



FH MÜNSTER  
University of Applied Sciences

ETI

FB Elektrotechnik und Informatik  
Department of Electrical Engineering  
and Computer Science

# Physik

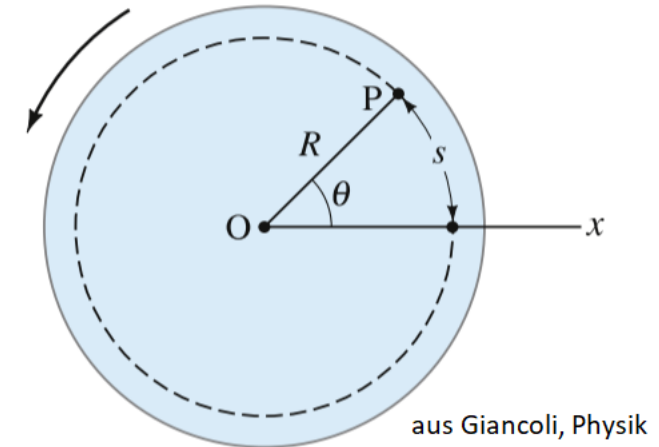
## V6: Drehbewegung

Prof. Dr.-Ing. Tatsiana Malechka

Stegerwaldstraße 39    Telefon: +49 (0)2551 9 62-228    tatsiana.malechka@fh-muenster.de  
D-48565 Steinfurt    Raum: E218



- Grundsätzliche Bewegungsarten
- Drehbewegung
- Skalaren Betrachtung der Drehbewegung
- Vektorielle Betrachtung der Drehbewegung
- Drehmoment
- Trägheitsmoment
- Steinerscher Satz
- Kinetische Energie
- Drehimpuls



# Dynamik von Drehbewegungen

## Drehmoment

Frage: Ursache von Drehungen?

Antwort: Ursache ist Kraft!

Def: **Drehmoment** (engl.: torque  $\tau$ )  $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = |\vec{r}| \cdot |\vec{F}| \cdot \sin \varphi$

Spezialfall:  $\vec{F}$  senkrecht  $\vec{r}$   $M = F \cdot r$

Def: **Hebelarm** = senkrechten Abstand der Drehachse zu der Wirkungslinie der Kraft

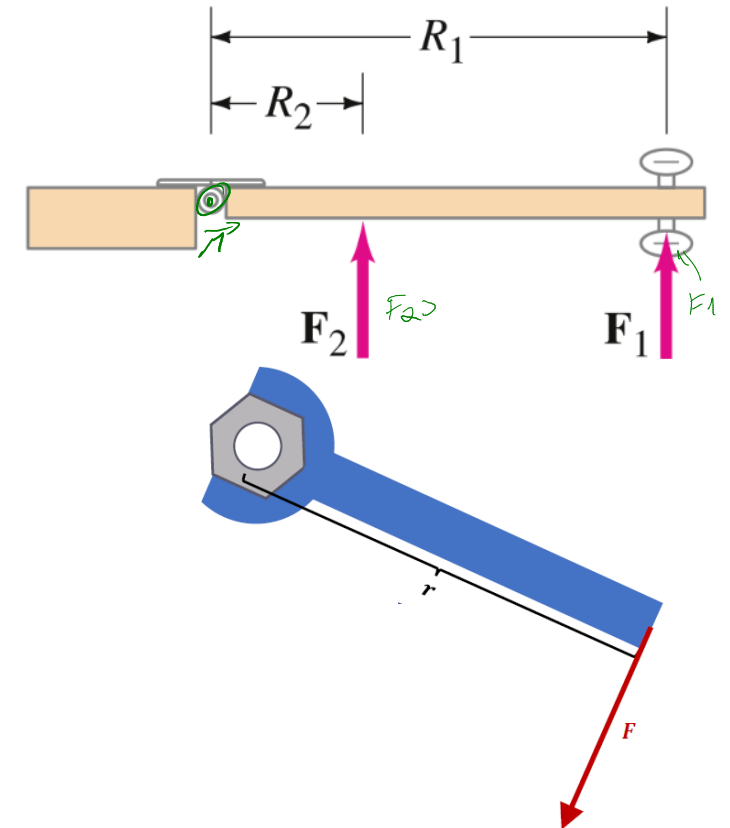
$$\alpha \sim \sum M$$

Winkelbeschleunigung eines Körpers direkt proportional zu dem ausgeübten Nettodrehmoment

