

Übungsaufgaben

- dienen dem *Wiederholen* des Vorlesungsstoffs und der darin enthaltenen Herleitungen.
- Sie sind darüber hinaus ein Mittel zum *Erlernen* des Vorlesungsstoffs durch seine Anwendung auf die konkrete Ingenieuraufgabe, sprich durch *Üben*.
- Und sie versuchen am praktischen Beispiel, *weitergehende Erkenntnisse* bezüglich des Vorlesungsstoffs zu vermitteln.

Einige der hier zusammengestellten Übungsaufgaben können deshalb umfangreicher als schriftliche Prüfungsaufgaben oder nur mit zusätzlichen Hilfsmitteln, wie einer mathematischen Formelsammlung oder einem numerischen Simulationsprogramm, lösbar sein.

Alle Übungsaufgaben sind ein Angebot an Sie als Studierende, sich mit dem Stoff zu beschäftigen und mit mir darüber ins Gespräch zu kommen. Um die schriftliche Prüfung sicher bestehen zu können, sollten Sie diesen Aufgabenkatalog um Übungsaufgaben aus der Literatur ergänzen. Nur durch eigenständige Bearbeitung möglichst vieler Übungsaufgaben erreichen Sie den für die Klausur erforderlichen „Trainingszustand“.

Reale Bauelemente

Aufgabe W300

Eine reale Spule nimmt an sinusförmiger Wechselspannung ($U = 230 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$) einen Strom von $I = 3 \text{ A}$ auf. Der Phasenverschiebungswinkel zwischen Spannung und Strom beträgt $\varphi = 60^\circ$.

- a) Wie groß sind die Induktivität L und der OHMSche Widerstand R der Spule?

Aufgabe W310

Das Ersatzschaltbild eines realen (verlustbehafteten) Kondensators ist bei einer Frequenz $f = 50 \text{ Hz}$ durch die Parallelschaltung einer Kapazität $C = 10 \mu\text{F}$ mit einem OHMSchen Widerstand $R = 1 \text{ M}\Omega$ gegeben.

- a) Wie groß sind der Verlustfaktor $\tan \delta$ und der Verlustwinkel δ des Kondensators?

Aufgabe W320

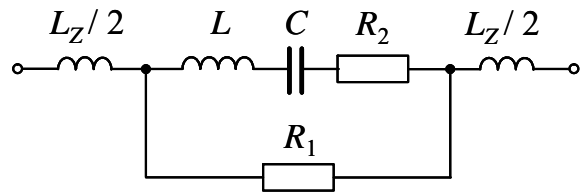
An einer sinusförmigen Wechselspannung der Frequenz $f = 50 \text{ Hz}$ wurden durch Messungen die Größen $C = 10 \mu\text{F}$ und $\tan \delta = 2 \cdot 10^{-2}$ eines verlustbehafteten Kondensators bestimmt.

- a) Wie groß ist der Verlustwiderstand R , falls die Ersatzschaltung für den realen Kondensator eine Parallelschaltung aus R und C ist?

Aufgabe W330

Nebenstehend ist das Ersatzschaltbild eines Wickelkondensators dargestellt. Zeichnen Sie je ein qualitativ richtiges Zeigerbild aller Ströme und Spannungen für

- niedrige Frequenzen und
- hohe Frequenzen.

**Leistung im Wechselstromkreis****Aufgabe W400**

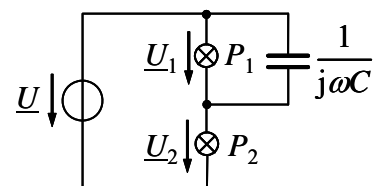
Gegeben ist eine Reihenschaltung aus einem OHMSchen Widerstand $R = 0,75 \Omega$ und einer Kapazität $C = 2,1221 \text{ mF}$. Die Zeitverläufe von Gesamtspannung und Strom lauten

$$u[t] = 2,5 \text{ V} \cdot \cos[2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot t + 30^\circ] \text{ bzw. } i[t] = \hat{i} \cdot \cos[\omega t + \varphi_i].$$

- Berechnen und zeichnen Sie den zeitlichen Verlauf der von der Reihenschaltung aufgenommenen Leistung.
- Wie groß ist der arithmetische Mittelwert dieser Leistung?
- Berechnen und zeichnen Sie den zeitlichen Verlauf der vom OHMSchen Widerstand aufgenommenen Leistung. Wie groß ist deren arithmetischer Mittelwert?
- Berechnen und zeichnen Sie den zeitlichen Verlauf der von der Kapazität aufgenommenen Leistung. Wie groß sind Mittel- und Scheitelwert?
- Berechnen und zeichnen Sie den Zeitverlauf des Energieinhaltes der Kapazität. Wie groß sind der arithmetische Mittelwert und die Phasenverschiebung gegenüber der Leistung?
- Zeigen Sie, dass in jedem Zeitpunkt die Summe der vom OHMSchen Widerstand und der Kapazität aufgenommenen Leistungen gleich der insgesamt aufgenommenen Leistung ist.

Aufgabe W403

Die angegebene Schaltung enthält zwei als reine Wirkwiderstände anzusehende Glühlampen, die an den sinusförmigen Wechselspannungen $U_1 = U_2 = 230 \text{ V}$ ($f = 50 \text{ Hz}$) die Leistungen $P_1 = 60 \text{ W}$ und $P_2 = 100 \text{ W}$ aufnehmen. Wie groß müssen die



- Kapazität C und
- Versorgungsspannung U gewählt werden, damit $U_1 = U_2 = 230 \text{ V}$ gilt?

Aufgabe W406

Eine Glühlampe nimmt an einer Spannung $U = 230 \text{ V}$ eine Leistung von $P = 60 \text{ W}$ auf. Die Glühlampe soll in Reihe mit einer Kapazität C an eine sinusförmige Wechselspannungsquelle mit $U' = 400 \text{ V}$ und $f = 50 \text{ Hz}$ angeschlossen werden. Die Glühlampe kann als reiner Wirkwiderstand betrachtet werden.

- Wie groß muss C gewählt werden, damit die Glühlampe an $U_R = 230 \text{ V}$ liegt?
- Welchen Wert muss eine Induktivität L besitzen, um sie an Stelle von C verwenden zu können?
- Welchen Wert muss ein OHMScher Widerstand R_v besitzen, um ihn an Stelle von C verwenden zu können?

Aufgabe W409

Ein Elektromotor nimmt an einer sinusförmigen Wechselspannung $U = 230 \text{ V}$ bei dem Leistungsfaktor $\cos \varphi = 0,72$ die Wirkleistung $P_e = 2 \text{ kW}$ auf. Der Motor soll über ein zweiadriges Kabel an einer sinusförmigen Wechselspannung U' betrieben werden. Jeder der beiden Leiter des Kabels besitzt den Wirkwiderstand $R = 1,2 \Omega$.

- Wie groß muss U' sein, damit die Motorspannung $U = 230 \text{ V}$ beträgt?
- Zeichnen Sie ein maßstäbliches Zeigerbild der Situation mit $\underline{I} = I \cdot e^{j0^\circ}$ als Bezugszeiger.

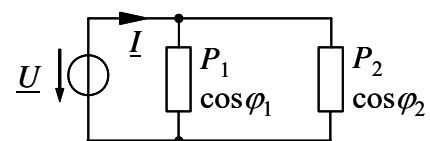
Aufgabe W412

Ein Elektromotor nimmt an einer sinusförmigen Wechselspannung $U = 230 \text{ V}$ bei einem (Grundschwingungs-) Leistungsfaktor $\cos \varphi = 0,86$ den sinusförmigen Wechselstrom $I = 6 \text{ A}$ auf.

- Wie groß sind die Wirkleistung P , die Blindleistung Q und die Scheinleistung S ?

Aufgabe W415

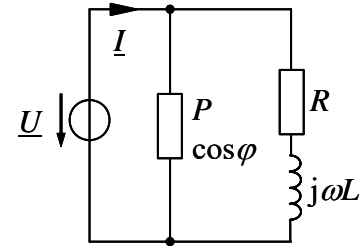
Zwei OHMSch-induktive Verbraucher mit den Daten $P_1 = 2 \text{ kW}$, $\cos \varphi_1 = 0,9$, $P_2 = 1,2 \text{ kW}$ und $\cos \varphi_2 = 0,5$ liegen parallel an einer sinusförmigen Wechselspannung $U = 230 \text{ V}$.



- Wie groß ist der Gesamtstrom I ?
- Wie groß ist der Gesamtleistungsfaktor $\cos \varphi$?

