wannen- und n-Wannen-Prozess

# Ausgangsbereich des Source-Folgers



## Maximale Ausgangsspannung



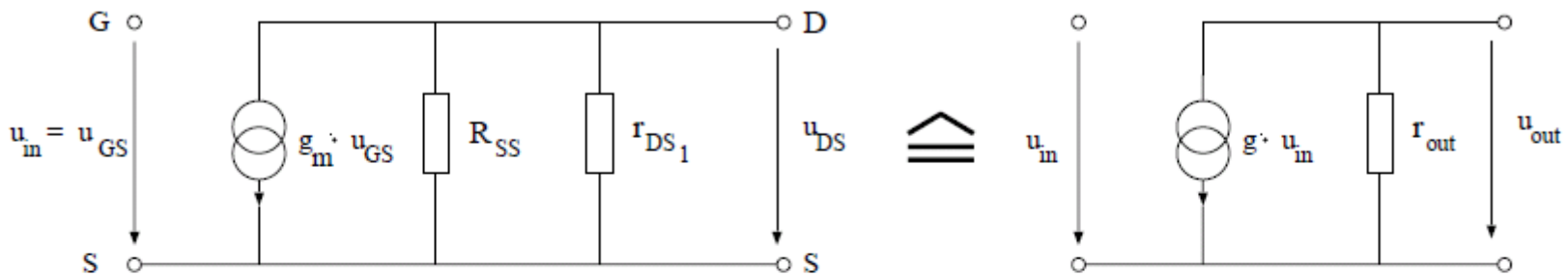
Source-Folger mit p-Kanal-Transistor

# Ausgangsbereich des Source-Folgers

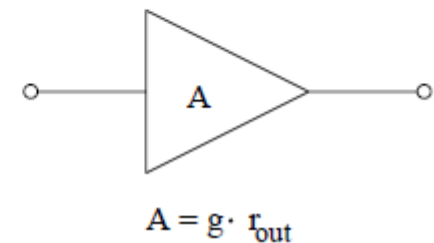
## Minimale Ausgangsspannung

$$\begin{aligned}U_{out} &= U_{DS_{Stromquelle}} + U_{SS} \\U_{DS} &> U_{GS} - U_T = U_{GDS_{eff}} \\ \Rightarrow U_{out_{min}} &= U_{GS_{eff}} (\approx 0.2V) + U_{SS}\end{aligned}$$

# Gesamtaufbau



Inverter mit Widerstandslast

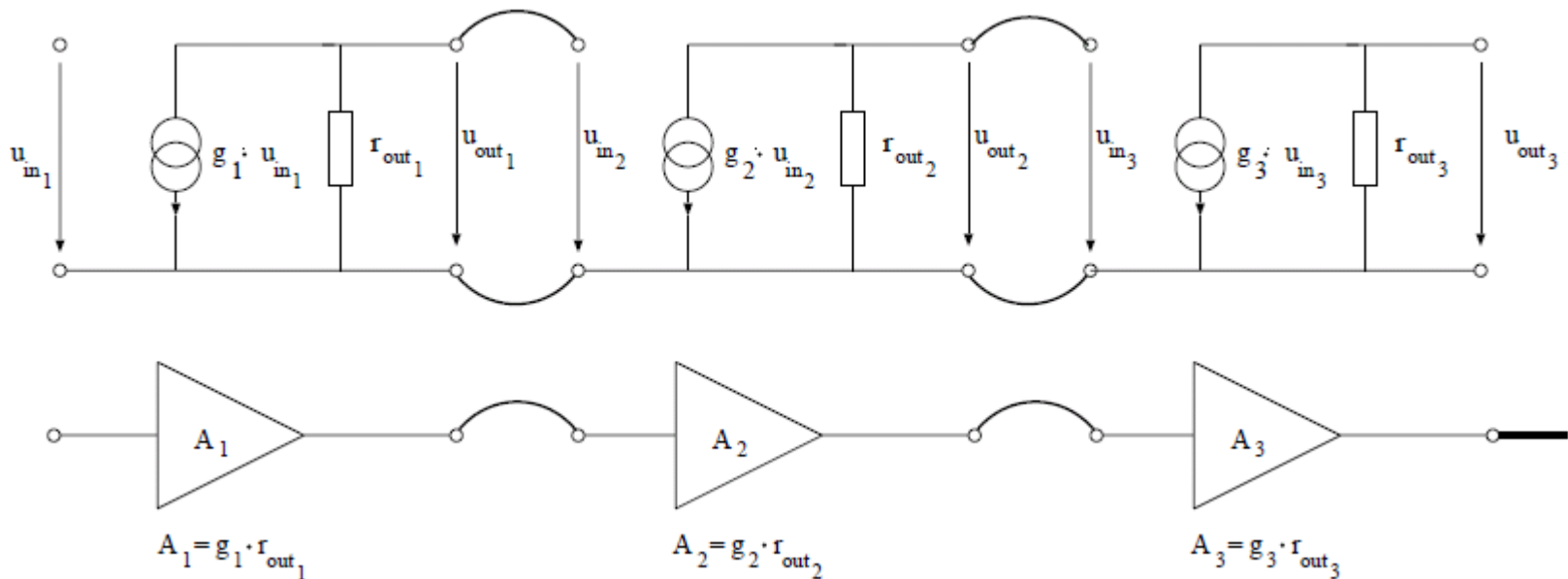


Ersatzschaltbild Transistor mit einfacher Stromquelle (Innenwiderstand  $R_{SS}$ ) als Nutzlast

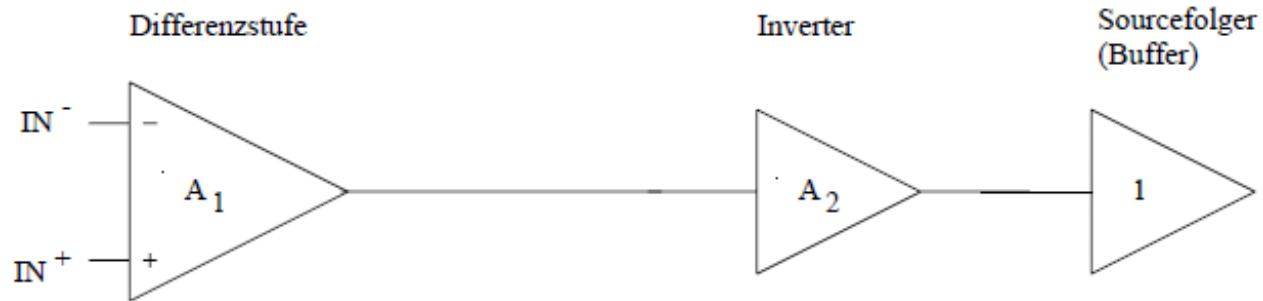
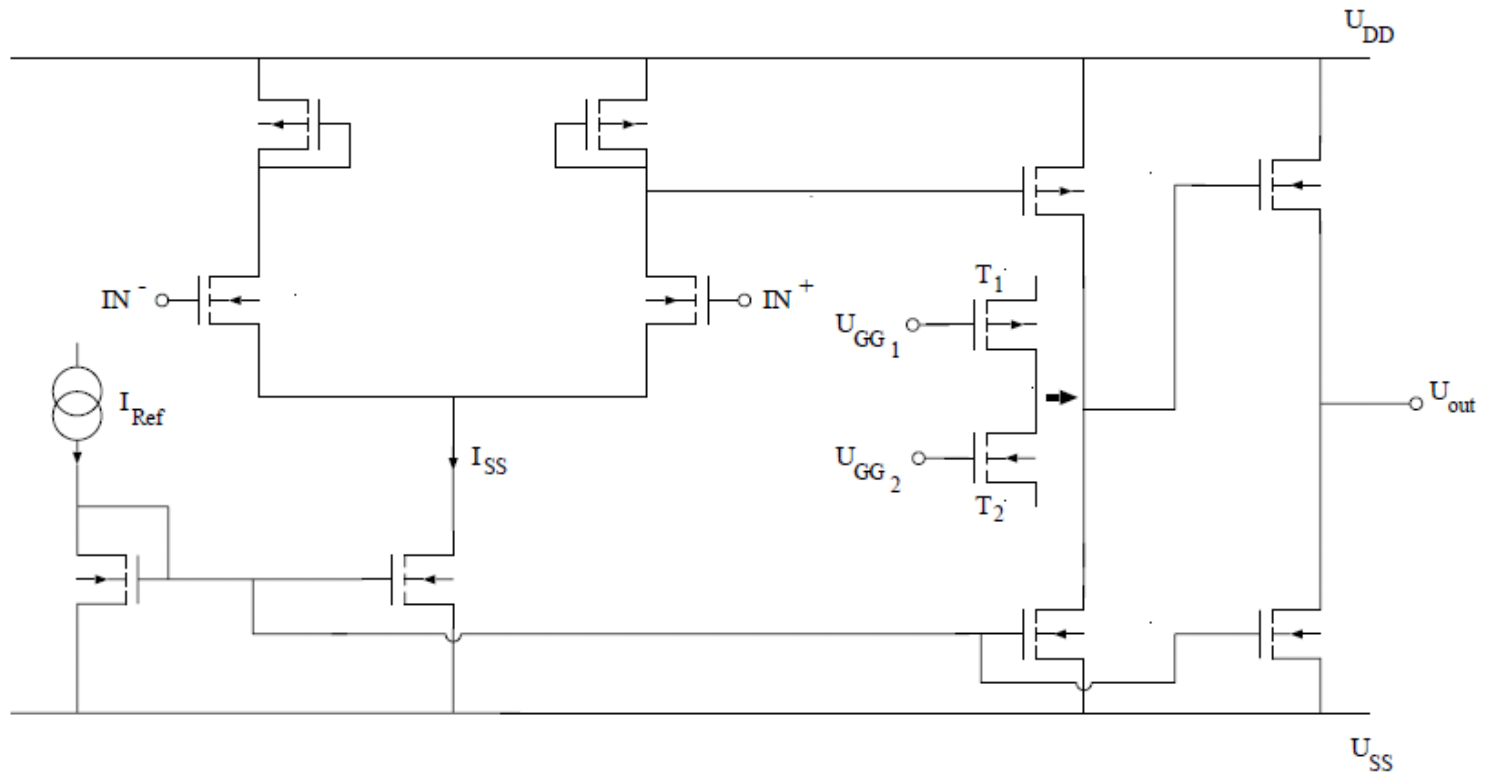
# Gesamtaufbau

$$R_{in_2} \gg R_{out_1}$$

$$\Rightarrow A_1 \approx A_{1_{unbelastet}}$$



Verstärker aus Ersatzschaltbildern



Verstärker aus Differenzstufe, Inverter und Buffer

# Gesamtaufbau

Für die Verstärkung gilt jeweils:

Differenzstufe	Inverter	Buffer
$A = g \cdot r_{out}$	$A = g \cdot r_{out}$	$A = g \cdot r_{out}$
Lastwiderstand: Diode		
$\Rightarrow r_{out} = \frac{1}{g_m}$		
$A = \frac{g_m}{g_m}$	$A = g_m \cdot r_{DS}$	$A = \frac{g_m}{g_m}$
	Hauptverstärker	

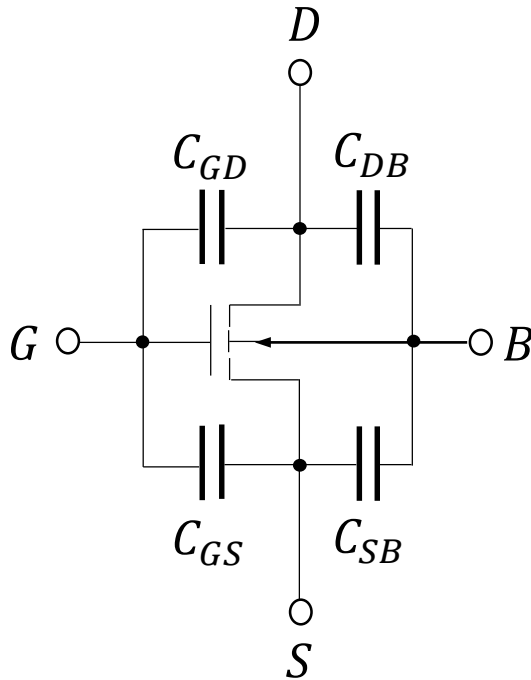
$$A_{Kaskode} = \frac{1}{2} \cdot g_m \cdot r_{DS} \cdot g_m \cdot r_{DS}$$

$$A_{Gesamt} = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3$$

$$\approx \frac{1}{2} \cdot (g_m \cdot r_{DS})^2$$



# Parasitäre Kapazitäten eines Transistors



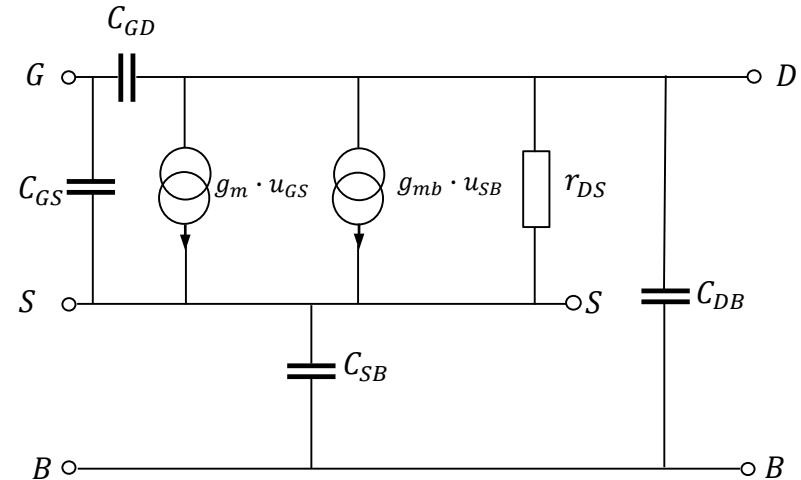
- Drain-Bulk- und Source-Bulk-Kapazität  $C_{DB}$  und  $C_{SB}$   
Es handelt sich hierbei um Sperrschichtkapazitäten, die über der Raumladungszone anfallen.
- Gate-Bulk-Kapazität  
Solange kein leitender Kanal vorliegt ( $U_{GS} < U_{Th}$ ), liegt zwischen Gate und Bulk über dem Oxid die Kapazität  $C_{ox}$ . Hier werden aber Transistoren in Sättigung betrachtet, d.h. es liegt ein Kanal vor. Dieser ist mit der Source leitend verbunden, sodass in der Sättigung keine Gate-Bulk-Kapazität existiert.
- Gate-Source- und Gate-Drain-Kapazität  $C_{GS}$  und  $C_{GD}$

Näherung:

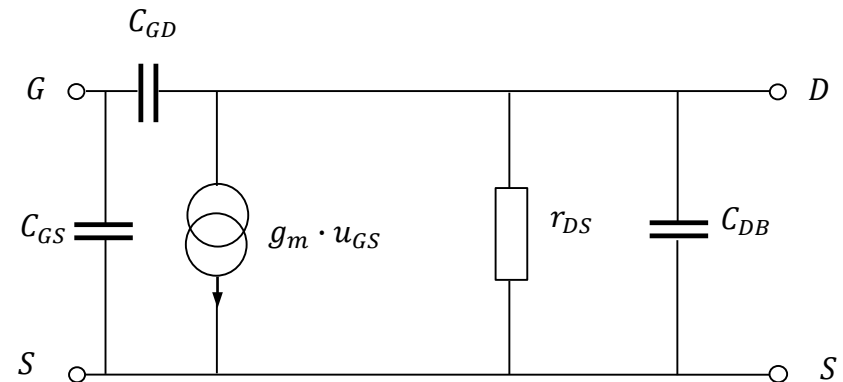
Betriebsbereich	Cgb	Cgs	Cgd
off	$C_{ox} WL$	0	0
Anlauf	0	$C_{ox} WL/2$	$C_{ox} WL/2$
Sättigung	0	$(2/3) C_{ox} WL$	0

# Kleinsignal-ESB mit parasitären Kapazitäten

Mit Berücksichtigung der parasitären Kapazitäten ergibt sich für einen Transistor folgendes Kleinsignal-ESB:



Wenn Bulk und Source kurzgeschlossen sind, ergibt sich das nebenstehende Bild. Die Vierpolparameter müssen neu berechnet werden:

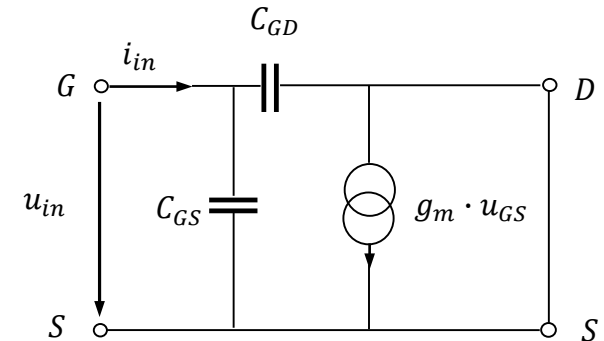


# Vierpolparameter

Eingangsleitwert:

$$y_{11} = \left. \frac{i_{in}}{u_{in}} \right|_{u_{out}=0} = j\omega \cdot (C_{GD} + C_{GS})$$

$$\rightarrow r_{in} = \frac{1}{j\omega \cdot (C_{GD} + C_{GS})}$$



Ausgangsleitwert:

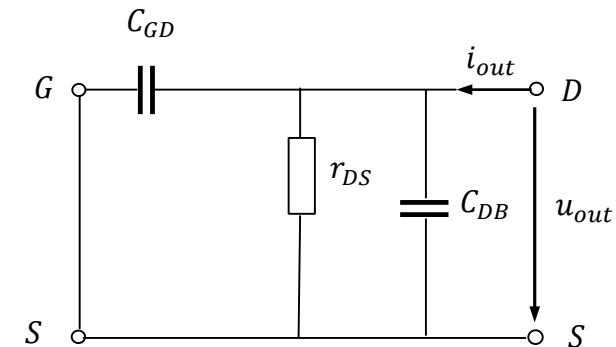
$$y_{22} = \left. \frac{i_{out}}{u_{out}} \right|_{u_{in}=0} = g_{DS} + j\omega \cdot (C_{GD} + C_{DB})$$

$$\rightarrow r_{out} = \frac{1}{y_{22}} = \frac{1}{g_{DS} + j\omega \cdot (C_{GD} + C_{DB})} = \frac{r_{DS}}{1 + j\omega \cdot (C_{GD} + C_{DB}) \cdot r_{DS}}$$