Einheit von Drehmoment? *Nm*

*aus dem Bild*

Aus Giancoli, Physik



# Dynamik von Drehbewegungen

## Drehmoment und Trägheitsmoment

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \quad \vec{F} \perp \vec{r} \quad M = F \cdot r$$

$$M = F \cdot r$$

$$M = m \cdot a_{\varphi} \cdot r =$$

$$M_{ges} = \sum M_i = \sum m_i \cdot r_i \cdot a_{\varphi} = \left( \sum m_i \cdot r_i^2 \right) \cdot \alpha = I \cdot \alpha$$

**Trägheitsmoment** = Maß für die Trägheit

$$I = \sum_i^n m_i r_i^2 = \int r^2 dm \rightarrow dm = \rho dV \rightarrow I = \rho \int r^2 dV$$

**Translation:**

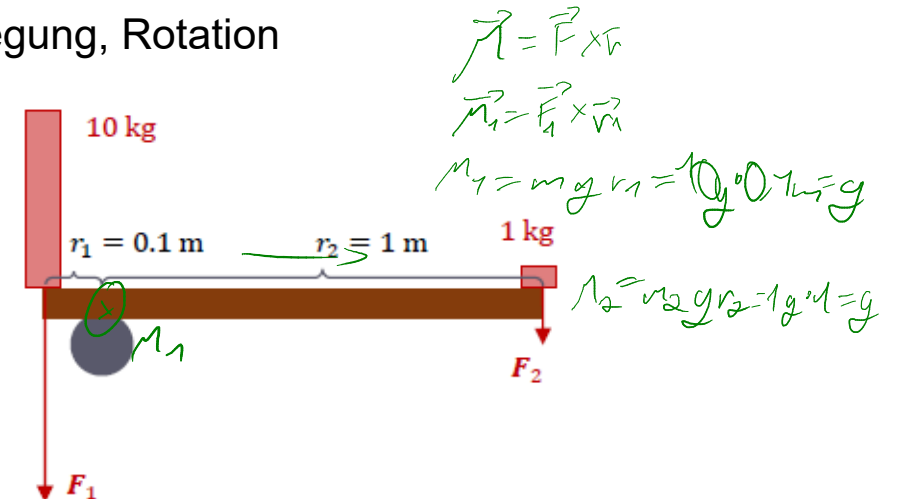
$\vec{F}_{ges} = 0 \rightarrow$  bleibt in Ruhe (im Gleichgewicht), keine Translation

$\vec{F}_{ges} \neq 0 \rightarrow$  Bewegung, Translation

**Rotation:**

$\vec{M}_{ges} = 0 \rightarrow$  bleibt in Ruhe (im Gleichgewicht), keine Rotation

$\vec{M}_{ges} \neq 0 \rightarrow$  Bewegung, Rotation



# Newton's laws of motion

- 1st “Every body continues in its state of rest, or of **uniform motion** in a straight line, unless it is compelled to **change** that state by **forces** impressed upon it.”
- 2nd “The **change** of motion of an object is **proportional** to the **force** impressed; and is made in the direction of the **straight** line in which the force is impressed.”
- 3rd “To every action there is always **opposed** an **equal reaction**; or, the mutual actions of two bodies upon each other are always equal, and directed to contrary parts.”

