FH MÜNSTER
University of Applied Sciences

ETI FB Elektrotechnik und Informatik
Department of Electrical Engineering
and Computer Science

Physik

1. Einführung

Physikalische Größen und ihre Messung

Prof. Dr.-Ing. Tatsiana Malechka

Stegerwaldstraße 39
D-48565 Steinfurt

Telefon: +49 (0)2551 9 62-228
Raum: E218

tatsiana.malechka@fh-muenster.de

Physikalische Größen und ihre Messung

FH MÜNSTER
University of Applied Sciences

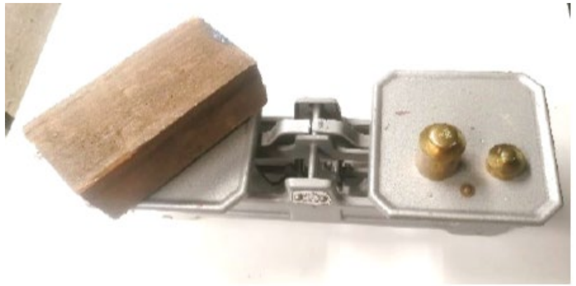
1. Maßeinheiten
2. Der Umgang mit Maßzahlen
3. Messung beendet – was nun?

Physikalische Größen und ihre Messung

- beschreiben
  - *Eigenschaften*
  - *Zustände,*
  - *Vorgänge* physikalischen Objekte/Systeme
- messbar → Quantitativer Vergleich mit einem **Normal/** einer **Referenz**

Physikalische Größe = Zahlenwert · Einheit

G = {G} ·[G]



Masse eines Holzklotzes

$$m = 602 \text{ g}$$

Standard-Gewichte

Länge eines Tischs

Lineal

$$l = 74,9 \text{ cm} = 29,5 \text{ inch}$$

Maßeinheiten
SI-Einheiten

7 Basisgrößen sind die Grundlage des Internationalen Einheitssystems
SI-Basiseinheiten (SI = Systeme International d'unites)

Größe	Einheitenname	Zeichen	Naturkonstante(n); Messinstrument
Länge	Meter	m	Schwingungsfrquenz eines bestimmten Strahlungsübergangs im Cs-Atom $f_{cs} \approx 9 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$
Zeit	Sekunde	s	Lichtgeschwindigkeit (im Vakuum) $c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Masse	Kilogramm	kg	Planck-Konstante $E = hf \quad h \approx 6,6 \cdot 10^{-34} \; kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$
Temperatur	Kelvin	K	Bolzmann-Konstante: $k \approx 1,38 \cdot 10^{-23} \; J \cdot K^{-1}$
Stoffmenge	Mol	mol	Avogadro-Zahl: $N_A \approx 6 \cdot 10^{23} \; mol^{-1}$
Stromstärke	Ampere	A	Elementarladung: $e \approx 1,6 \cdot 10^{-16} \; A \cdot s$
Lichtstärke	Candela	cd	Photometrisches Strahlungsäquivalent

Abgeleitete Einheiten: Geschwindigkeit wird in $\frac{m}{s}$ angegeben.

Maßeinheiten
SI-Normale: Atomuhr

Maßeinheit der **Zeit** t ist die Sekunde (s)

- *1 s = 9.192.631.770 Schwingungen des Lichts das ein Cäsium-133 Atom (Atomuhr) aussendet*

Gemessene Größe	Dauer in Sekunden
Lebensdauer eines Protons (vorhergesagt)	$1 \cdot 10^{39}$
Alter des Universums	$5 \cdot 10^{17}$
Alter der Pyramide des Cheops	$1 \cdot 10^{11}$
Menschliche Lebenserwartungen	$2 \cdot 10^{9}$
Dauer eines Tages	$9 \cdot 10^{4}$
Zeit zwischen zwei Herzschlägen beim Menschen	$8 \cdot 10^{-1}$
Lebensdauer des Myons	$2 \cdot 10^{-6}$
Kürzester im Labor erzeugte Lichtpuls	$6 \cdot 10^{-15}$
Lebensdauer des instabilsten Teilchens	$1 \cdot 10^{-23}$
Planck-Zeit	$1 \cdot 10^{-43}$

