Vorlesung Elektronik II

FH MÜNSTER
University of Applied Sciences

1. **Motivation**
   – Schaltungsfamilien
2. **Transistoren in analogen Schaltungen**
   – Inverter
   – Kleinsignalverhalten
   – Differenzstufe
   – Transistor als Widerstand
   – Stromquellen
   – Inverter und Differenzstufe mit Stromspiegel
   – Ausgangsstufen
   – Kapazitäten eines Transistors
   – Frequenzgang
3. **Verstärker**
   – Aufbau einstufiger Verstärker
   – Wirkung der Kapazitäten
   – Aufbau zweistufige Verstärker
   – Pole und Nullstellen
   – CMRR
   – PSRR
   – Slew Rate
4. **Anwendungen des OPV**
   – Invertierender Verstärker
   – Übertragungsfunktion
   – Frequenzgang (Bode-Diagramm)
   – Verstärkungs-Bandbreite-Produkt
   – Bandbreite eines gegengekoppelten OPV
   – Summierer/ Subtrahierer
   – Logarithmierer/ Integrierer
   – Aktiver Tiefpass/ Hochpass 1. Ordnung
   – Integrierer/ Differenzierer
   – Komparator mit Hysterese
5. **Gegen- und Mittkopplung**
   – Einfluss auf Eingangswiderstand
   – Einfluss auf Ausgangswiderstand
   – Frequenzgang
   – Astabile Kippschaltung

Invertierender Verstärker

FH MÜNSTER
University of Applied Sciences

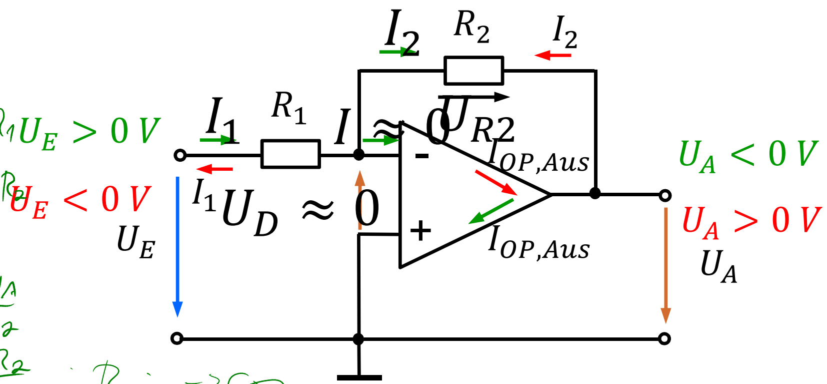
$U_E = U_{R1} = I_1 \cdot R_1$

$U_A = -U_{R2} = -I_2 R_2$

$I_1 = I_2$

$\Rightarrow \frac{U_E}{R_1} = -\frac{U_A}{R_2}$

$\Rightarrow \frac{U_A}{U_E} = -\frac{R_2}{R_1}$



$R_{ein} \to \infty$: Es fließt idealerweise kein Strom in Eingänge

Für die Berechnung von A machen wir zwei Annahmen:

(1) Prinzip des virtuellen Kurzschluss:
Wegen $U_D = 0\,V$ liegt der Knoten am invertierenden Eingang potentialmäßig auf Masse („virtuelle Masse").

(2) Der Strom, der in den invertierenden Eingang fließt, ist vernachlässigbar klein bzw. null.

Damit gilt wegen (1):
(U_E und U_A gegen Masse)

$$I_1 = \frac{U_{R1}}{R_1} = \frac{U_E}{R_1} \qquad I_2 = \frac{U_{R2}}{R_2} = -\frac{U_A}{R_2}$$

und wegen (2):

$$I_1 = I_2 \implies \frac{U_E}{R_1} = -\frac{U_A}{R_2}$$

Der OP regelt seine Ausgangsspannung so aus, dass diese Beziehung gilt: $I_1 = I_2$

Damit folgt für $A = \frac{U_A}{U_E}$:

$$\boxed{A = -\frac{R_2}{R_1}}$$

(negative Verstärkung) → Phasenumkehr

Man beachte: Ist $U_E > 0$, dann muss $U_A < 0$ werden!

Der Eingangswiderstand der Schaltung wird von R_1 bestimmt:

$$r_{Ein} = \frac{u_E}{i_1} = \frac{u_E}{u_E/R_1} = R_1$$

Der Eingangswiderstand der Schaltung ist wesentlich kleiner als der des OPs!! (Wirkung der GK!!).

Invertierender Verstärker mit endlichem A_D

Eine genauere Analyse mit endlichem A_D ergibt (→ Übung):

$$A = \frac{U_A}{U_E} = -\frac{\frac{R_2}{R_1}}{1+\frac{1}{A_D}\cdot\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

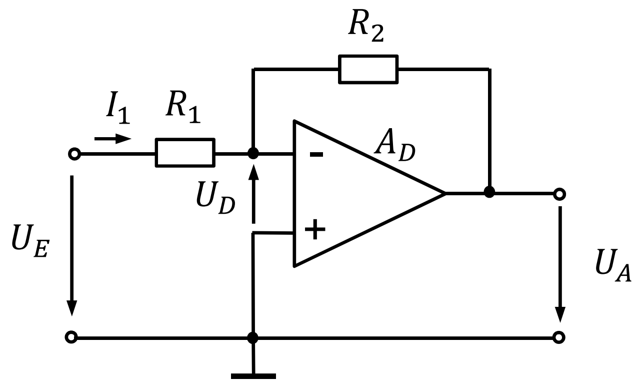
Hinweis:

$U_A = A_D \cdot U_D$

$U_E = f(I_1, U_D)$ Man muss U_D mitschleppen

$U_A = f(I_1, U_D)$ hier nicht Prüfungsrelevant

Beispiel: Für eine Verstärkung vom Betrag 100 wählen wir z. B. $R_1 = 1k\Omega, R_2 = 100k\Omega$.
Wie groß ist für A die prozentuale Abweichung vom Idealwert $R_2/R_1 = 100$ bei verschiedenen, endlichen Leerlaufverstärkungen A_D?



A_D	U_E	U_A	$\|A\|$	Fehler	U_D
10^5	10 mV	999 mV	99,90	- 0,10%	9,99 µV
10^4	10 mV	990 mV	99,00	- 1,00%	99,0 µV
10^3	10 mV	908 mV	90,83	- 9,17%	908 µV

Der Eingangswiderstand der Schaltung wird von R_1 bestimmt:

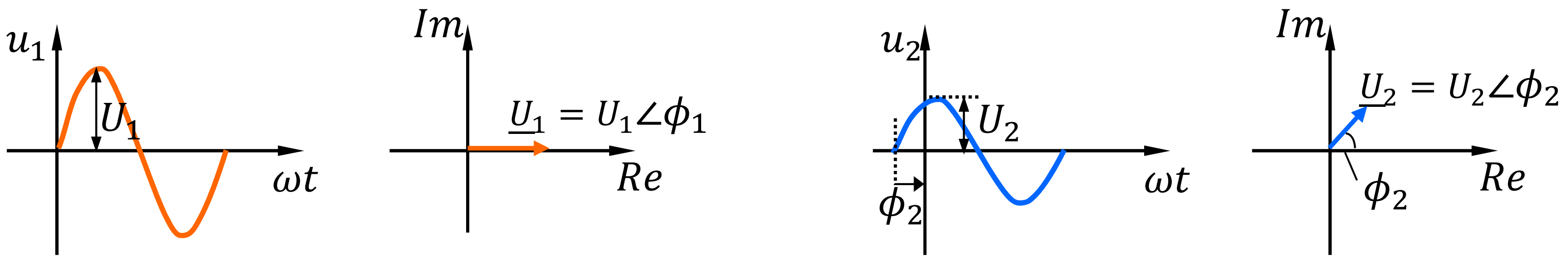
$$r_{Ein} = \frac{u_E}{i_1} = \frac{u_E}{u_E/R_1} = R_1$$

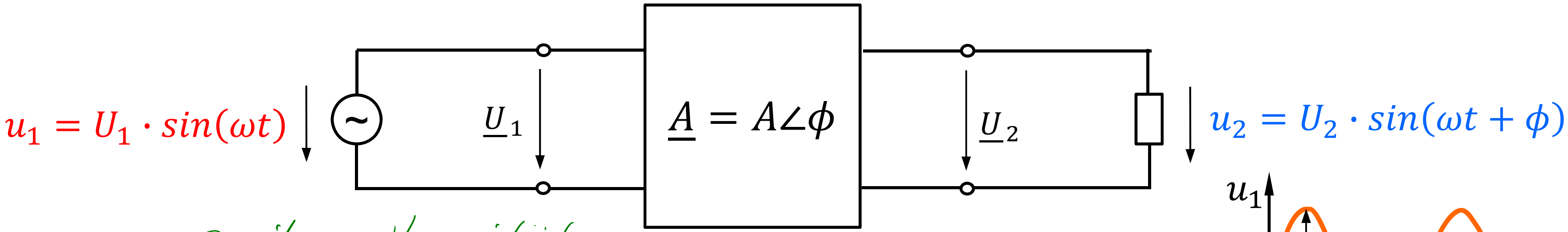
Man beachte in diesem Zusammenhang den Frequenzgang des OP!

