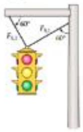
Aufgabe 1 - *

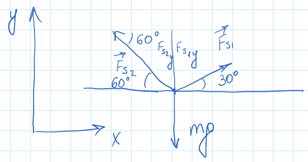
Eine Verkehrsampel mit der Masse 35,0 kg ist, wie in Abbildung gezeigt, an zwei Drähten



aufgehängt.

a) Zeichnen Sie das Kräftediagramm und beantworten Sie anhand dessen qualitativ die folgende Frage: Ist die Zugkraft im Draht 2 größer als die im Draht 1?

b) Überprüfen Sie Ihre Antwort unter Anwendung der Newton'schen Axiome und durch Berechnen der beiden Zugkräfte.



a)

$F_{S1y} < F_{S2y}$

$F_{S1x} = F_{S2x}$

$|F_{S1}| < |F_{S2}|$

b) y: $F_{S1y} + F_{S2y} - mg = 0$

$F_{S1} \cdot \sin 30° + F_{S2} \cdot \sin 60° - mg = 0 \quad (1)$

x: $F_{S1x} - F_{S2x} = 0$

$F_{S1} \cdot \cos 30° - F_{S2} \cdot \cos 60° = 0 \quad (2)$

$F_{S1} \cdot \cos 30° = F_{S2} \cdot \cos 60°$

$F_{S1} = F_{S2} \cdot \frac{\cos 60°}{\cos 30°} \quad (2^*)$

$F_{S1} = 0{,}577 \cdot F_{S2}$

$F_{S2} > F_{S1}$

Aufgabe 2 - **

Eine Kugel mit der Masse von $3,0 \cdot 10^{-4}$ kg hängt an einem Faden. Eine Konstante horizontale Brise bläst die Kugel zur Zeite, so dass der Faden einen konstanten Winkel von 37° mit der Senkrechten bildet. Ermitteln Sie

a) den Betrag dieser seitwärts wirkenden Kraft und

b) die Zugspannung in dem Faden

Lösung 2- **

$|F_{Brise}| = 2,2 \cdot 10^{-3}$ N

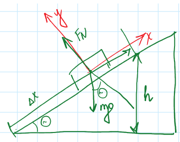
$|F_S| = 3,7 \cdot 10^{-3}$ N

Aufgabe 3 - **

Ein Block der Masse m gleitet auf einem reibungsfreien horizontalen Boden und anschließend eine reibungsfreie Rampe hinauf. Der Winkel der Rampe ist Θ, und die Geschwindigkeit des Blocks, bevor er die Rampe hinaufgleitet, ist v_0. Der Block gleitet bis zu einer bestimmten maximalen Höhe h relativ zum Boden hinauf, bevor er anhält. Leiten Sie einen Ausdruck für h in Abhängigkeit von v_0 und g her und zeigen Sie, dass h unabhängig von m und θ ist.

Lösung 3- **

$h = \frac{v_{0,x}^2}{2g}$



$h(v_0, g)$

2. Newton'sche Axiom

$\sum_i F_{x_i} = m a_x$

$-\cancel{m} g \cdot \sin\Theta = \cancel{m} a_x$

$a_x = -g \cdot \sin\Theta$

Bewegungsgleichungen: Δx – Strecke auf der Rampe

$\underbrace{v_x^2}_{=0} = v_{0,x}^2 + 2a_x \cdot \Delta x$

s. Aufg.-Text „Bevor er anhält"