$$\begin{array}{c}
 \vec{r} \\
 \uparrow \\
 \vec{p} = m\vec{v} \\
 \uparrow \quad \uparrow \\
 \vec{F} = m\vec{a}
 \end{array}
 \quad
 \vec{r} = \int_{t_0}^t \vec{v} dt'
 \quad
 \vec{v} = \int_{t_0}^t \vec{a} dt'
 \quad
 \vec{p} = \int_{t_0}^t \vec{F} dt'$$

# Newton's laws of motion

- 1st “Every body continues in its state of rest, or of **uniform motion** in a straight line, unless it is compelled to **change** that state by **forces** impressed upon it.”
- 2nd “The **change** of motion of an object is **proportional** to the **force** impressed; and is made in the direction of the **straight** line in which the force is impressed.”
- 3rd “To every action there is always **opposed** an **equal reaction**; or, the mutual actions of two bodies upon each other are always equal, and directed to contrary parts.”

$$\begin{array}{ccc}
 & \vec{r} & \\
 & \downarrow & \\
 \vec{F} = \frac{\partial \vec{p}}{\partial t} = \dot{\vec{p}} & \vec{p} = m\vec{v} & \vec{v} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial t} = \dot{\vec{r}} \\
 & \downarrow & \\
 & \vec{F} = m\vec{a} & \vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \dot{\vec{v}}
 \end{array}$$

# Dynamik der Drehbewegung

## Drehimpuls

Kraft = Änderung des Impulses  $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

Def: **Drehmoment**  $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(\vec{r} \times \vec{p})}{dt}$   $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

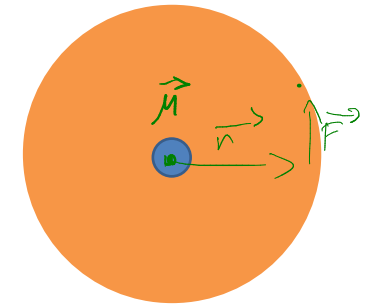
Def.: **Drehimpuls**  $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$   $L = r \cdot p$

Drehmoment = Änderung des Drehimpulses  $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$   $\text{m} \cdot \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}}$

$$\sum L_i = \sum m_i \cdot r_i^2 \cdot \omega = \sum m_i \cdot r_i^2 \cdot \omega = I \cdot \omega \quad \text{kg m}^2 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}} = \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}}$$

Einheit von Drehimpuls?

$$[L] = \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}}$$



# Dynamik der Drehbewegung

## Drehmoment und Drehimpuls

- Drehimpuls**

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m \vec{r} \times \vec{v}$$

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

$$\int dt \quad \frac{\partial}{\partial t}$$

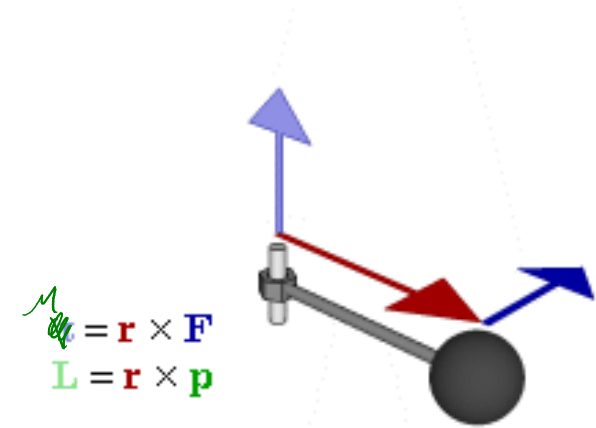
- Drehmoment**

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = m \vec{r} \times \vec{a}$$

$$\vec{p} = m\vec{v} = m\vec{r}$$

$$\dot{\vec{L}} = \frac{\partial}{\partial t} (\vec{r} \times \vec{p}) = m \frac{\partial}{\partial t} (\vec{r} \times \vec{v}) = m \underbrace{\vec{r} \times \vec{r}}_0 + m \vec{r} \times \vec{a}$$

$$\dot{\vec{L}} = m \vec{r} \times \vec{a} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{M}$$