Maßeinheiten

SI-Normale: Länge

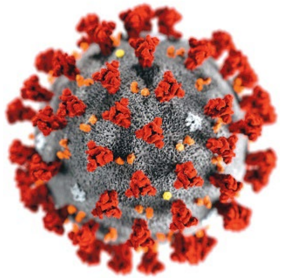
Maßeinheit der **Länge** ist das Meter (m)

- *1 m ist die Länge der Strecke, die Licht im Vakuum während der Dauer von 1/299.792.458 Sekunden durchläuft*

Gemessene Größe	Länge in Metern
Entfernung der ältesten Galaxien	$2 \cdot 10^{26}$
Entfernung der Andromeda-Galaxien	$2 \cdot 10^{22}$
Entfernung des nächstgelegenen Sterns	$4 \cdot 10^{16}$
Entfernung von Pluto	$6 \cdot 10^{12}$
Erdradius	$6 \cdot 10^{6}$
Höhe des Mount Everests	$9 \cdot 10^{3}$
Radius eines Wasserstoffatoms	$5 \cdot 10^{-11}$
Radius eines Protons	$1 \cdot 10^{-15}$

Seit 1960 hat Urmeter keine Funktion

Diebe stehlen Urmeter aus Museumsvitrine



Ø 60 nm…140 nm

Maßeinheiten

SI-Einheiten: Masse

Maßeinheit der **Masse** ist das Kilogramm (kg)

- *SI-Normal für die Masse ist ein Kugel aus hochreinem Silizium (1 kg = 2,15x10^{25} Silizium 28-Atome)*
- Das Urkilogramm geht in Rente

Objekt	Masse in Kilogramm
Bekanntes Universum	$1 \cdot 10^{53}$
Unsere Galaxis	$2 \cdot 10^{41}$
Sonne	$2 \cdot 10^{30}$
Mond	$7 \cdot 10^{22}$
Elefant	$5 \cdot 10^{3}$
Weintraube	$3 \cdot 10^{-3}$
Staubkorn	$7 \cdot 10^{-10}$
Penizillinmolekül	$5 \cdot 10^{-17}$
Uranatom	$4 \cdot 10^{-25}$
Proton	$2 \cdot 10^{-27}$
Elektron	$9 \cdot 10^{-31}$

Maßeinheiten

SI-Einheiten: Masse

12,0 g Kohlenstoff enthalten $6{,}02 \cdot 10^{23}$ Kohlenstoffatome (dies ist die Avogadro-Konstante n_A). Wie viele Jahre würden Sie benötigen, um die Atome in 1,00 g Kohlenstoff zu zählen, wenn es 1 s dauert, ein Atom zu zählen?

Maßeinheiten

Präfixe für Einheiten

Faktor	Präfix	Zeichen
10^{30}	Quenna	Q
10^{27}	Ronna	R
10^{24}	Yotta	Y
10^{21}	Zetta	Z
10^{18}	Exa	E
10^{15}	Peta	P
10^{12}	Tera	T
10^{9}	**Giga**	**G**
10^{6}	**Mega**	**M**
10^{3}	**Kilo**	**k**
10^{2}	Hekto	h
10^{1}	Deka	da

Faktor	Präfix	Zeichen
10^{-30}	Quecto	q
10^{-27}	Ronto	r
10^{-24}	Yocto	y
10^{-21}	Zepto	z
10^{-18}	Atto	a
10^{-15}	Femto	f
10^{-12}	**Piko**	**p**
10^{-9}	**Nano**	**n**
10^{-6}	**Mikro**	**µ**
10^{-3}	**Milli**	**m**
10^{-2}	**Zenti**	**c**
10^{-1}	Dezi	d