Das entspricht einem **Tiefpassfilter**; der Ausgangswiderstand nimmt also bei höheren

$$\text{Frequenzen ab: } R_{outTiefpass} = \frac{1}{\frac{1}{R} + j\omega \cdot C} = \frac{R}{1 + j\omega \cdot R \cdot C}$$

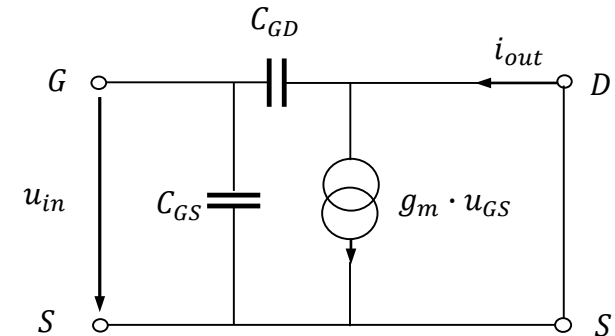
$$\text{mit } C = C_{GD} + C_{DB}; \quad R = r_{DS}$$



# Vierpolparameter

Steilheit:

$$y_{21} = \left. \frac{i_{out}}{u_{in}} \right|_{u_{out}=0} = g_m - j\omega \cdot C_{GD}$$



Für die Verstärkung gilt damit:

$$A = \left. \frac{u_2}{u_1} \right|_{i_2=0} = - \frac{y_{21}}{y_{22}}$$

$$\rightarrow A = -(g_m - j\omega \cdot C_{GD}) \cdot \frac{r_{DS}}{1 + j\omega \cdot (C_{GD} + C_{DB}) \cdot r_{DS}}$$

$$\rightarrow A_0 = A|_{\omega=0} = -g_m \cdot r_{DS} \quad (\text{Verstärkung bei } \omega = 0)$$

Bei  $\omega = 0$  erhält man also wie erwartet die bisher berechnete Verstärkung.

# Frequenzgang

- Beschreibung im Frequenzbereich

Zur Betrachtung des Verhaltens einer Schaltung im Frequenzbereich werden die Gleichungen einer entsprechenden Transformation unterzogen (Fourier, Laplace o.ä.). Der Zusammenhang zwischen Ausgang und Eingang im Frequenzbereich wird als Übertragungsfunktion bezeichnet. Die allgemeine Form einer

Übertragungsfunktion lautet: 
$$A(s) = K \cdot \frac{\left(1 - \frac{s}{z_1}\right) \cdot \left(1 - \frac{s}{z_2}\right) \cdots}{\left(1 - \frac{s}{p_1}\right) \cdot \left(1 - \frac{s}{p_2}\right) \cdots}$$
 mit:  $s$ : komplexe Frequenz  
 $z_i$ : komplexe Nullstelle  
 $p_i$ : komplexe Polstelle

Interessant ist eine Betrachtung des Betrages und der Phase der Übertragungsfunktion:

- Für ihren Verlauf sind die vorkommenden Pole und Nullstellen verantwortlich. Ein Pol  $p_i$  bedeutet grob gesagt, dass ab dieser Frequenz der Betrag der Übertragungsfunktion mit steigender Frequenz abnimmt, nach einer Nullstelle  $z_i$  nimmt er dagegen zu.
- Weil eine Nullstelle allerdings aufgrund der Kausalität nicht ohne Pol vorkommen kann, führt eine Nullstelle ab der Nullstellenfrequenz zum Ausgleich der Auswirkung der Polstelle.

Die hier vorkommenden Pole und Nullstellen sind rein reell  
und die komplexe Frequenz  $s$  ist rein imaginär  
( $s = \sigma + j\omega = 0 + j\omega$ ); daher gilt:

$$\text{Betrag: } |A(s)| = |A(j\omega)| = K \cdot \frac{\sqrt{1 + \left|\frac{j\omega}{z_1}\right|^2} \cdot \sqrt{1 + \left|\frac{j\omega}{z_2}\right|^2} \dots}{\sqrt{1 + \left|\frac{j\omega}{p_1}\right|^2} \cdot \sqrt{1 + \left|\frac{j\omega}{p_2}\right|^2} \dots} = K \cdot \frac{\sqrt{1 + \left|\frac{\omega}{z_1}\right|^2} \cdot \sqrt{1 + \left|\frac{\omega}{z_2}\right|^2} \dots}{\sqrt{1 + \left|\frac{\omega}{p_1}\right|^2} \cdot \sqrt{1 + \left|\frac{\omega}{p_2}\right|^2} \dots}$$

$$\text{Phase: } \Phi(s) = \Phi(j\omega) = \arctan\left(\frac{j\omega}{z_1}\right) \cdot \arctan\left(\frac{j\omega}{z_2}\right) \dots \\ - \arctan\left(\frac{j\omega}{p_1}\right) \cdot \arctan\left(\frac{j\omega}{p_2}\right) \dots$$

Üblicherweise wird die logarithmierte Form des Betrages der

$$\text{Übertragungsfunktion betrachtet: } \lg|A(s)| = \lg|K| + \lg\sqrt{1 + \left|\frac{\omega}{z_1}\right|^2} +$$

$$\lg\sqrt{1 + \left|\frac{\omega}{z_2}\right|^2} \dots$$

$$- \lg\sqrt{1 + \left|\frac{\omega}{p_1}\right|^2} - \lg\sqrt{1 + \left|\frac{\omega}{p_2}\right|^2} \dots$$

# Beispiel: Ein-Pol-System

Im Bode-Diagramm wird der Frequenzgang getrennt nach Betrag und Phase dargestellt. Der Betrag wird in Dezibel dB mit  $|A|_{dB} = 20 \cdot \lg|A|$  angegeben, die Frequenz wird ebenfalls logarithmisch aufgetragen.

Die Übertragungsfunktion eines Ein-Pol-Systems lautet dann:  $A(s) = \frac{K}{1 - \left(\frac{\omega}{p_1}\right)}$

Dies entspricht einem Tiefpass (siehe Seite 91) mit dem Frequenzgang:

$$|A(s)| = \frac{|K|}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{p_1}\right)^2}}$$

$$\lg|A(s)| = \lg|K| - \lg\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{p_1}\right)^2}$$

Bereiche:

$$\omega \ll p_1: \lg|A(s)| \approx \lg|K| - \lg|1| = \lg|K|$$

$$\omega \gg p_1: 1 + \left(\frac{\omega}{p_1}\right)^2 \approx \left(\frac{\omega}{p_1}\right)^2$$

$$\rightarrow \lg|A(s)| \approx \lg|K| - \lg\left|\frac{\omega}{p_1}\right|$$

- Die Einheit dB erhält man, wenn der Logarithmus mit 20 multipliziert wird. Damit führt im zweiten Bereich eine Verdopplung von  $\omega$  zu einer Absenkung um 6 dB:

- $|A(s)|_{dB} = 20 \cdot \lg|K| - 20 \cdot \lg \left| \frac{\omega}{p_1} \right|$   
 $\rightarrow |A(2 \cdot s)|_{dB} = 20 \cdot \lg|K| - 20 \cdot \lg \left| \frac{2 \cdot \omega}{p_1} \right|$   
$$= 20 \cdot \lg|K| - \left( 20 \cdot \lg|2| + 20 \cdot \lg \left| \frac{\omega}{p_1} \right| \right)$$
$$= |A(s)|_{dB} - 6dB$$

(siehe Bode-Diagramm auf nächster Seite)

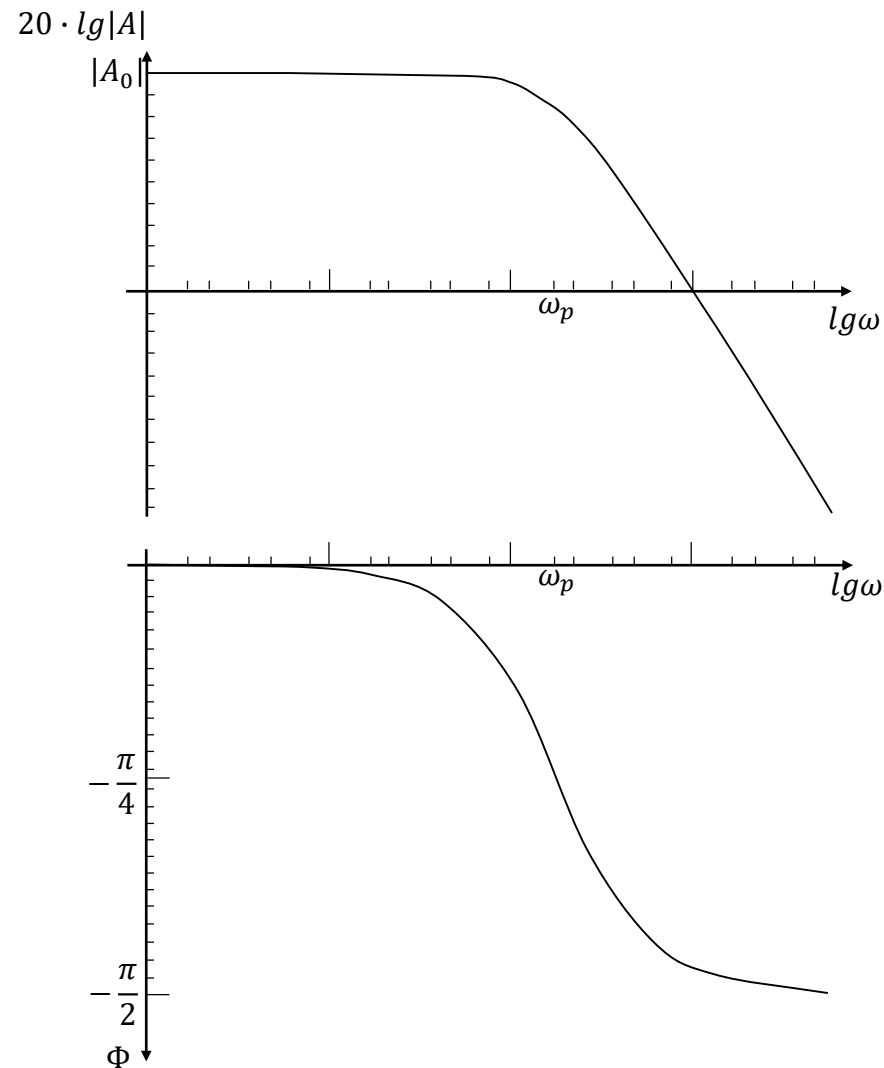
- Am Pol  $\omega = p_1$  gelten beide Näherungen nicht. Man erhält:

$$\lg|A(\omega = p_1)| = \lg|K| - \lg \sqrt{1 + \left( \frac{p_1}{p_1} \right)^2} = \lg|K| - \lg\sqrt{2} = \lg|K| - 3dB$$