Der Ausgangswiderstand der Schaltung ist wesentlich kleiner als der des OPs (Wirkung der GK).

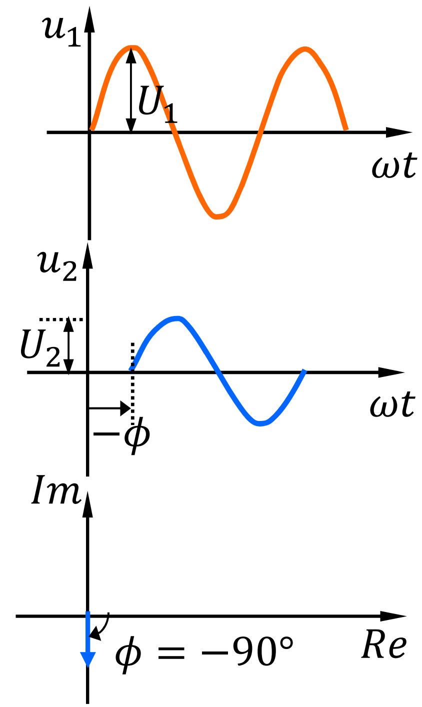
Übertragungsfunktion eines Vierpols

FH MÜNSTER
University of Applied Sciences





Frequenzabhängig wegen Parasitären Kapazitäten



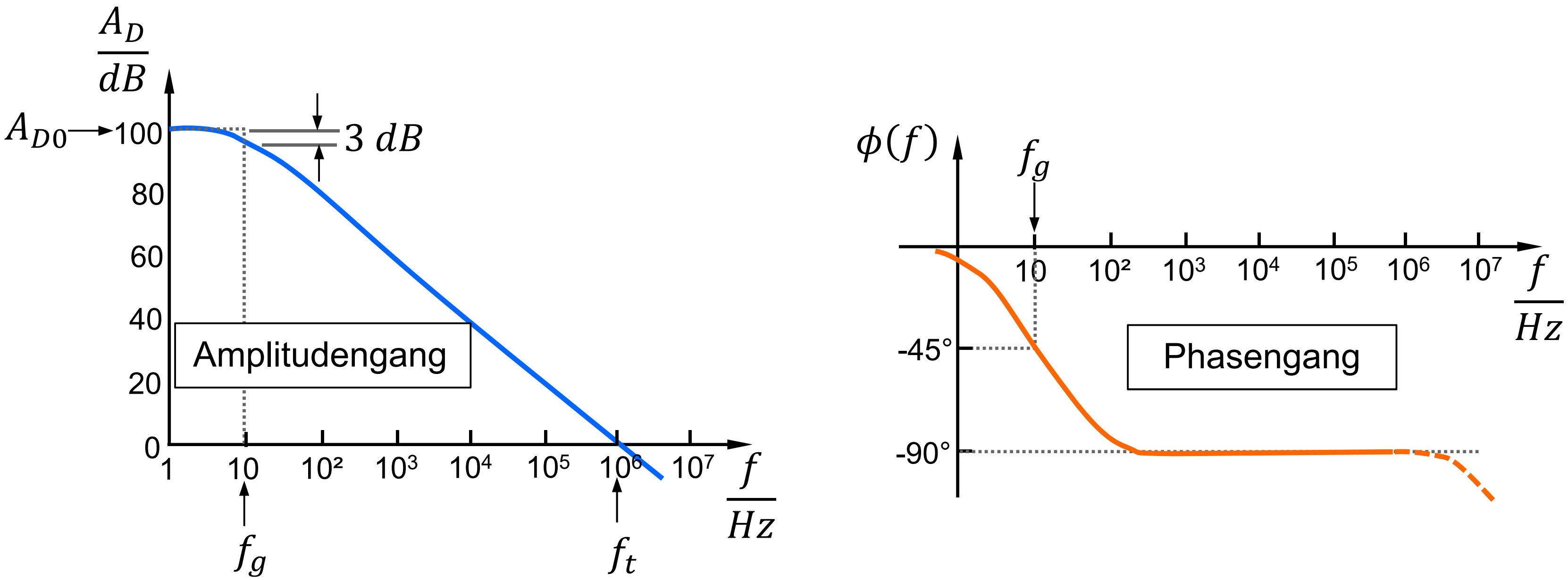
Übertragungsfunktion: $$\boxed{\underline{A} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}} = \frac{U_2 \cdot e^{j\phi_2}}{U_1 \cdot e^{j\phi_1}} = \frac{U_2}{U_1} \cdot e^{j \cdot \underbrace{(\phi_2 - \phi_1)}_{=\phi}}$$

$$\boxed{\underline{A} = |\underline{A}| \cdot e^{j\phi} \equiv A\angle\phi}$$

- $\underline{A}$ ist i. A. eine frequenzabhängige, komplexe Größe. Man bezeichnet $\underline{A} = \underline{A}(\omega)$ als Frequenzgang. Der Betrag $A(\omega)$ wird als Amplitudengang und $\phi(\omega)$ als Phasengang bezeichnet.

Frequenzgang eines OP (Bode-Diagramm)

FH MÜNSTER
University of Applied Sciences



- OPs haben aus Stabilitätsgründen den Frequenzgang eines Tiefpasses 1. Ordnung (internes oder externes, frequenzgangbestimmendes RC-Glied). (Systemtheorie)

- A_{D0} Differenzverstärkung des OP bei $f = 0\ Hz$ (Gleichspannung).
  f_g 3dB-Grenzfrequenz $\Longrightarrow$ $A_D(f_g) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot A_{D0} = 0{,}707 \cdot A_{D0}$
  f_t Transitfrequenz (Durchtrittsfrequenz) $\Longrightarrow$ $A_D(f_t) = 1(\triangleq 0\ dB)$

Verstärkungs-Bandbreite-Produkt

FH MÜNSTER
University of Applied Sciences

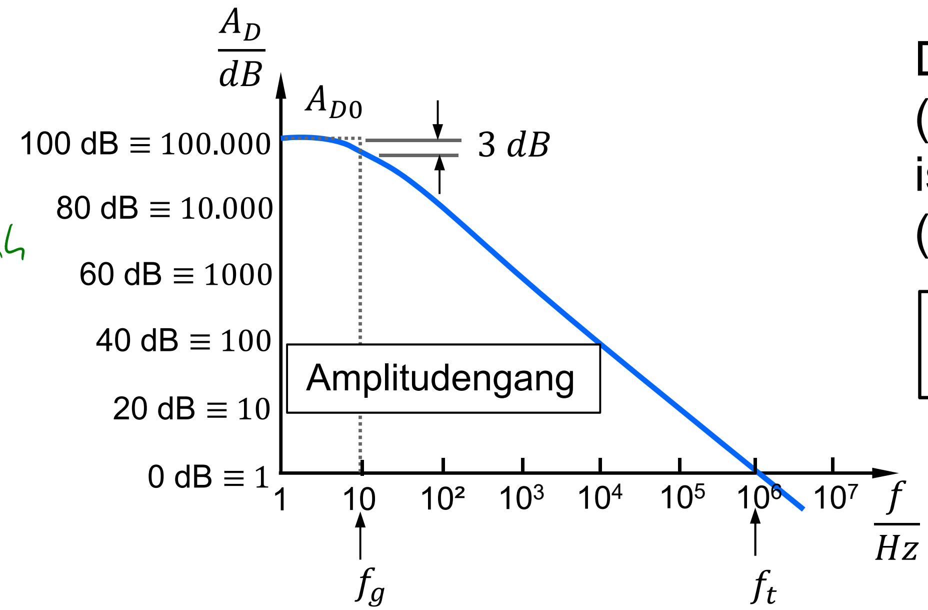
Wegen des TP-Verhaltens gilt für den Frequenzgang (ähnlich wie beim RC-Glied):

$$\underline{A}_D(f) = \frac{A_{D0}}{1 + j \cdot \frac{f}{f_g}} \Rightarrow A_D(f) = \frac{A_{D0}}{\sqrt{\cancel{1} + \left(\frac{f}{f_g}\right)^2}} \overset{f \gg f_g}{\approx} \frac{A_{D0}}{\frac{f}{f_g}} = \frac{A_{D0} \cdot f_g}{f}$$

