Aufgabe 1 - *

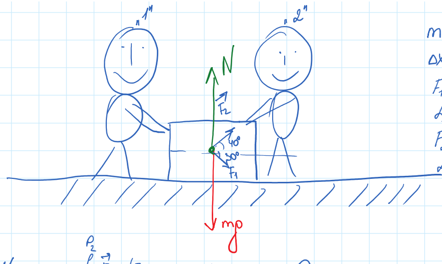
Zwei Industriespione verschieben einen Safe mit einer Masse von 225 kg über 8,50 m auf gerader Linie zu ihrem Lastwagen. Der Schub $\vec{F_1}$ von Spion 1 beträgt 12,0 N und besitzt einen Winkel von 30° unterhalb der Horizontalen. Der Zug $\vec{F_2}$ den Spion 2 ausübt beträgt 10,0 N in einem Winkel von 40° oberhalb der Horizontalen. Die Beträge und Richtungen der beiden Kräfte verändern sich während der Bewegung des Safes nicht und der Safe gleitet reibungsfrei über den Fußboden.

a) Wie groß ist die Gesamtarbeit welche die Kräfte $\vec{F_1}$ und $\vec{F_2}$ während der Verschiebung verrichten?

b) Wie groß ist die Arbeit welche die Gravitationskraft (Schwerkraft) während der Verschiebung am Safe verrichtet?

c) Der Safe befindet sich ursprünglich in Ruhe. Wie groß ist die Geschwindigkeit am Ende der 8,50 m Verschiebung?

Aufgabe 1:



$m = 225\,kg$
$\Delta x = 8{,}50\,m$
$F_1 = 12\,N$
$\alpha_1 = 30°$
$F_2 = 10\,N$
$\alpha_2 = 40°$

a) $W_1 = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = F_1 \cdot \Delta x \cdot \cos\theta = 12\,N \cdot 8{,}5\,m \cdot \cos 30° = 88{,}4\ N \cdot m = 88{,}4\,J$

$W_2 = F_2 \cdot \Delta x \cdot \cos\theta = 10\,N \cdot 8{,}5\,m \cdot \cos 40° = 65{,}1\,J$

$W = W_1 + W_2 = 88{,}4\,J + 65{,}1\,J = 153{,}5\,J$

b) F_g -
$W_{F_g} = 0$

c) v - ?

$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$
$E_{kin} = W$

$v = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 153{,}5\,J}{225\,kg}} = 1{,}16\ \frac{m}{s}$

Aufgabe 2 - **

Ein Eisklotz mit einer Masse von 45 kg rutscht eine reibungsfreie geneigte Ebene hinunter, die 1,5 m lang und 0,91 m hoch ist. Ein Arbeiter stemmt sich nach oben gegen den Eisklotz mit einer Kraft, die parallel zur geneigten Ebene verläuft, sodass er mit dem Klotz mit konstanten Geschwindigkeit nach unten gleitet.

a) Bestimmen Sie den Betrag der Kraft des Arbeiters

b) Wie groß ist die Arbeit, die durch die Kraft des Arbeiters an dem Klotz verrichtet wird?

c) Wie groß ist die Arbeit, die auf den Klotz wirkende Gravitationskraft?

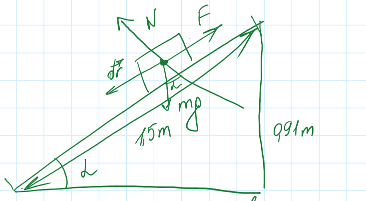
d) Wie groß ist die Arbeit, die von der Oberfläche der geneigten Ebene auf den Klotz ausgeübte Normalkraft?

e) Wie groß ist die Arbeit, die auf den Klotz wirkende Gesamtkraft an dem Klotz verrichtet wird?

