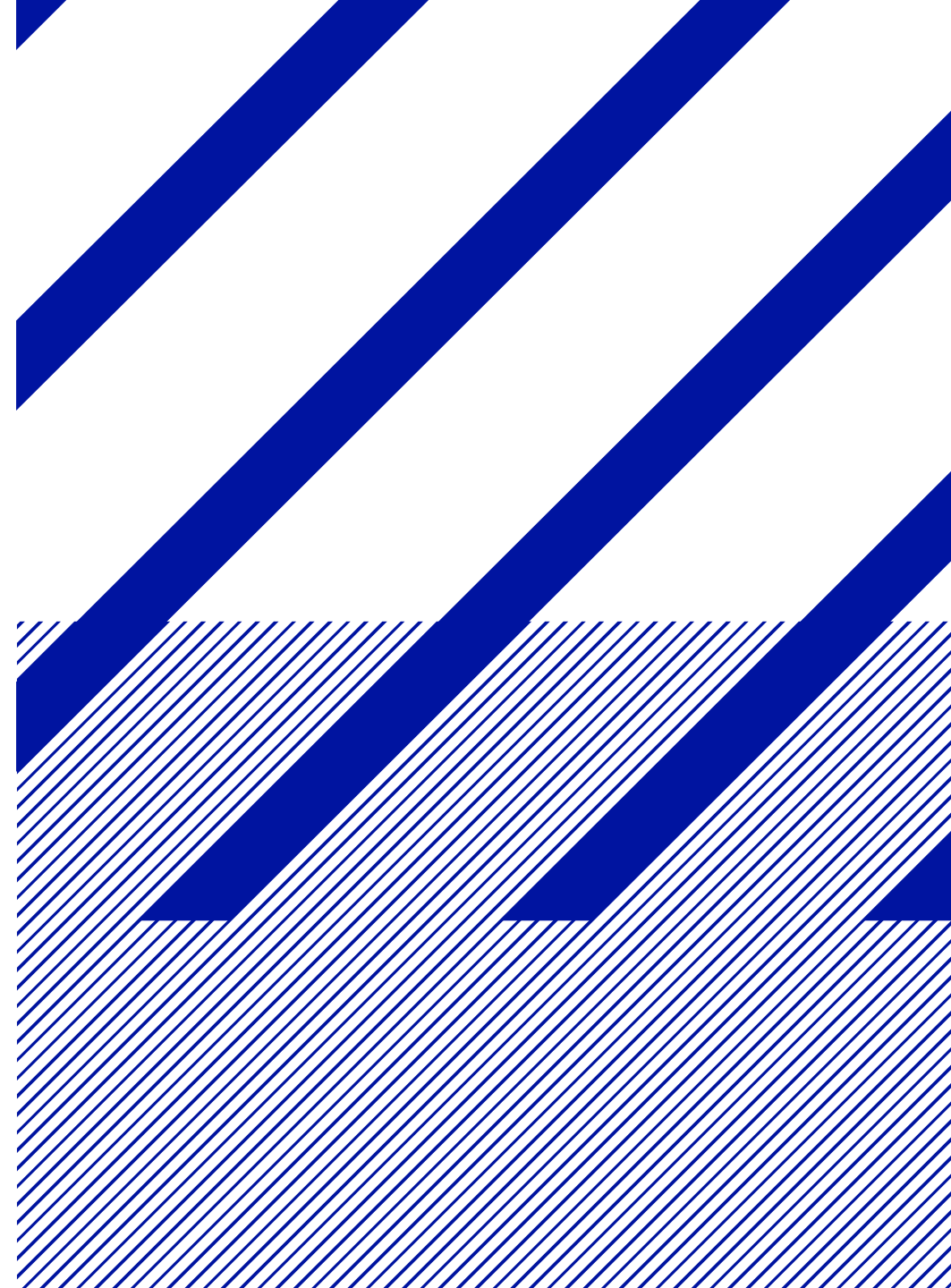




# Physik

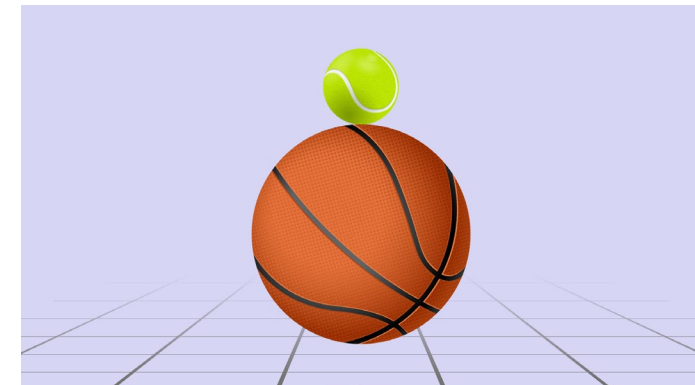
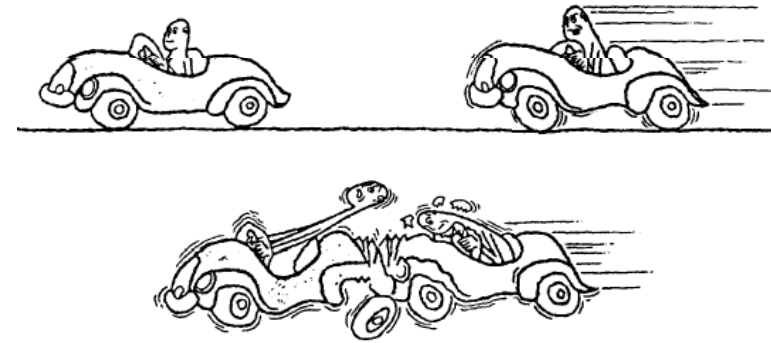
## V5: Impuls und Impulserhaltungssatz

