b) $\sum_{k=1}^{n} (2k-1) = n^2 \quad (n \in \mathbb{N})$

Induktionsverankerung: $A(1)$ ist wahr

$\sum_{k=1}^{1} (2k-1) = 1^2 \Rightarrow 2-1 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1$

Induktionsschritt: $A(n+1)$ ist wahr

$\sum_{k=1}^{n+1} (2k-1) = \sum_{k=1}^{n} (2k-1) + 2(n+1) - 1 \overset{I.A.}{\Rightarrow} n^2 + 2n + 1 \Rightarrow (n+1)^2$ $\square$

c) $\sum_{i=0}^{n} 2^i = 2^{n+1} - 1 \quad (n \in \mathbb{N})$

Induktionsverankerung: $A(0)$ ist wahr

$\sum_{i=0}^{0} 2^i \Rightarrow 2^0 = 1 \Rightarrow 2^{0+1} - 1 = 2^1 - 1 = 2 - 1 = 1$

Induktionsschritt: $A(n+1)$ ist wahr

$\sum_{i=0}^{n+1} 2^i = \sum_{i=0}^{n} 2^i + 2^{n+1} \overset{I.A.}{\Rightarrow} 2^{n+1} - 1 + 2^{n+1} = 2^n \cdot 2 + 2^n \cdot 2 - 1 = 2(2^n \cdot 2) - 1 = 2(2^{n+1}) - 1 = 2^{(n+1)+1} - 1$ $\square$

d) $\sum_{i=1}^{k} \frac{1}{i(i+1)} = \frac{k}{k+1} \quad (k \in \mathbb{N})$

Induktionsverankerung: $A(1)$ ist wahr

$\sum_{i=1}^{1} \frac{1}{i(i+1)} = \frac{1}{1(1+1)} = \frac{1}{2} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$

Induktionsschritt: $A(k+1)$ ist wahr

$\sum_{i=1}^{k+1} \frac{1}{i(i+1)} = \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{i(i+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+1+1)} \overset{I.A.}{\Rightarrow} \frac{k}{k+1} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{k(k+2)+1}{(k+1)(k+2)} = \frac{k^2+2k+1}{(k+1)(k+2)}$

$= \frac{(k+1)^2}{(k+1)(k+2)} = \frac{k+1}{k+1+1}$ $\square$