Achtung:  $\tau = M$



# Dynamik der Drehbewegung

## Drehimpuls

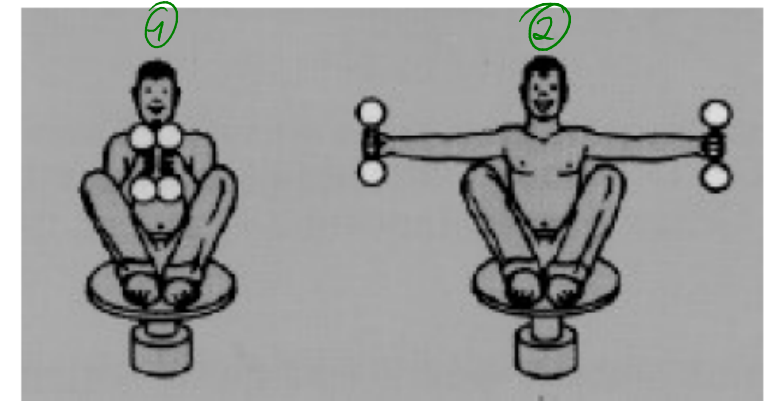
Experiment: Drehscheibe mit Hanteln

$$L_1 = I_1 \cdot \omega_1$$

$$L_2 = I_2 \cdot \omega_2$$

$$L_1 = L_2$$

$$I_2 = 6 \cdot I_1 \quad \omega_2 = \frac{\omega_1}{6}$$



**Wie verändert sich die Winkelgeschwindigkeit bei der Drehbewegung, wenn die Person auf der Drehscheibe die Hände ausstreckt?**

- A) Wird größer
- B) Wird kleiner
- C) Bleibt gleich

# Dynamik der Drehbewegung

## Drehimpulserhaltung

Der Gesamtdrehimpuls eines rotierenden Körpers bleibt konstant, wenn das auf ihn wirkende äußere Nettodrehmoment null ist.

$$I \cdot \omega = I_0 \cdot \omega_0 = \text{const}$$

Video: <https://av.tib.eu/media/12493>



# Drehbewegung

## Zusammenfassung

Zu jeder Größe der linearen (translatorischen) Bewegung gibt es eine korrespondierende Größe der Drehbewegung (Rotationsbewegung).

### Translationsbewegung:

Weg, Verschiebung	$\vec{s}$
Geschwindigkeit	$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt}$
Beschleunigung	$\vec{a} = \frac{d^2\vec{s}}{dt^2}$
Masse	$m$
Impuls	$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$
Kraft	$\vec{F} = \dot{\vec{p}}$
Kinetische Energie	$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot mv^2$
2. Newtonsches Axiom	$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$
Impulserhaltungssatz	$m \cdot \vec{v} = const$
	$v = v_0 + a \cdot t$
	$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}a \cdot t^2$



### Rotationsbewegung:

	$\vec{\varphi}$	Drehwinkel
	$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$	Winkelgeschwindigkeit
	$\vec{\alpha} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}$	Winkelbeschleunigung
	$I$	Trägheitsmoment
	$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega} = \vec{r} \times \vec{p}$	Drehimpuls
	$\vec{M} = \dot{\vec{L}}$	Drehmoment
	$E_{rot} = \frac{1}{2} \cdot I\omega^2$	Rotationsenergie
	$\vec{M} = I \cdot \vec{\alpha} = \vec{r} \times \vec{F}$	Grundgesetz der Rotation
	$I \cdot \vec{\omega} = const$	Drehimpulserhaltungssatz
	$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t$	
	$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2}\alpha t^2$	



# Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

Prof. Dr.-Ing. Tatsiana Malechka  
Labor Autonome Systeme