- Bei der Eckfrequenz ist die Übertragungsfunktion also um 3 dB abgefallen.
- Die Phase im Bode-Diagramm wird vom Pol  $p_1$  bis  $90^\circ$  gedreht, bei der Eckfrequenz beträgt die Drehung  $45^\circ$ .



# Bode-Diagramm



# Allgemeiner Fall

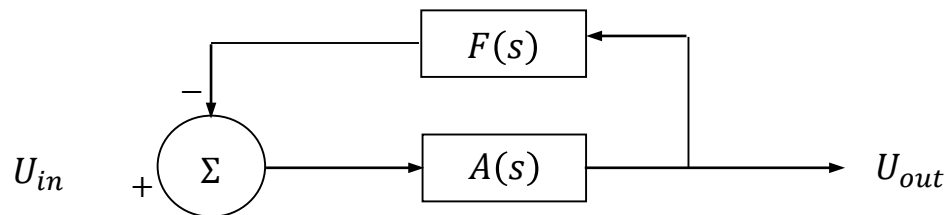
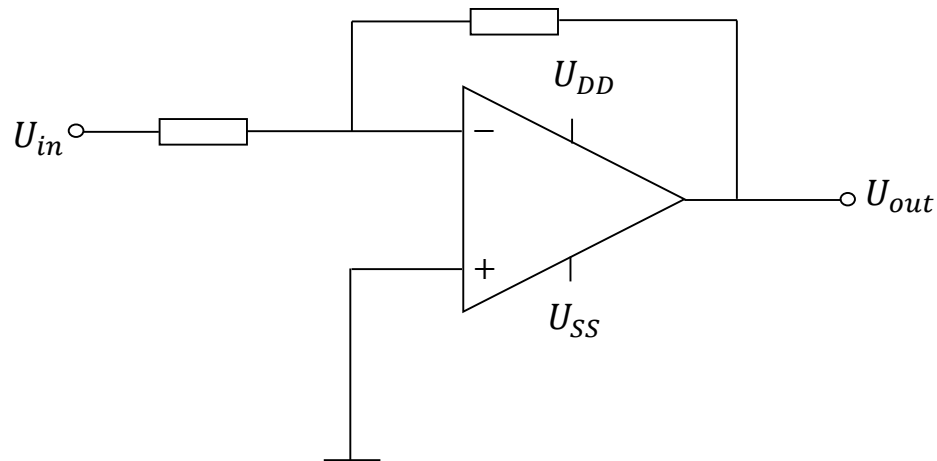
- Im allgemeinen Fall ist die Übertragungsfunktion nicht faktorisiert.

Dann lässt sich die Funktion aufspalten: mit  $A(s) = \frac{Z(s)}{N(s)}$ :

$$\begin{aligned} N(s) &= 1 + a \cdot s + b \cdot s^2 \\ &= \left(1 - \frac{s}{p_1}\right) \cdot \left(1 - \frac{s}{p_2}\right) = 1 - \underbrace{\left(\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2}\right)}_a \cdot s + \underbrace{\frac{1}{p_1 \cdot p_2}}_{\frac{1}{b}} \cdot s^2 \end{aligned}$$

- Im Allgemeinen liegen hier die Pole nicht nahe beieinander, sodass man sie in dominante und nicht dominante Pole einteilen kann. Wenn der Abstand groß genug ist, beeinflussen sie sich nicht gegenseitig. Man kann ohne Beschränkung der Allgemeinheit annehmen:  $|p_2| \gg |p_1| \rightarrow p_1 \approx -\frac{1}{a} \quad p_2 \approx -\frac{a}{b}$
- Damit können die Pole näherungsweise einzeln betrachtet werden.

# Gegenkopplung



# Gegenkopplung

- Im Allgemeinen sind Verstärker gegengekoppelt.

$$U_{out} = A(s) \cdot (U_{in} - F(s) \cdot U_{out})$$

$$\rightarrow \frac{U_{out}}{U_{in}} = \frac{A(s)}{1 + A(s) \cdot F(s)} = \frac{1}{\frac{1}{A(s)} + F(s)}$$

$$\text{für große } |A(s)|: \quad \approx \frac{1}{F(s)}$$

Die Gesamtverstärkung ist also nur durch die Art der Rückkopplung definiert, wenn die Open-Loop-Verstärkung  $A(s)$  groß genug ist. Bei rückgekoppelten Systemen ist immer auf die Stabilität zu achten. Eine zu große Phasenverschiebung kann dazu führen, dass sich das Vorzeichen von  $A(s) \cdot F(s)$  ändert; dann wird aus der Gegenkopplung eine positive Rückkopplung. Dies kann zu Instabilität führen, falls der rückgekoppelte Anteil betragsmäßig größer 1 ist:

$$s = j\omega, \phi(s) = 180^\circ \quad \rightarrow \text{Vorzeichenwechsel}$$

$$\text{instabil, wenn } |A(s) \cdot F(s)| > 1$$

# Stabilitätskriterien

$$\phi(s) = 180^\circ \quad \rightarrow \quad |A(s) \cdot F(s)| < 1$$

$$|A(s) \cdot F(s)| = 1 \quad \rightarrow \quad 180^\circ - \phi > 0$$

Die Phase  $180^\circ - \phi_{|A(s) \cdot F(s)|=1}$  ist ein Maß für die Stabilitätsgüte, sie wird als Phasenreserve bezeichnet.

## Anwendung auf einen Transistor

Diese Beschreibung soll nun auf einen Transistor und seine parasitären Kapazitäten angewendet werden.

An Gleichung  $A = -(g_m - j\omega \cdot C_{GD}) \cdot \frac{r_{DS}}{1 + j\omega \cdot (C_{GD} + C_{DB}) \cdot r_{DS}}$  (Seite 91)

erkennt man, dass die Verstärkung eine Null- und eine Polstelle besitzt:

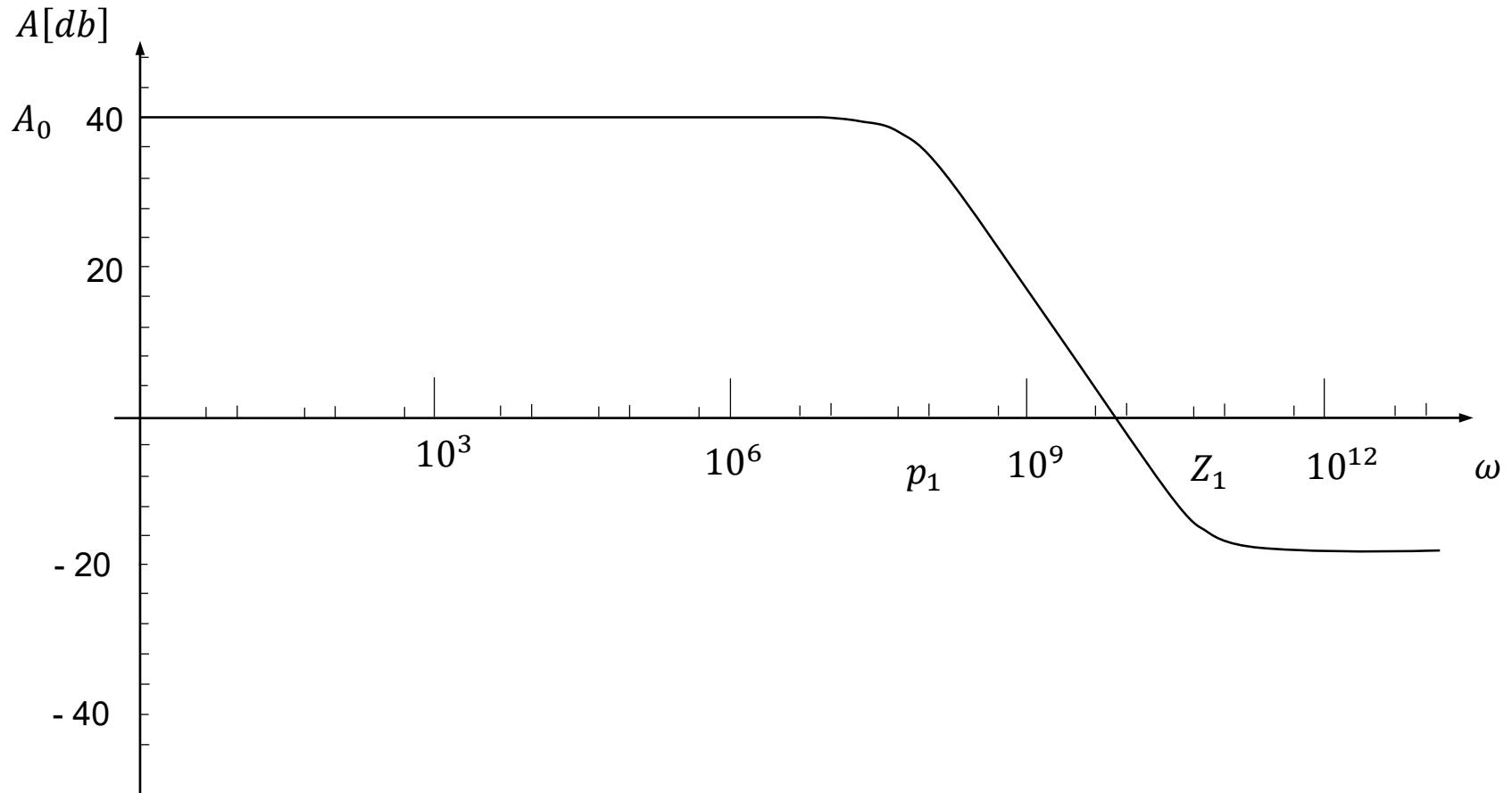
Nullstelle:  $z_1 = s|_{\text{Zähler}=0} = j\omega|_{\text{Zähler}=0} = \frac{g_m}{C_{GD}}$