Daraus folgt (für $f > f_g$) die allgemeine Beziehung: $A_D(f) \cdot f = A_{D0} \cdot f_g \Rightarrow A_D \sim \frac{1}{f}$

Insbesondere gilt bei der Transitfrequenz: $1 \cdot f_t = A_{D0} \cdot f_g$

logarithmisch aber linear



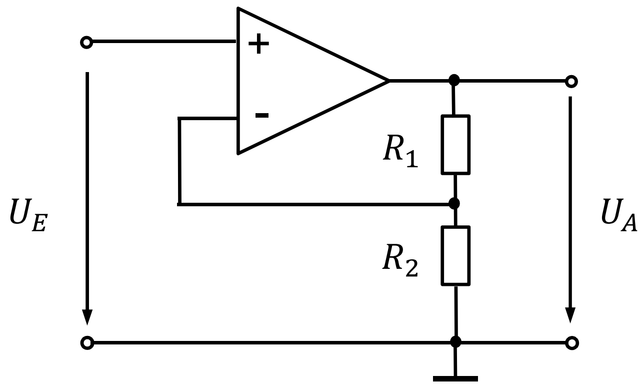
Das sog. Verstärkungs-Bandbreite-Produkt (*gain-bandwidth product – GBW*) ist eine wichtige Größe bzw. Gütezahl (*figure of merit*) des OPs (→ Datenblatt).

$$\boxed{GBW := A_{D0} \cdot f_g \left(= A_D(f) \cdot f = const, f \gg f_g\right)}$$

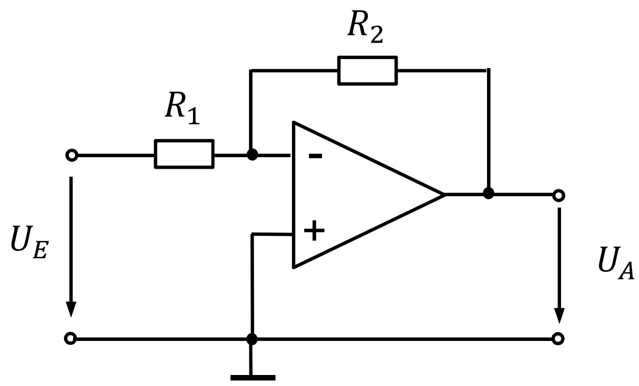
bzw. $\boxed{GBW = f_t}$

Bandbreite eines gegengekoppelten OPs

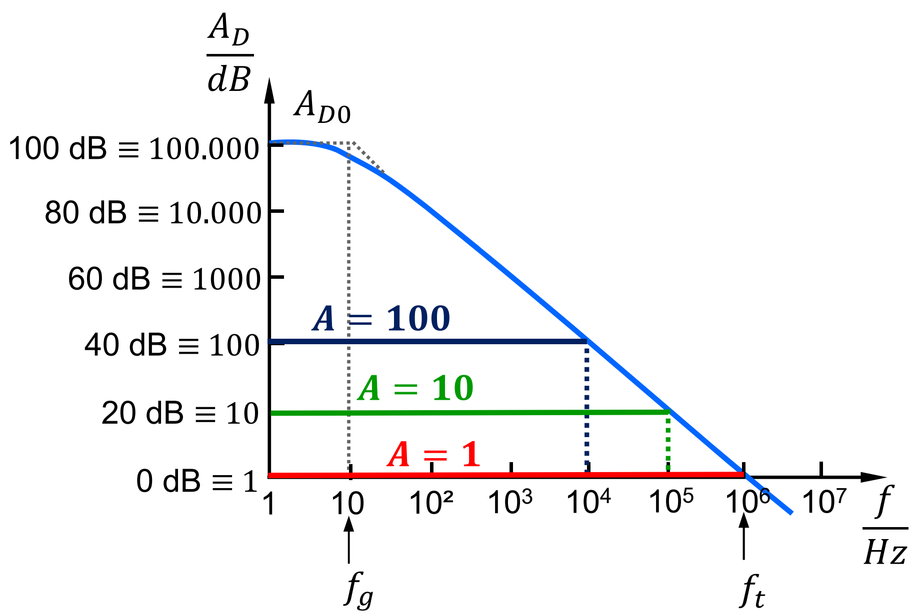
FH MÜNSTER
University of Applied Sciences



nicht invertierender Spannungsverstärker



invertierender Spannungsverstärker



$$A = -\frac{\frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{1}{A_D} \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}$$

Die Bandbreite eines gegengekoppelten Spannungsverstärkers ist von der, durch die äußere Beschaltung eingestellten, Verstärkung A abhängig!

Über diese Bandbreite hinaus hat man weiterhin das Verhalten eines Tiefpasses.

Summierer

FH MÜNSTER
University of Applied Sciences

Bei mehreren Eingängen werden alle Eingangsströme am Minus-Eingang addiert:

$$I_1 + I_2 + \ \dots + I_n = I_f$$

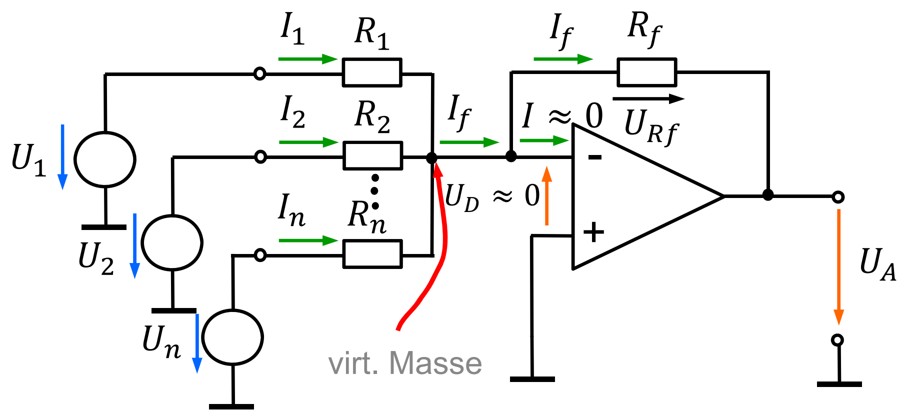
Bei einem idealen OP (virt. Masse) gilt:

$$\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \ \dots + \frac{U_n}{R_n} = \frac{U_{Rf}}{R_f}$$

sowie: $U_A = -U_{Rf} = -I_f R_f$ und somit:

$$U_A = -\left(\frac{R_f}{R_1} \cdot U_1 + \frac{R_f}{R_2} \cdot U_2 + \ \dots + \frac{R_f}{R_n} \cdot U_n\right)$$

$$U_A = -\frac{R_f}{R_1} \cdot (U_1 + U_2 + \ \dots + U_n)$$



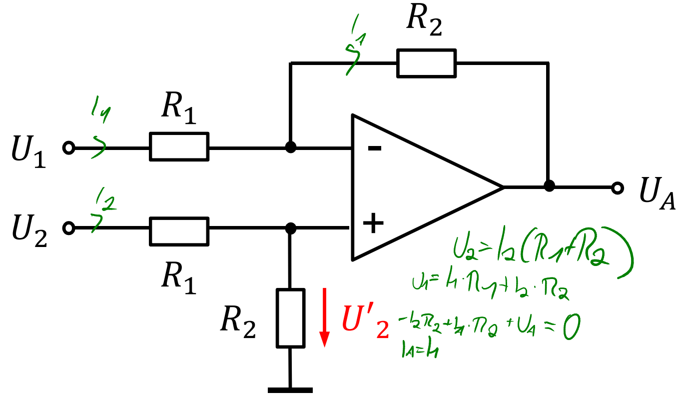
Die Ausgangsspannung des Summierers ist gleich der negativen, gewichteten Summe der Eingangsspannungen - Superposition

Im Falle gleicher Eingangswiderstände $R_1 = R_2 = \ \dots = R_n$ entfällt die Gewichtung der einzelnen Summenden.