Lösung 2- **

$F = 270$ N
$W_1 = -400$ J
$W_2 = 400$ J
$W_3 = 0$ J
$W_{ges} = 0$ J

$m = 45\,kg$
$h = 0{,}91\,m$
$s = 1{,}5\,m$



a) F - ? $\quad \sin\alpha = \frac{h}{s} \Rightarrow \quad \sin\alpha = \frac{0{,}91\,m}{1{,}5\,m}$

$\alpha = 37{,}3°$

$F = mg \cdot \sin\alpha = 45\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot \sin 37{,}3° = 267{,}5\,N \sim 270\,N$

b) $W_F = F \cdot s \cdot \cos(180°) = 267{,}5\,N \cdot 1{,}5\,m \cdot (-1) = -401{,}3\,J = -400\,J$

c) $W_{F_g} = F_g \cdot s \cdot \sin(37{,}3°) = mg \cdot \sin 37{,}3° \cdot 1{,}5\,m = 45\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot 1{,}5\,m \cdot \sin 37{,}3 = 401{,}3\,J = 400\,J$

d) $W_{F_N} = F_N \cdot s \cdot \cos 90° = 0\,J$

e) $W_{ges} = W_F + W_{F_g} + W_{F_N} = -400\,J + 400\,J + 0\,J = 0\,J$

Aufgabe 3 - **

Ein Paar läuft um die Wette. Zunächst haben beide die gleiche kinetische Energie, wobei die Frau schneller läuft. Wenn der Mann seine Geschwindigkeit nun um 25% erhöhen würde, dann wären beide gleich schnell. Der Mann hat eine Masse von 85 kg. Wie groß ist die Masse seiner Partnerin?

Lösung 3- **

$m = 54$ kg

Mann Frau

$E_{kin,1} = E_{kin,2}$

$v_1 < v_2$

$1{,}25 v_1 = v_2$

$m_1 = 85\,kg$

$m_2 - ?$

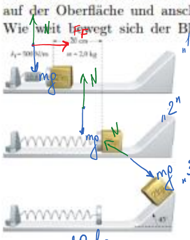
$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

$$m_2 = \frac{m_1 v_1^2}{v_2^2} = m_1 \cdot \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2$$

$$m_2 = m_1 \left(\frac{\cancel{v_1}}{1{,}25 \cancel{v_1}}\right)^2 = m_1 \cdot \left(\frac{1}{1{,}25}\right)^2 = 85 \cdot kg \cdot \frac{1}{1{,}25^2} = 54{,}4\ kg = 54\ kg$$

Aufgabe 4 - *

Ein Block mit einer Masse von 2,0 kg liegt auf einer reibungsfreien, horizontalen Oberfläche. Anfangs wird er gegen eine Feder mit einer Federkonstanten von 500 N/m gedrückt, sodass die Feder 20 cm zusammengedrückt ist. Nun wird der Block losgelassen. Während sich die Feder entspannt, beschleunigt die Federkraft den Block. Daraufhin gleitet der Block auf der Oberfläche und anschließend eine reibungsfreie, um 45° geneigte Rampe hinauf. Wie weit bewegt sich der Block auf der Rampe, bis er (momentan) zur Ruhe kommt?



$m = 2{,}0\,kg$

$k = 500\,N/m$

$\Delta x_F = 20\,cm$

$\alpha = 45°$

$h - ?$

①: $E_{pot,1} + E_{kin,1} = \frac{1}{2}kx^2$

$\frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$ ($v = 0$)

②: $E_{pot,2} + E_{kin,2} = \frac{1}{2}m v_2^2$

($E_{pot,2} = 0$, $E_{kin,2} = \frac{1}{2}m v_2^2$)

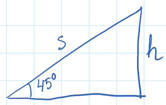
③: $E_{pot,3} + E_{kin,3} = mgh$

($E_{pot,3} = mgh$, $E_{kin,3} = 0$)

① = ③

$$\frac{1}{2}kx^2 = mgh$$

$$h = \frac{kx^2}{2mg}$$



$$\sin 45° = \frac{h}{s} \qquad s = \frac{h}{\sin\alpha}$$

$$s = \frac{kx^2}{2mg \sin\alpha} = \frac{500\ N/m \cdot (0{,}2)^2\ m^2}{\cancel{2} \cdot 2kg \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}} = 0{,}72\,m$$

$$[s] = \frac{N/m \cdot m^2}{kg \cdot \frac{m}{s^2}} = \frac{\frac{N}{\cancel{m}} \cdot m^{\cancel{2}}}{kg \cdot \frac{m}{s^2}} = \frac{N \cdot \cancel{m} \cdot s^2}{kg \cdot \cancel{m}} = \frac{N \cdot s^2}{kg} = \frac{\frac{kg \cdot m}{\cancel{s^2}} \cdot \cancel{s^2}}{kg} = m$$