$h = \Delta x \cdot \sin\Theta$

$\Delta x = h / \sin\Theta$

$v_{0,x}^2 = -2a_x \cdot \Delta x$

$v_{0,x}^2 = -2a_x \cdot h / \sin\Theta$

$v_{0,x}^2 = -2(-g \cdot \cancel{\sin\Theta}) \cdot h / \cancel{\sin\Theta}$

$v_{0x}^2 = 2g \cdot h$

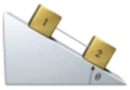
$\boxed{h = \frac{v_{0x}^2}{2g}}$

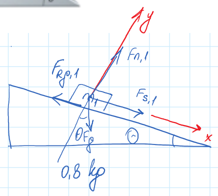
Aufgabe 4 - *

Zwei durch ein Seil miteinander verbundene Blöcke gleiten eine um 10° geneigte Ebene hinab. Der Block 1 hat die Masse $m_1 = 0,80$ kg und der Block 2 die Masse $m_2 = 0,25$ kg. Außerdem betragen die Gleitreibungskoeffizienten zwischen den Blöcken und der geneigten Ebene 0,30 beim Block 1 und 0,20 beim Block 2. Ermitteln Sie den Betrag

a) der Beschleunigung der Blöcke und

b) der Zugkraft im Seil.





$$\sum \vec{F}_{i,1} = m_1 \vec{a}_1$$

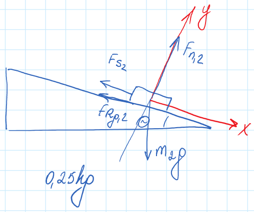
$x:\quad F_{s,1} - F_{Rg,1} + m_1 g \cdot \sin\theta = m_1 a_{1x} \quad (1)$

$y:\quad F_{n,1} - m_1 g \cdot \cos\theta = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{N,1} = m_1 g \cdot \cos\theta \quad (2)$

$* \; F_{Rg,1} = \mu_{Rg,1} F_{N,1} = \mu_{Rg,1} \cdot m_1 g \cos\theta$

$*$ in (1)

$F_{s,1} - \mu_{Rg,1} \cdot m_1 g \cos\theta + m_1 g \cdot \sin\theta = m_1 a_{1x} \quad (1)$



$$\sum \vec{F}_{i,2} = m_2 \vec{a}_2$$

$x:\quad -F_{s2} - F_{Rg,2} + m_2 g \cdot \sin\theta = m_2 a_{2x}$

$y:\quad F_{n,2} - m_2 g \cdot \cos\theta = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{N,2} = m_2 g \cos\theta$

$F_{Rg,2} = \mu_{Rg,2} \cdot F_{N,2} = \mu_{Rg,2} \cdot m_2 g \cos\theta$

$-F_{s2} - \mu_{Rg,2} \cdot m_2 g \cdot \cos\theta + m_2 g \cdot \sin\theta = m_2 \cdot a_{2x} \quad (2)$

$a_{x1} = a_{x2} = a_x$

$F_{s1} = F_{s2}$

$$\begin{cases} F_s - \mu_{Rg,1} \cdot m_1 \cdot g \cdot \cos\theta + m_1 g \cdot \sin\theta = m_1 a_x & (1) \\ -F_s - \mu_{Rg,2} \cdot m_2 g \cdot \cos\theta + m_2 g \cdot \sin\theta = m_2 a_x & (2) \end{cases}$$

$F_s = m_1 a_x - m_1 g \cdot \sin\theta + \mu_{Rg,1} \cdot m_1 \cdot g \cdot \cos\theta \quad (1^*)$

(1^*) in (2)

$-m_1 a_x + m_1 g \cdot \sin\theta - \mu_{Rg,1} \cdot m_1 g \cdot \cos\theta - \mu_{Rg,2} \cdot m_2 g \cdot \cos\theta + m_2 g \cdot \sin\theta = m_2 a_x \quad | + m_1 a_x$

$(m_2 + m_1) \cdot g \cdot \sin\theta - (\mu_{Rg,1} \cdot m_1 + \mu_{Rg,2} \cdot m_2) \cdot g \cdot \cos\theta = a_x (m_1 + m_2)$

$$a_x = \frac{(m_2 + m_1) \cdot g \cdot \sin\theta - (\mu_{Rg,1}\, m_1 + \mu_{Rg,2} \cdot m_2) \cdot g \cdot \cos\theta}{m_1 + m_2}$$

$$a_x = \frac{(0{,}25 + 0{,}8)\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot \sin 10^\circ - (0{,}3 \cdot 0{,}8\,\text{kg} + 0{,}2 \cdot 0{,}25\,\text{kg}) \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot \cos 10^\circ}{0{,}25\,\text{kg} + 0{,}8\,\text{kg}}$$