- Da der Minus-Eingang virtuell auf Masse liegt, sind die Eingänge voneinander entkoppelt, d. h. es fließen keine Ausgleichsströme zwischen den Spannungsquellen. $\Rightarrow$ Stromaddition

Subtrahierer (Differenzverstärker)

- Durch Kombination des invertierenden mit dem nicht invertierenden Verstärker erhält man einen gegengekoppelten Differenzverstärker.

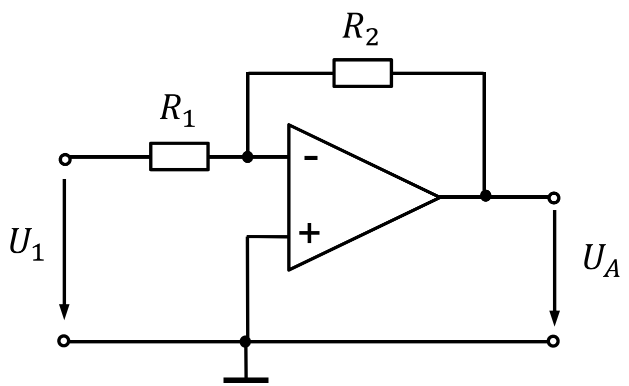


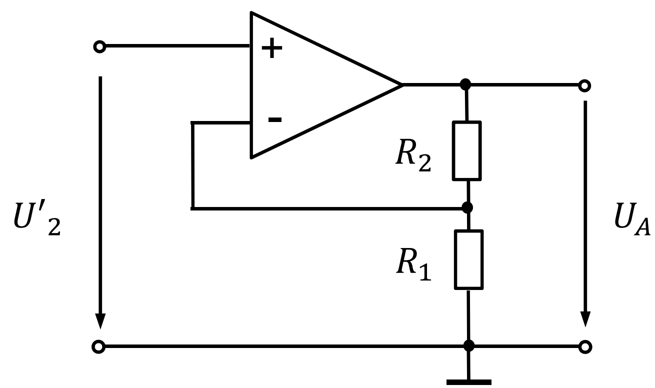
Analyse mit Hilfe des Überlagerungssatzes:

$$U'_A\Big|_{U_2=0} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot U_1$$

U_1 für sich alleine wird invertierend verstärkt.

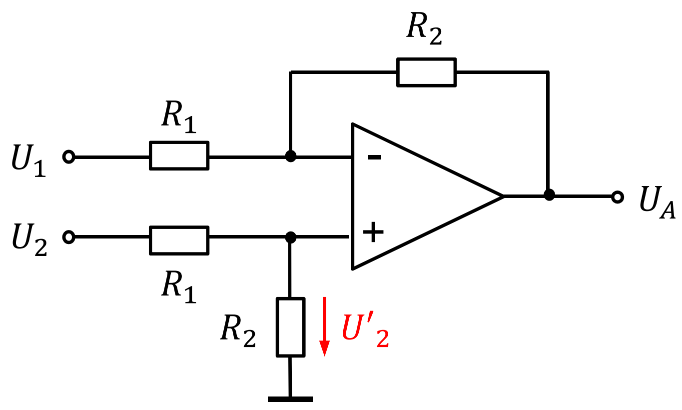
- Prinzip des „virtuellen“ Kurzschluss: Wegen $U_D = 0\,V$ liegt der Knoten am invertierenden Eingang auf dem gleichen Potential wie der nicht-invertierenden Eingang





Subtrahierer (Differenzverstärker)

- Durch Kombination des invertierenden mit dem nicht invertierenden Verstärker erhält man einen gegengekoppelten Differenzverstärker.



Analyse mit Hilfe des Überlagerungssatzes:

$$U'_A\Big|_{U_2=0} = -\frac{R_2}{R_1}\cdot U_1$$

U_1 für sich alleine wird invertierend verstärkt.

- Prinzip des „virtuellen" Kurzschluss: Wegen $U_D = 0\,V$ liegt der Knoten am invertierenden Eingang auf dem gleichen Potential wie der nicht-invertierenden Eingang

Für U'_2 (U_2) wirkt der Verstärker nicht-invertierend:

$$U''_A\Big|_{U_1=0} = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\cdot \underbrace{\frac{R_2}{R_1+R_2}\cdot U_2}_{=U'_2} = \frac{R_2}{R_1}\cdot U_2$$

U_2 für sich alleine wird nicht-invertierend verstärkt.

Durch Überlagerung $U_A = U'_A + U''_A$ erhält man:

$$U_A = \frac{R_2}{R_1}\cdot(U_2 - U_1)$$

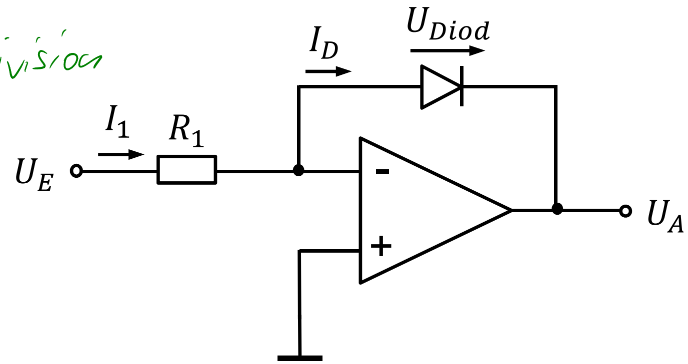
Nur die Differenz aus den beiden Eingangsspannungen wird verstärkt. Der Gleichtaktanteil wird ignoriert. $\Rightarrow$ Auswertung einer Brückenschaltung

$\log_b(a) = \dfrac{\log_c(a)}{\log_c(b)}$

Logarithmierer

$$I_1 = \frac{U_E}{R_1} \qquad I_D = I_S \cdot e^{\frac{U_{Diod}}{n \cdot U_{Temp}}}$$

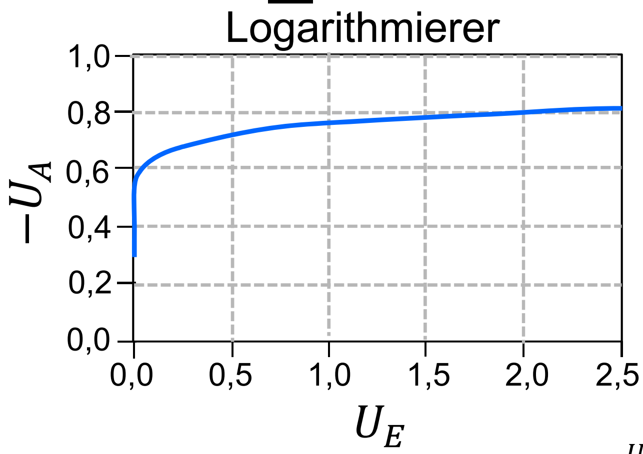
Für Multiplikation/Division



Der OP stellt U_A so ein, dass $U_A = -U_{Diod}$ gilt und damit $I_1 = I_D$. Daraus ergibt sich:

$$\frac{U_E}{R_1} = I_S \cdot e^{\frac{-U_A}{n \cdot U_{Temp}}} \implies U_A = -n \cdot U_{Temp} \cdot l_n \frac{U_E}{I_S \cdot R_1}$$

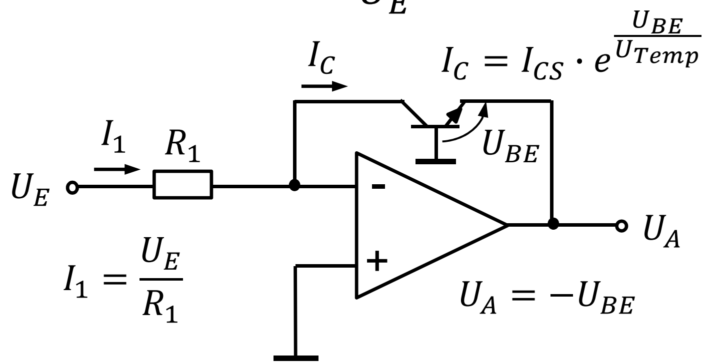
$$U_A = \underbrace{-n \cdot U_{Temp} \cdot ln10}_{=60\ldots120mV} \cdot log_{10} \frac{U_E}{I_S \cdot R_1} (für\ U_E > 0)$$



- Da der Emissionskoeffizient bei Dioden stromabhängig ist, lässt sich die Genauigkeit durch Verwendung eines BJT $(n = 1)$ erheblich verbessern $(U_A = -U_{BE})$.