Polstelle:  $p_1 = \frac{-1}{r_{DS} \cdot (C_{DG} + C_{DB})}$

$$A_0 = A|_{\omega=0} = -g_m \cdot r_{DS}$$

Damit lässt die Gleichung von Seite 91 umformen:  $A = A_0 \cdot \frac{1 - \frac{s}{z_1}}{1 - \frac{s}{p_1}}$

# Frequenzgang eines MOS-Transistors



# Beispiel

Annahme:  $g_m = 500\mu S$     $r_{DS} = 200k\Omega$     $C_{GD} = 8,6fF$     $C_{DB} = 60fF$

$$\rightarrow A_0 = -100$$

$$\rightarrow z_1 = \frac{g_m}{C_{GD}} = \frac{500\mu S}{8,6fF} = 58,1GHz$$

$$\rightarrow f_{z1} = \frac{z_1}{2\pi} \approx 9,3GHz$$

$$p_1 = \frac{-1}{r_{DS} \cdot (C_{GD} + C_{DB})} = \frac{-1}{200k\Omega \cdot (8,6fF + 60fF)} = -72,9MHz$$

$$\rightarrow f_{p1} \approx -11,6MHz$$

Die Frequenz bei der die Verstärkung betragsmäßig zu 1 wird nennt sich 0-dB-Frequenz. Sie ermittelt sich aus:

$$20 \cdot \log|A| = 0$$

$$\leftrightarrow |A| = 1$$

Die 0-dB-Frequenz muss größer als die Eckfrequenz des Pols und kleiner als die Nullstelleneckfrequenz sein, da sich in den anderen Bereichen die Verstärkung mit der Frequenz nicht ändert. Damit kann man nähern:

$$\left| \frac{s|_{0dB}}{p_1} \right| \gg 1, \quad \left| \frac{s|_{0dB}}{z_1} \right| \ll 1$$

$$\rightarrow |A(s|_{0dB})| \approx \left| A_0 \cdot \frac{1}{\frac{s|_{0dB}}{p_1}} \right| = \left| A_0 \cdot \frac{p_1}{s|_{0dB}} \right| = 1$$

$$\rightarrow |s|_{0dB} = |\omega|_{0dB} = |A_0 \cdot p_1|$$

$$\text{wegen } |A_0| = 100: = |100 \cdot p_1|$$

$$\text{bzw. } f|_{0dB} = |A_0| \cdot f_{p1} = -1160 \text{ MHz}$$

Es ist zu beachten, dass bei den bisherigen Betrachtungen keine (eventuell vorhandenen) Lastkapazitäten berücksichtigt wurden, die das Verhalten beeinflussen könnten.



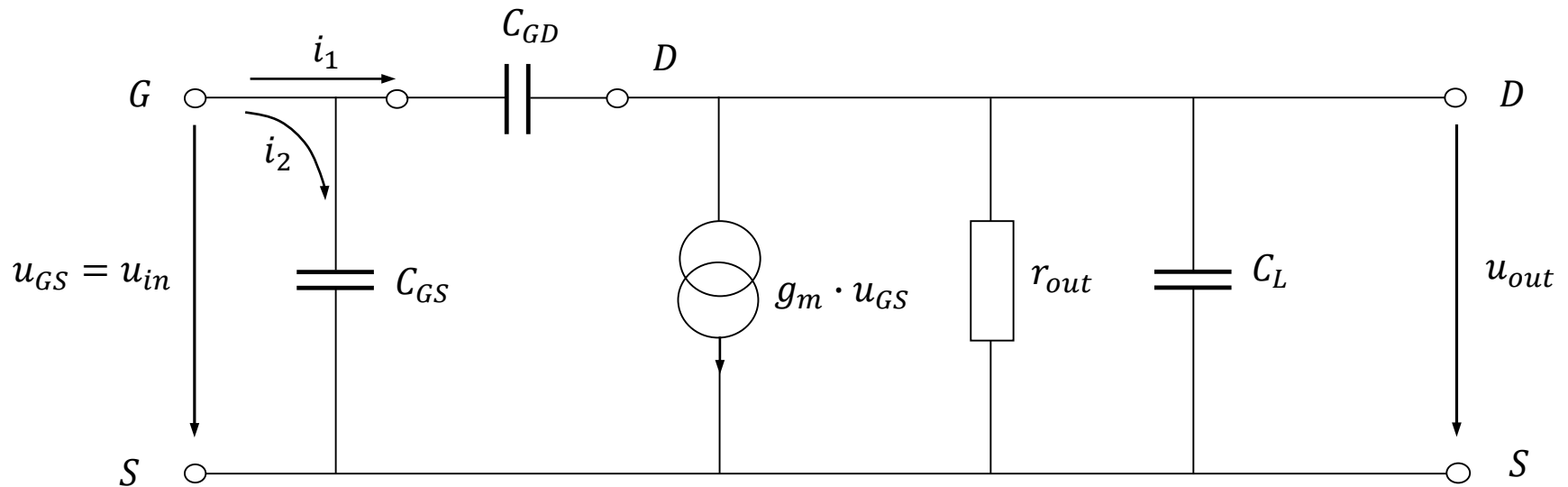
# Schein-Eingangsimpedanz

Wenn  $r_{out}$  den gesamten Ausgangswiderstand darstellt,  $C_L$  die Summe aller Kapazitäten am Lastknoten und  $C_{GD}$  alle Kapazitäten zwischen Gate und Drain zusammenfasst, erhält man allgemeiner für die Verstärkung:

$$A = -\frac{g_m \cdot r_{out} - j\omega \cdot C_{GD} \cdot r_{out}}{1 + j\omega \cdot r_{out} \cdot (C_L + C_{GD})}$$

Im Allgemeinen gilt dabei  $C_L \gg C_{GD}$ .

# Allgemeines Kleinsignalersatzschaltbild



Wie groß ist die Schein-Eingangsimpedanz, wenn der Ausgang nicht kurzgeschlossen ist?

Allgemein gilt:  $z_{in}|_{u_{out} \neq 0} = \frac{u_{in}}{i_{in}}$

Der Strom  $i_{in}$  teilt sich in zwei Pfade auf, vom Gate zum Drain und vom Gate zum Source.

$$z_{in} \Big|_{u_{out} \neq 0} = \frac{u_{in}}{\underbrace{u_{in} \cdot j\omega \cdot C_{GS}}_{i_2} + \underbrace{(u_{in} - u_{out}) \cdot j\omega \cdot C_{GD}}_{i_1}}$$

Im Gegensatz zur Berechnung von  $y_{11}$  wird hier  $u_{out} \neq 0$  angenommen. Damit die Berechnung nicht zu aufwendig wird, wird zur Bestimmung von  $u_{out}$  die Gleichung für den niederfrequenten Fall herangezogen:

$$A_0 = -g_m \cdot r_{out}$$

$$\rightarrow u_{out} = -g_m \cdot r_{out} \cdot u_{in}$$

$$\rightarrow z_{in}|_{u_{out} \neq 0} = \frac{1}{j\omega \cdot C_{GS} + (1 + g_m \cdot r_{out}) \cdot j\omega \cdot C_{GD}}$$

