Übungsblatt 1

Aufgabe 1 - *

Drücken Sie die folgenden Werte mithilfe geeigneter Vorsätze aus. Beispiel: $10\,000\,\mathrm{m} =$ 10 km

a) 1 000 000 W,

b) $0,002$ g,

c) $3 \cdot 10^{-6}$ m,

d) 30 000 s.

Aufgabe 2 - *

Der Radius eines Pb-208-Atomkerns beträgt $R_{Pb} = 0,0000\ 0000\ 00071$ mm. Geben Sie diesen Radius

a) in fm

b) in Standard-Exponentialschreibweise an!

Aufgabe 3 - **

Der deutsche Primärenergieverbrauch belief sich 2020 auf $E_{PEV} = 11,691$ Trillionen Joule. Geben Sie diese Energie

a) in PJ

b) in Standard-Exponentialschreibweise an!

Lösung 3- **

a) 11 691 PJ

b) $11,691 \cdot 10^{-18}$ J

Aufgabe 4 - **

Die astronomische Einheit (AE) entspricht der mittleren Entfernung zwischen der Erde und der Sonne ungefähr $1,5 \cdot 10^{8}$ km. Die Lichtgeschwindigkeit beträgt $3 \cdot 10^{8}$ m/s.

a) Drücken Sie die Lichtgeschwindigkeit in astronomischen Einheiten pro Minute aus.

b) Wie lange braucht das Licht von der Sonne bis zur Erde?

c) Ein Lichtjahr (Lj) beschreibt die Entfernung, die das Licht innerhalb eines Jahres zurücklegt. Berechnen sie die Entfernung von der Erde zur Sonne in Lichtjahren.

Lösung 4- ****

a) $c = 0{,}12\,\mathrm{AE/min}$

b) $t = 8$ min 20 s

c) 1 $AE = 1{,}6 \cdot 10^{-5}$ Lj

Aufgabe 5 - ***

Im Folgenden ist jeweils x in Metern, t in Sekunden, v in Metern pro Sekunde und a in Metern pro Sekunde zum Quadrat gegeben. Gesucht sind die SI-Einheiten der Ausdrücke

a) v^2/x

b) $\sqrt{(x/a)}$

c) $\frac{1}{2}at^2$

Aufgabe 6 - ***

Prüfen Sie, dass die rechte Seite von Einsteins berühmter Formel $E = mc^2$ für den Zusammenhang zwischen Masse und Energie tatsächlich die passenden Einheiten für eine Energiemenge liefert. Dabei ist m die gegebene Masse und c die Lichtgeschwindigkeit.

Aufgabe 7 - ****

Der Impuls eines Körpers ist das Produkt aus seiner Geschwindigkeit und seiner Masse. Zeigen Sie, dass der Impuls die Dimension Kraft mal Zeit hat.

Aufgabe 8 - ***

Berechnen Sie folgende Ausdrücke:

a) $m \cdot (g + \frac{v^2}{r})$ mit $m = 130$ kg, $g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$, $v = 50\,\mathrm{km/h}$ und $r = 25$ m.

b) $F_L = e \cdot (E + v \cdot B)$ mit $e = 32 \cdot 10^{-19}$ As, $E = 14\,\mathrm{kV/cm}$, $v = 5 \cdot 10^5\,\mathrm{m/s}$ und $B = 0,24$ T.

c) $P_{ges} = P + \rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot h$ mit $P = 101\,400\,\mathrm{N/m^2}$, $\rho = 0{,}8\,\mathrm{g/cm^3}$, $v = 25\,\mathrm{km/h}$, $g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$, $h = 125$ m.

Aufgabe 9 - ****

Ein Eisenatomkern hat den Radius $5,4 \cdot 10^{-15}$ m und die Masse $9,3 \cdot 10^{-26}$ kg.

a) Wie groß ist (in $\mathrm{kg/m^3}$) das Verhältnis der Masse zum Volumen?

b) Angenommen, die Erde hätte das gleiche Masse-Volumen-Verhältnis. Wie groß wäre dann ihr Radius? (Die Masse der Erde beträgt $5,98 \cdot 10^{24}$ kg).

Lösung 9- ****

a) $\rho = 1{,}4 \cdot 10^{17}\,\mathrm{kg/m^3}$

b) $R = 220$ m

Aufgabe 10 - ***

Für eine Studie betrachten Sie eine Population von Golden Retrievern und eine Population von Labradoren, deren "Körpergewicht" Sie charakterisieren wollen. Die Graphik unten zeigt einen Ausschnitt aus Ihrem Laborbuch, wo Sie die Massen einer Stichprobe von $N_1 = 6$ Golden Retrievern und einer Stichprobe von $N_2 = 7$ Labradoren bestimmt haben.

Golden Retriever	Labrador
24 kg	34 kg
33 kg	39 kg
32 kg	33 kg
28 kg	32 kg
35 kg	27 kg
25 kg	30 kg
	25 kg

a) Was sind die Mittelwerte der Massen der beiden Hunderassen? Welche Hunderasse ist im Mittel schwerer?

b) Berechnen Sie die Standardabweichungen der Massen beider Hunderassen, um die Variabilität der Populationen zu charakterisieren.

c) Berechnen Sie die Stichprobenfehler der Massen beider Hunderassen, um abzuschätzen, wie präzise die Mittelwerte der Populationen durch die Daten bestimmt sind. Wie würde sich das Ergebnis ändern, wenn Sie für beide Hunderassen jeweils $N = 100$ Hunde gemessen hätten (bei gleichen Werten für Mittelwert und Standardabweichung)

Aufgabe 11 - ***

Gegeben ist folgender Zusammenhang der Größen m, r und a: $J(m, r, a) = m \cdot r^2 \cdot \left(\frac{g}{a} - 1\right)$. Die Masse m und der Radius r werden direkt gemessen. Die Beschleunigung a wird aus anderen Messgrößen berechnet und ist ebenso wie m und r mit einem Fehler behaftet. Die Fallbeschleunigung $g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$ wird als fehlerfrei angesehen. Wie groß ist der Fehler ΔJ für das zu berechnende Trägheitsmoment J?

