Probeklausur

Freitag, 2. Juli 2021 16:12

Aufgabe 1

(20 Punkte)

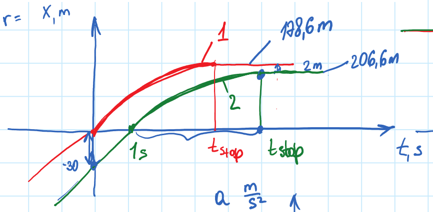
Zwei Fahrzeuge (Nr. 1 und Nr. 2) fahren auf der Autobahn mit einer Geschwindigkeit von $v = 180\ km/h$ hintereinander her. Empfohlener Sicherheitsabstand wäre 90 m. Fahrzeug 1 folgt Fahrzeug 2 jedoch in einem deutlich kleineren Abstand von nur 30 m. Nach Erkennen eines Hindernisses (Zeitpunkt $t = 0$) bremst Fahrzeug 1 mit einer Beschleunigung von $a = \boxed{-7\ m/s^2}$. Nach einer Reaktionszeit von $t_R = 1\ s$ bremst auch Fahrzeug 2.

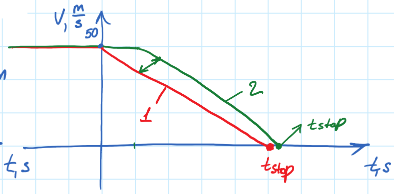
(a) (5 Punkte) Zeichnen Sie die $x(t)$, $v(t)$ und $a(t)$ Diagramme für beide PKW.

(b) (10 Punkte) Mit welcher Beschleunigung muss Fahrzeug 2 bremsen, um noch in 2 m Abstand hinter Fahrzeug 1 zum Stehen zu kommen?

(c) (5 Punkte) Welches Fahrzeug steht zuerst? Berechnen Sie die dazu die Anhaltezeiten der beiden Fahrzeuge?

$$V = 180\ \frac{km}{h} = \frac{18000\ m}{3600\ s} = 50\ \frac{m}{s}$$





b) a_2 - ?

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v(t) = v_0 + a t$$

$$\underset{0}{v(t)}, \quad v_0 = 50\ \frac{m}{s}, \quad a = -7\ \frac{m}{s^2}$$

$$0 = v_0 + a t$$

$$t = -\frac{v_0}{a} = -\frac{50\ \frac{m}{s}}{-7\ \frac{m}{s^2}} = \boxed{7{,}14\ s}$$

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \qquad x_0 = 0,\ v_0 = 50\ \frac{m}{s},\ a = -7\ \frac{m}{s^2}$$

$$x\left(t = -\frac{v_0}{a}\right) = v_0 \cdot -\frac{v_0}{a} + \frac{1}{2} a \cdot \left(-\frac{v_0}{a}\right)^2$$

$$= -\frac{v_0^2}{a} + \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a} = -\frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a}$$

$$x\left(t = -\frac{v_0}{a}\right) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{50^2}{-7} = \frac{2500}{14} = 178{,}57\ m$$

Fahrzeug 2:

$$x(t_{stop}) = 178{,}57\,m + 30\,m - 2\,m = 206{,}6\ m$$

$$v(t) = v_0 + a t, \quad v(t) = 0$$

$$a = -\frac{v_0}{t_{stop} - t_R}$$

$$x(t) = x_0 + v_0 t_R + \frac{1}{2} \cdot a\, t^2$$

$$x(t) = \cancel{x_0} + 50 \cdot 1s + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t_{stop} - t_R)^2, \quad x(t) = 206{,}6, \quad x_0 = 0$$

$$x(t) = v_0 t_R + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t_{stop} - t_R)^2$$

$$a = -\frac{v_0}{t_{stop} - t_R}$$

$$\cancel{206{,}6 = 50 + \frac{1}{2} a \cdot (t_{stop} - 1)^2}$$

$$\cancel{206{,}6 = 50 + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{v_0}{t_{stop} - t_e}\right) \cdot (t_{stop} - t_R)^2}$$

$$\cancel{206{,}6 = 50 - \frac{1}{2} \cdot v_0 \cdot (t_{stop} - t_R)}, \quad v_0 = 50\ \frac{m}{s}$$