neue Präfixe seit Nov. 2022

$$10^2 \cdot 10^3 =$$

$$10^2 / 10^3 =$$

$$1.2 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^{-1} =$$

$$1200 \cdot 10^{-1} + 8 \cdot 10^{-1} =$$

$$\left(10^2\right)^4 =$$

Maßeinheiten

Einige abgeleitete Einheiten

Größe	Definition	Einheitenname	Zeichen
Winkel	$\varphi = \frac{\text{Bogenmass}}{\text{Radius}}$	Radiant	$\frac{\text{m}}{\text{m}}$ = rad
Kraft	$F = \text{Masse} \cdot \text{Beschleunigung}$	Newton	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \text{N}$
Energie, Arbeit	$W = \text{Kraft} \cdot \text{Weg}$	Joule	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} = \text{J}$
Leistung	$P = \frac{\text{Arbeit}}{\text{Zeitintervall}}$	Watt	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3} = \text{W}$
Ladung	$Q = \text{Strom} \cdot \text{Zeit}$	Coulomb	$\text{A} \cdot \text{s} = \text{C}$
Spannung	$U = \frac{\text{Arbeit}}{\text{Ladung}}$		$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s}^3} = \frac{\text{J}}{\text{C}} = \text{V}$
Widerstand	$R = \frac{\text{Spannung}}{}$		
Magnetischer Fluss	$\Phi = \text{ind. Spannung} \cdot \text{Zeit}$	Weber	$\text{V} \cdot \text{s} = \text{Wb}$
Magn. Induktion	$B = \frac{\text{Spannung}}{\text{Fläche}}$	Tesla	$\frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} = \text{T}$

Maßeinheiten

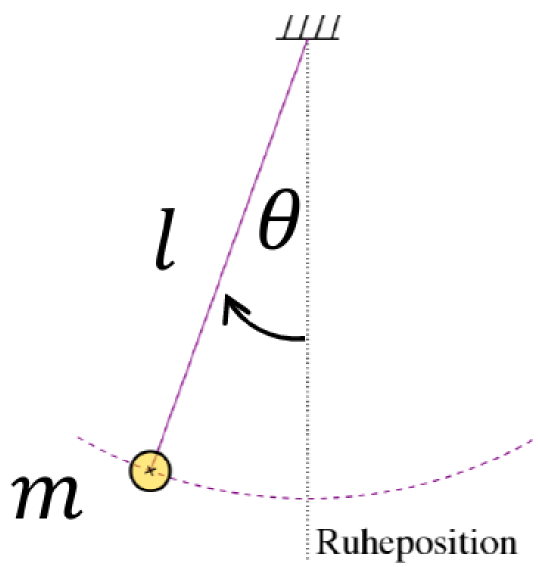
Kohärenz der SI-Einheiten

- **Kohärenz** der SI-Einheiten: Alle anderen Einheiten können aus den Basiseinheiten abgeleitet werden.

$$G = A^{\alpha} B^{\beta}$$

- **Vorteil** der SI-Einheiten: Verwendet man nur SI-Einheiten, so kürzen sich Einheiten und Vorsilben passend weg.

Maßeinheiten
Dimensionsanalyse



- Pendellänge, l
- Masse, m
- Auslenkwinkel, θ
- Erdbeschleunigung, g

Das Modell legt nahe:
$T = T(l, m, \theta, \ldots)$
Das Experiment zeigt:
$T \neq T(m, \theta)$ für kleine θ

$$T = T(l, g)$$

Der Umgang mit Maßzahlen

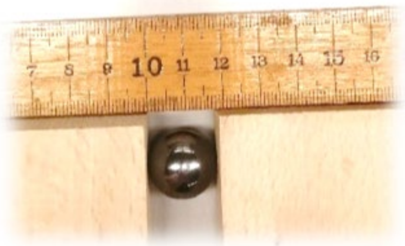
- **Wissenschaftliche Schreibweise**

$$\{G\} = \underbrace{a}_{\text{Mantisse, } 1 \leq a < 10} \cdot 10^{\overbrace{b}^{\text{Exponent}}}$$

- **Signifikante Stellen →** wir geben so viele Stellen an, wie zuverlässig bekannt ist