Prof. Dr.-Ing. Tatsiana Malechka



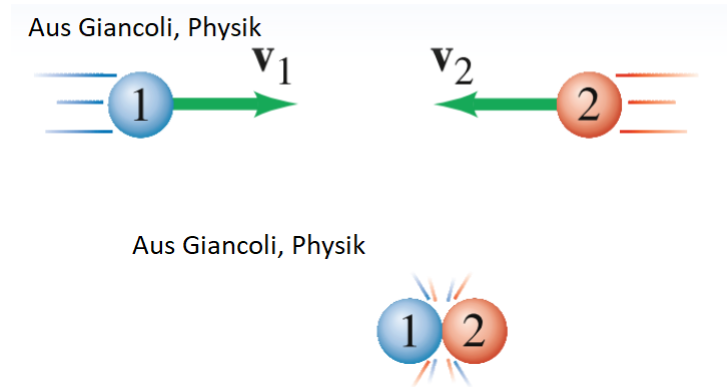
# Impuls und Impulserhaltungssatz

- Stoß
- Impuls
- Stoßgesetze
- Impulserhaltungssatz
- Schwerpunkt
- Schwerpunkt und Impuls
- Anwendung des Impulssatzes



<https://de.wikipedia.org/wiki/Doppelball-Versuch>

- Was ist ein Stoß? → Wenn zwei Körper ineinander krachen.
- Als **Stoß** bezeichnen wir einen Prozess, bei dem zwei Körper kurzzeitig Kraft aufeinander ausüben = "wechselwirken".
- Als Folge ändern die Körper ihren **Bewegungszustand**, möglicherweise auch ihre **Form** und **Zusammensetzung**.
- Zur Beschreibung der Stöße nutzen wir die physikal. Größe **Impuls**.
- Wir werden nicht den Stoßvorgang beschreiben, sondern nur die Bewegungen (Geschwindigkeiten) vor und nach dem Stoß



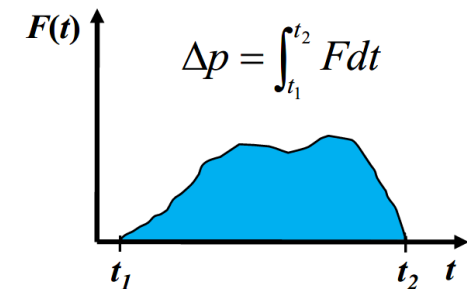
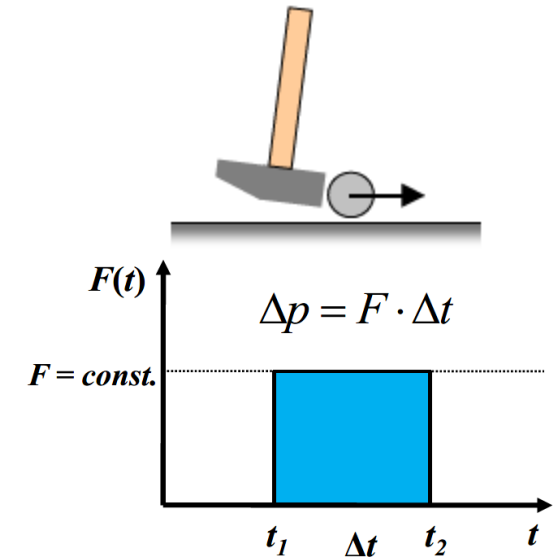
Def.: Kraftstoß = Änderung des **Impuls (engl. momentum)**

$$\Delta \vec{p} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t) dt$$

Def.: **Impuls = Kraft x Zeit** (wenn  $F = \text{const}$ )

$$\Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot dt = \vec{F} \cdot \Delta t =$$

- Kraftwirkungen auf einen Körper sind häufig zeitlich begrenzt
- der Geschwindigkeitsänderung, die ein Körper durch eine Kraft erfährt, hängt von der **Kraft  $F$**  selbst und der **Zeitdauer  $\Delta t$**  der Einwirkung ab
- SI-Einheit:  $1 \text{ Ns} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$



# 2. Newton'sche Axiom

## Impuls Form (Allgemeine Form)

---

- Das Maß der Änderung des Impulses eines Körpers ist gleich der auf den Körper ausgeübten Nettokraft.
- Für die Änderung des Impulses eines Körpers ist eine Kraft erforderlich.

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} =$$

- **Newton:** Ursache für die Änderung der Bewegungsgröße (=Impuls) sind Kräfte.

# Impulserhaltungssatz

- Im einem abgeschlossenen System bleibt der Gesamtimpuls konstant:

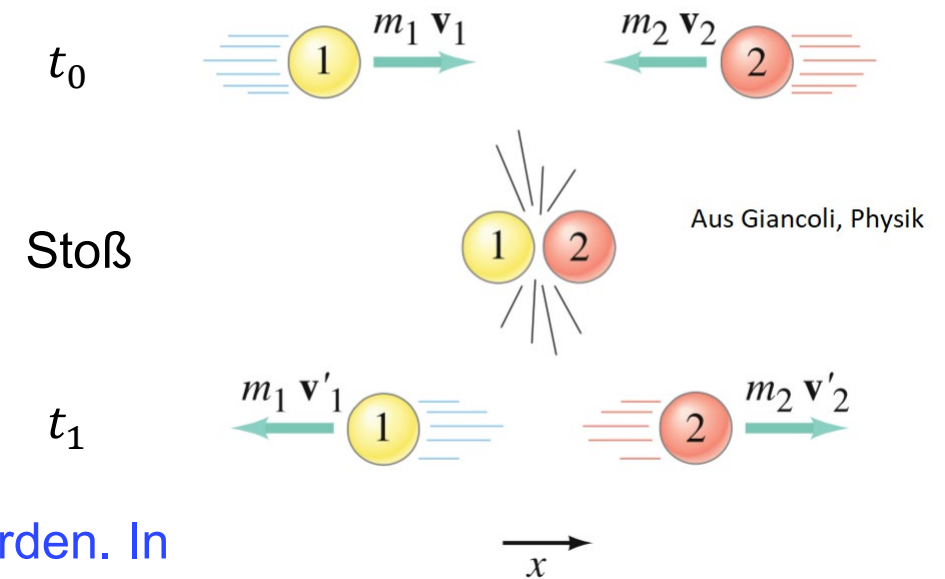
$$\vec{p} = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \text{const}$$