Aufgabe W418

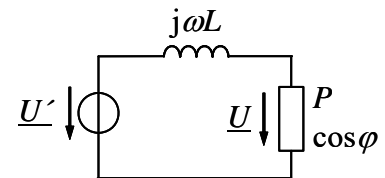
Ein OHMSch-induktiver Verbraucher mit der Wirkleistungsaufnahme $P = 400 \text{ W}$ und dem Leistungsfaktor $\cos \varphi = 0,5$ ist parallel zu einer RL-Reihenschaltung mit $R = 30 \Omega$ und, $L = 35 \text{ mH}$ geschaltet. Die Anordnung liegt an einer sinusförmigen Wechselspannungsquelle mit $U = 230 \text{ V}$ und $f = 50 \text{ Hz}$.



- Welcher Strom I wird von der Spannungsquelle geliefert?
- Wie groß ist der Gesamtleistungsfaktor $\cos \varphi$?

Aufgabe W421

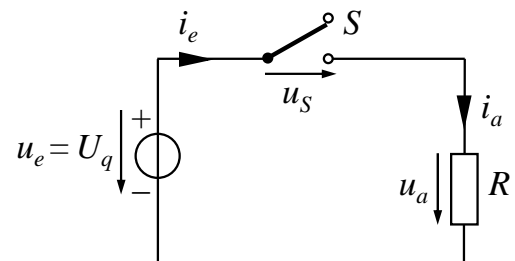
Ein Ohmsch-induktiver Verbraucher für die sinusförmige Wechselspannung $U = 230 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$ mit dem Leistungsfaktor $\cos \varphi = 0,82$ und der Wirkleistungsaufnahme $P = 1,2 \text{ kW}$ soll, wie nebenstehend dargestellt, über die Induktivität L an einer sinusförmigen Wechselspannungsquelle mit $U' = 400 \text{ V}$ und $f = 50 \text{ Hz}$ betrieben werden.



- Wie groß muss L sein, damit $U = 230 \text{ V}$ gilt?

Aufgabe W424

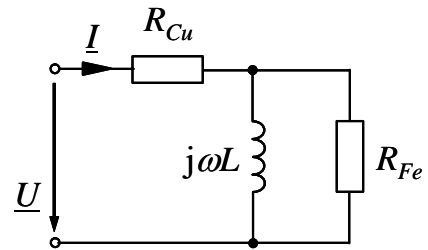
Gegeben ist die nebenstehende Tiefsetz-Gleichstromstellerschaltung (engl. buck converter). Sie dient dazu, am OHMSchen Verbraucherwiderstand $R = 2 \Omega$ einen Spannungsmittelwert einzustellen, der kleiner als die Quellengleichspannung $U_q = 100 \text{ V}$ ist. Dazu wird der ideale Schalter S periodisch mit der (Grundschwingungs-) Periodendauer $T_1 = T_e + T_a$ für die Zeitspannen T_e ein- und für T_a ausgeschaltet.



- Skizzieren Sie für eine relative Einschaltdauer $T_e / T_1 = 0,7$ jeweils 1 Periode der Zeitverläufe aller im Ersatzschaltbild eingetragenen Ströme und Spannungen.
- Berechnen Sie für jedes Bauelement der Schaltung die aufgenommene Wirk-, Blind- und Scheinleistung. Stellen Sie eine Leistungsbilanz auf.

Aufgabe W427

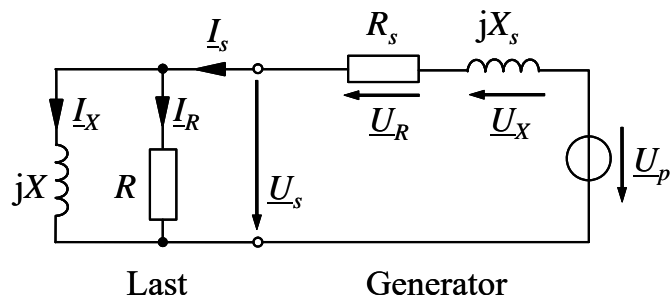
Durch eine reale Spule fließt bei angelegter Gleichspannung $U_G = 1 \text{ V}$ ein Gleichstrom von $I_G = 2 \text{ A}$. Für die Speisung mit harmonischen Wechselgrößen besitzt diese Spule das rechts dargestellte Ersatzschaltbild. Bei Speisung mit $i[t] = \sqrt{2} \cdot 2 \text{ A} \cdot \sin[2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot t]$ nimmt die Schaltung die Wirkleistung $P = 9,6954 \text{ W}$ und die Scheinleistung $S = 9,8156 \text{ VA}$ auf.



- a) Berechnen Sie die Werte der Bauelemente R_{Cu} , L und R_{Fe} . Hinweis: Berechnen Sie zunächst die Bauelemente einer Reihenersatzschaltung und wandeln diese anschließend in eine Parallelschaltung um.

Aufgabe W430

Die nebenstehend dargestellte Ersatzschaltung eines einsträngigen Wechselspannungsgenerators enthält den Innenwiderstand $R_s = 1 \Omega$ und $X_s = 20 \Omega$ und liefert eine sinusförmige Klemmenspannung mit dem Effektivwert $U_s = 400 \text{ V}$ und der Frequenz $f_s = 50 \text{ Hz}$.



Die Last $R \parallel jX$ nimmt die Wirkleistung $P = 6400 \text{ W}$ und die Blindleistung $Q = 8000 \text{ VA}$ auf.

- Zeichnen Sie ein qualitatives Zeigerbild aller Ströme und Spannungen der Ersatzschaltung mit dem Bezugszeiger $\underline{U}_s = U_s \cdot e^{j0^\circ}$.
- Berechnen Sie die Größen R und X .
- Berechnen Sie die Quellenspannung \underline{U}_p des Generators.

Komplexe Darstellung der Leistung

Aufgabe W440

Die Reihenschaltung eines OHMSchen Widerstandes $R = 20 \, \Omega$, einer Induktivität $L = 95,4930 \, \text{mH}$ und einer Kapazität $C = 212,2066 \, \mu\text{F}$ wird von einem Wechselstrom $\hat{i} = 12,45 \, \text{A} \cdot e^{j0^\circ}$ mit einer Frequenz von $f = 50 \, \text{Hz}$ durchflossen.

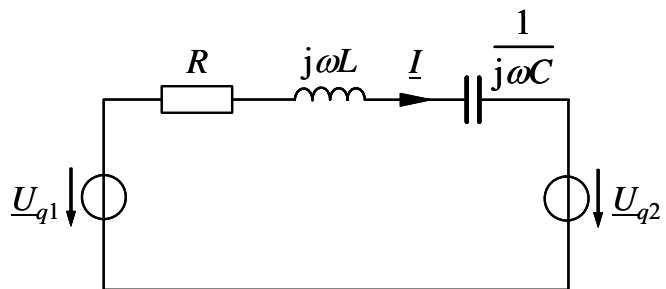
- Wie groß sind der induktive Widerstand, der kapazitive Widerstand, der Blindwiderstand und der komplexe Scheinwiderstand?
- Wie groß sind der komplexe Schein-, Wirk- und Blindleitwert?
- Zeichnen Sie ein maßstäbliches Zeigerbild der Effektivwerte des Stromes und der Spannungen. Wie groß sind Effektivwert, Wirk- und Blindanteil der Gesamtspannung \underline{U} ?
- Wie groß ist der Phasenverschiebungswinkel zwischen Gesamtspannung und Strom?
- Wie groß ist der Leistungsfaktor?
- Wie groß sind Schein-, Wirk- und Blindleistungsaufnahme der Reihenschaltung?

Aufgabe W443

Für das nebenstehende Wechselstromnetz-

werk gilt $R = \omega L = \frac{1}{\omega C} = 1 \, \Omega$,

$\underline{U}_{q1} = 10 \, \text{V} \cdot e^{j0^\circ}$ und $\underline{U}_{q2} = 10 \, \text{V} \cdot e^{j90^\circ}$.



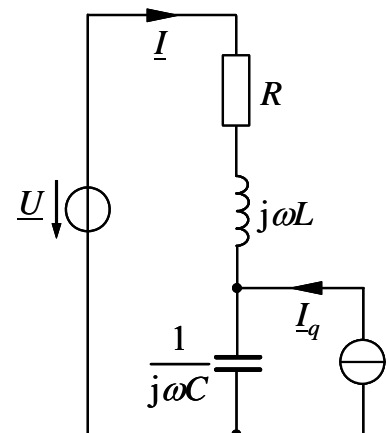
- Stellen Sie eine vollständige Bilanz der von den einzelnen Bauelementen aufgenommenen Wirk- und Blindleistungen auf.
- Zeichnen Sie ein maßstäbliches Zeigerbild aller Spannungen und Ströme der Schaltung.