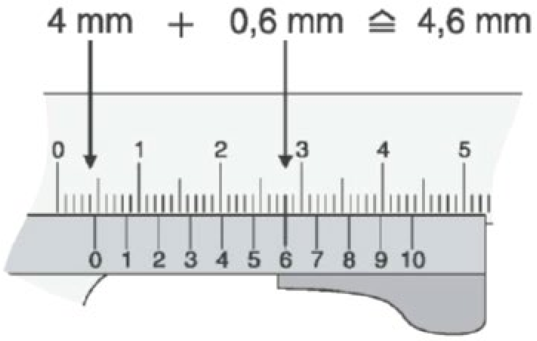
Bestimmung der Durchmesser einer Kugel mit Messgeräten verschiedener Präzision

$D = 2\ cm$



$D = 1,8\ cm$

$D = 1,80\ cm$



Der Umgang mit Maßzahlen

Eine berechnete (abgeleitete) Größe ist höchstens so präzise bestimmt wie die Eingangsgrößen.

- Exakte Werte haben eine unbegrenzte Anzahl an signifikanten Stellen.
- Führende Nullen zählen nicht als signifikante Stellen.
- Ob nachlaufende Nullen signifikant sind, muss fallweise entschieden werden. (wiss. Notation!)
- Zahlen in wissenschaftlicher Notation haben so viele signifikante Stellen wie ihre Mantisse.

2,50 → 3 signifikante Stellen
2,503 → 4 signifikante Stellen
0,00130 → 3 signifikante Stellen
2300,0 → 5 signifikante Stellen
2300 → unbestimmt

Der Umgang mit Maßzahlen

FH MÜNSTER
University of Applied Sciences

Faustregel

Die Anzahl der signifikanten Stellen im Ergebnis einer **Multiplikation oder Division** ist nie größer als die der Größe mit den wenigsten *signifikanten Stellen*.

$$12{,}09 \cdot 1{,}69 = 20{,}4321 = 20{,}4$$

Faustregel

Die Anzahl der Dezimalstellen bei der **Addition oder Subtraktion** mehrerer Größen entspricht der des Terms mit der kleinsten Anzahl von *Dezimalstellen (Nachkommastellen)*.

$$1{,}21342 - 1{,}040 = 0{,}17342 = 0{,}173$$

Signifikante Stellen

Berechnen Sie unter Verwendung der zutreffenden Faustregel für die signifikanten Stellen:

a. $1{,}58 \cdot 0{,}03 =$

b. $1{,}4 + 2{,}53 =$

c. $2{,}456 - 2{,}453 =$

d. $2{,}34 \cdot 10^2 + 4{,}93 =$

Messung beendet – was nun?

bislang: Messergebnis = bester Schätzwert

- implizite Angabe der Messunsicherheit (möglicher Wertebereich, Digitalisierung)

$$l = 74,9\ cm$$

$$74,85\ cm \leq l < 74,95\ cm$$

- besser: Messergebnis = bester Schätzwert ± Unsicherheit

$$l = (74,9 \pm 0,1)\ cm$$

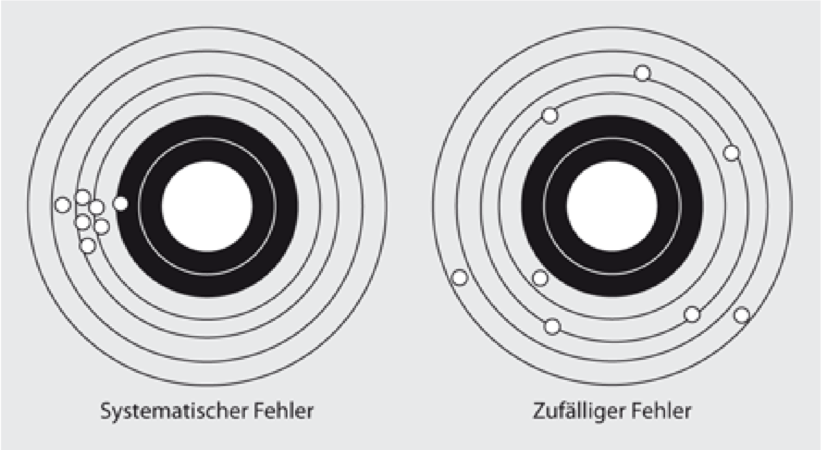
beim Ablesen von Skalen i.d.R. ein Skalenteil