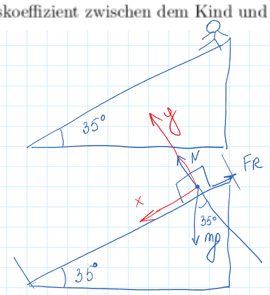
$$= \frac{1{,}7886 - 2{,}802}{1{,}05} = -0{,}96\,\frac{m}{s^2}$$

b) $F_s = m_1 a_x - m_1 g \cdot \sin\theta + \mu_{Rg,1} \cdot m_1 g \cdot \cos\theta$

$F_s = 0{,}8\,\text{kg} \cdot \left(-0{,}96\,\frac{m}{s^2}\right) - 0{,}8\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot \sin 10^\circ + 0{,}3 \cdot 0{,}8\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot \cos 10^\circ = 0{,}188\,N$

Aufgabe 5 - *

Ein Kind rutscht eine 35° steile Rutsche nach unten. Es braucht dafür doppelt so viel Zeit, wie es bei einer reibungsfreien, ebenfalls 35° steile Rutsche benötigen würde. Wie hoch ist es der Gleitreibungskoeffizient zwischen dem Kind und der Rutsch?



$\sum \vec{F}_i = m\vec{a}$ mit Reibung

$x:\quad mg \cdot \sin\theta - F_R = m a_x$

$y:\quad -mg \cdot \cos\theta + N = 0 \quad \Rightarrow \quad N = mg\cos\theta$

$F_R = \mu N = \mu m g \cdot \cos\theta$

$mg \cdot \sin\theta - \mu m g \cdot \cos\theta = m a_x$

$\cancel{m}g \cdot (\sin\theta - \mu \cdot \cos\theta) = \cancel{m} a_x$

$\sum \vec{F}_i = m\vec{a}$ ohne Reibung

$x:\quad \cancel{m}g \cdot \sin\theta = \cancel{m} a_x$

$a_{x_0} = g \cdot \sin\theta$

$a_{x_R} = g \cdot (\sin\Theta - \mu \cdot \cos\Theta)$ ← mit Reibung

$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

$x - x_0 = \underset{0}{\overset{\parallel}{v_0}} t + \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} a t^2$ $\qquad x - x_0 = \frac{1}{2} a t^2$

$t_R = 2 \cdot t_0$ $\qquad t_0$

$x - x_0 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\sin\Theta - \mu \cos\Theta) \cdot 4 t_0^2$ $\qquad x - x_0 = \frac{1}{2} g \cdot \sin\Theta \, t_0^2$

$\cancel{\frac{1}{2} g} (\sin\Theta - \mu \cdot \cos\Theta) \cdot 4 \cancel{t_0^2} = \cancel{\frac{1}{2} g} \cdot \sin\Theta \cdot \cancel{t_0^2}$

$4 (\sin\Theta - \mu \cdot \cos\Theta) = \sin\Theta$

$4 \sin\Theta - 4 \mu \cdot \cos\Theta = \sin\Theta$

$-4 \mu \cdot \cos\Theta = -3 \sin\Theta$

$\mu = \frac{-3 \cdot \sin\Theta}{-4 \cos\Theta} = \frac{3}{4} \tan\Theta = 0{,}52$

Aufgabe 6 - *

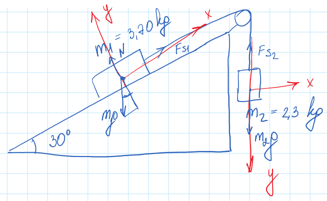
Ein Block der Masse $m_1 = 3,70$ kg hängt an einem Seil auf einer reibungsfreien geneigten Ebene, die einen Winkel von 30° zur Horizontalen bildet. Das Seil fährt über eine masselose, reibungsfreie Rolle zu einem zweiten senkrecht hängenden Block der Masse $m_2 = 2,3$ kg. Wie lautet

a) der Betrag der Beschleunigung eines jeden Blocks sowie

b) die Richtung der Beschleunigung des hängenden Blocks?

c) Wie groß ist die Zugspannung in dem Seil?