**Impuls vorher = Impuls nachher**

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2$$

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2$$

- Der Gesamtimpuls kann durch innere Kräfte nicht geändert werden. In einem abgeschlossenen System bleibt der Gesamtimpuls nach Größe und Richtung konstant.
- Energie- und Impulserhaltung haben gleichen Stellenwert

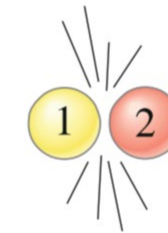


# Stoßgesetze

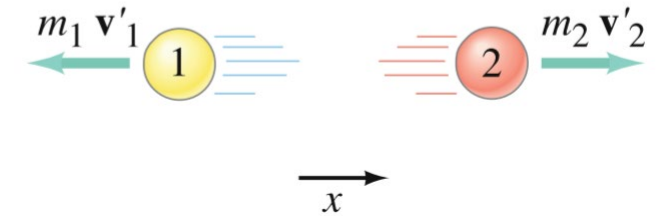
## Elastischer Stoß



- **elastischer Stoß:** Impuls und Bewegungsenergie bleiben erhalten



Aus Giancoli, Physik



- **Impulserhaltung:**  $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2$
- **Energieerhaltungssatz:**  $\frac{1}{2} m_1 \vec{v}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \vec{v}_2^2 = \frac{1}{2} m_1 \vec{v}'_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \vec{v}'_2^2$
- Geschwindigkeiten nach dem Stoß:  $\vec{v}'_1$ -?  $\vec{v}'_2$ -? Folie 15 und 16