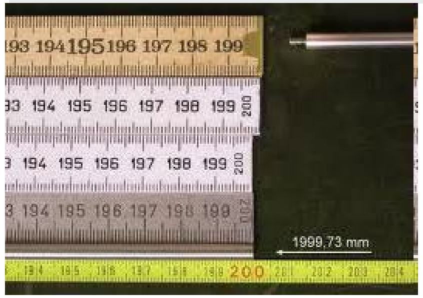
$$G = \bar{g} \pm u$$

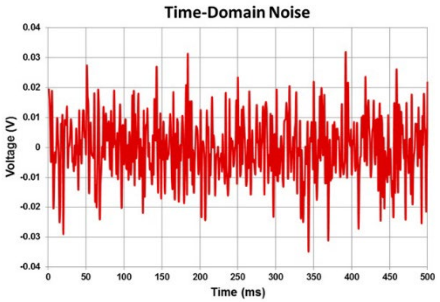
Messung beendet – was nun?
Messabweichungen

Jede Messung ist fehlerbehaftet!

- **Systematische Messfehler:** alle Messwerte einseitig „verfälscht“**:** systematisch zu groß oder zu klein (z.B. falsche Kalibrierung, Einflüsse der Umgebung/ Apparatur, Parallaxe)
  → nicht durch wiederholtes Messen zu beseitigen
  → durch sorgfältiges Experimentieren möglichst vermeiden
- **Statistische Messfehler:** zufällig verteilte Schwankungen durch viele kleine, unkorrelierte und unkontrollierte Störeinflüsse (z.B. Änderungen von Temperatur oder Luftdruck)
  → durch wiederholtes Messen quantifizierbar





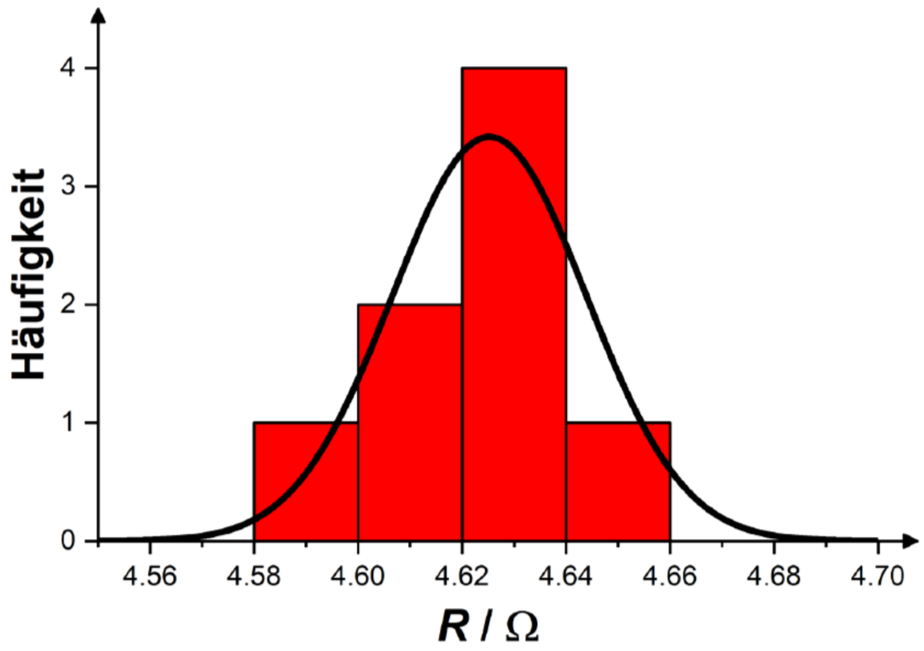


Messung beendet – was nun?