Aufgabe W446

- Berechnen Sie für die nebenstehende Schaltung die von der idealen Spannungsquelle \underline{U} abgegebene komplexe Scheinleistung \underline{S} .

Die ideale Stromquelle sei eine nach $\underline{I}_q = G_0 \cdot \underline{U}$ gesteuerte Stromquelle. G_0 sei reellwertig. Wie ist G_0 zu wählen, damit die ideale Spannungsquelle

- keine Wirkleistung oder
 - keine Blindleistung
- abgibt?

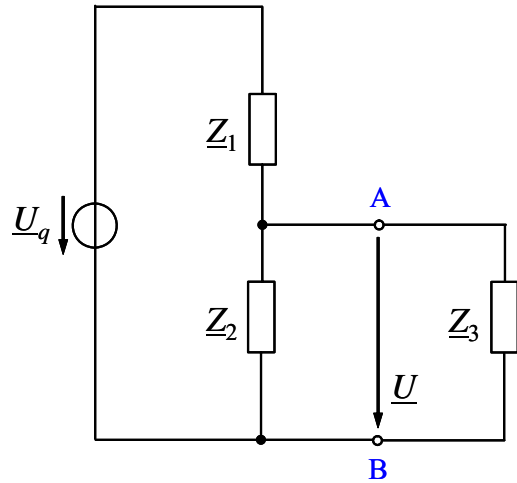


Leistungsanpassung

Aufgabe W450

Gegeben ist die nebenstehende Schaltung mit $\underline{Z}_1 = 100 \, \Omega$, $\underline{Z}_2 = 100 \, \Omega \cdot e^{j30^\circ}$ und $U_q = 220 \, \text{V}$.

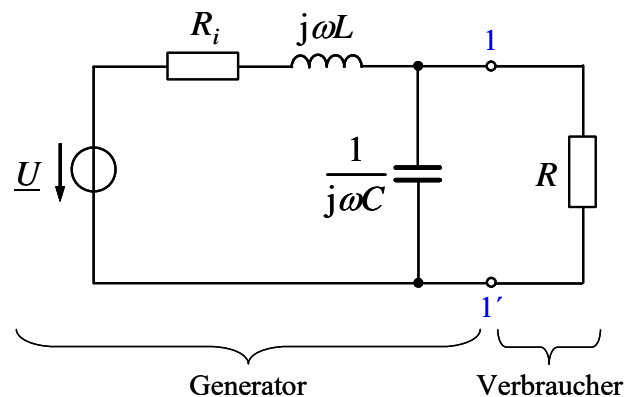
- Bestimmen Sie die Ersatzspannungsquelle des Spannungsteilers bezüglich der Klemmen A-B.
- Wie muss die Impedanz \underline{Z}_3 beschaffen sein, damit in ihr die maximale Wirkleistung umgesetzt wird?
- Wie groß ist diese maximale Wirkleistung? Wie groß sind die in \underline{Z}_3 umgesetzten Blind- und Scheinleistungen?
- Ausgehend von den unter Aufgabenteil b) eingestellten Werten für Betrag und Phasenwinkel von \underline{Z}_3 soll jetzt durch Veränderung (nur) des Phasenwinkels von \underline{Z}_3 die Scheinleistung auf $S = 100 \, \text{VA}$ angehoben werden. Wie groß sind dieser Phasenwinkel φ_3 und die in \underline{Z}_3 umgesetzten Wirk- und Blindleistungen?



Aufgabe W453

Gegeben ist die nebenstehende Schaltung aus einem Generator und einem Verbraucher.

- Bestimmen Sie alle möglichen Lösungen für die Kreisfrequenz ω und den OHM'schen Widerstand R so, dass zwischen Generator und Verbraucher (bezüglich der Klemmen 1-1') Leistungsanpassung herrscht.

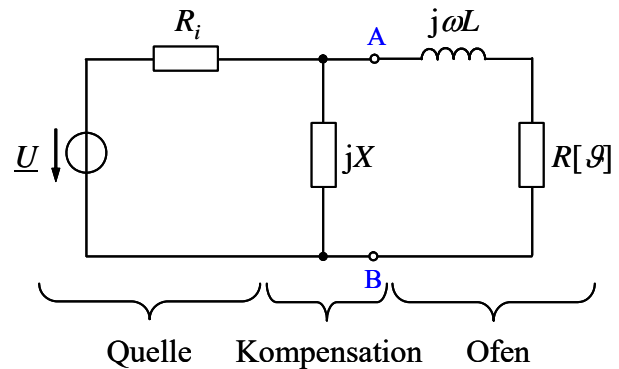


Aufgabe W456

Ein Ofen mit einer Heizwendel aus Kupfer, repräsentiert durch die Induktivität L und den temperaturabhängigen Widerstand

$R[\vartheta] = R[\vartheta_0] \cdot (1 + \alpha \cdot (\vartheta - \vartheta_0))$, ist an eine reale Spannungsquelle mit der harmonischen Quellenspannung \underline{U} und dem Innenwiderstand

$R_i = 2\omega L = 4 \cdot R[\vartheta_0 = 25^\circ\text{C}]$ angeschlossen. Es gilt $\alpha = 4,3 \cdot 10^{-3} \text{ 1/K}$.

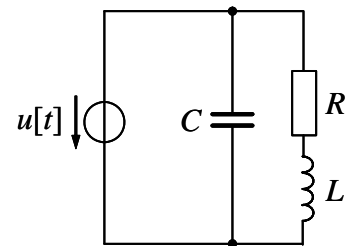


- Bei der Temperatur ϑ_1 soll bezüglich der Klemmen A-B Leistungsanpassung herrschen. Berechnen Sie X und $R[\vartheta_1]$ jeweils als Funktion von R_i und der Temperatur ϑ_1 .
- Wie groß ist ϑ_1 ?
- Mit welchem Bauelement kann die Reaktanz X realisiert werden?
- Berechnen Sie die Wirkleistungsabgabe an den Ofen bei Leistungsanpassung.

Blindleistungskompensation**Aufgabe W460**

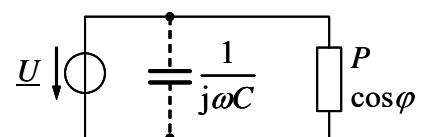
Das nebenstehend abgebildete Wechselstromnetzwerk wird aus einer idealen Wechselspannungsquelle $u = \hat{u} \cdot \sin[\omega t]$ gespeist.

- Dimensionieren Sie die Kapazität C so, dass die von der Wechselspannungsquelle abgegebene Blindleistung null ist.

**Aufgabe W463**

Ein OHMSch-induktiver Verbraucher nimmt an einer sinusförmigen Wechselspannung ($U = 230 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$) bei einem Leistungsfaktor von $\cos \varphi = 0,5$ die Wirkleistung $P = 1,0 \text{ kW}$ auf.

- Welchen komplexwertigen Strom nimmt der Verbraucher auf?



Nun soll eine Kapazität C parallel zum Verbraucher geschaltet werden, damit der Gesamtleistungsfaktor $\cos \varphi' = 0,94$ (induktiv) wird. Berechnen Sie die Größe von C aus

- dem Strom durch den Kondensator oder
- der Blindleistungsabgabe des Kondensators.
- Zeichnen Sie ein maßstäbliches Zeigerbild aller Ströme und Spannungen für die Schaltung mit Kondensator.

Aufgabe W466

In einem Prüffeld soll ein Kabel mit einer Kapazität von $C = 3 \mu\text{F}$ auf die Spannungsfestigkeit seiner Isolation geprüft werden. Dazu wird eine Prüfspannung $u[t] = 6000 \text{ V} \cdot \sqrt{2} \cdot \cos[2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot t]$ benutzt.

- Für welche Scheinleistung ist der (ideale) Transformator des Prüffeldes auszulegen?
- Welche Induktivität L muss eine Kompensationsdrossel besitzen, damit der Leistungsfaktor der Last auf 1 angehoben wird? Die Drossel habe den Reihenersatz(wirk)widerstand $R = 100 \Omega$.
- Für welche Scheinleistung ist der Transformator des Prüffeldes auszulegen, falls das Kabel mit Kompensationsdrossel geprüft wird?
- Aufgabenteil b) liefert zwei Lösungen für die Induktivität der Kompensationsdrossel. Zeichnen Sie für beide Lösungen je ein maßstäbliches Zeigerbild aller Ströme und Spannungen der kompensierten Anordnung.