# Elastische Stöße

## Mit Pendeln

- gleiche Massen  $m_1 = m_2$



$$\mathbf{v}_1$$

$$\mathbf{v}_2 = 0$$



$$\mathbf{v}'_1 = 0$$

$$\mathbf{v}'_2 = \mathbf{v}_1$$

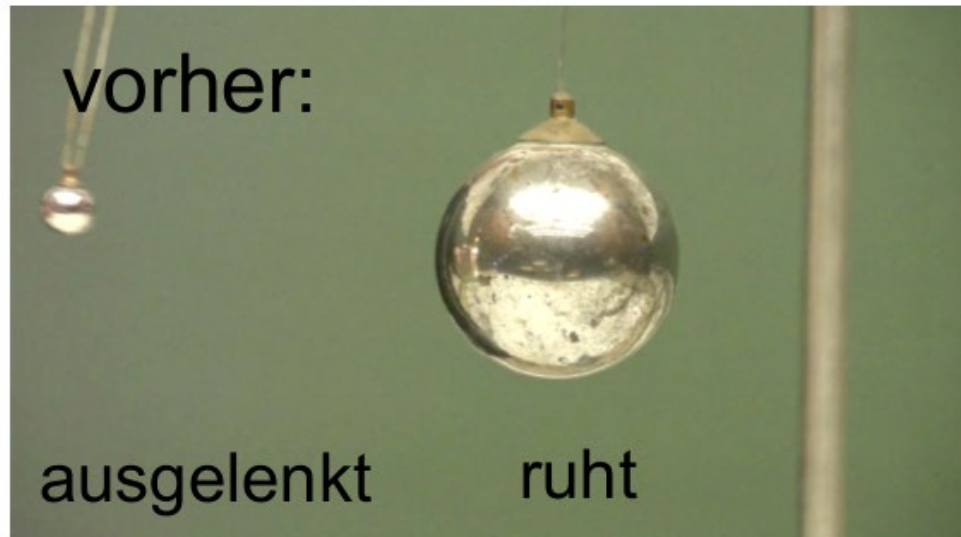


# Elastische Stöße

## mit Pendeln

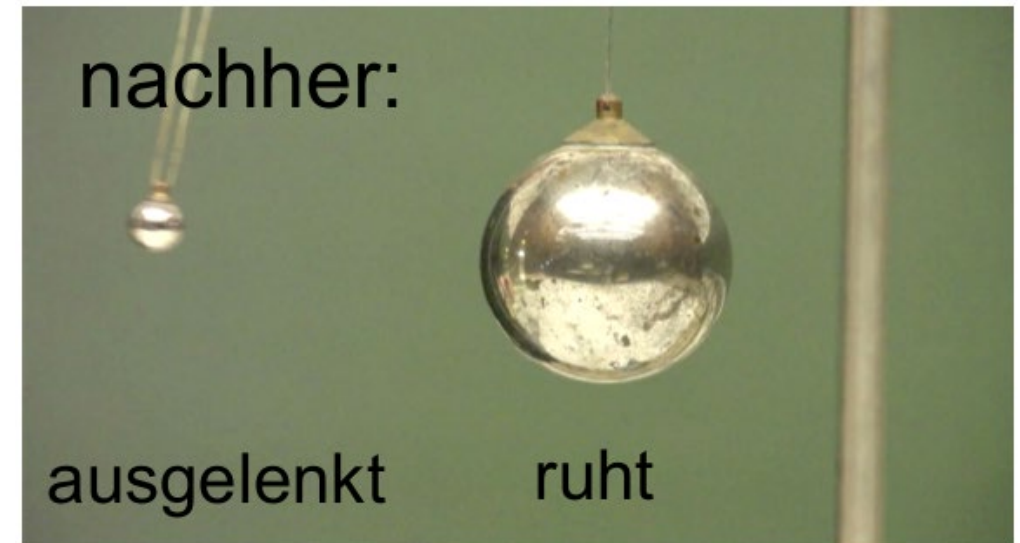


- Unterschiedliche Massen  $m_1 \ll m_2$



$$\mathbf{v}_1$$

$$\mathbf{v}_2 = 0$$



$$\mathbf{v}'_1 = -\mathbf{v}_1$$

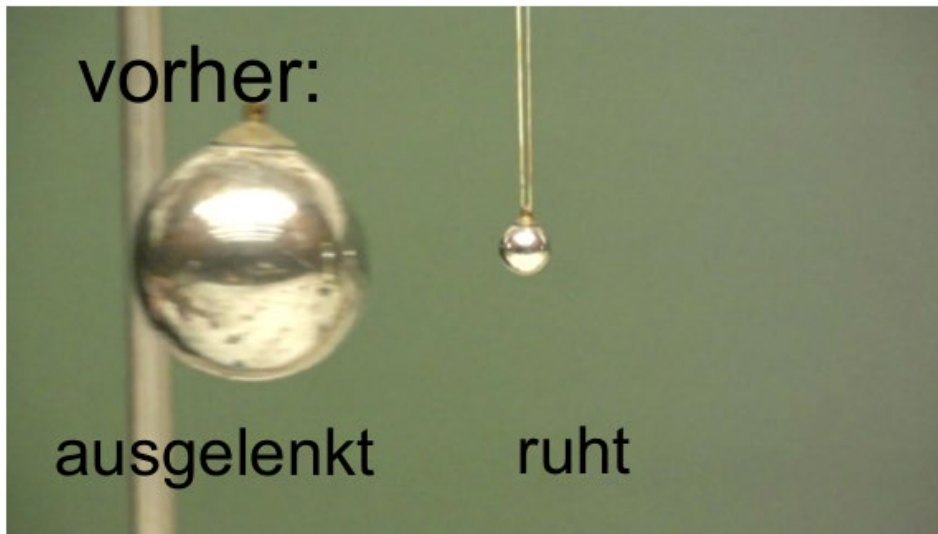
$$\mathbf{v}'_2 \approx 0$$

# Elastische Stöße

## mit Pendeln



- Unterschiedliche Massen  $m_1 \gg m_2$



$$\mathbf{v}_1$$

$$\mathbf{v}_2 = 0$$



$$\mathbf{v}'_1 = \mathbf{v}_1$$

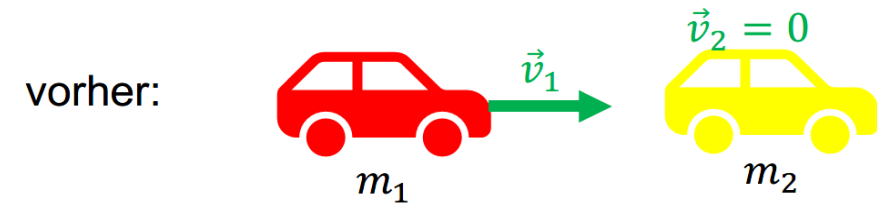
$$\mathbf{v}'_2 \approx 2\mathbf{v}_1$$

# Stoßgesetze

## Vollkommen unelastischer Stoß



- **(vollkommen) unelastischer Stoß:** Stoßpartner bleiben zusammen und bewegen sich gemeinsam nach dem Stoß weiter
- Impulserhaltungssatz:
- Was passiert mit der kinetischen Energie?



**Der Impuls ist erhalten, die Energie nicht!**

# Stoßgesetze

## Unelastischer Stoß



- **unelastischer (inelastischer) Stoß:** Ist eine Mischform der beiden anderen Formen. Wie beim vollkommen unelastischen Stoß, kommt es auch hier zu einer dauerhaften Verformung der Körper, allerdings vereinigen sich die stoßenden Körper nicht zu einem einzigen Körper und bleiben getrennt.

### Allgemein:

- Ein Stoß heißt **elastisch**, wenn die Verformungsenergie beim Stoß wieder vollständig in Bewegungsenergie verwandelt wird.
- Ein Stoß, bei dem ein Teil der Energie in andere als Bewegungsenergie umgewandelt wird, heißt **unelastisch**.

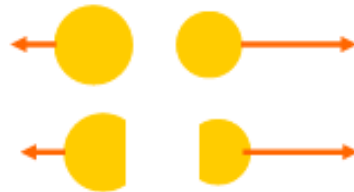
# Stoßgesetze

## Stoßarten

Erweiterung des Energiesatzes  $\frac{1}{2} m_1 \vec{v}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \vec{v}_2^2 = \frac{1}{2} m_1 \vec{v}_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 \vec{v}_2'^2 + \Delta W$

### Allgemein:

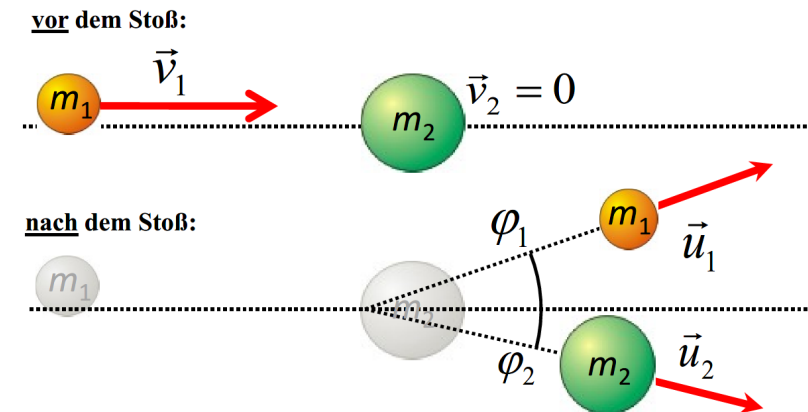
- elastischer Stoß:  $\Delta W = 0$
- unelastischer Stoß:  $\Delta W \neq 0$