Auswertung einer Messreihe

n Messwerte: $x_1, x_2, \dots, x_n$ bzw. x_i mit $i = 1, \dots, n$

Histogramm



Messwerte als Stichprobe:
Wir nutzen die Kenngrößen der bekannten Verteilung der Messwerte um die unbekannten Parameter der Dichtefunktion abzuschätzen, den „wahren" Wert $\boldsymbol{\mu}$ und die Standardabweichung des Messverfahrens $\boldsymbol{\sigma}$.

Messung beendet – was nun?

Kenngrößen von Messreihen

- **Mittelwert**

  bester Schätzwert des unbekannten wahren Werts

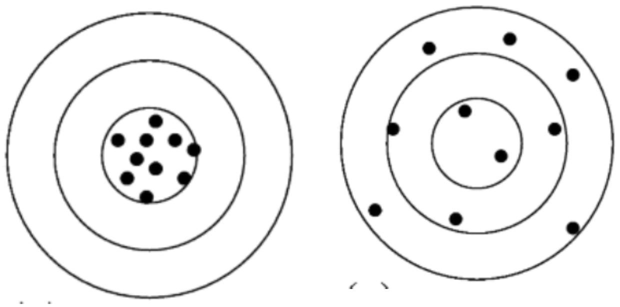
$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \ldots + x_n) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

- **Standardabweichung**

  der einzelnen Messwerte vom Mittelwert;

  ein Maß für die Güte des Messverfahrens;

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$



- **Unsicherheit des Mittelwerts**

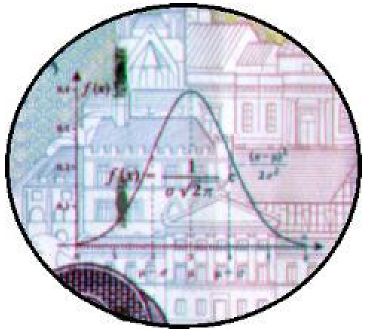
  Standardabweichung des Mittelwerts;

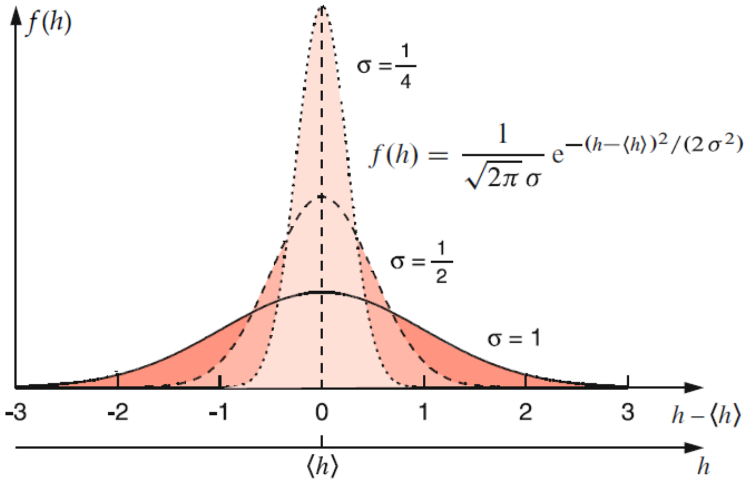
  ein Maß für die Güte des besten Schätzwerts

$$u = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Messung beendet – was nun?
Messwerte sind (oft) normalverteilt.

Falls die zufälligen Messabweichungen als Summe der Beiträge vieler kleiner, unkorrelierter Störeinflüsse aufgefasst werden können, von denen keine dominiert, dann folgen die Messwerte einer Normalverteilung (Gauß)





Im Intervall $\langle h\rangle \pm \sigma$ liegen 68,3% aller Werte
Im Intervall $\langle h\rangle \pm 2\sigma$ liegen 95,5% aller Werte
Im Intervall $\langle h\rangle \pm 3\sigma$ liegen 99,7% aller Werte

Messung beendet – was nun?