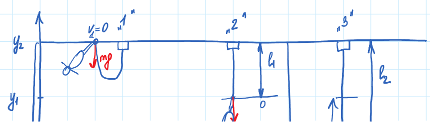
Aufgabe 5 - *

Ein Bungee-Springer stürzt sich von einer 134 m hohen Plattform auf einer Brücke in die Tiefe. Da das an seinem Knöchel befestigte Bungee-Seil im entspannten Zustand 40 m lang ist, beginnt es sich nach den ersten 40 m im freien Fall zu dehnen. Der Springer fällt weitere 80 m, bevor er schließlich zur Ruhe kommt. Er hat eine Masse von 100 kg. Das Seil hat eine vernachlässigbare Masse und genügt dem Hooke'schen Gesetz. Der Luftwiderstand ist ebenfalls vernachlässigbar. Wie hoch ist die Beschleunigung des Springers in dem Moment, in dem er am tiefsten Punkt kurzzeitig zur Ruhe kommt?

Aufgabe 5:

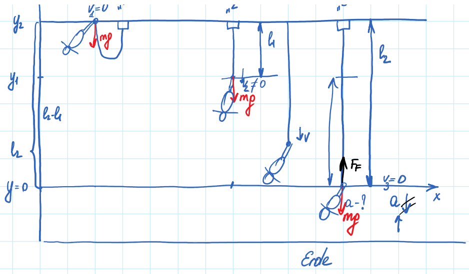
$l_1 = 40\,m$

$l_2 = 120\,m$



Aufgabe 5:

$l_1 = 40m$
$l_2 = 120m$
$m = 100kg$



$E_{mech,1} = E_{mech_2} = E_{mech_3}$

① $E_{mech_1} = mgl_2$
② $E_{mech_2} = mg \cdot (l_2 - l_1) + \frac{1}{2} m v_2^2$
③ $E_{mech_3} = mg \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot k \cdot (l_2 - l_1)^2 = \frac{1}{2} k \cdot (l_2 - l_1)^2$

$E_{mech_1} = E_{mech_3}$

$mgl_2 = \frac{1}{2} k (l_2 - l_1)^2$

$k = \frac{2mgl_2}{(l_2 - l_1)^2} = \frac{2 \cdot 100\,kg \cdot 120m \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2}}{(120-40)^2\, m^2} = 36{,}79 \frac{N}{m}$

$\frac{kg \cdot m \cdot \frac{m}{s^2}}{m^2} = \frac{kg}{s^2} = \frac{kg \cdot m}{s^2 \cdot m} = \frac{N}{m}$

① = ②
$mgl_2 = mg(l_2 - l_1) + \frac{1}{2} m v_2^2$
$mgl_2 = mgl_2 - mgl_1 + \frac{1}{2} m v_2^2$
$mgl_1 = \frac{1}{2} m v_2^2$
$\sqrt{2gl_1} = v_2$ $\qquad v_2 = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 40} = 28\ m/s$

braucht man nicht

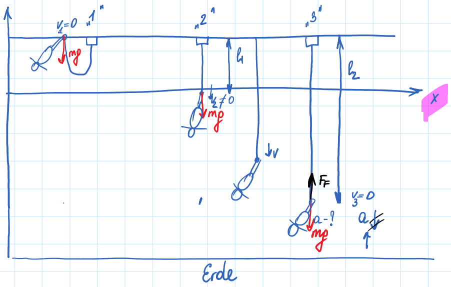
$\sum F = ma$

$-mg + kx = ma$

$a = \frac{kx - mg}{m} = \frac{kx}{m} - g = \frac{36{,}79 \frac{N}{m} \cdot 80m}{100} - 9{,}81$
$= 19{,}62 \frac{m}{s^2}$
$= 2g$

Nachtrag: die Beschleunigung zeigt nach oben, da nach dem der Springer zur Ruhe kommt, ändert sich die Geschwindigkeit (zeigt nach oben) und somit auch Beschleunigung

Sie können anderen Bezugspunkt wählen (nicht in der Lehrveranstaltung besprochen) => Erg. bleibt gleich