# Stoßgesetze

## Stoßarten

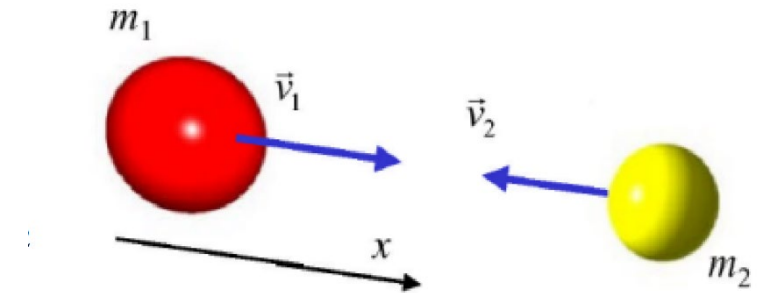
- **zentraler Stoß:** Bewegungen entlang einer Wirklinie, keine Winkel, keine Drehbewegung nach dem Stoß
- **nicht-zentraler / schiefer Stoß:** Stoßpartner treffen sich „seitlich“, bewegen sich in verschiedene Richtungen, Drehbewegung ist möglich



# Stoßgesetze

## Beispiel 1: Zentraler elastischer Stoß

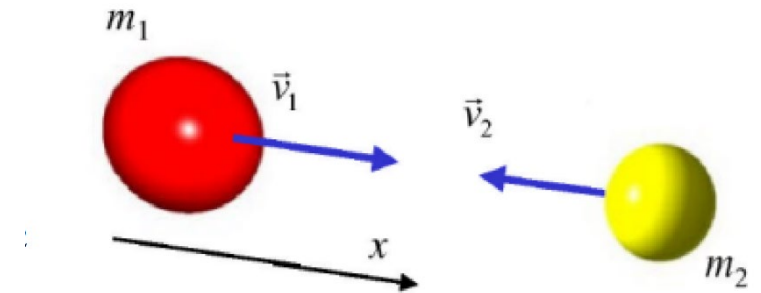
- Impulserhaltungssatz:  $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2$



- Energieerhaltungssatz:  $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$

# Stoßgesetze

## Beispiel 1: Zentraler elastischer Stoß

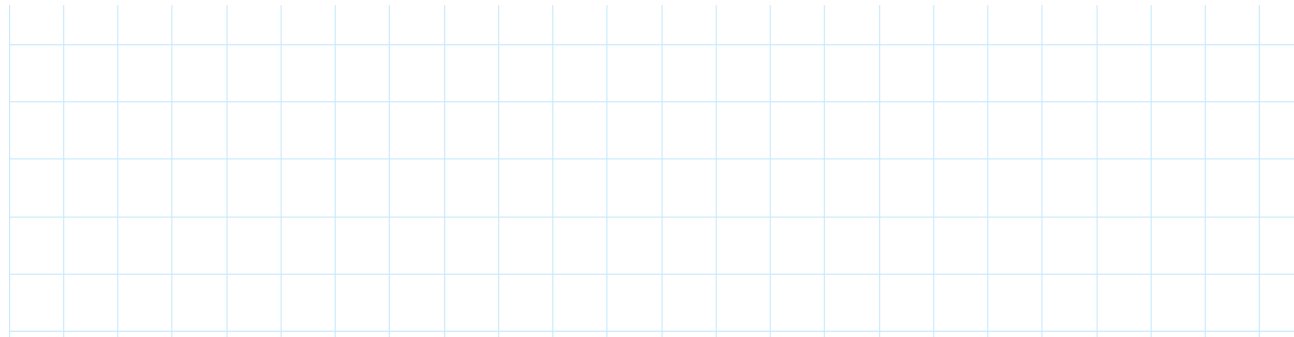




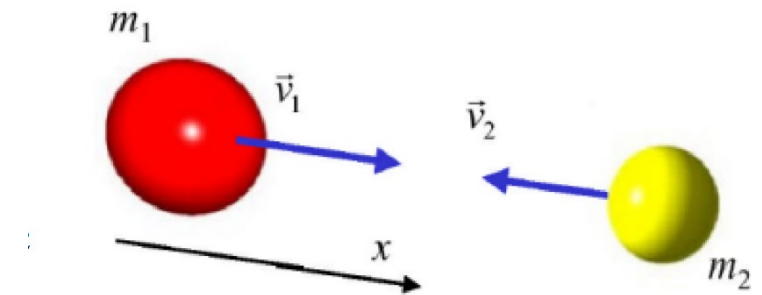
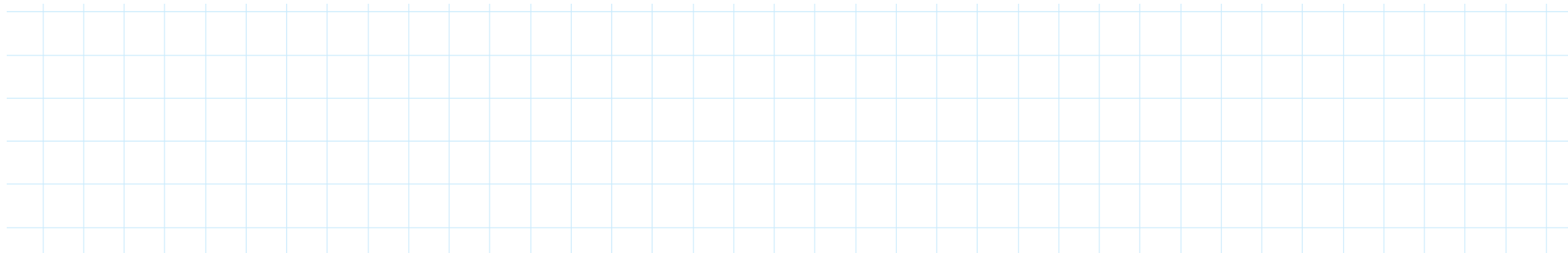
# Stoßgesetze