- $m = (0,515 \pm 0,005)$ kg
- $r = (0,0028 \pm 0,0001)$ m
- $a = (0,121 \pm 0,005)$ $\mathrm{m/s^2}$

Aufgabe 12 - ****

Von einem Zylinder sind der Durchmesser d mit (4.84 ± 0.01) cm, die Höhe h mit $(6,74 \pm 0,01)$ cm und die Masse m mit $(968,5 \pm 0.1)$ g gemessen worden. Gesucht seien der absolute, relative und prozentuale Maximalfehler bei der Berechnung der Dichte $\rho = \rho(d, h, m)$.

Lösung 12- **

- $|\Delta\rho| = 0{,}045\,\mathrm{g/cm^3}$
- $|\frac{\Delta\rho}{\rho_0}| = 0.0057 = 0,57\%$

Aufgabe 13 - *

Gegeben seien die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

a) Zeichnen Sie die beiden Vektoren

b) Konstruieren Sie (durch Zeichnung) $\vec{a} + \vec{b}$ und $\vec{a} - \vec{b}$.

c) Zeichnen Sie den Vektor $3\vec{a} + 2\vec{b}$

Aufgabe 14 - *

Gegeben seien die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

a) Berechnen Sie die Beträge von $\vec{a}$ und von $\vec{b}$

b) Berechnen Sie $\vec{a} + \vec{b}$ und $\vec{a} - \vec{b}$ und deren Beträge.

c) Berechnen Sie das Skalarprodukt $\vec{a} \cdot \vec{b}$ und daraus den Winkel zwischen $\vec{a}$ und $\vec{b}$

Aufgabe 15 - **

In einem kartesischen Koordinatensystem mit den Basisvektoren e_x und e_y seien zwei Vektoren gegeben: $\vec{a} = 3\vec{e_x} + 2\vec{e_y}$ und $\vec{b} = 4\vec{e_x} - 7\vec{e_y}$.

a) Zeichnen Sie die beiden Vektoren in ein Koordinatensystem.

b) Berechnen Sie den Summenvektor $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ sowie den Differenzvektor $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$. Zeichnen Sie das Ergebnis ebenfalls in das Koordinatensystem.

c) Multiplizieren Sie den Vektor $\vec{a}$ mit der reelen Zahl (Skalar) $\lambda_1 = -2$ und den Vektor $\vec{b}$ mit $\lambda_2 = 5$

d) Berechnen Sie die Länge der Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$

e) Berechnen Sie das Skalarprodukt $\vec{a} \cdot \vec{b}$. Wann gilt $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$?

Lösung 15- **

d) $|\vec{a}| = 3,6$ und $|\vec{b}| = 8,1$

e) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$. $\vec{a} \perp \vec{b} \rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

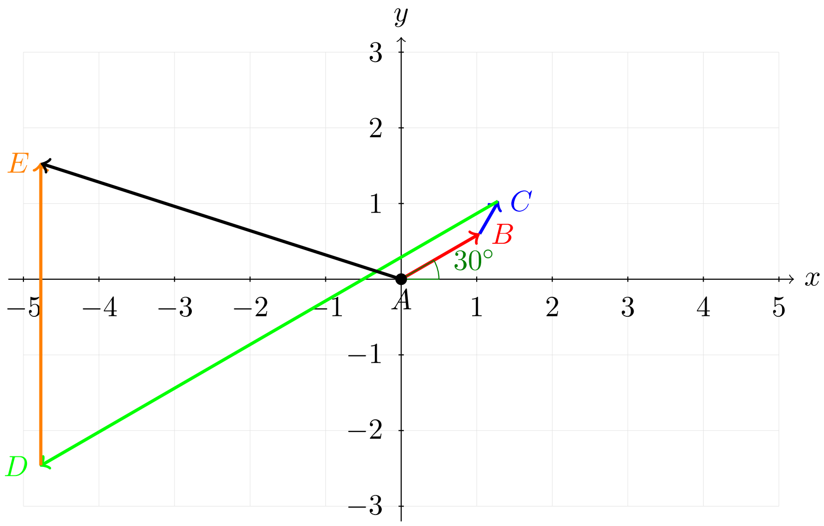
Aufgabe 16 - *

Die Route eines Kleinflugzeuges wird in vier Abschnitte unterteilt. Das Flugzeug startete die Route im Punkt A. Jeder Abschnitt lässt sich durch einen Vektor (s. Tabelle) definieren. Alle Winkel sind in Bezug auf die positive x-Achse angegeben.

A zu B	AB = 120 km	$\varphi_1 = 30°$
B zu C	BC = 50 km	$\varphi_2 = 60°$
C zu D	CD = 700 km	$\varphi_3 = 210°$
D zu E	DE = 400 km	$\varphi_4 = 90°$

a) Geben Sie den Verschiebungsvektor zwischen Anfangs-und Endpunkt der Route an.

b) Berechnen Sie den Betrag und den Winkel dieses Vektors.



Aufgabe 17 - *

Gegeben sind die drei Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie

a) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$,

b) $(\vec{a} \times \vec{a}) \times \vec{c}$,

c) $|(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}|$,

d) $|(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{b} \times \vec{c})|$.