Aufgabe 6:



a)

$m_1: \sum \vec{F}_{i,1} = m_1 \vec{a}_1$ $\qquad \vec{a}_1 = a_2 = a$ $\qquad F_{S_1} = F_{S_2}$

$m_2: \sum \vec{F}_{i,2} = m_2 \vec{a}_2$

m_1 x: $F_S - m_1 g \cdot \sin\Theta = m_1 \cdot a$ (1)

y: $N - m_1 g \cdot \cos\Theta = 0$

m_2 x:

y: $-F_S + m_2 g = m_2 a$ (2)

$F_S = m_2 g - m_2 a$ (2*)

$m_2 g - m_2 a - m_1 g \cdot \sin\Theta = m_1 a$

$g \cdot (m_2 - m_1 \sin\Theta) = m_1 \cdot a + m_2 \cdot a$

$g (m_2 - m_1 \sin\Theta) = a \cdot (m_1 + m_2)$

$a = \frac{g \cdot (m_2 - m_1 \cdot \sin\Theta)}{m_1 + m_2}$

$a = \frac{9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot (2{,}3 kg - 3{,}7 kg \cdot \sin 30°)}{2{,}3 kg + 3{,}7 kg} = 0{,}73 \frac{m}{s^2}$

b) nach unden

c) $F_S = m_2 \cdot (g - a) = 2{,}3 kg \cdot (9{,}81 \frac{m}{s^2} - 0{,}73 \frac{m}{s^2}) = 20{,}8$ N

Aufgabe 7 - **

Ein Block mit der Masse 100 kg auf einer Rampe ist, wie Abbildung gezeigt, über ein Seil mit einem Gewicht der Masse m verbunden. Der Haftreibungskoeffizient zwischen Block und Rampe beträgt $\mu_{R,h} = 0,40$ während der Gleitreibungskoeffizient $\mu_{R,g} = 0,20$ beträgt. Die Rampe hat gegen die Horizontale den Neigungswinkel 18°.

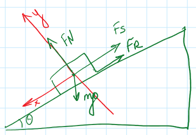
a) Ermitteln Sie den Wertebereich für die Masse m, bei dem sich der Block auf der Rampe nicht von selbst bewegt, jedoch nach einem leichten Stoß längs der Rampe nach unten gleitet.

b) Ermitteln Sie den Wertebereich für die Masse m, bei dem sich der Block auf der Rampe nicht von selbst bewegt, jedoch nach einem leichten Stoß längs der Rampe nach oben gleitet.

Lösung 7- **

a) $0\ kg \leq m \leq 11,9\ kg$

b) $49,9\ kg \leq m \leq 68,9\ kg$



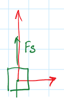
x: $mg \cdot \sin\Theta - F_S - F_R = m a_x$ (1)

y: $-mg \cdot \cos\Theta + F_N = 0$ (2) $\Rightarrow F_N = mg \cdot \cos\Theta$ (2*)

$F_R = \mu_{R,g} \cdot F_N$ (3)

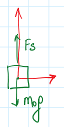
$F_R = \mu_{R,g} \cdot mg \cdot \cos\Theta$ 3*