## Beispiel 1: Zentraler elastischer Stoß

- 1a: zentraler elastischer Stoß ( $m = m_2 = m_1$ )



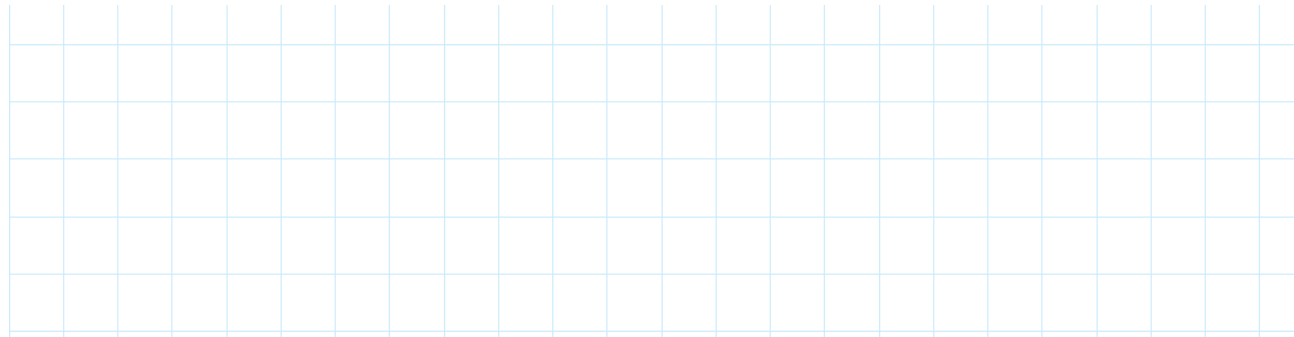
- 1b:  $m_2$  vor Stoß in Ruhe ( $m = m_2 = m_1$ )



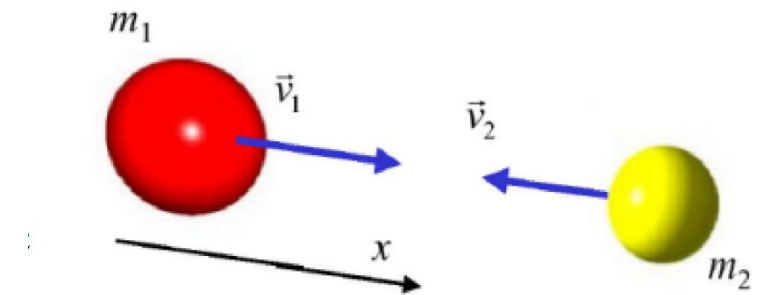
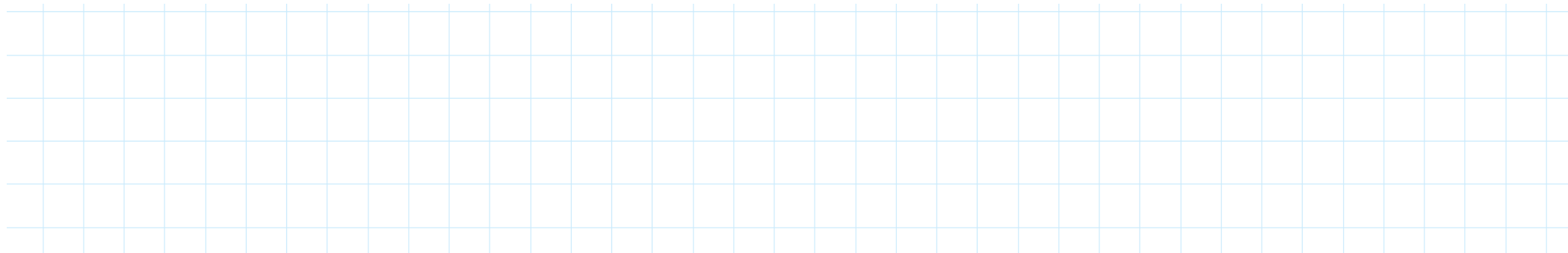
# Stoßgesetze

## Beispiel 1: Zentraler elastischer Stoß

- 1c: zentraler elastischer Stoß ( $m_1 = m$ ;  $m_2 = 2 \cdot m_1$ )