$$\cancel{156{,}2 \cdot 2 = -50 \cdot (t_{stop} - 1)}$$

$$\cancel{\frac{313{,}2}{-50} = t_{stop} - 1}$$

$$\cancel{-\frac{313{,}2}{50} + 1 = t_{stop}}$$

$$\cancel{t_{stop} = 6{,}464}$$

$$(t_{stop} - t_R) = \frac{v_0}{|a|}$$

$$x(t) = v_0 t_R + \frac{1}{2} a \frac{v_0^2}{|a|^2}$$

$$x(t) = v_0 t_R + \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{|a|}$$

$$|a| = \frac{v_0^2}{2 \cdot (x(t) - v_0 t_R)}$$

$$|a| = \frac{50^2}{2 \cdot (206{,}6 - 50 \cdot 1)} = 7{,}98\ \frac{m}{s^2}$$

$$|a| = 8\ \frac{m}{s^2}$$

$$a = -8\ \frac{m}{s^2}$$

c) $t_{stop_1} = 7{,}14\ s$

v_0 50 m/s

$$t_{stop_2} = t_R = \frac{v_0}{|a|} = \frac{50\,m/s}{8} = 6{,}25\,s$$

$$t_{stop_2} = 6{,}25s + 1s = 7{,}25s$$

Aufgabe:

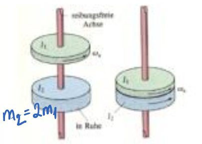
Aufgabe 2

(20 Punkte)

Zwei homogene zylindrische Scheiben mit gleichen Radien können auf einer gemeinsamen Achse reibungsfrei rotieren. Die zunächst ruhende Masse m_2 ist doppelt so groß wie m_1, wobei m_1 mit der Anfangswinkelgeschwindigkeit ω_a rotiert. Dann werden die beiden Scheiben verkuppelt und drehen gemeinsam mit ω_e.

(a) (7 Punkte) Leiten Sie eine Formel zu der Berechnung der Winkelgeschwindigkeit $\boxed{\omega_e}$

(b) (13 Punkte) Wie groß ist die beim Verkuppeln entstehende Reibungsarbeit W_R relativ zur ursprünglich Rotationsenergie?



$m_2 = 2m_1$

Eventuell werden Sie den $\boxed{\text{Trägheitsmoment}}$ *des Zylinders benötigen:* $I = \frac{1}{2}mr^2$

w_e -?

Impulserhaltungsatz => Dreheimpuls~~erhaltungs~~erhaltungssatz

$m \cdot v$

$\downarrow \quad \downarrow$

$I \quad \omega$

a)

$$I_1 \cdot \omega_A = (I_1 + I_2)\,\omega_E$$

$$I_1 = \frac{1}{2} mr^2$$

$$I_2 = 2 \cdot \frac{1}{2} m r^2 = = 2 \cdot I_1$$

$$I_1 \cdot \omega_A = (I_1 + 2I_1) \cdot \omega_E$$

$$\omega_E = \frac{\omega_A \cdot \cancel{I_1}}{3\cancel{I_1}} = \frac{\omega_A}{3}$$

b)

$$E_1 \qquad\qquad E_2$$

$$\frac{1}{2}mv^2 \qquad\qquad I_1 + 2I_1$$

$$\frac{1}{2} I_1 \cdot \omega_A^2 = \frac{1}{2} \cdot (I_1 + I_2) \cdot \omega_E^2 + W_R$$

$$W_R = \frac{1}{2} I_1 \cdot \omega_A^2 - \frac{1}{2} \cdot (3 I_1) \cdot \frac{\omega_A^2}{9} \qquad \frac{3}{2 \cdot 9\,3}$$

$$= \frac{1}{2} I_1 \cdot \omega_A^2 - I_1 \cdot \frac{\omega_A^2}{6} = \frac{3-1}{6} I_1 \cdot \omega_A^2$$

$$= \frac{2}{6} I_1 \cdot \omega_A^2 = \frac{1}{3} I_1 \omega_A^2$$

$$\frac{W_R}{E_1} = \frac{\frac{1}{3} \cancel{I_1 \omega_A^2}}{\frac{1}{2} \cancel{I_1 \cdot \omega_A^2}} \stackrel{\wedge}{=} \frac{2}{3} = 66{,}6\,\%$$

Auf. 3: am 12.07. um 10:00

Aufgabe 3

(20 Punkte)

Ein Sprungbrett im Schwimmbad sei als gedämpfte Schwingung beschreibbar. Nachdem jemand vom Brett abgesprungen ist, schwingt das Brettende mit einer Amplitude von $A_0 = 1\ m$. Nach fünf Schwingungsperioden ist die Amplitude nur noch $A_1 = 0{,}5\ m$

(a) (13 Punkte) Wie viel Schwingungsperioden dauert es danach, bis die Amplitude erstmals kleiner als $A_2 = 0{,}1\ m$ ist?