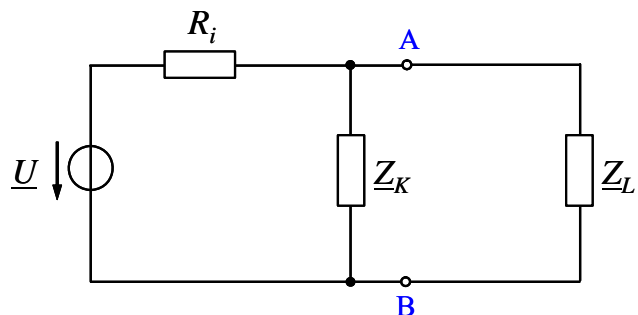
Aufgabe W469

Das Typenschild eines Wechselstrommotors enthält die Angaben $U_N = 220 \text{ V}$, $P_{m,N} = 20 \text{ kW}$, $\eta_N = 0,85$, $\cos \varphi_N = 0,75$ und $f = 50 \text{ Hz}$.

- Wie groß muss eine Parallelkapazität sein, damit der Leistungsfaktor im Bemessungsbetrieb maximal wird?

Aufgabe W472

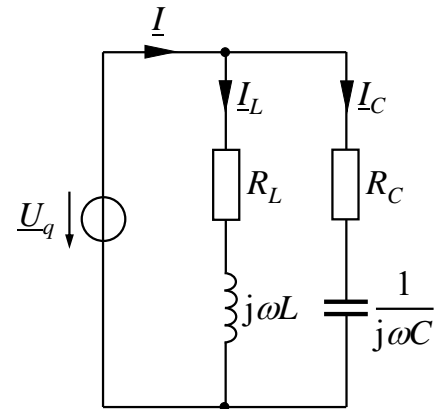
In der nebenstehenden Schaltung speist eine reale, harmonische Spannungsquelle mit der Quellenspannung \underline{U} und dem Innenwiderstand R_i die komplexwertige Lastimpedanz $\underline{Z}_L = R_L + jX_L$.



- Bestimmen Sie die Kompensationsimpedanz $\underline{Z}_K = R_K + jX_K$ so, dass die Spannungsquelle nur Wirkleistung abgibt.

Aufgabe W475

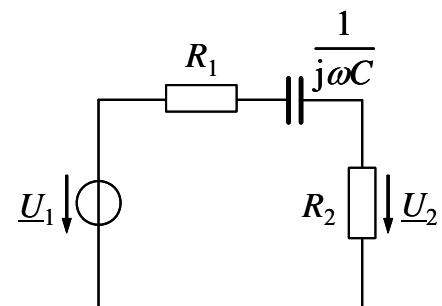
Ein OHMSch-kapazitiver Verbraucher nimmt an einer sinusförmigen Wechselspannung ($U_q = 230 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$) bei einem Leistungsfaktor von $\cos \varphi = 0,5$ die Wirkleistung $P = 1,0 \text{ kW}$ auf. Seine Blindleistungsabgabe soll durch Parallelschalten einer OHMSch-induktiven Kompensationsanordnung so weit verringert werden, dass sich ein Gesamtleistungsfaktor $\cos \varphi' = 0,94$ (kapazitiv) einstellt. Durch diese Maßnahme vergrößert sich die Wirkleistungsabgabe der idealen Spannungsquelle auf $P' = 1,2 \text{ kW}$.



- a) Berechnen Sie die dafür erforderlichen Bauteilwerte von R_C , C , R_L und L .

Amplituden- und Phasenwinkel-Diagramme**Aufgabe A100**

Gegeben ist die nebenstehende, mit harmonischen Wechselgrößen von veränderlicher Frequenz betriebene Schaltung.



- Berechnen Sie die komplexe Übertragungsfunktion $\underline{U}_2 / \underline{U}_1$.
- Berechnen Sie die 3dB-Grenzkreisfrequenz dieser Übertragungsfunktion.
- Skizzieren Sie Amplituden- und Phasenwinkeldiagramm von $\underline{U}_2 / \underline{U}_1$ mit logarithmischer Abszisse. Wählen Sie für die Darstellung des Amplitudengangs zusätzlich eine logarithmische Teilung der Ordinate (sog. BODE-Diagramm).
- Wie nennt man diese Schaltung?

Aufgabe A110

In dieser Aufgabe wird die Frequenzweiche einer passiven 2-Wege-Lautsprecherbox untersucht. Die Lautsprecher werden näherungsweise als OHMSche Widerstände mit $R_h = R_t = 4 \Omega$ betrachtet.

- a) Bestimmen Sie die Gesamtimpedanz der Parallelschaltung von L_h und R_h .

- b) Bestimmen Sie die komplexe Übertragungsfunktion $\underline{H}_h[j\omega] = \underline{U}_{ah} / \underline{U}_e$ und bringen Sie diese in die Form

$$\underline{H}_h[j\omega] = \frac{\underline{F}_h[j\omega]}{1 + j \frac{2D_h}{\omega_{0h}} \cdot \omega - \frac{1}{\omega_{0h}^2} \cdot \omega^2},$$

um die Dämpfung D_h und die Kennkreisfrequenz ω_{0h} später durch Koeffizientenvergleich bestimmen zu können.

- c) Bestimmen Sie den Betrag $H_h[\omega] = |\underline{H}_h[j\omega]|$.

- d) Bestimmen Sie die Gesamtimpedanz der Parallelschaltung von C_t und R_t .

- e) Bestimmen Sie die komplexe Übertragungsfunktion $\underline{H}_t[j\omega] = \underline{U}_{at} / \underline{U}_e$ und bringen Sie diese in die Form $\underline{H}_t[j\omega] = \frac{\underline{F}_t[j\omega]}{1 + j \frac{2D_t}{\omega_{0t}} \cdot \omega - \frac{1}{\omega_{0t}^2} \cdot \omega^2}$, um die Dämpfung D_t und die Kennkreisfrequenz ω_{0t} später durch Koeffizientenvergleich bestimmen zu können.

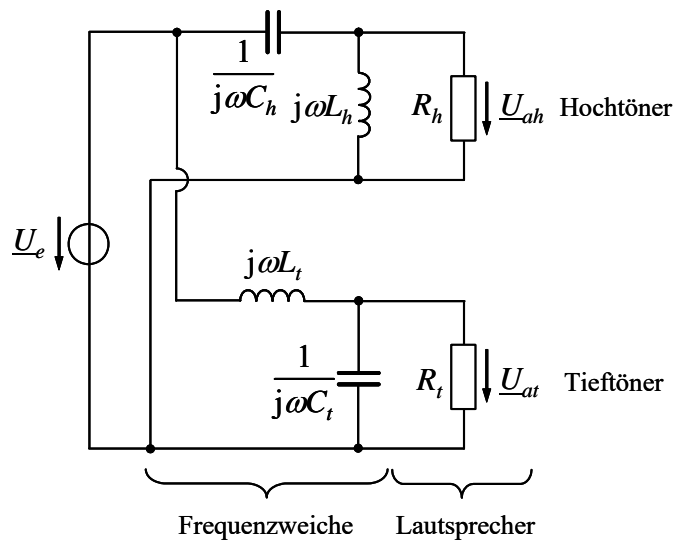
- f) Bestimmen Sie den Betrag $H_t[\omega] = |\underline{H}_t[j\omega]|$.

Nun gilt $C_h = 6,8 \mu\text{F}$, $L_h = 0,15 \text{ mH}$, $L_t = 0,5 \text{ mH}$ und $C_t = 22 \mu\text{F}$.

- g) Berechnen Sie die Dämpfung D_h , die Kennfrequenz f_{0h} und die Flankensteilheit von $H_h[j\omega]$ für $\omega \rightarrow 0$ in dB pro Dekade.

- h) Berechnen Sie die Dämpfung D_t , die Kennfrequenz f_{0t} und die Flankensteilheit von $H_t[j\omega]$ für $\omega \rightarrow \infty$ in dB pro Dekade.

- i) Stellen Sie das BODE-Diagramm von $\underline{H}_h[j\omega]$ und $\underline{H}_t[j\omega]$ grafisch dar.



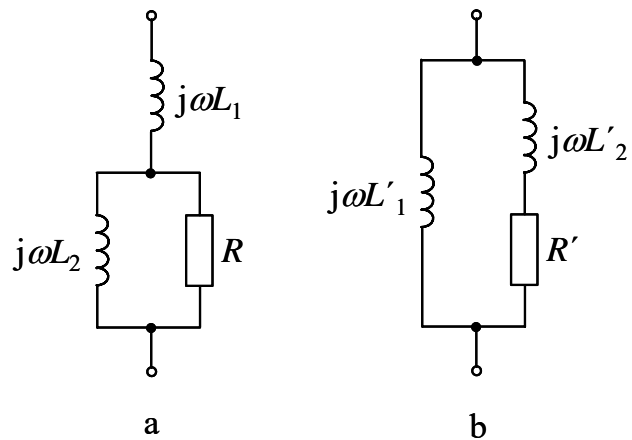
Äquivalente und duale Netzwerke

Aufgabe T100

Gegeben sind die nebenstehenden Ersatzschaltungen a und b mit den Elementen $L_2 = 2 \cdot L_1 = 20 \text{ mH}$ und $R = 50 \Omega$.