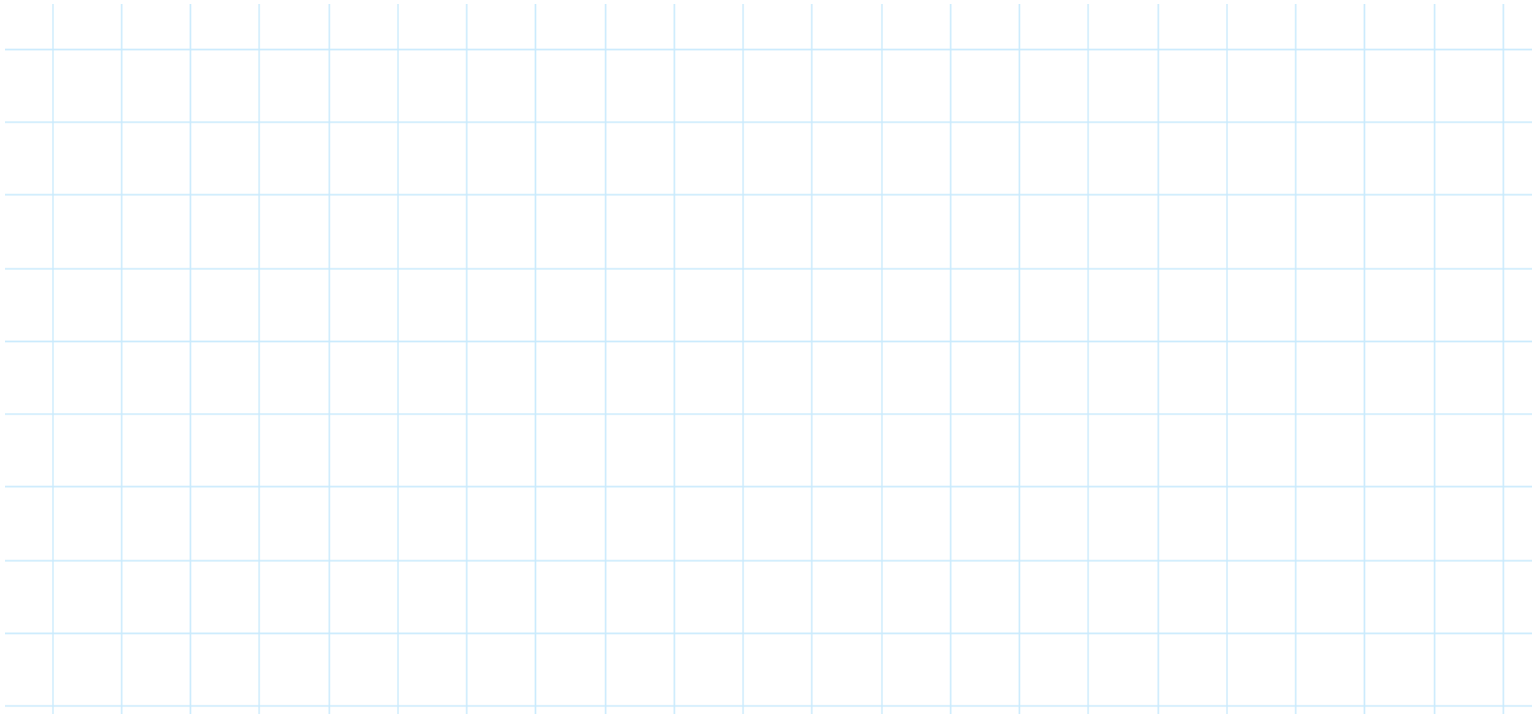
- 1d:  $m_2$  vor Stoß in Ruhe ( $m_1 = m$ ;  $m_2 = 2 \cdot m_1$ )



# Stoßgesetze

## Beispiel 1: Zentraler elastischer Stoß

- 1e:  $m_2$  vor Stoß in Ruhe ( $m_1 = m$ ;  $m_2 = \infty$ )



# Stoßgesetze

## Beispiel 2: (vollkommen) unelastischer Stoß

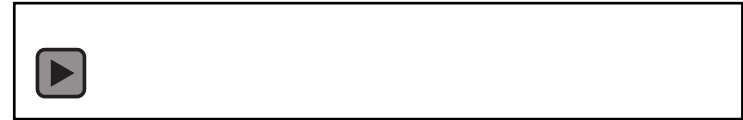
- Stoßpartner bleiben zusammen und bewegen sich gemeinsam weiter  
→ Geschwindigkeit der kombinierten Masse ( $m_1 + m_2$ ) nach dem Stoß ist nur durch den Impulssatz bestimmt:

$$\vec{v}'_1 = \vec{v}'_2 = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

- Bei Umwandlung kinetischer Energie in Wärme- oder Verformungsenergie → Verwendung des erweiterten Energiesatzes:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 + \Delta W$$

- Beispiel 2a:  $m_2$  vor Stoß in Ruhe ( $m = m_2 = m_1$ )



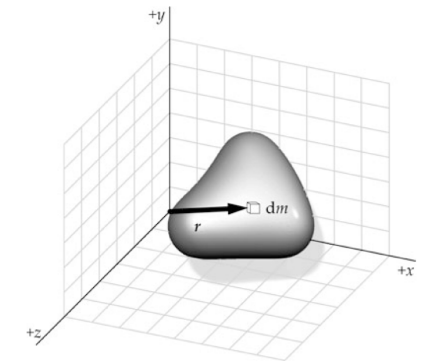
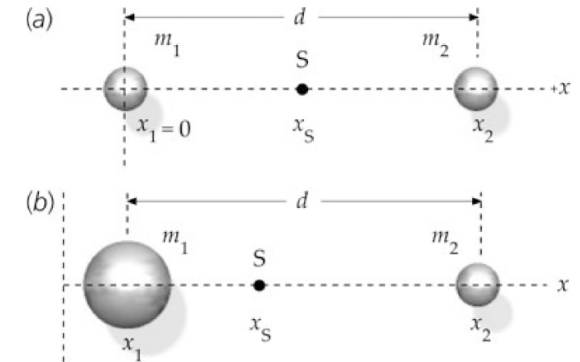
- Der Ortsvektor  $\vec{r}_S$  des **Massenmittelpunkts** (bei der diskreten Massenverteilung) ist definiert durch:

$$\vec{r}_S = \frac{1}{m_1 + m_2 + \dots} \cdot (m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots) = \frac{1}{\sum m_i} \cdot \sum_i m_i \vec{r}_i$$

$$\vec{r}_S = \begin{pmatrix} x_S \\ y_S \\ z_S \end{pmatrix}$$

- Der Ortsvektor  $\vec{r}_S$  des **Massenmittelpunkts** (bei kontinuierlicher Massenverteilung) ist definiert durch:

$$\vec{r}_S = \frac{1}{m} \int r \, dm$$



# Schwerpunkt

## Vorgehensweise

---

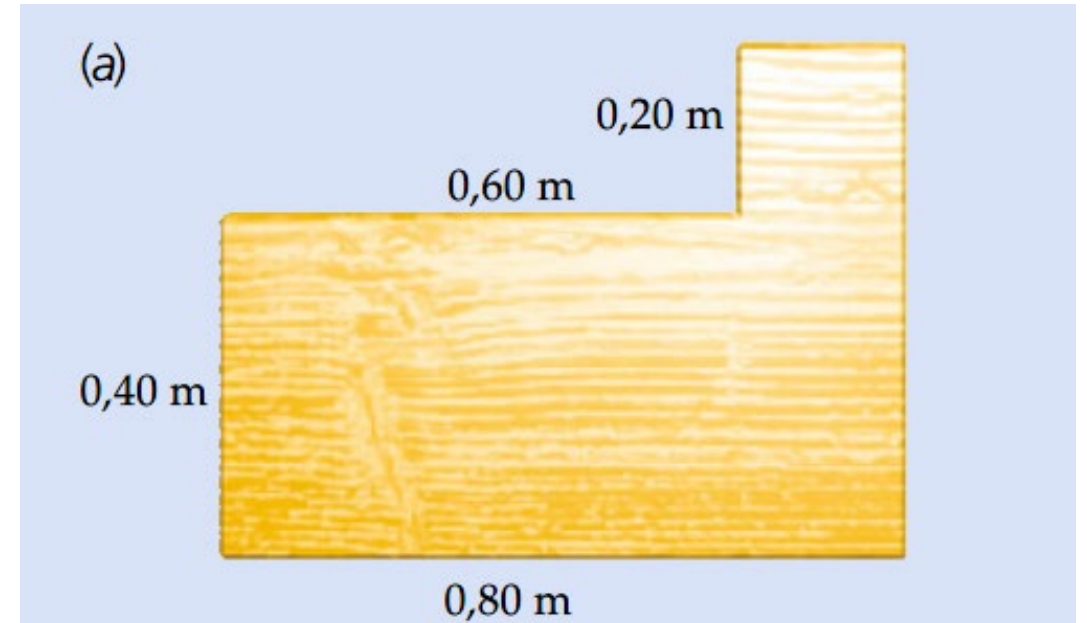
Zur Bestimmung des Massenmittelpunkts ist es nützlich, eine Skizze des Körpers oder Systems von Körpern anzufertigen.

1. Prüfen Sie, ob die Massenverteilung Symmetrieachsen aufweist. Wenn das der Fall ist, liegt der Massenmittelpunkt auf ihnen. Verwenden Sie vorhandene Symmetrieachsen nach Möglichkeit als Koordinatenachsen.
2. Prüfen Sie, ob die Massenverteilung aus Teilsystemen mit hoher Symmetrie zusammengesetzt ist. Wenn das der Fall ist, können Sie zunächst die Massenmittelpunkte der einzelnen Teilsysteme berechnen. Anschließend erhalten Sie den Massenmittelpunkt des Gesamtsystems, indem Sie jedes Teilsystem als ein Punktteilchen an seinem jeweiligen Massenmittelpunkt betrachten.
3. Wenn das System eines oder mehrere Punktteilchen enthält, kann man den Koordinatenursprung an den Ort eines Massenpunkts legen. (Wenn das  $i$ -te Teilchen im Koordinatenursprung liegt, ist  $r_i = 0$ .)

# Schwerpunkt

## Beispiel

Bestimmen Sie den Massenmittelpunkt der gleichförmigen Sperrholzplatte. Gehen Sie davon aus, dass die Masse homogen verteilt ist.



# Schwerpunkt und Impuls



- Schwerpunkt:

$$\vec{r}_s = \frac{1}{m_1 + m_2 + \dots} \cdot (m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots) = \frac{1}{\sum m_i} \sum_i m_i \vec{r}_i$$

- Geschwindigkeit des Schwerpunktes

$$\vec{v}_s = \frac{d}{dt} \vec{r}_s = \frac{1}{\sum m_i} \frac{d}{dt} \sum_i m_i \vec{r}_i = \frac{1}{\sum m_i} \sum_i m_i \vec{v}_i = \frac{1}{\sum m_i} \sum_i \vec{p}_i \rightarrow \text{const}$$

① Vor dem Stoß:

$$\vec{v}_{1s} = \vec{v}_1 - \vec{v}_s = 300 \text{ m/s} - 23 \text{ m/s} = 276 \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_{2s} = \vec{v}_2 - \vec{v}_s = 0 \text{ m/s} - 23 \text{ m/s} = -23 \text{ m/s}$$

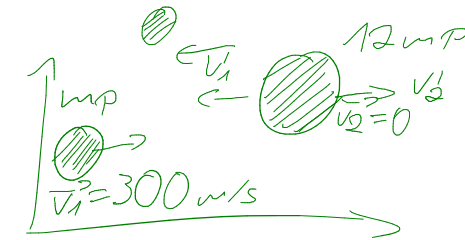
② Nach dem Stoß:

$$\vec{v}_1' = \vec{v}_{1s} + \vec{v}_s \quad \vec{v}_2' = \vec{v}_{2s} + \vec{v}_s$$

$$\textcircled{3} \quad \begin{aligned} \vec{v}_1' &= -276 \text{ m/s} + 23 \text{ m/s} = -253 \text{ m/s} \\ \vec{v}_2' &= 23 \text{ m/s} + 23 \text{ m/s} = 46 \text{ m/s} \end{aligned}$$

$$v_1' = -253,8 \text{ m/s}$$

$$v_2' = 46,1 \text{ m/s}$$



$$\vec{v}_s = \frac{1}{\sum m_i} \cdot \sum m_i \vec{v}_i = \frac{1}{m_1 + m_2} \cdot (m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2)$$

$$\vec{v}_s = \frac{1}{1 \text{ kg} + 12 \text{ kg}} (1 \text{ kg} \cdot 300 \text{ m/s} + 0) = \frac{1 \text{ kg}}{13 \text{ kg}} \cdot 300 \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_s = 23,077 \text{ m/s}$$





# Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

Prof. Dr.-Ing. Tatsiana Malechka  
Labor Autonome Systeme

