1.14 Rechenregeln für Mengenoperationen

a) Kommutativgesetze $M \cap N = N \cap M$ $\quad M \cup N = N \cup M$

$M \cap N \Rightarrow x \in M \wedge x \in N = x \in N \wedge x \in M \Rightarrow N \cap M$

$M \cup N \Rightarrow x \in M \vee x \in N = x \in N \vee x \in M \Rightarrow N \cup M$

b) Assoziativgesetze $(M \cap N) \cap O = M \cap (N \cap O)$

$(M \cap N) \cap O \Rightarrow (x \in M \wedge x \in N) \wedge x \in O = x \in M \wedge x \in N \wedge x \in O = x \in M \wedge (x \in N \wedge x \in O) \Rightarrow M \cap (N \cap O)$

$(M \cup N) \cup O \Rightarrow (x \in M \vee x \in N) \vee x \in O = x \in M \vee x \in N \vee x \in N = x \in M \vee (x \in N \vee x \in O) \Rightarrow M \cup (N \cup O)$

c) Distributivgesetze $M \cap (N \cup O) = (M \cap N) \cup (M \cap O)$ $\quad M \cup (N \cap O) = (M \cup N) \cap (M \cup O)$

$M \cap (N \cup O) \Rightarrow x \in M \wedge (x \in N \vee x \in O) = (x \in M \wedge x \in N) \vee (x \in M \wedge x \in O) \Rightarrow (M \cap N) \cup (M \cap O)$

$M \cup (N \cap O) \Rightarrow x \in M \vee (x \in N \wedge x \in O) = (x \in M \vee x \in N) \wedge (x \in M \vee x \in O) \Rightarrow (M \cup N) \cap (M \cup O)$

d) Komplement des Komplements $\bar{\bar{M}} = M$

sei $A = x \in M$

$\bar{\bar{M}} \Rightarrow \neg(\neg A) = A = x \in M \Rightarrow M$

e) Regeln von de Morgan $\overline{M \cap N} = \bar{M} \cup \bar{N}$ $\quad \overline{M \cup N} = \bar{M} \cap \bar{N}$

$\overline{M \cap N} \Rightarrow \neg((x \in M) \wedge (x \in N)) \Rightarrow \neg(x \in M) \vee \neg(x \in N) \Rightarrow \bar{M} \cup \bar{N}$

$\overline{M \cup N} \Rightarrow \neg((x \in M) \vee (\in N)) \rightarrow \neg(x \in M) \wedge \neg(x \in N) \Rightarrow \bar{M} \cap \bar{N}$