- Bestimmen Sie die Elemente der Schaltung b so, dass beide Schaltungen äquivalent sind.
- Zeigen Sie mit Hilfe der Ortskurven der komplexen Scheinwiderstände, dass die beiden Ersatzschaltungen äquivalent sind. Zeichnen Sie dazu die Punkte mit den Kreisfrequenzen

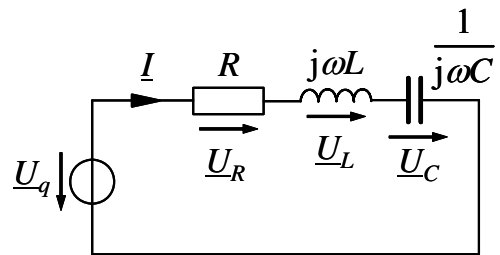
$$\omega = 0 \frac{1}{\text{s}}, 2000 \frac{1}{\text{s}}, 3333 \frac{1}{\text{s}} \text{ und } 5000 \frac{1}{\text{s}} \text{ ein.}$$



Schwingkreise

Aufgabe S100

Gegeben sei der nebenstehende, von einer harmonischen Wechselspannung $U_q = 2 \text{ V}$ gespeiste Reihenschwingkreis mit den Kenngrößen $\omega_0 = 6,2832 \cdot 10^5 \text{ rad/s}$ und $D = 0,2$. An seiner oberen 3dB-Grenzkreisfrequenz ω_{go} beträgt die Wirkleistungsaufnahme des Widerstands $P_R[\omega_{go}] = 1 \text{ W}$.



- Berechnen Sie ω_{go} und $U_R[\omega_{go}]$.
- Berechnen Sie die Güte Q und die Werte der Bauteile R , L und C des Schwingkreises.

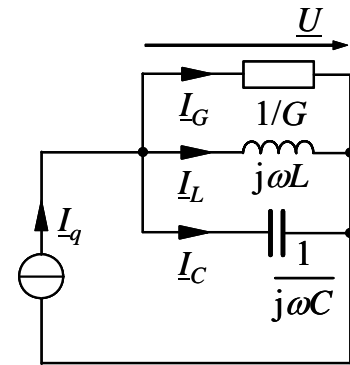
Aufgabe S110

An einer Reihenschaltung aus OHMSchem Widerstand $R = 159,1550 \Omega$, Induktivität $L = 101,3212 \text{ mH}$ und Kapazität $C = 1 \mu\text{F}$ liegt die Wechselspannung $\underline{U} = 100 \text{ V}$.

- Bestimmen Sie die Kennfrequenz, den Kennwiderstand und die Güte des Reihenschwingkreises.
- Wie groß ist der Strom I , den die Schaltung im Resonanzfall aufnimmt?
- Wie groß sind bei der Kennfrequenz die Spannungen an der Induktivität und an der Kapazität?
- Die Spannung am Kondensator soll durch einen Verstärker mit einem OHMSchen Eingangswiderstand von $R_e = 500 \Omega$ verstärkt werden. Wie ändern sich dadurch Kennfrequenz und Güte der Anordnung?

Aufgabe S120

- a) Leiten Sie unter Benutzung des Dualitätsprinzips die komplexen Übertragungsfunktionen der Ströme $\frac{I_G}{I_q}$, $\frac{I_L}{I_q}$ und $\frac{I_C}{I_q}$ sowie deren Extremstellen für den nebenstehend abgebildeten stromgespeisten Parallelschwingkreis her.

**Aufgabe S130**

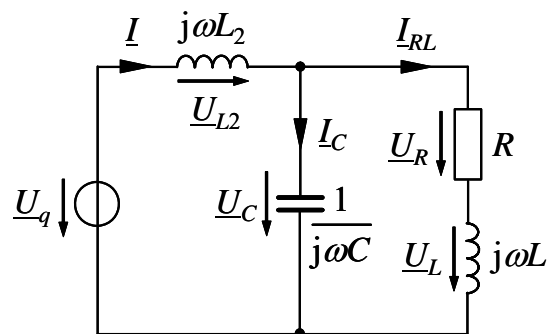
Ein Parallelschwingkreis aus den Bauelementen OHMScher Widerstand $R = 100 \Omega$, Induktivität $L = 1 \mu\text{H}$ und Kapazität $C = 25,3303 \text{ nF}$ liegt an einer Wechselspannung $\underline{U} = 1 \text{ V}$.

- Normieren Sie den komplexen Leitwert auf den Wirkleitwert und zeichnen Sie die Ortskurve mit der normierten Frequenz $\Omega = Q \cdot \nu$ als Parameter.
- Berechnen Sie die Kennkreisfrequenz, die Kennfrequenz, den Kennwiderstand und die Güte.
- Normieren Sie den komplexen Scheinwiderstand auf den OHMSchen Widerstand und zeichnen Sie die Ortskurve mit der normierten Frequenz als Parameter.
- Wie groß sind bei Resonanz die Ströme in den einzelnen Zweigen und der Gesamtstrom?
- Berechnen Sie die beiden 45° -Frequenzen und die Bandbreite. Wie groß die Verstimmung an den Grenzen der Bandbreite?
- Der Schwingkreis soll in eine Verstärkerstufe eingebaut werden. Wie groß darf der zusätzliche Parallelwiderstand werden, wenn die Bandbreite um maximal 20 % zunehmen soll? Welchen Wert hat in diesem Fall die Güte?

Aufgabe S140

In der nebenstehenden Wechselstromschaltung speist die harmonische Spannungsquelle ($U_q = 230 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$) eine Last aus $R = 5 \Omega$ und $L = 0,1 \text{ H}$. Die Spule L_2 sei zunächst nicht vorhanden, d. h. kurzgeschlossen.

- a) Welchen Wert C_{komp} muss die Kapazität C besitzen, damit die Spannungsquelle ausschließlich Wirkleistung abgibt?



Nun besitzt die Spule L_2 den Wert $L_2 = 0,075 \cdot L$ und C schwankt im Bereich $0 \leq C \leq 3 \cdot C_{komp}$.

- b) Ist dieser Betrieb problematisch? Falls ja, in welcher Hinsicht?

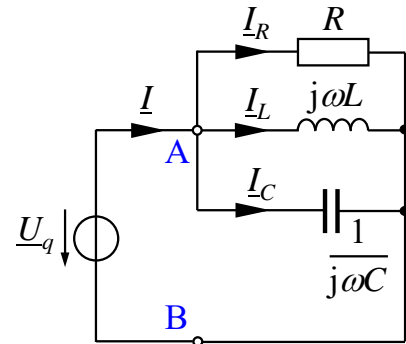
Nun besitzt die Spule L_2 den Wert $L_2 = 0,75 \cdot L$ und C schwankt im Bereich $0 \leq C \leq 3 \cdot C_{komp}$.

- c) Ist dieser Betrieb problematisch? Falls ja, in welcher Hinsicht?

Aufgabe S150

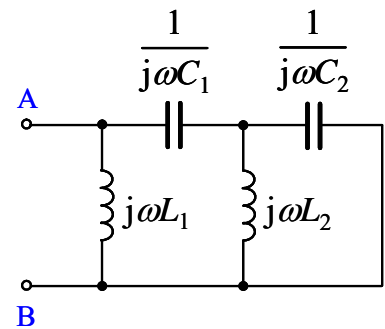
Gegeben ist ein spannungsgespeicher Parallelschwingkreis, von dem die Größen $R = 5 \text{ k}\Omega$, $\omega_0 = 10^4 \text{ rad/s}$ und $b_\omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ bekannt sind.

- Berechnen Sie die Impedanz \underline{Z} des passiven Schaltungsteils bezüglich der Klemmen A-B.
- Berechnen Sie die Werte der Bauteile L und C .
- Die Spannung am Kondensator wird jetzt mit einem Voltmeter gemessen, das einen Eingangswiderstand von $R_e = 10 \text{ k}\Omega$ besitzt. Wie wirkt sich dies auf die Kennkreisfrequenz des Schwingkreises aus?

**Reaktanzzweipole****Aufgabe S200**

Gegeben ist die nebenstehende Schaltung.