(b) (7 Punkte) Wie viel % der Schwingungsenergie vom Anfang (A_0) ist dann noch vorhanden?

a) nach 17 Schwingungsperioden ($n = 16{,}6$ Perioden)

a) nach 17 Schwingungsperioden ($n = 16{,}6$ Perioden)

b) $A_{17T} = 0{,}095\ m$ $\quad \frac{E_{17T}}{E_{0T}} = 9{,}025 \cdot 10^{-3}$ oder $0{,}9025\ \%$ $\approx 1\%$

Aufgabe 4

(25 Punkte)

Die Arbeitsgänge eines Verbrennungsmotors (Dieselmotors) entsprechen dem Kreisprozess, der die Zustände 1, 2, 3 und 4 in den Teilprozessen:

- $1 \to 2$ adiabatische Kompression,
- $2 \to 3$ isobare Expansion,
- $3 \to 4$ adiabatische Expansion,
- $4 \to 1$ isochore Abkühlung

durchläuft. Der Prozess wird durch die Kenngrößen, wie Verdichtungsverhältnis, $V_1 = \nu \cdot V_2$ und $V_3 = \rho \cdot V_2$ charakterisiert. Außerdem sei die Temperatur T_1 bekannt.

(a) (5 Punkte) Skizzieren Sie das $p\check{}V$-Diagramm. Die Zustände 1, 2, 3 und 4 sollen in dem Diagramm gekennzeichnet sein.

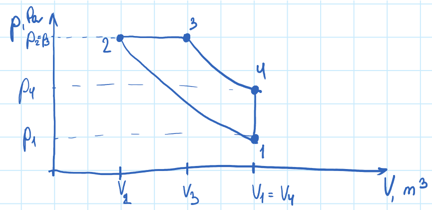
(b) (10 Punkte) Geben Sie zunächst die Temperaturen T_2, T_3 und T_4 in Abhängigkeit von T_1, ν, ρ und γ (Adiabatenkonstante) an. Berechnen Sie anschließend die Temperaturen T_2, T_3 und T_4 für $T_1 = 400\ K$, $\nu = 3$, $\rho = 2$ und $\gamma = 1,4$.

(c) (10 Punkte) Zeigen Sie, dass die verrichtete Arbeit in dem Teilprozess $1 \to 2$

$$W_{12} = \frac{1}{1-\gamma} \cdot nRT_2 \cdot (1 - \nu^{1-\gamma})$$

ist. Bitte leiten Sie die Gleichung für W_{12} durch Berechnung des Integrals $W_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p_1 V_1^{\gamma} V^{-\gamma} dV = p_1 V_1^{\gamma} \int_{V_1}^{V_2} V^{-\gamma} dV = \ldots$ her.

a)



b) $T_2 = 620\ K$

$T_3 = 1241{,}5\ K$

$T_4 =$

$T_4 \cdot V_4^{\gamma-1} = T_3 \cdot V_3^{\gamma-1}$

$V_4 = V_1$

$T_4 \cdot V_1^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1}$ $\qquad \frac{V_1}{V_2} = \nu$

$T_4 = \left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{\gamma-1} \cdot T_3$ $\qquad \frac{V_3}{V_4} = \frac{\rho V_2}{V_1} = \rho/\nu$

$T_4 = \left(\frac{\rho}{\nu}\right)^{\gamma-1} \cdot T_3 = \left(\frac{\rho}{\nu}\right)^{\gamma-1} \cdot \underbrace{\rho \cdot \nu^{\gamma-1} \cdot T_1}_{T_3} = \rho^{\gamma} \cdot T_1$ ← dies ist mit der Abhängigkeit von ρ, T_1, ν, γ gemeint

$\frac{\rho^{\gamma-1}}{\cancel{\nu^{\gamma-1}}} \cdot \cancel{\nu^{\gamma-1}} \cdot \rho = \frac{\rho^{\gamma}}{\cancel{\rho}} \cdot \cancel{\rho} = \rho^{\gamma}$

$T_4 = 2^{1,4} \cdot 400\ K = 1055{,}6\ K$

b)

Aufgabe 5

(15 Punkte)

Die Wellenlänge einer bestimmten Spektrallinie des Wasserstoffatoms beträgt $97,254\ nm$. Welchem Übergang, der zum Grundzustand führt, entspricht sie?

$n_2 = 4$