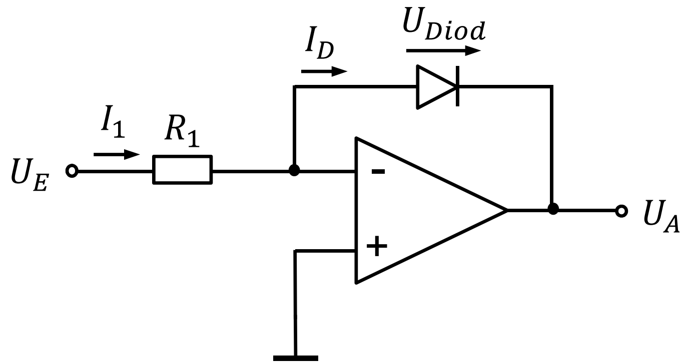
$$U_A = -U_{Temp} \cdot ln \frac{U_E}{I_{CS} \cdot R_1} \quad (für\ U_E > 0)$$

- Einsatz: Multiplikation $\rightarrow \log(AB) = \log(A) + \log(B)$



Logarithmierer

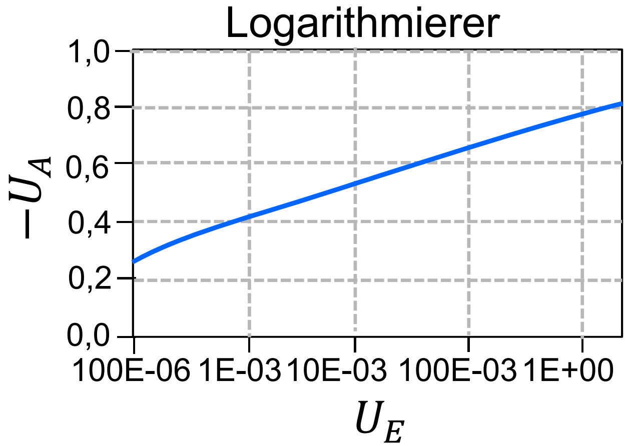
$$I_1 = \frac{U_E}{R_1} \qquad I_D = I_S \cdot e^{\frac{U_{Diod}}{n \cdot U_{Temp}}}$$



Der OP stellt U_A so ein, dass $U_A = -U_{Diod}$ gilt und damit $I_1 = I_D$. Daraus ergibt sich:

$$\frac{U_E}{R_1} = I_S \cdot e^{\frac{-U_A}{n \cdot U_{Temp}}} \implies U_A = -n \cdot U_{Temp} \cdot l_n \frac{U_E}{I_S \cdot R_1}$$

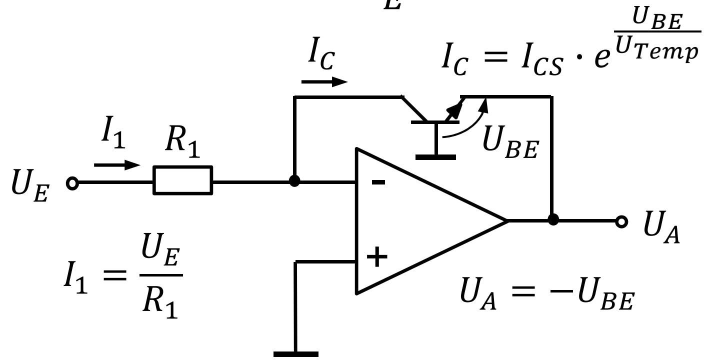
$$U_A = \underbrace{-n \cdot U_{Temp} \cdot ln10}_{=60\ldots120mV} \cdot log_{10} \frac{U_E}{I_S \cdot R_1} (für\ U_E > 0)$$



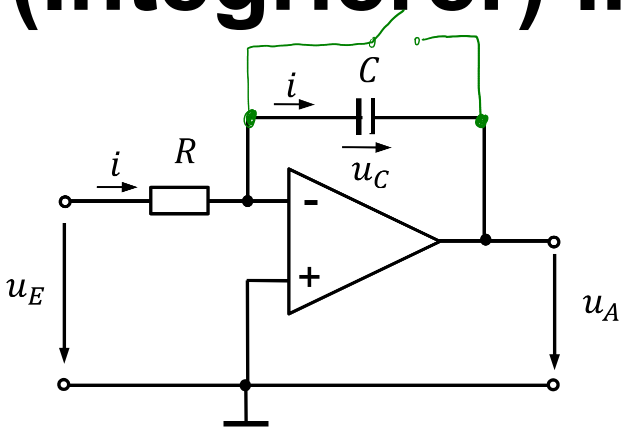
- Da der Emissionskoeffizient bei Dioden stromabhängig ist, lässt sich die Genauigkeit durch Verwendung eines BJT $(n = 1)$ erheblich verbessern $(U_A = -U_{BE})$.

$$U_A = -U_{Temp} \cdot ln \frac{U_E}{I_{CS} \cdot R_1} \quad (für\ U_E > 0)$$

- Einsatz: Multiplikation $\rightarrow \log(AB) = \log(A) + \log(B)$



(Integrierer) Integrator



Die Eingangsspannung u_E hat den Strom $i = \frac{U_E}{R}$ zur Folge, mit welchem der Kondensator geladen wird.

Es sei zunächst $u_C(0) = 0$
(C zum Zeitpunkt $t = 0$ ungeladen).
In diesem Fall gilt für den zeitlichen Verlauf der Kondensatorspannung $(\mathrm{t} > 0)$:

$$u_c(t) = \frac{1}{C} \cdot \int_0^t i(t)dt = \frac{1}{C} \cdot \int_0^t \frac{u_E(t)}{R} dt$$

Weil $u_A = -u_C$, ergibt sich:

$$\boxed{u_A(t) = -\frac{1}{RC} \cdot \int_0^t u_E(t)dt}$$

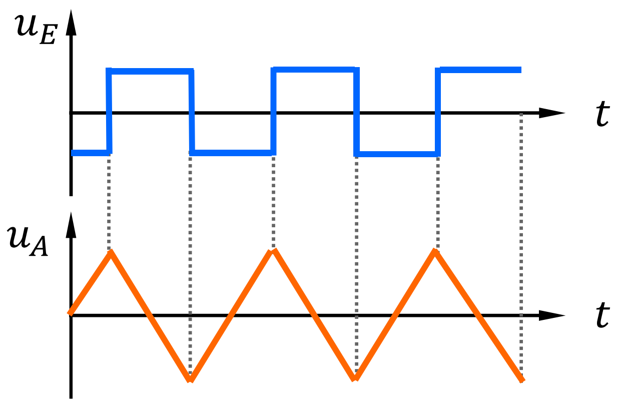
Die Ausgangsspannung des Integrierers ist das invertierte und mit $1/\mathrm{RC}$ skalierte Zeitintegral der Eingangsspannung.

Bei vorgeladener Kapazität gilt $u_C(t_0) = -u_A(t_0) \neq 0$ verallgemeinert:

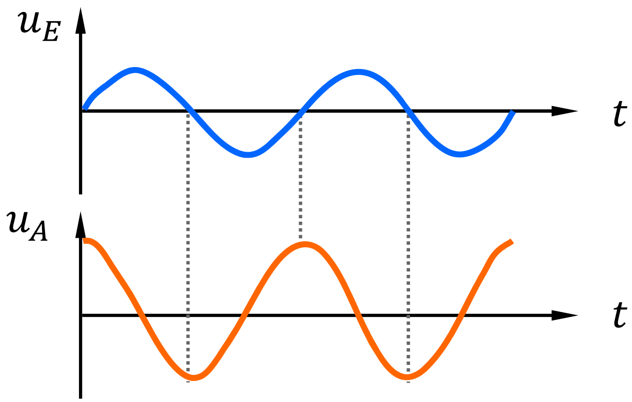
$$u_A(t) = -\frac{1}{RC} \cdot \int_{t_0}^t u_E(t)dt + u_A(t_0)$$