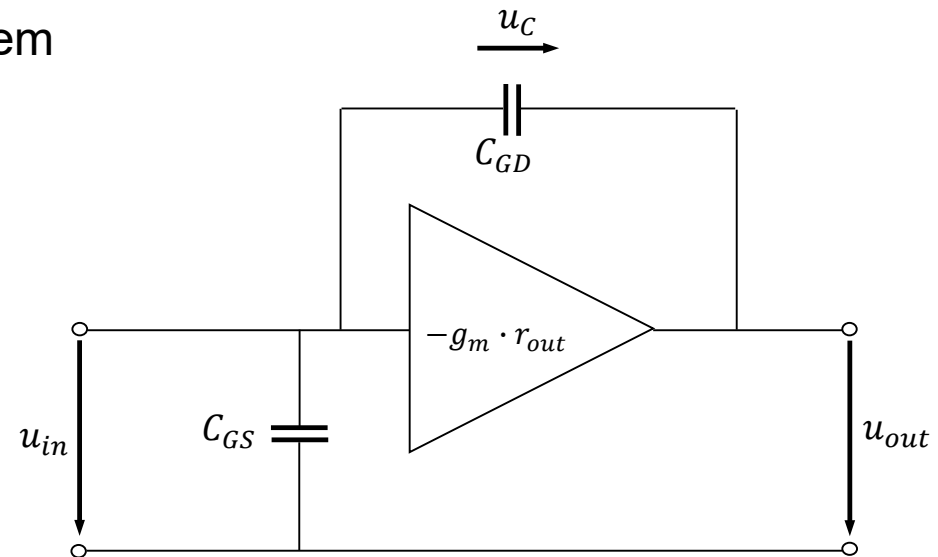
Die Eingangsimpedanz wird also durch zwei parallele Kapazitäten bestimmt. Dabei geht  $C_{GS}$  einfach ein, während der Wert von  $C_{GD}$  mit dem Faktor  $(1 + g_m \cdot r_{out})$  multipliziert wird.  $g_m \cdot r_{out}$  ist der Betrag der Verstärkung und es gilt im Allgemeinen:  $g_m \cdot r_{out} \gg 1$

Je höher die erreichte Verstärkung ist, desto stärker wirkt sich auch  $C_{GD}$  aus.

# Blockschaltbild

Die betrachteten Kapazitäten sind aus dem eigentlichen Verstärker herausgezogen:

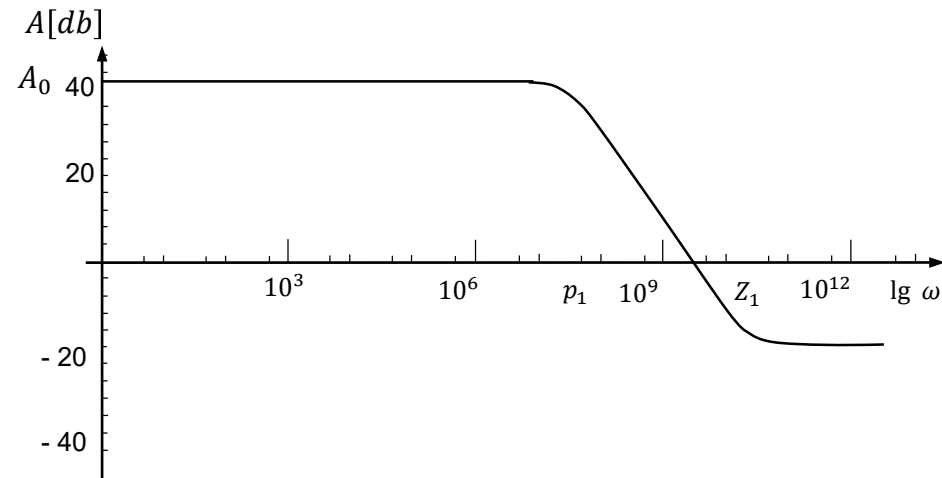
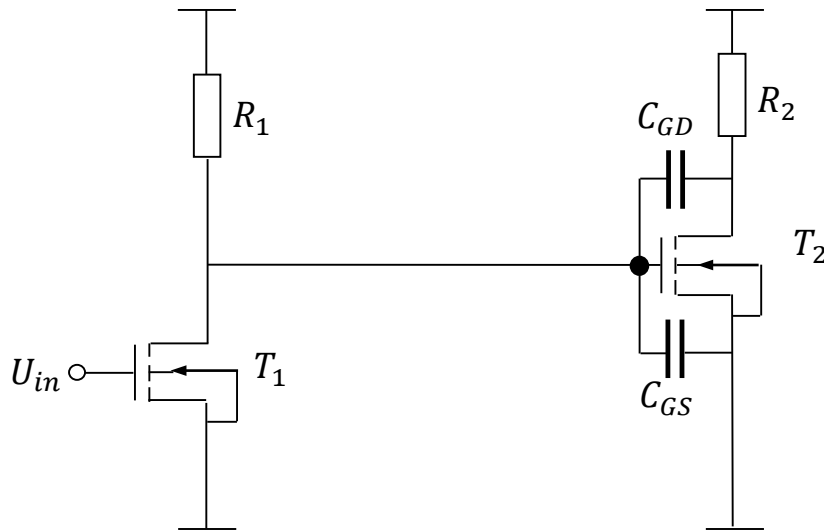
- Man erkennt, dass die Kapazität  $C_{GD}$  im Signalpfad liegt. Für kleine Änderungen der Eingangsspannung  $\Delta u_{in}$  ergibt sich die Spannung  $C_{GD}$  aus:



$$u_C = u_{in} - u_{out} = u_{in} + g_m \cdot r_{out} \cdot u_{in} = (1 + g_m \cdot r_{out}) \cdot u_{in}$$

- Die vorgeschaltete treibende Einheit muss für die Kapazität  $C_{GD}$  die Ladung  $q$  liefern mit:  $\frac{q}{C_{GD}} = u_C \rightarrow q = C_{GD} \cdot (1 + g_m \cdot r_{out}) \cdot u_{in}$
- Für die treibende Einheit sieht es also so aus, als müsse sie eine Kapazität der Größe  $(1 + g_m \cdot r_{out}) \cdot C_{GD}$  aufladen. Diese vergrößerte Kapazität bezeichnet man auch als Miller-Kapazität  $C_M$ :  $C_M = (1 + g_m \cdot r_{out}) \cdot C_{GD}$