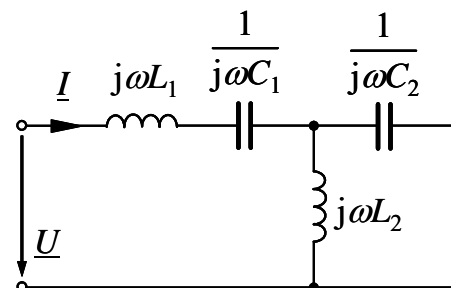
- Skizzieren Sie qualitativ den Verlauf des Blindwiderstands $X[0 \leq \omega < \infty]$ in Abhängigkeit von der Kreisfrequenz ω bezüglich der Klemmen A und B.
- Berechnen Sie die Pol- und Nullstellen von $X[\omega]$ für $L_1 = 2 \cdot L_2 = 1 \text{ mH}$ und $C_1 = 2 \cdot C_2 = 1 \mu\text{F}$.
- Vertauschen Sie in der Schaltung die Bauelemente L_1 und C_1 und wiederholen Sie die Aufgabenteile a) und b).

**Aufgabe S210**

- Berechnen Sie für die nebenstehende Schaltung allgemein die Eingangsimpedanz \underline{Z} .

Für die folgenden Aufgabenteile gilt $C_1 = C_2 = 1 \mu\text{F}$ und $L_1 = L_2 = 1 \text{ mH}$.

- Berechnen Sie die Resonanzfrequenzen der Spannung \underline{U} bei eingprägtem Strom \underline{I} .
- Berechnen Sie die Resonanzfrequenzen des Stromes \underline{I} bei eingprägter Spannung \underline{U} .
- Skizzieren Sie den Verlauf der Reaktanz $X[f] = \text{Im}[\underline{Z}]$.

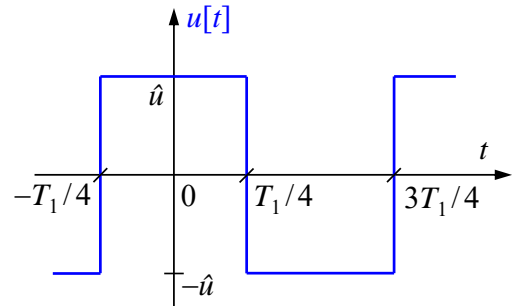
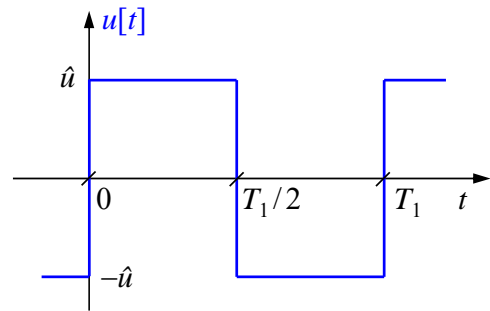


Analytische Berechnung von FOURIER-Reihen

Aufgabe N100

Gegeben ist der nebenstehende Ausschnitt aus der periodischen Zeitfunktion einer Rechteck-Spannung $u[t]$.

- Berechnen Sie die reellwertigen FOURIER-Koeffizienten zum Zeitverlauf im oberen Bild.
- Berechnen Sie die reellwertigen FOURIER-Koeffizienten zum Zeitverlauf im unteren Bild.
- Berechnen Sie die komplexwertigen FOURIER-Koeffizienten zum Zeitverlauf im oberen Bild und zeigen Sie, dass diese den im Aufgabenteil a) berechneten reellwertigen Koeffizienten entsprechen.

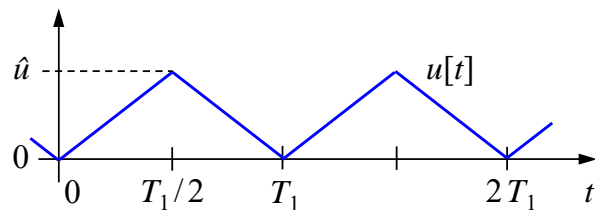


Aufgabe N105

Gegeben ist der nebenstehende Ausschnitt aus der periodischen Zeitfunktion einer Dreieck-Spannung $u[t]$.

- Berechnen Sie die reellwertigen FOURIER-Koeffizienten zu diesem Zeitverlauf. Hinweis:

$$\int x \cdot \cos[ax] dx = \frac{\cos[ax]}{a^2} + \frac{x \cdot \sin[ax]}{a}$$



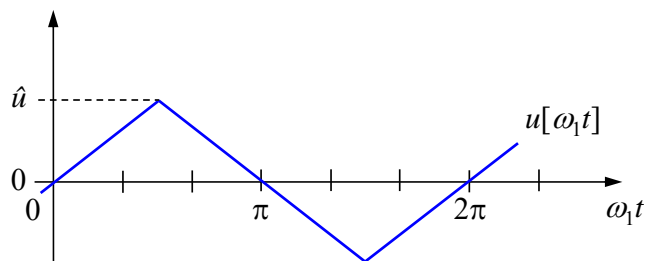
Aufgabe N110

Gegeben ist der nebenstehende periodische Verlauf einer Spannung $u[\omega_1 t]$.

- Bestimmen Sie die FOURIER-Reihe dieser Spannung. Hinweis:

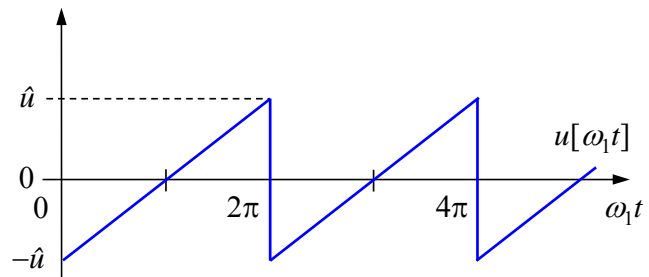
$$\int x \cdot \sin[ax] dx = \frac{\sin[ax]}{a^2} - \frac{x \cdot \cos[ax]}{a}$$

- Zeichnen Sie die ersten 10 Linien des zugehörigen Amplitudenspektrums.



Aufgabe N115

Gegeben ist der nebenstehende periodische Verlauf einer Spannung $u[\omega_1 t]$.

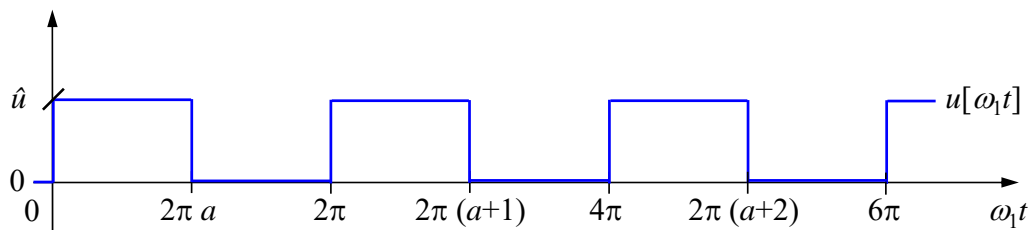


- Bestimmen Sie die komplexe FOURIER-Reihe dieser Spannung. Hinweis:

$$\int x \cdot e^{ax} dx = \frac{ax - 1}{a^2} \cdot e^{ax}$$
- Führen Sie die komplexe FOURIER-Reihe auf eine Reihe trigonometrischer Funktionen zurück.
- Berechnen Sie die reellwertigen FOURIER-Koeffizienten der Spannung $u[\omega_1 t]$, je einmal mit der Integrationsvariable t und $\omega_1 t$.
- Konstruieren und zeichnen Sie die Summe der ersten 3 Harmonischen.

Aufgabe N120

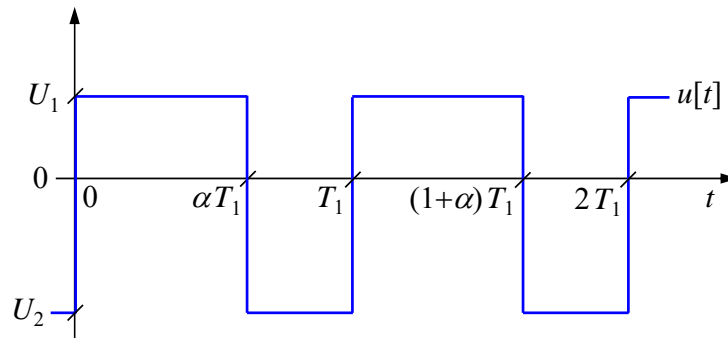
Gegeben ist der nachstehende periodische Zeitverlauf einer Spannung.



- Bestimmen Sie die FOURIER-Reihenentwicklung der Spannung $u[\omega_1 t]$.
- Zeichnen Sie das zugehörige Amplitudenspektrum für $a = 0,35$ bis zur zwölften harmonischen Schwingung.
- Diskutieren Sie die Fälle $a = 1$, $a = 0,5$ und $a \rightarrow 0$.