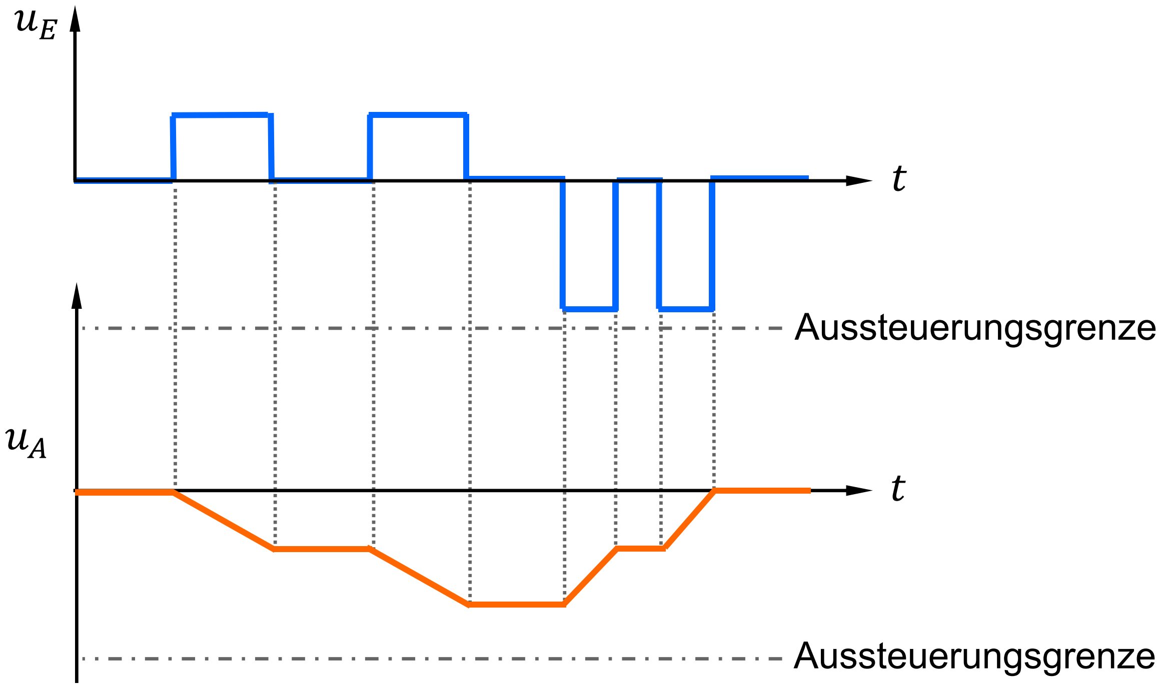
Integrator: Verhalten im Zeitbereich

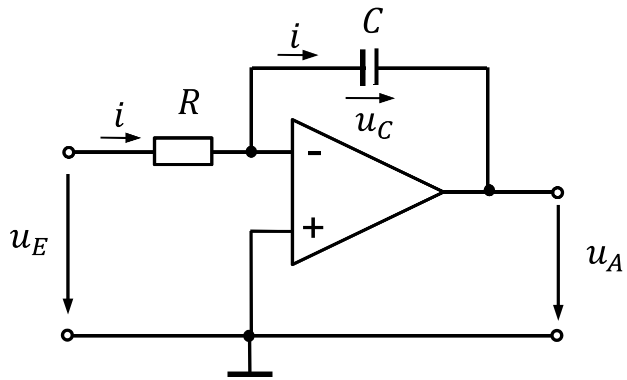
invertierung



reine Wechsel-spannungen am Eingang (DC-Anteil null)

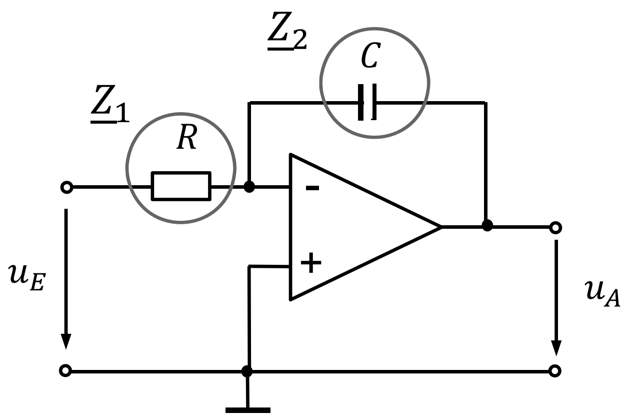






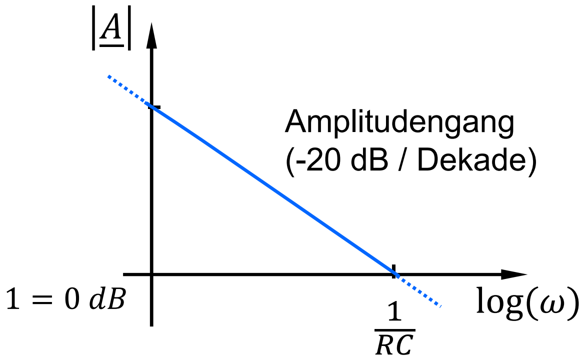
$$u_A(t) = -\frac{1}{RC} \cdot \int_0^t u_E(t)dt$$

Übertragungsfunktion des Integrators



Das Verhalten des Integrierers im Frequenzbereich wird durch seine Übertragungsfunktion beschrieben:

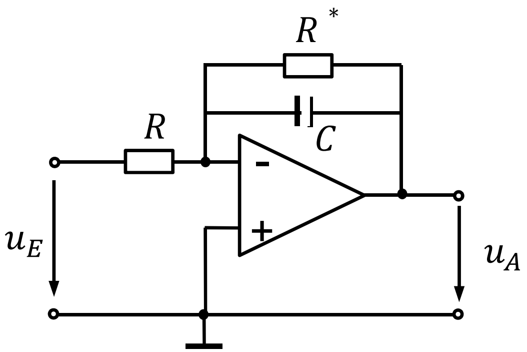
$$\underline{A} = \frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E} = -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1} = -\frac{\frac{1}{j\omega C}}{R} = -\frac{1}{j\omega RC}$$



Die Übertragungsfunktion interessiert uns vor allem bei der Integration von periodischen Signalen ($\sin \omega t$). Die Zerlegung nach Betrag und Phase ergibt:

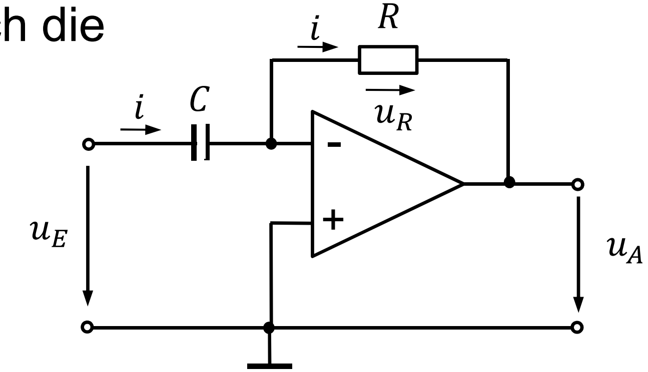
$$|\underline{A}| = \frac{1}{\omega RC}, \qquad \emptyset = +90° = const$$

- Der Integrierer verhält sich wie ein Tiefpass 1. Ordnung mit einer Grenzfrequenz von null. Bei $\omega = 0$ (DC) geht die Verstärkung gegen ∞!
- Jeder noch so kleine Gleichspannungsanteil im Eingangssignal bedeutet, $u_A \rightarrow \infty$ (Integrierer läuft mit der Zeit in die Begrenzung).
- Durch einen zusätzlichen Parallelwiderstand R* kann die DC-Verstärkung auf den Wert R*/R begrenzt werden. Aber: Integrierer wird dadurch im Prinzip zum gewöhnlichen TP.



Differenzierer

Durch den Kondensator fließt nur dann Strom, wenn sich die Eingangsspannung ändert:

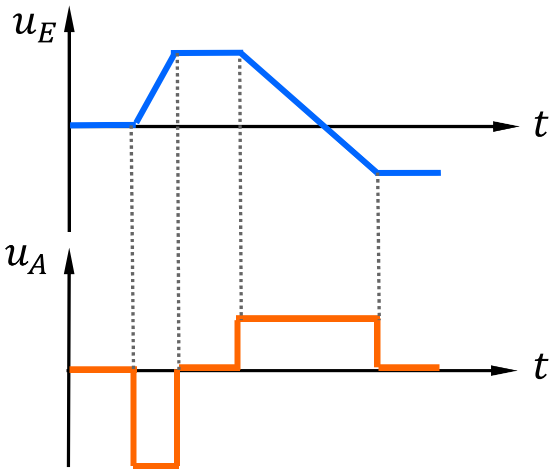


$$i(t) = C \cdot \frac{du_E(t)}{dt}$$

Mit $u_A = -u_R = -R \cdot i$ folgt:

$$\boxed{u_A(t) = -RC \cdot \frac{du_E(t)}{dt}}$$

Die Ausgangsspannung ist proportional zur Änderungsgeschwindigkeit der Eingangsspannung. Der Differenzierer reagiert daher nur auf Änderungen am Eingang.