① $E_{mech_1} = mgl_1$
② $E_{mech_2} = mg \cdot 0 + \frac{1}{2} m v_2^2$
③ $E_{mech_3} = -mg \cdot (l_2 - l_1) + \frac{1}{2} k (l_2 - l_1)^2$

① = ③
$mgl_1 = -mg(l_2 - l_1) + \frac{1}{2} k (l_2 - l_1)^2$
$mgl_1 + mgl_2 - mgl_1 = \frac{1}{2} k (l_2 - l_1)^2$
$k = \frac{2mgl_2}{(l_2 - l_1)^2} = 36{,}8 \frac{N}{m}$

$-mg + kx = ma \qquad a = \frac{kx}{m} - g = 19{,}62 \frac{m}{s^2}$

Aufgabe 6 - **

Ein Ball mit einer Masse von 0,17 kg wird vom Dach eines 12 m hohen Gebäudes geworfen. Sein Abwurf erfolgt mit 30 m/s im Winkel 40° über der Horizontalen. Vom Luftwiderstand soll abgesehen werden.

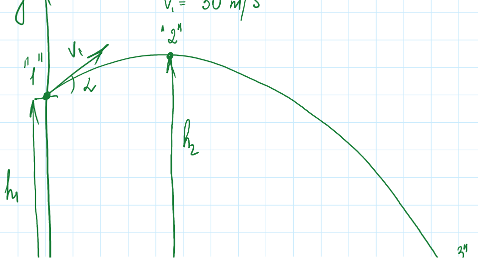
a) Welche Höhe erreicht der Ball?

b) Mit welchem Geschwindigkeitsbetrag trifft er auf dem Boden auf?

Lösung 6- **

$h = 31\ m$
$v = 34\ m/s$

$h_1 = 12m$ $\qquad \angle = 40°$
$v_1 = 30\ m/s$



a) $h_2 - ?$

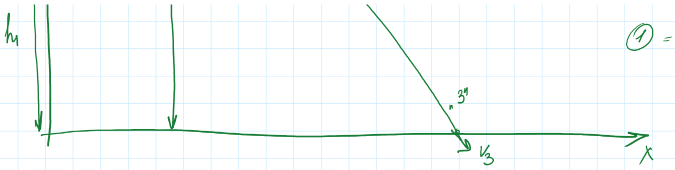
Energieerhaltung anwenden (nur y-Komponente)

① $E_{kin,1} + E_{pot,1} = \frac{1}{2} m v_{1y}^2 + mgh_1$

② $E_{kin,2} + E_{pot,2} = \frac{1}{2} m v_{1y}^2 + mgh_2 = mgh_2$

① = ②

$\frac{1}{2} m (v_1 \cdot \sin \angle)^2 + mgh_1 = mgh_2$



① = ②

$$\frac{1}{2}\cancel{m}(v_1\cdot\sin\alpha)^2 + \cancel{m}g h_1 = \cancel{m}g h_2$$

$$h_2 = \frac{1}{2g}\cdot(v_1^2\cdot\sin^2\alpha) + h_1$$

$$h_2 = \frac{1}{2\cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}}\cdot\left(\left(30\,\frac{m}{s}\right)^2\cdot\sin^2 40^\circ\right) + 12m =$$

$$h_2 = 30{,}95m = 31m$$

b) v_3 - ? Für y- Komponente

③ $E_{kin_3} + \underbrace{E_{pot,3}}_{0} = \frac{1}{2}m v_{3y}^2$

② = ③ $\cancel{m}gh_2 = \frac{1}{2}\cancel{m}v_{3y}^2$

$$v_{3y}^2 = 2\cdot g\cdot h_2$$

$$v_{3y} = \sqrt{2gh_2} = 24{,}66\,\frac{m}{s}$$

Für x- Komponente

v_{3x} - ?

Schiefer Wurf: v_x ist konstant! über ganzen Flug

$$v_{3x} = v_1\cdot\cos\alpha = 30\,\frac{m}{s}\cdot\cos 40^\circ = 23\,\frac{m}{s}$$

$$v = \sqrt{v_{3x}^2 + v_{3y}^2} = \sqrt{24{,}6^2 + 23^2} = 33{,}7\,\frac{m}{s} \approx 34\,\frac{m}{s}$$