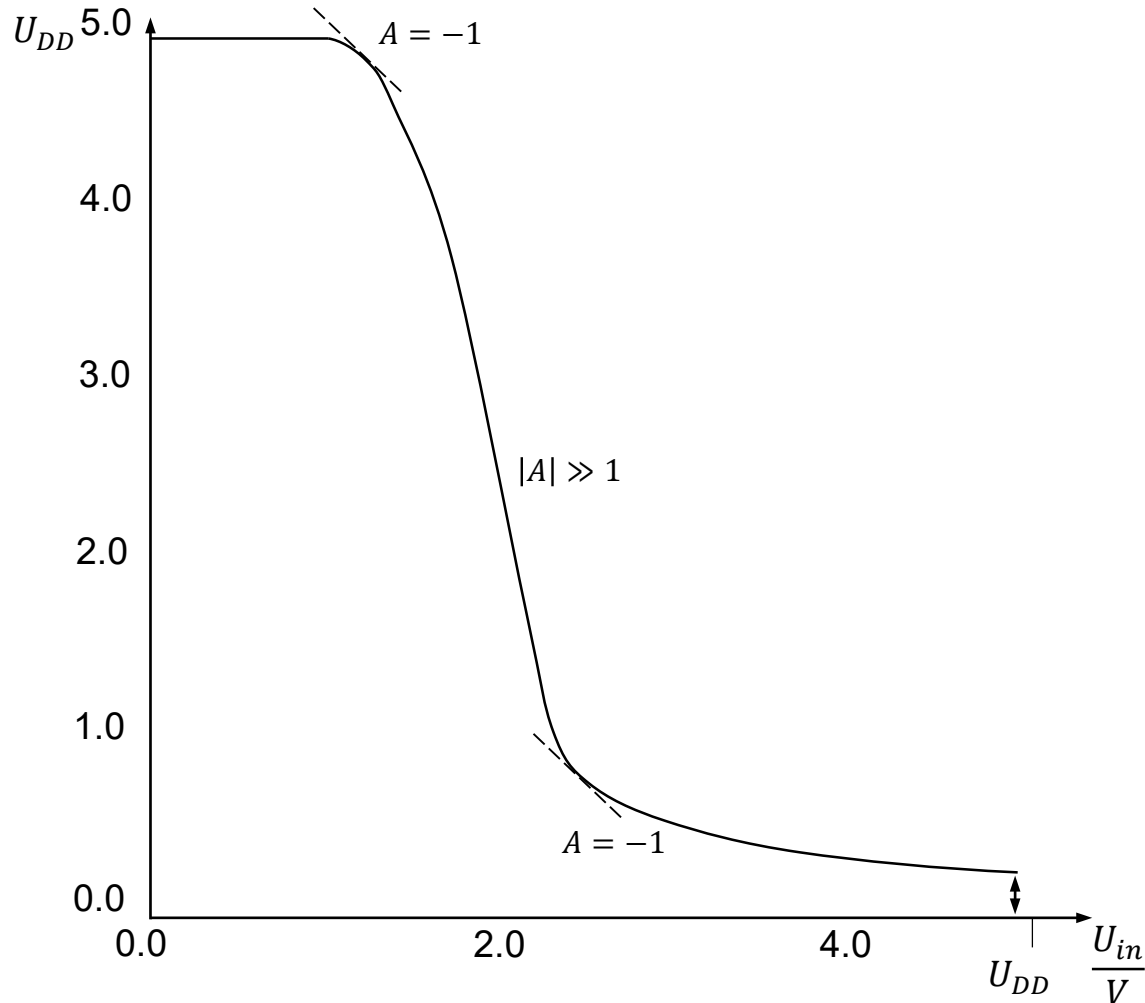
# Beispiel: Zwei Inverter in Serie



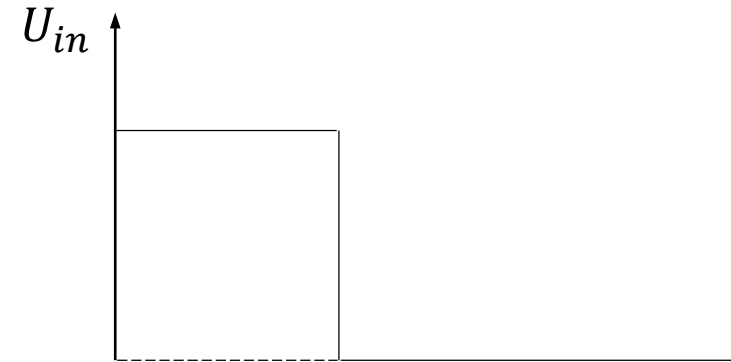
- Der erste Inverter muss die Kapazität  $(1 + g_m \cdot r_{out}) \cdot C_{GD} + C_{GS}$  aufladen.
- Eine größere Kapazität führt nach Gleichung  $p_1 = \frac{-1}{r_{DS} \cdot (C_{DG} + C_{DB})}$  (siehe oben: Anwendung auf einen Transistor) zu einem kleineren Pol und schiebt damit die Kurve nach links, was eine kleinere Bandbreite bedeutet.

# Kennlinie des Inverters

$$\frac{U_{out}}{V}$$



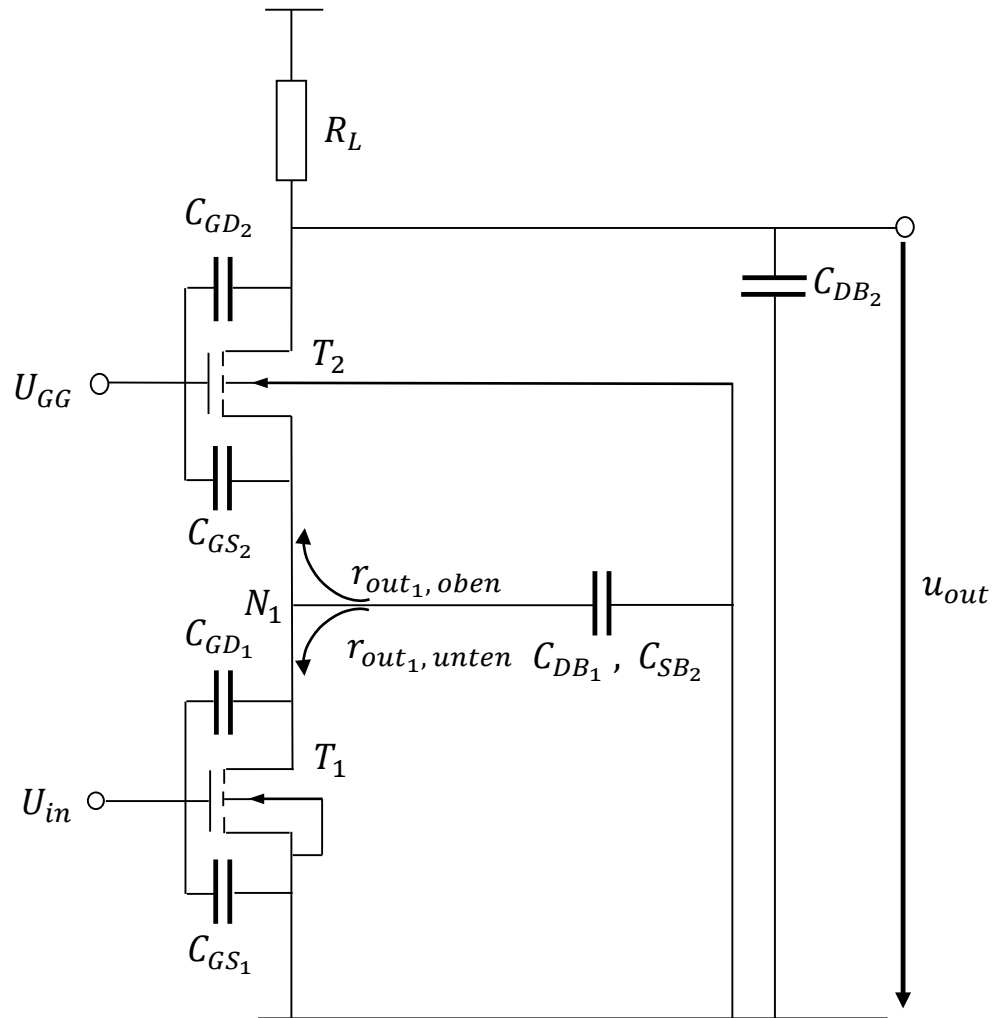
Eingang digitaler Inverter



Ausgang digitaler Inverter



# Kaskode zur Entkopplung



Eine große Änderung der Ausgangsspannung wirkt sich direkt auf  $C_{GD2}$  aus, nicht auf  $C_{GD1}$ . Für den Transistor  $T1$  ist die Eingangskapazität:

$$C_{in} = C_{GS1} + C_{GD1} \cdot (1 + |A_1|)$$

Dabei ist  $A_1$  nicht die Verstärkung der ganzen Stufe, sondern nur des ersten Transistors. Damit gilt:

$$A_1 = -g_{m1} \cdot r_{out1}$$

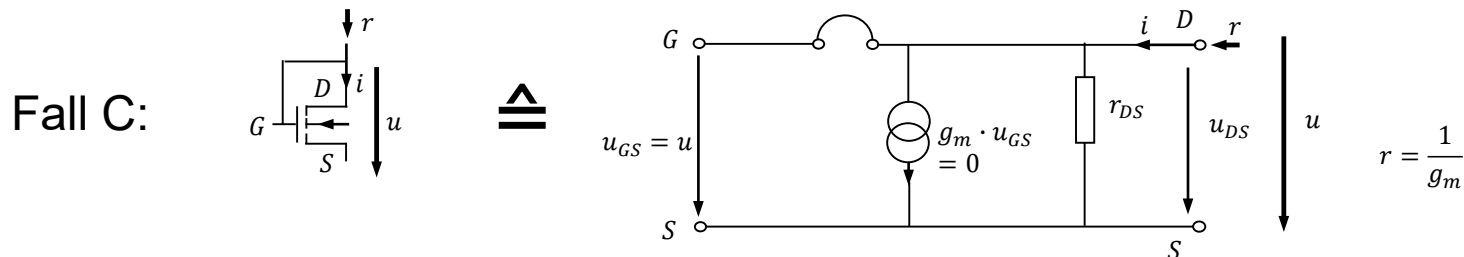
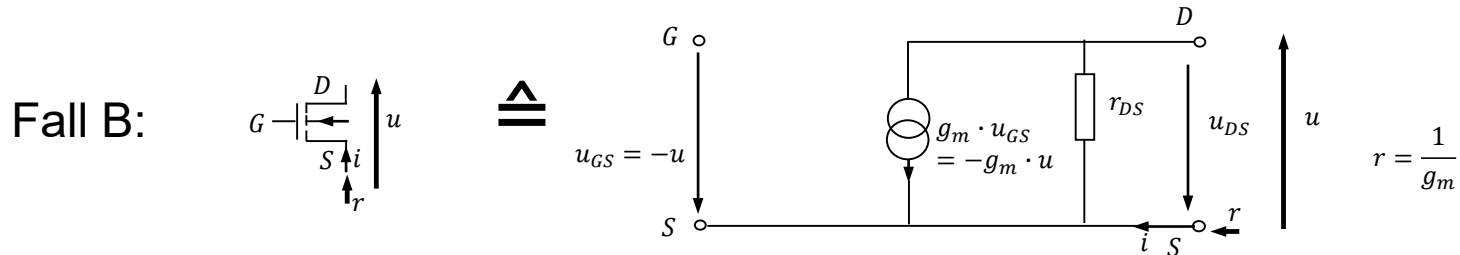
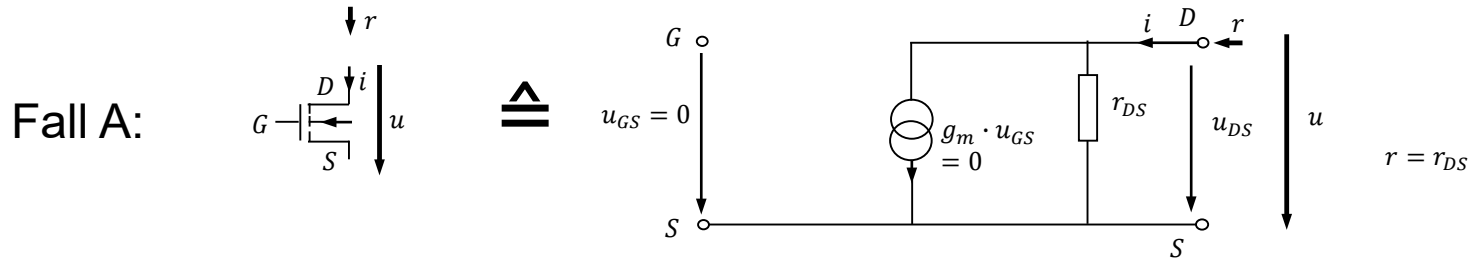
Der Ausgangswiderstand  $r_{out1}$  ist vom Ausgang des ersten Transistors zu bestimmen, also vom Knoten N. Er setzt sich zusammen aus der Parallelschaltung des oberen und des unteren Zweigs

$$(r_{out1,oben} || r_{out1,unten}).$$

Der Ausgangswiderstand wird ermittelt, indem der Eingang auf konstantem Potential gehalten wird und das Ausgangspotential verändert wird.