Kenngrößen von Messreihen

Sie beobachten, wie das Pendel einer Pendeluhr hin und her schwingt und stoppen mit Ihrer Digitalarmbanduhr die Zeit, die das Pendel benötigt, um von einer Seite auf die andere und wieder zurück zu schwingen. Nach zehn Messungen der Schwingungsdauer erhalten Sie folgende Werte: $T_1 = 2{,}05$ s, $T_2 = 1{,}99\ s$, $T_3 = 2{,}06\ s$, $T_4 = 1{,}97\ s$, $T_5 = 2{,}01\ s$, $T_6 = 2{,}00\ s$, $T_7 = 2{,}03\ s$, $T_8 = 1{,}97\ s$, $T_9 = 2{,}02\ s$, $T_{10} = 1{,}96\ s$

Wie groß ist die mittlere Schwingungsdauer $\langle T \rangle$, die Standardabweichung σ_T und die Standardabweichung des Mittelwerts ΔT ?

FH MÜNSTER
University of Applied Sciences

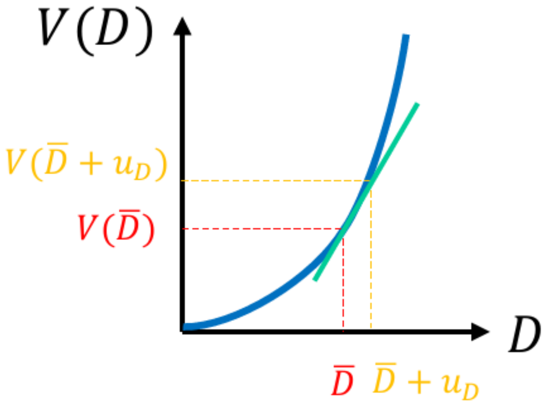
Messung beendet – was nun?

Unsicherheiten bei indirekter Messung

$$\bar{d} \pm \Delta d = (1,80 \pm 0,01)\ cm$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{6}\pi d^3 = V(d)$$

$$\Delta V - ?$$



Messung beendet – was nun?

Fortpflanzung von Unsicherheiten nach Gauß

Verallgemeinerung: gesuchte Größe $R = f(x, y)$, hängt von mehreren Messgrößen $x \pm u_x$ und $y \pm u_y$ ab; Bsp.: Fadenpendel $T = T(l, \theta)$

$$u_R^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 u_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 u_y^2$$

$\frac{\partial f}{\partial x}$ heißt „partielle“ Ableitung von f nach x → nimmt an, f hänge nur von x ab und y sei konstant.

Bsp.: Dichte der Kugel $\rho = \frac{m}{V}$
Volumen: $V = (3,05 \pm 0,05)\ cm^3$
Wiegen →Masse: $m = (24 \pm 1)\ g$
Dichte: $\rho = \bar{\rho} \pm u_\rho =$