Aufgabe N125

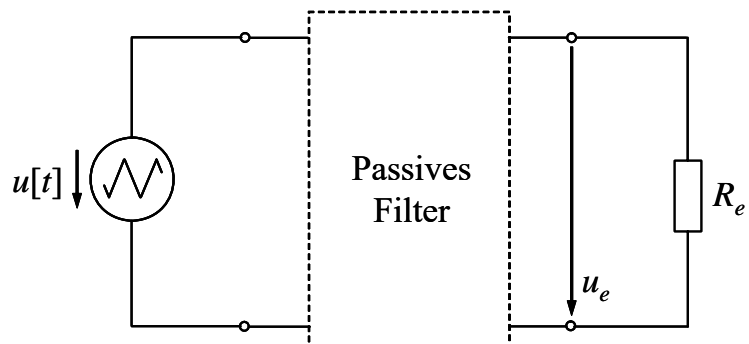
Gegeben ist der nachstehende periodische Zeitverlauf einer Spannung.



- Berechnen Sie den Gleichanteil c_0 der Funktion $u[t]$.
- Berechnen Sie die Koeffizienten c_n der komplexen FOURIER-Reihe der Funktion $u[t]$.
- Berechnen und zeichnen Sie für $\alpha = 0,5$ und $U_1 = -U_2 = 20 \text{ V}$ das Amplitudenspektrum bis zur fünften Harmonischen.

Aufgabe N150

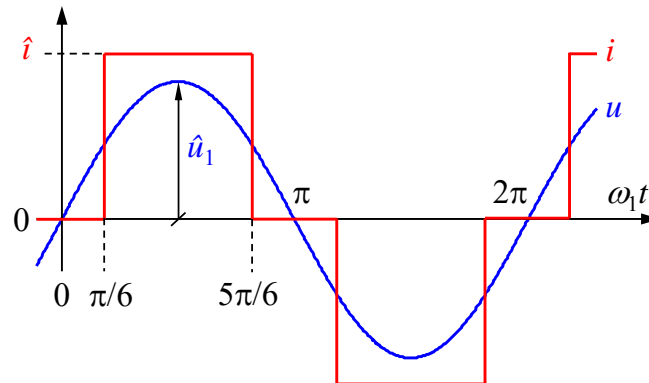
In der nebenstehenden Schaltung ist $u[t]$ eine periodische dreieckförmige Wechselspannung mit dem Scheitelwert $\hat{u} = 1 \text{ V}$ und der Frequenz $f_1 = 1 \text{ kHz}$. Der Eingangswiderstand einer nachfolgenden Verstärkerstufe beträgt $R_e = 500 \text{ k}\Omega$.



- Dimensionieren Sie ein passives Filter so, dass im stationären Zeitverlauf der Verstärkereingangsspannung u_e die Harmonische mit der Ordnungszahl 3 ($f_3 = 3 \text{ kHz}$) mit einer Amplitude von $\hat{u}_{e,3} = 0,06 \text{ V}$ dominiert und die benachbarten Harmonischen Amplituden von maximal $0,01 \text{ V}$ aufweisen.

Aufgabe N155

Eine (hier nicht dargestellte) Schaltung nimmt im eingeschwungenen Zustand an der zeitlich harmonischen Spannung u den nachstehend rot dargestellten zeitlich periodischen rechteckförmigen Strom i auf. An der Schaltung gilt das Verbraucherzählpfeilsystem.



- Berechnen Sie die FOURIER-Reihenentwicklung für den Strom $i[\omega_1 t]$.
- Es gilt jetzt $\hat{u}_1 = 100 \text{ V}$ und $\hat{i} = 1 \text{ A}$. Berechnen Sie die Werte der von der Schaltung aufgenommenen Wirk-, Schein- und Verzerrungsleistungen.
- Entsprechen die Ergebnisse von Aufgabenteil b) Ihren Erwartungen?

Numerische Berechnung von FOURIER-Reihen

Aufgabe N190

Anleitung zur Durchführung einer numerischen FOURIER-Reihenentwicklung mit Matlab. Schreiben Sie für die folgenden Arbeitsschritte Matlab-Code, den Sie in einer Matlab-Kommandodatei abspeichern und auf diese Weise schrittweise nacheinander ausführbar machen.

- Generieren Sie einen Vektor von Zeitpunkten t , der beim Anfangszeitpunkt $t_a = 0$ beginnt, dessen benachbarte Zeitpunkte jeweils einen Abstand von $\Delta t = 20 \text{ ms}$ zueinander haben und der beim Zeitpunkt $t_e = 1 \text{ s} - \Delta t$ endet.
- Generieren Sie einen Vektor von Funktionswerten
$$x[t] = -0,4 + 0,5 \cdot \sin[2\pi \cdot 1 \text{ Hz} \cdot t] + 0,8 \cdot \sin\left[2\pi \cdot 3 \text{ Hz} \cdot t + \frac{\pi}{6}\right]$$
 zu dem unter a) erstellten Zeitvektor.
- Stellen Sie den Verlauf $x[t]$ grafisch dar.
- Berechnen Sie numerisch die Koeffizienten \underline{c}_n der komplexen FOURIER-Reihe der Zeitfunktion $x[t]$. Zu welchen Frequenzwerten f gehören die berechneten Koeffizienten \underline{c}_n ?
- Stellen Sie Betrag $|\underline{c}_n[f]|$ und Phase $\text{arc}[\underline{c}_n[f]]$ grafisch dar. Sind die Amplituden- und Phasenwerte der unter b) generierten Zeitfunktion in diesem Diagramm ablesbar? Falls nein, warum nicht?
- Berechnen Sie aus den unter d) berechneten Koeffizienten \underline{c}_n die Amplituden und Phasenwinkel einer Darstellung $x[t] = \hat{A}_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \hat{A}_n \cdot \cos[n\omega_1 t + \varphi_n]$ und stellen Sie die Amplituden $\hat{A}_n[f]$ und $\varphi_n[f]$ grafisch dar. Sind die Amplituden- und Phasenwerte der unter b) generierten Zeitfunktion in diesem Diagramm ablesbar? Falls nein, warum nicht?
- Überprüfen Sie: Welche Auswirkungen hat es, wenn Sie nur den Endzeitpunkt des Zeitvektors auf $t_e = 2 \text{ s} - \Delta t$ ändern?
- Überprüfen Sie: Welche Auswirkungen hat es, wenn Sie nur den Endzeitpunkt des Zeitvektors auf $t_e = 1,5 \text{ s} - \Delta t$ ändern?

Literatur:

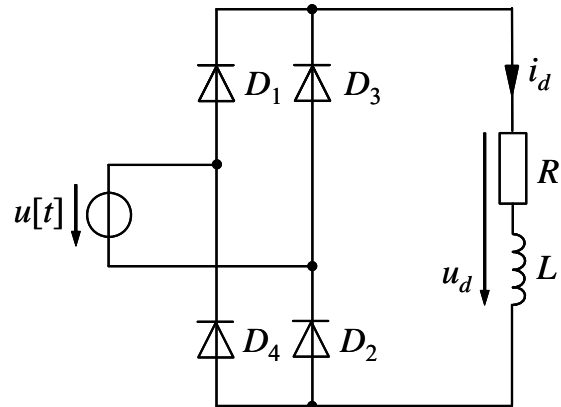
HOFFMANN, J.: *Matlab und Simulink*, Addison Wesley Longman Verlag GmbH, Bonn

Kenngrößen periodischer Zeitfunktionen

Aufgabe N200

Ein ungesteuerter verlustloser 2-pulsiger Gleichrichter in Brückenschaltung (B2) liegt eingangsseitig an der Wechselspannung $u[t] = 311 \text{ V} \cdot \sin[2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot t]$. Ausgangsseitig speist er über eine Glättungsdrossel $L = 318 \text{ mH}$ einen Verbraucher $R = 100 \Omega$. Betrachtet werde der stationäre Zustand.

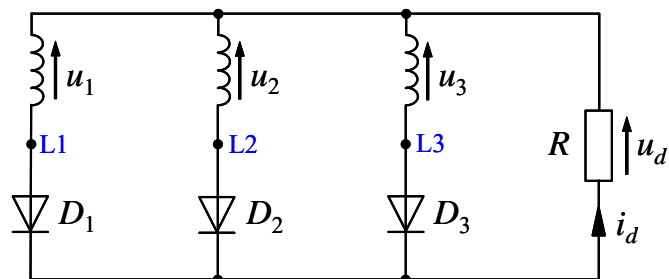
- Berechnen Sie die FOURIER-Reihe der Ausgangsspannung des Gleichrichters.
- Berechnen Sie die Spannung am Verbraucher.
- Wie groß sind die Schwingungsgehalte der beiden unter a) und b) bestimmten Spannungen? (Berücksichtigen Sie nur Harmonische bis zur Ordnungszahl 10.)