# Widerstandsberechnung für verschiedene Transistorschaltungen



### Fall A:

Eine Potentialänderung am Drain bedeutet für den Transistor nur eine Änderung der Drain-Source-Spannung, die Gate-Source-Spannung bleibt konstant. Damit wird  $g_m \cdot u_{gs} = 0$ , als Widerstand ergibt  $r = r_{DS}$ .

### Fall B:

Eine Potentialänderung an der Source bedeutet für den Transistor sowohl eine Änderung der Drain-Source-Spannung als auch der Gate-Source-Spannung.

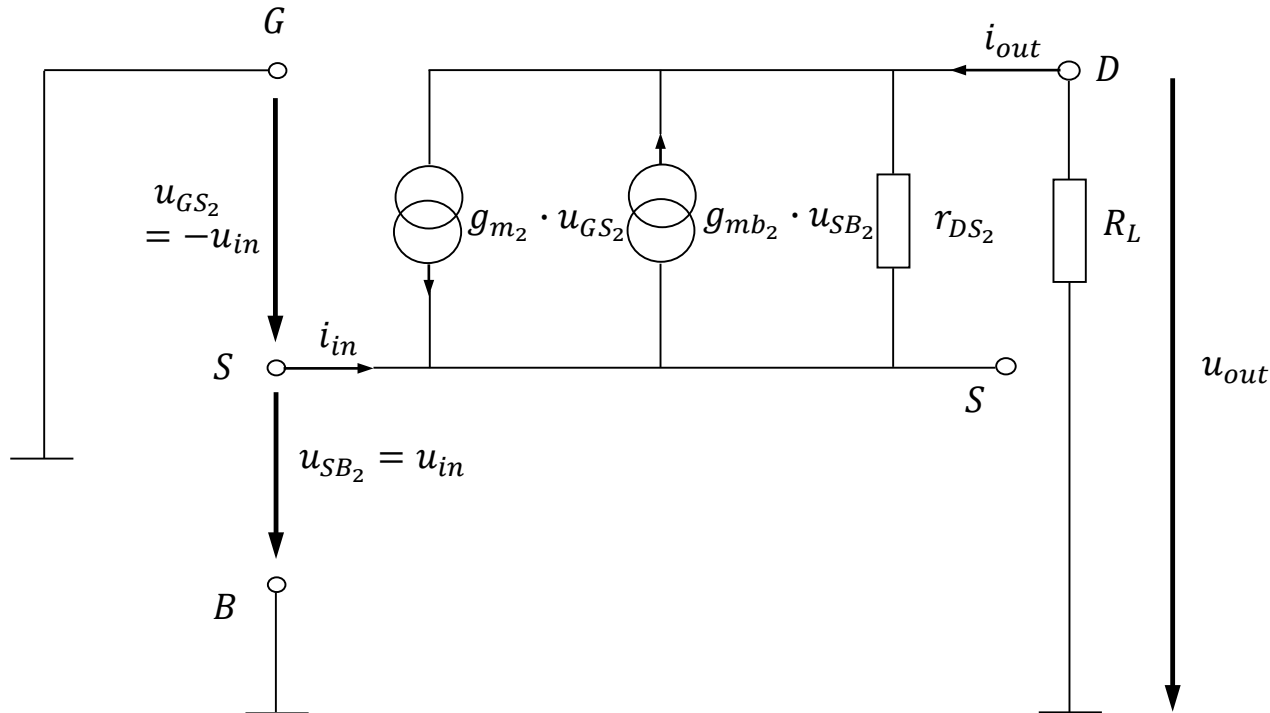
Damit gilt für den Widerstand  $r = \frac{u}{i} = \frac{u}{u \cdot g_m + u \cdot g_{DS}} = \frac{1}{g_m + g_{DS}} \approx \frac{1}{g_m}$

### Fall C:

Hier ist der Transistor als Diode geschaltet. Deshalb führt auch hier eine Potentialänderung am Drain sowohl zu einer Änderung der Drain-Source-Spannung als auch der Gate-Source-Spannung. Damit gilt auch hier für den Widerstand  $r \approx \frac{1}{g_m}$

Im unteren Zweig liegt Fall A vor, daher gilt:  $r_{out1,unten} = r_{DS1}$

# Kleinsignal-ESB für $T_2$



Für die Berechnung des Ausgangswiderstands gilt  $r_{out1,oben}$  wird die Source zum Eingang. Daher gilt:

$$u_{GS_2} = -u_{in}$$

$$u_{SB_2} = u_{in}$$

Der Strom  $i_{in}$ , der in die Source fließt, setzt sich aus drei Teilströmen

zusammen:  $i_{in} = -g_{m2} \cdot u_{GS2} + g_{mb2} \cdot u_{SB2} - (u_{out} - u_{in}) \cdot g_{DS2}$

$$u_{out} = -R_L \cdot i_{out}$$

mit  $i_{out} = -i_{in}$

$$u_{out} = R_L \cdot i_{in}$$

$$\rightarrow i_{in} = g_{m2} \cdot u_{in} + g_{mb2} \cdot u_{in} - R_L \cdot i_{in} \cdot g_{DS2} + u_{in} \cdot g_{DS2}$$

$$\rightarrow i_{in} \cdot \left(1 + \frac{R_L}{r_{DS2}}\right) = (g_{m2} + g_{mb2} + \frac{1}{r_{DS2}}) \cdot u_{in}$$

$$\rightarrow r_{in} = \frac{u_{in}}{i_{in}} = \frac{1 + \frac{R_L}{r_{DS2}}}{g_{m2} + g_{mb2} + \frac{1}{r_{DS2}}}$$

mit  $R_L \ll r_{DS2}$ ,  $g_{mb2} \approx 0,1 \cdot g_{m2}$  und  $\frac{1}{r_{DS2}} \approx 0,01 \cdot g_{m2}$ :

$$r_{in} \approx \frac{1}{g_{m2}}$$

Insgesamt ergibt sich damit für den Ausgangswiderstand am Knoten:

$$r_{out1} = r_{out1,oben} || r_{out1,unten} = \frac{1}{g_{m2}} || r_{DS1} \approx \frac{1}{g_{m2}}$$

$$\rightarrow A_1 = -g_{m1} \cdot r_{out1} \approx \frac{g_{m1}}{g_{m2}} \approx 1$$

➔ Damit ist die erwünschte Verringerung des Miller-Effekts erreicht.

Für die Gesamtverstärkung ist der Ausgangswiderstand der ganzen Kaskodenschaltung wichtig (Seite 111):

$$r_{out_{gesamt}} = R_L \parallel g_{m2} \cdot r_{DS2} \cdot r_{DS1} \approx R_L$$

Die Kaskode kann also einerseits einen hohen Ausgangswiderstand der gesamten Schaltung haben, was eine hohe Gesamtverstärkung bewirkt, zum anderen sind die Eingangskapazitäten klein. Diese beiden Vorteile werden allerdings durch einen eingeschränkten Arbeitsbereich erkaufte: Durch die Hintereinanderschaltung der Transistoren steigt die Grenze der Ausgangsspannung, ab der die Transistoren nicht mehr in Sättigung sind (der gleiche Effekt wie bei den Stromquellen).

Die Gesamtverstärkung kann erhöht werden, indem  $R_L$  vergrößert wird; damit wird allerdings auch die Miller-Kapazität größer. Beispielsweise könnte  $R_L$  durch einen Transistor mit festem Gate-Potential realisiert werden ( $R_L = r_{DS}$ ) oder sogar zur Vollkaskode ausgebaut werden, d.h. durch die Reihenschaltung zweier Transistoren mit festem Gate-Potential aufgebaut werden. Im ersten Fall gilt:  $R_L = r_{DS}$

$$r_{in} = \frac{1+1}{g_{m2}} \approx \frac{1}{g_{m2}} \rightarrow A_1 \approx -1 \rightarrow C_M \approx C_{GD1}$$

# Zusammenfassung der Ergebnisse

		<b>Eingangskaskode mit</b>	
	Einfacher Inverter mit Transistorlast	1 Transistor (einfache Kaskode)	2 Transistoren (Vollkaskode)
Gesamtverstärkung	$A = -g_m \cdot (r_{DS} \parallel r_{DS})$	$A = -g_m \cdot (r_{DS} \parallel r_{DS})$	$A = -\frac{1}{2} (g_m \cdot r_{DS})^2$
Miller-Kapazität	$C_M = C_{GD} \cdot (1 +  A )$	$C_M \approx C_{GD} \cdot \frac{g_{m1}}{g_{m2}}$	$C_M \approx C_{GD} \cdot g_m \cdot r_{DS}$ ( $\ll C_{GD} \cdot  A $ )

Mit der Eingangskaskode zur Entkopplung wird also in jedem Fall ein Vorteil gegenüber dem einfachen Inverter erzielt: Bei einem Transistor durch die geringere Miller-Kapazität, bei der Vollkaskode durch die höhere Verstärkung.