4.5| Grenzwerte für $x \to x_0$

a) $\lim\limits_{x \to 7} 5x^2 \Rightarrow 5 \cdot 7^2 = 5 \cdot 49 = 245$ //

b) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^2-1}{x^2+1} \Rightarrow \frac{1-1}{1+1} = 0$ /

c) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{(x+3)^2-9}{x} = \lim\limits_{x \to 0} \frac{x^2+6x+9-9}{x} = \lim\limits_{x \to 0} x+6 \Rightarrow 6$ /

d) $\lim\limits_{x \to 4} \frac{4-x}{2-\sqrt{x}} = \lim\limits_{x \to 4} \frac{(4-x)(2+\sqrt{x})}{(2-\sqrt{x})(2+\sqrt{x})} = \lim\limits_{x \to 4} \frac{(4-x)(2+\sqrt{x})}{4-x} = \lim\limits_{x \to 4} 2+\sqrt{x} \Rightarrow 4$ /

e) $\lim\limits_{x \to a} \frac{x^3-a^3}{x-a} = \lim\limits_{x \to a} \frac{(x-a)(x^2+ax+a^2)}{x-a} = \lim\limits_{x \to a} x^2+ax+a^2 \Rightarrow 3a^2$ / $(x-a)(x^2+ax+a^2) = x^3 + \cancel{ax^2} + \cancel{a^2x} - \cancel{ax^2} - \cancel{a^2x} - a^3$

f) $\lim\limits_{x \to 2} \left(\frac{1}{2-x} - \frac{11}{8-x^3}\right) = \lim\limits_{x \to 2} \left(\frac{2+2x+x^2-11}{8-x^3}\right) = \lim\limits_{x \to 2} \frac{-3+2x+x^2}{8-x^3} \Rightarrow \lim\limits_{x \uparrow 2} \frac{-3+2x+x^2}{8-x^3} = \infty$ / $\lim\limits_{x \downarrow 2} \frac{-3+2x+x^2}{8-x^3} = -\infty$ /

g) $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^2-5x+6}{x^2-7x+10} = \lim\limits_{x \to 2} \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-5)} = \lim\limits_{x \to 2} \frac{x-3}{x-5} \Rightarrow \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$ /

h) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{3x^4-4x^3+1}{(x-1)^2} = \lim\limits_{x \to 1} \frac{(x-1)(3x^3-x^2-x-1)}{(x-1)^2} = \lim\limits_{x \to 1} \frac{(x-1)(3x^2+2x+1)}{x-1} = \lim\limits_{x \to 1} 3x^2+2x+1 \Rightarrow 6$ /

$3x^4-4x^3+1 : x-1 = 3x^3-x^2-x-1$
$-(3x^4-3x^3)$
$-x^3+1$
$-(-x^3+x^2)$
$-x^2+1$
$-(-x^2+x)$
$-x+1$
$-(-x+1)$
0

$3x^3-x^2-x-1 : x-1 = 3x^2+2x+1$
$-(3x^3-3x^2)$
$2x^2-x-1$
$-(2x^2-2x)$
$x-1$
$-(x-1)$
0

j) $\lim\limits_{x \to 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3}\right) = \lim\limits_{x \to 1} \left(\frac{1-x^3-3(1-x)}{(1-x)(1-x^3)}\right) = \lim\limits_{x \to 1} \frac{1-3-x^3+3x}{1-x^3-x+x^4} = \lim\limits_{x \to 1} \frac{(x-1)(-x^2-x+2)}{(x-1)(x^3-1)} = \lim\limits_{x \to 1} \frac{(x-1)}{(x-1)}$

$-x^3+3x-2 : x-1 = -x^2-x+2$
$-(-x^3+x^2)$
$-x^2+3x-2$
$-(-x^2+x)$
$2x-2$
$-(2x-2)$

$x^4-x^3-x+1 : x-1 = x^3-1$
$-(x^4-x^3)$
$-x+1$
$-(-x+1)$
0

$-x^2-x+2 : x-1 = -x$
$-(-x^2+x)$

Polynomdivision ist Scheiße