$mg \cdot \sin\Theta - F_S - \mu_{R,g} \cdot mg \cdot \cos\Theta = m a_x$ 1*



x:

y: $F_S - mg = m a_x$ (4) $\qquad a_{2x} = a_{1x} = a_x$



x:

y: $F_S - mg = m\,a_x \quad (4)$

$F_S - m_0 g = m_0 \cdot a_x$

$F_S = m_0 \cdot (a_x + g) \quad 4^*$

$a_{2x} = a_{1x} = a_x$

4^* in 1^*

$mg \cdot \sin\Theta - m_0 \cdot a_x - m_0 g - \mu_{e,g} \cdot mg\cos\Theta = m\,a_x$

$- m_0 \cdot (a_x + g)$

Aufgabe 8 - *

Ein Mann wirbelt sein Kind auf einem Kreis mit dem Radius 0,75 m herum. Das Kind hat die Masse 25 kg, und eine Umdrehung dauert 1,5 s.

a) Ermitteln Sie den Betrag und die Richtung der Kraft, die der Mann auf das Kind ausübt. (Stellen Sie sich das Kind vereinfacht als punktförmiges Teilchen vor.)

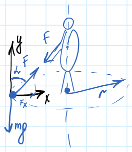
b) Welchen Betrag und welche Richtung hat die Kraft, die das Kind auf den Mann ausübt?

Aufgabe 7:

$r = 0{,}75\,m$

$m = 25\,kg$

$1\,Umd = 1{,}5\,s$

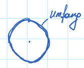


$\sum \vec{F} = m\vec{a}_z$

x: $F \cdot \sin\alpha = m\vec{a}_z = m \cdot \frac{v^2}{r}$

y: $F \cdot \cos\alpha - mg = 0$

$a_z = \frac{v^2}{r}$



$v = \frac{\Delta Strecke}{\Delta Zeit}$

$V = \frac{2\pi \cdot r}{1{,}5\,s} = \frac{2\pi r}{T}$

x: $F \cdot \sin\alpha = \frac{m}{r} \cdot \frac{(2\pi r)^2}{T^2} = \frac{m \cdot 4\pi^2 r}{T^2}$

y: $F \cdot \cos\alpha = mg$

$\frac{x}{y} \qquad \frac{\cancel{F} \cdot \sin\alpha}{\cancel{F} \cdot \cos\alpha} = \frac{\cancel{m} \cdot 4\pi^2 \cdot r}{T^2 \cdot \cancel{m} g}$

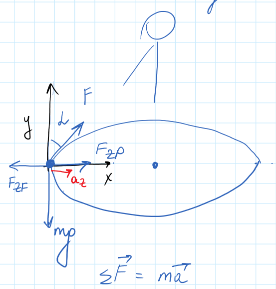
$\tan\alpha = \frac{4\pi^2 \cdot r}{g\,T^2}$

$\alpha = \arctan\left(\frac{4\pi^2 \cdot r}{T^2 \cdot g}\right) = \arctan\left(\frac{4\pi^2 \cdot 0{,}75\,m}{9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot 1{,}5^2 s^2}\right) = 53^\circ$

y: $F = \frac{mg}{\cos\alpha} = \frac{25 \cdot 9{,}81}{\cos 53^\circ} = 0{,}41\,kN = 410\,N$

b) $|F| = 410\,N \qquad F = -410\,N$

Alternative Lösung



ZP - Zentripetal

ZF = Zentrifugal

$|F_{ZP}| = |F_{ZF}|$

$\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$\sum F_x = m\vec{a}_x$

$\sum F_y = m\vec{a}_y$

$\cancel{F_{ZP}} - \cancel{F_{ZF}} + F \cdot \sin\alpha = m a_z$

$F \cdot \cos\alpha - mg = m a_y = 0$

$F \cdot \sin\alpha = m a_z$

$F \cdot \cos\alpha = mg$

Rest gleich!

Aufgabe 11 - *

Der Erdradius beträgt 6370 km und der Mondradius 1738 km. Die Fallbeschleunigung auf der Mondoberfläche beträgt $1{,}62\ m/s^2$. In welchem Verhältnis steht die mittlere Monddichte zur mittleren Dichte der Erde?

SS2024: Brauchen Sie nicht in diesem Semester