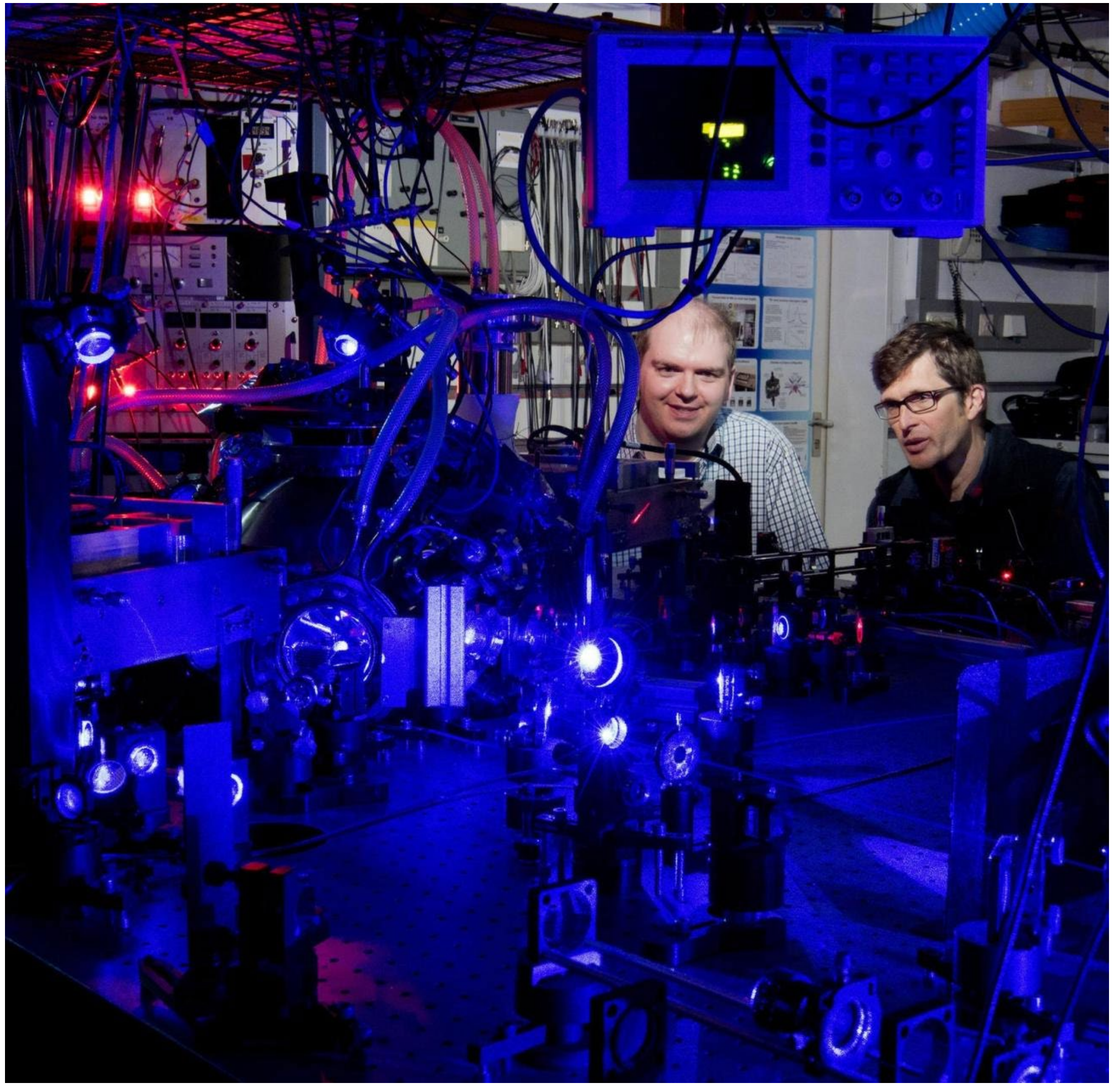
Physik News

FH MÜNSTER
University of Applied Sciences

100.000-mal präziser als eine Atomuhr: Wie funktionieren optische Uhren?
https://www.youtube.com/watch?v=gA4QTaI9X94
https://www.weltderphysik.de/gebiet/technik/news/2021/optische-atomuhren-im-vergleich/

Immer größer, immer kleiner – die Welt bekommt neue Einheiten-Vorsätze

https://www.ptb.de/cms/presseaktuelles/journalisten/nachrichten-presseinformationen/presseinfo.html?tx_news_pi1%5Bnews%5D=12151&tx_news_pi1%5Bcontroller%5D=News&tx_news_pi1%5Baction%5D=detail&tx_news_pi1%5Bday%5D=22&tx_news_pi1%5Bmonth%5D=11&tx_news_pi1%5Byear%5D=2022&cHash=73b33f805059daf1225376039ca60e02



FH MÜNSTER
University of Applied Sciences

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

Prof. Dr.-Ing. Tatsiana Malechka
Labor Autonome Systeme

Stegerwaldstraße 39
D-48565 Steinfurt

Telefon: +49 (0)2551.9 62-228
Raum: E218

tatsiana.malechka@fh-muenster.de