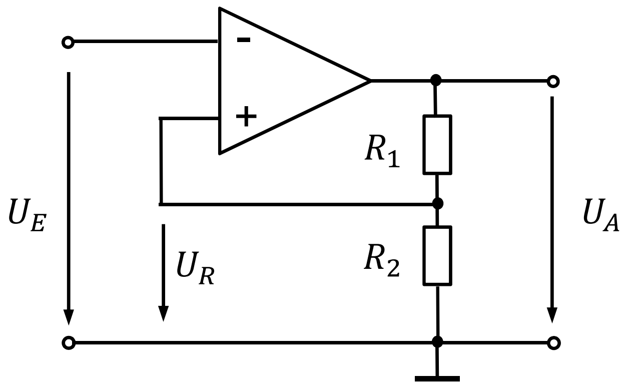
Betrachtung im Frequenzbereich:

$$\underline{A} = \frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E} = -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1} = -\frac{R}{\frac{1}{j\omega C}} = -\mathrm{j\omega RC}$$

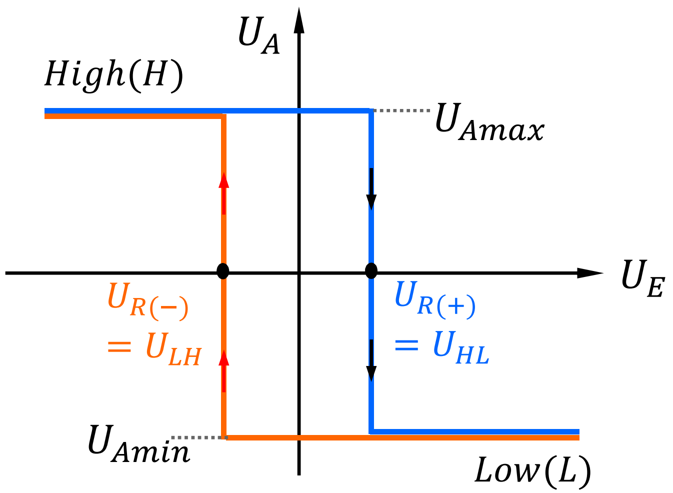
$$|\underline{A}| = \omega RC\,, \qquad \emptyset = -90° = const$$

- Der Differenzierer verhält sich wie ein Hochpass 1. Ordnung mit Grenzfrequenz bei ∞.
- Die Schaltung hat Stabilitätsprobleme (Schwingungsneigung). Abhilfe: kleines R_1 in Reihe zu C (Hochpass: $R_1 C$).

Komparator mit Hysterese (Schmitt-Trigger)



invertierender
Schmitt-Trigger



- Mitkopplung statt Gegenkopplung: Ein Teil von U_A wird additiv auf den Eingang zurückgeführt.
- Schmitt-Trigger: Modifizierter Schwellwert-schalter mit 2 Schaltwellen anstatt einer (→ immun gegen gestörte Eingangssignale).
- Der Ausgang kann sich nur sprunghaft zwischen den beiden Sättigungsgrenzen U_{Amax} und U_{Amin} ändern. Entsprechendes gilt auch für die rückgekoppelte Spannung U_R:

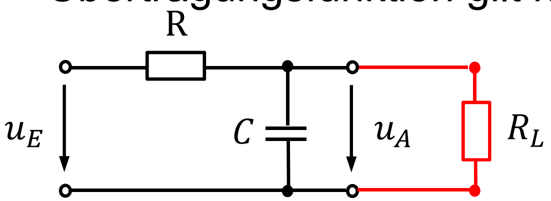
$$U_{R(+)} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{Amax} \qquad U_{R(-)} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{Amin}$$

- Die Schaltung kippt genau dann in den jeweils anderen Zustand, wenn U_E den aktuellen Wert von U_R erreicht. Die beiden Schaltschwellen liegen daher:

$$U_{HL} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{Amax} \qquad U_{LH} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{Amin}$$

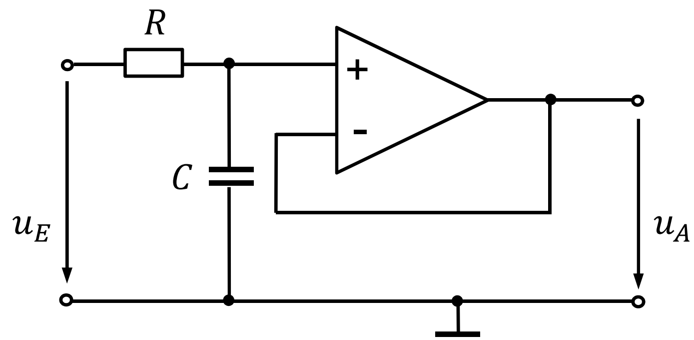
Aktiver Tiefpass 1. Ordnung

Übertragungsfunktion gilt nur für ein unbelastetes RC-Glied! max(|A|)=1



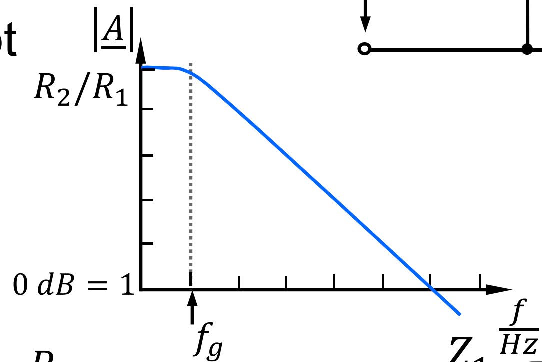
$r = R \cdot C$

$$\underline{A} = \frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{1}{j\omega C}+R} = \frac{1}{1+j\omega RC}$$

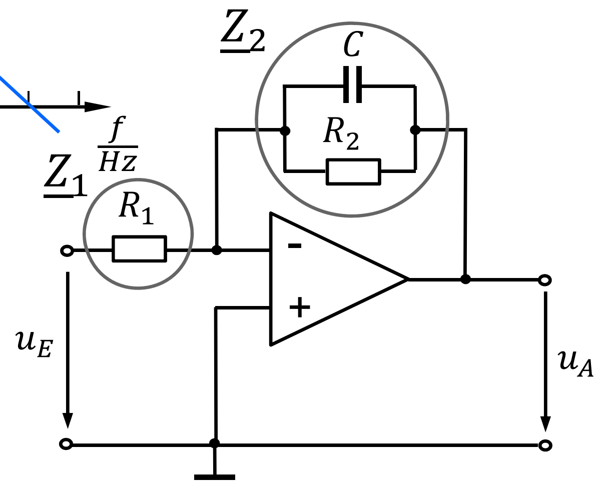


- Damit sich eine Belastung des Ausgangs nicht auf den Frequenzgang auswirkt, kann ein Buffer nachgeschaltet werden.

  Nachteil: Der Eingangswiderstand bleibt dabei jedoch frequenzabhängig.



- Besser: Invertierender Verstärker mit frequenzabhängiger Gegenkopplung.

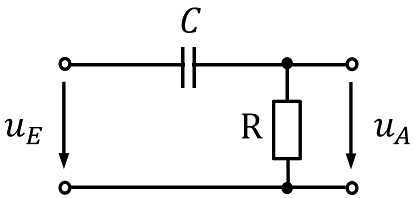


$$\underline{A} = \frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E} = -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1}\ , wobei\ \underline{Z}_1 = R_1,\ \ \underline{Z}_2 = \frac{R_2}{1+j\omega R_2 C}$$

$$\Longrightarrow \underline{A} = \underbrace{-\frac{R_2}{R_1}}_{DC-Verstärk.} \cdot \frac{1}{1+j\omega \underbrace{R_2 C}_{=\tau}} \qquad f_g = \frac{1}{2\pi \cdot \tau} = \frac{1}{2\pi \cdot R_2 C}$$