Aufgabe N210

Ein verlustloser 3-pulsiger Gleichrichter in ungesteuerter Mittelpunktschaltung (M3) ist, wie nebenstehend dargestellt, an ein symmetrisches Dreiphasensystem angeschlossen. Betrachtet werde der stationäre Zustand. Berechnen Sie

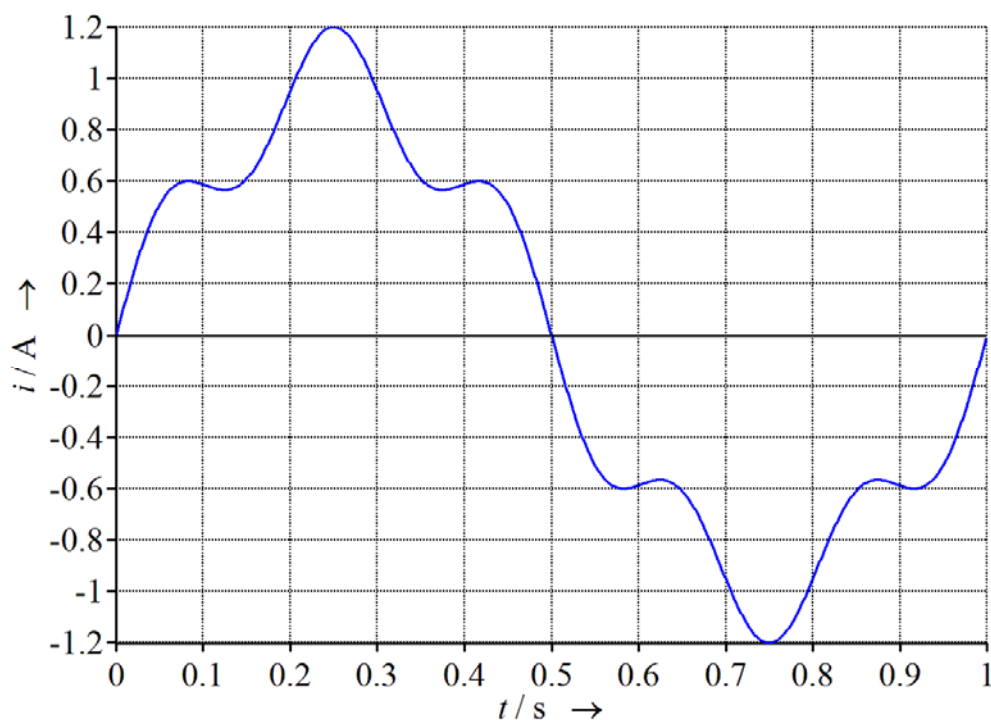
- den arithmetischen Mittelwert,
 - den Effektivwert,
 - den Effektivwert des Wechselanteils,
 - den Gleichrichtwert,
 - den Scheitelfaktor,
 - den Formfaktor und
 - die Welligkeit
- der gleichgerichteten Spannung $u_d[t]$.



Leistung bei nicht einfrequenten Zeitfunktionen**Aufgabe N300**

In der nebenstehenden Schaltung speist eine Wechselstromquelle mit der Zeitfunktion $i[t] = 1 \text{ A} \cdot \sin[2\pi \cdot 1 \text{ Hz} \cdot t] + \hat{i}_5 \cdot \sin[2\pi \cdot 5 \text{ Hz} \cdot t]$ den Widerstand $R = 2 \Omega$.

- Bestimmen Sie aus dem nachstehend abgebildeten Zeitverlauf von $i[t]$ die Amplitude der 5. Oberschwingung \hat{i}_5 .
- Berechnen Sie den Effektivwert I des Stromes $i[t]$.
- Berechnen Sie die in R umgesetzte Wirkleistung P .

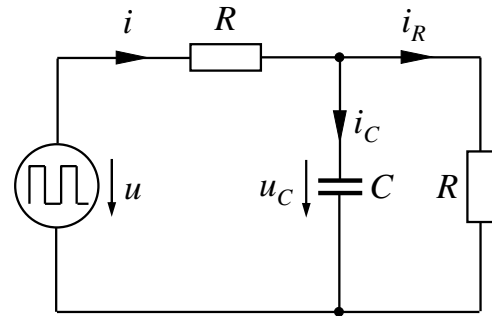


Aufgabe N310

Ein Rechteckgenerator liefert die periodische Spannung

$$u[\omega_1 t] = \begin{cases} U_q & \text{für } 0 \leq \omega_1 t < \pi \\ -U_q & \text{für } \pi \leq \omega_1 t < 2\pi \end{cases} \text{ mit } U_q = 11,11 \text{ V und}$$

$\omega_1 = 2\pi \cdot 10^3 \text{ rad/s}$ und speist über einen OHMSch-kapazitiven Tiefpass mit $R = 1 \text{ k}\Omega$ und $C = 0,159 \mu\text{F}$ einen OHMSchen Verbraucher $R = 1 \text{ k}\Omega$. Betrachtet werde der stationäre Zustand.



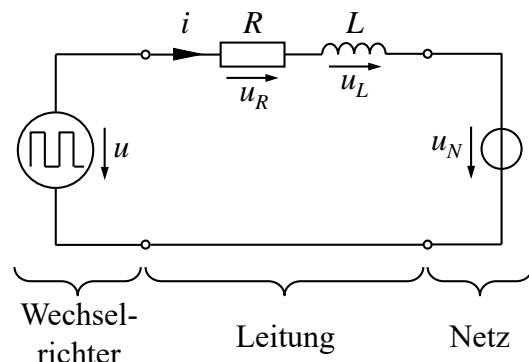
Berechnen Sie mit Hilfe spektraler Darstellungen der Zeitfunktionen von Spannungen und Strömen

- die vom Generator abgegebene Wirkleistung P ,
- die vom Verbraucher aufgenommene Wirkleistung P_R und
- den Wirkungsgrad η der Anordnung.

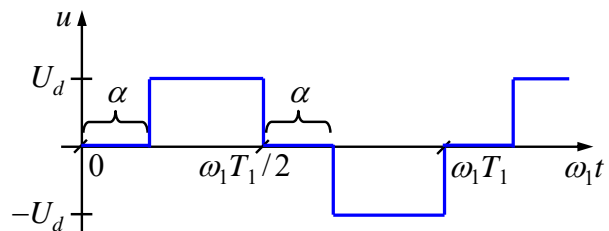
Berücksichtigen Sie in Ihrer Rechnung nur Harmonische bis zur Ordnungszahl 21.

Aufgabe N320

Gegeben ist die nebenstehende Anordnung, in der ein (veralteter) Wechselrichter mit der periodischen Ausgangsspannung $u[t]$ eine Leitung ($R = 1 \Omega$, $L = 1 \text{ mH}$) und ein Einphasennetz mit der Spannung $u_N[t] = \sqrt{2} \cdot 230 \text{ V} \cdot \sin[2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot t]$ speist (oberes Bild).



Kurvenform und Effektivwert der Wechselrichterausgangsspannung sind mit dem Steuerwinkel $0 \leq \alpha \leq 180^\circ$ einstellbar, ihre Grundswingungsfrequenz beträgt konstant $f_1 = 50 \text{ Hz}$ (unteres Bild).



- Berechnen Sie das Verhältnis von Grundswingungseffektivwert U_1 der Wechselrichterausgangsspannung zur Zwischenkreisgleichspannung U_d für $0 \leq \alpha \leq 180^\circ$ sowie den Klirrfaktor k_u und den Grundswingungsgehalt g_u der Wechselrichterausgangsspannung und stellen die drei Größen über α grafisch dar. Stellen Sie zusätzlich k_u über U_1/U_d grafisch dar.
- Bei $\alpha = 90^\circ$ soll der Wechselrichter einen Strom mit dem Grundswingungseffektivwert $I_1 = 16 \text{ A}$ so ins Netz einspeisen, dass die Netzspannung \underline{u}_N und \underline{I}_1 in Phase sind. Zeichnen Sie ein qualitatives Zeigerbild der Grundswingungsgrößen für diese Betriebsart und bestimmen Sie die erforderliche Höhe der Zwischenkreisgleichspannung U_d .
- Berechnen Sie den Zeitverlauf des Stromes i im eingeschwungenen Betrieb nach Aufgabenteil a).