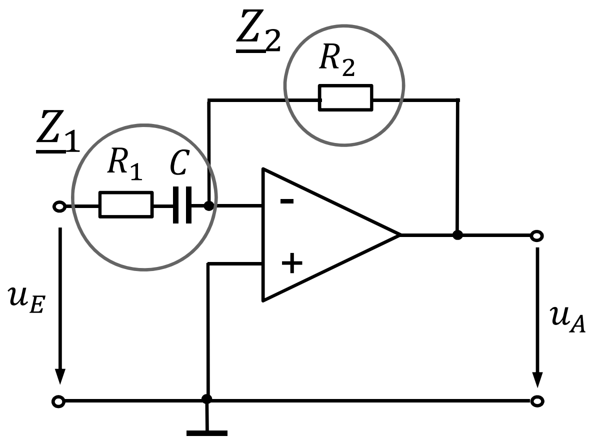
Aktiver Hochpass 1. Ordnung

FH MÜNSTER
University of Applied Sciences



$\tau = R \cdot C$

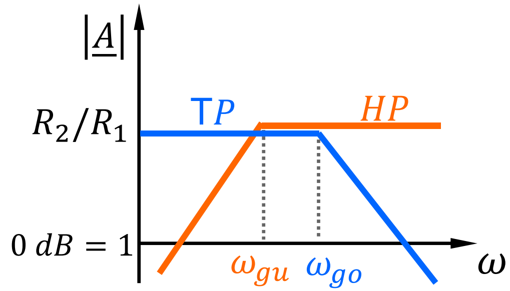
$$\underline{A} = \frac{\underline{U_A}}{\underline{U_E}} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$



$$\underline{A} = \frac{\underline{U_A}}{\underline{U_E}} = -\frac{\underline{Z_2}}{\underline{Z_1}} \text{ ,wobei } \underline{Z_1} = R_1 + \frac{1}{j\omega C}, \quad \underline{Z_2} = R_2$$

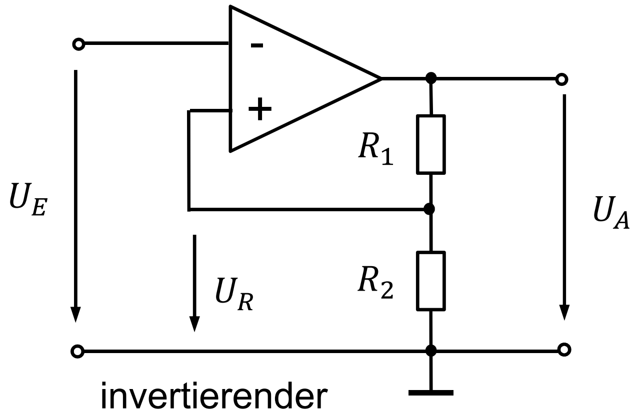
$$\Longrightarrow \underline{A} = \underbrace{-\frac{R_2}{R_1}}_{\underline{A}(\omega \to \infty)} \cdot \frac{j\omega R_1 C}{1 + j\omega \underbrace{R_1 C}_{=\tau}}$$

$$f_g = \frac{1}{2\pi \cdot \tau} = \frac{1}{2\pi \cdot R_1 C}$$

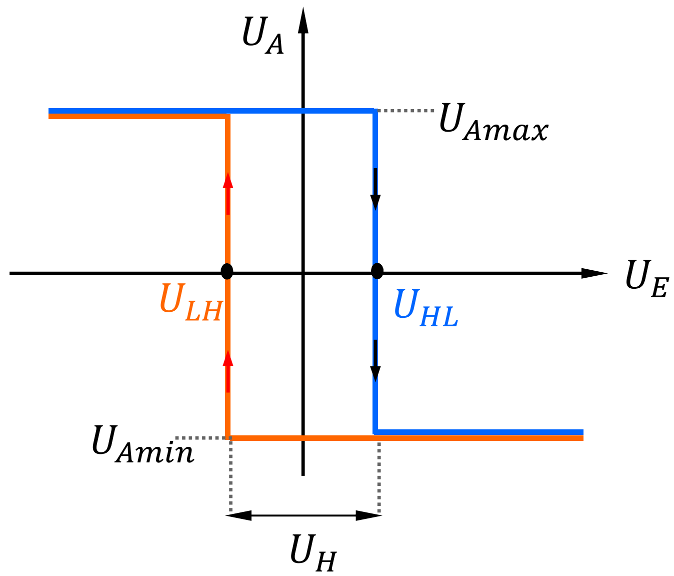


- Bei höheren Frequenzen ist der Verstärkungsabfall des OPs zu berücksichtigen (Tiefpassverhalten des realen OPs). Die Schaltung arbeitet daher genau genommen als Bandpass.
- Mit OPs lassen sich auch Filter höherer Ordnung einfach realisieren (→ größere Flankensteilheit). Bei aktiven Filtern kann auf den Einsatz von Induktivitäten grundsätzlich verzichtet werden.

Invertierender Schmitt-Trigger



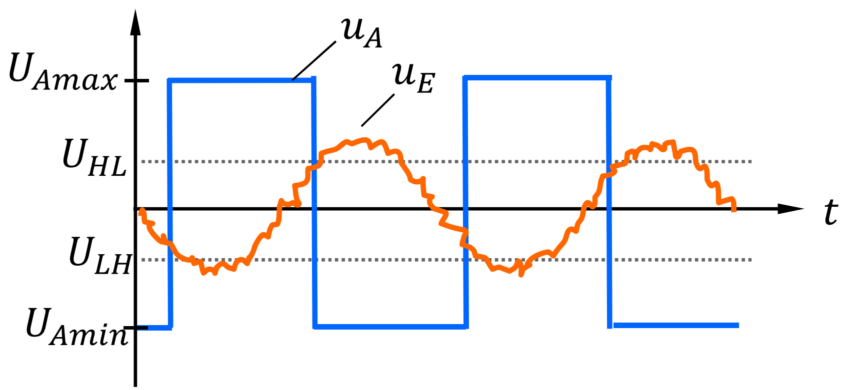
invertierender
Schmitt-Trigger



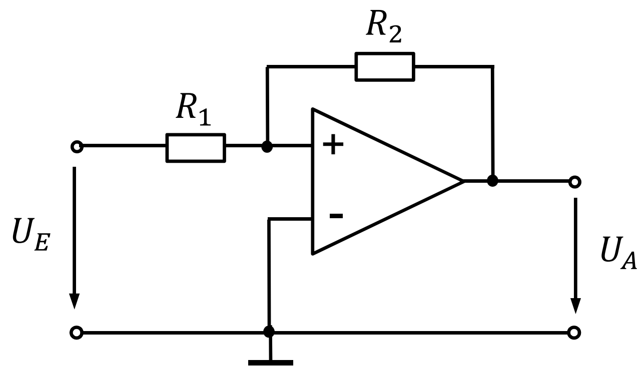
- Die Übertragungskennlinie hat eine Hysterese: U_A hängt nicht allein von U_E ab, sondern auch von der „Vorgeschichte“ (d.h. vom aktuellen Zustand).

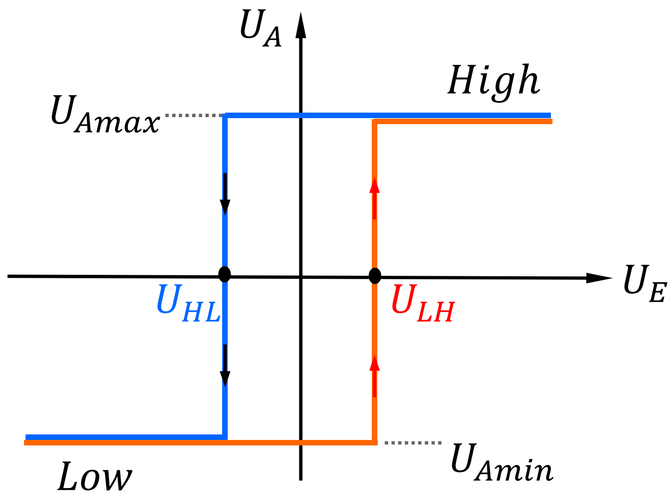
  Die Breite der Hysterese beträgt:

$$U_H = U_{HL} - U_{LH} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot (U_{Amax} - U_{Amin})$$



Nicht invertierender Schmitt-Trigger





Die Schaltung kippt jeweils um, sobald die Eingangsspannung die Differenz am OP-Eingang zu null werden lässt.
Man kann zeigen (Überlagerungssatz, Spannungsteilerregel → Übung):

$$U_{HL} = -\frac{R_1}{R_2} \cdot U_{Amax} \qquad U_{LH} = -\frac{R_1}{R_2} \cdot U_{Amin}$$

$$\frac{U_{HL}}{R_1} = -\frac{U_{Amax}}{R_2} \qquad \frac{U_{LH}}{R_1} = -\frac{U_{Amin}}{R_2}$$