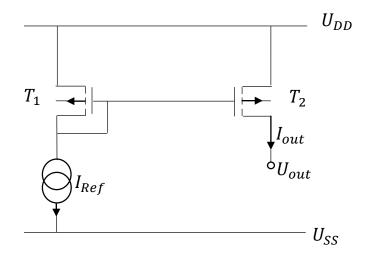
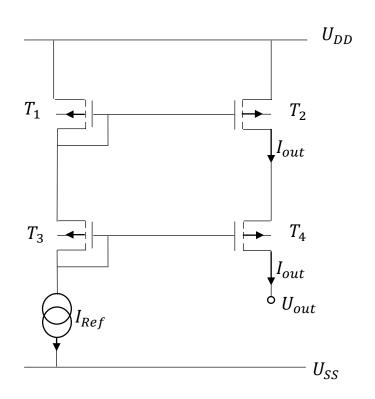


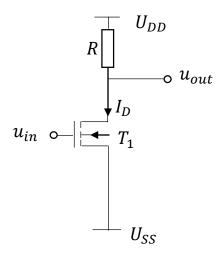
### Stromspiegel mit p-Kanal-Transistoren



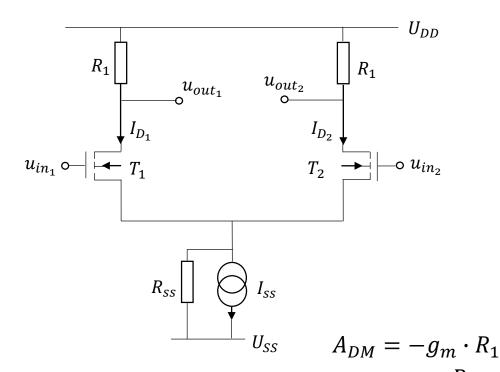


Einfacher Stromspiegel und Kaskode mit p-Kanal-Transistoren





$$A = -g_m \cdot R$$

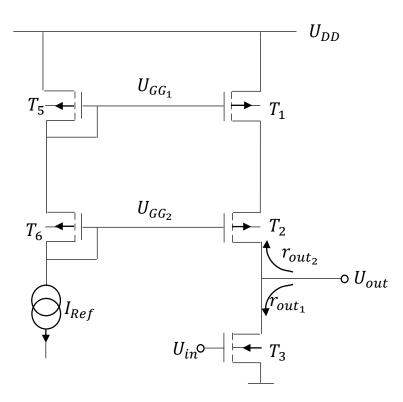


Inverter und Differenzstufe

$$A_{CM} = -\frac{R_1}{2 \cdot R_{SS}}$$

$$CMRR = g_m \cdot 2 \cdot R_{SS}$$





Inverter mit Kaskode

$$A = -g \cdot r_{out}$$

$$g = \frac{i_{out}}{u_{in}}\bigg|_{u_{out=0}} \approx g_{m_3}$$

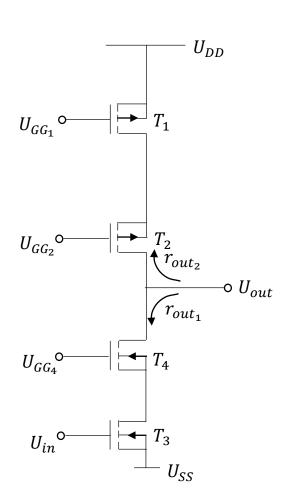
$$r_{out} = \frac{u_{out}}{i_{out}} \Big|_{u_{in=0}}$$
$$= r_{out_1} || r_{out_2}$$

gemäß Folie 62:

$$r_{out_2} \approx g_{m_2} \cdot r_{DS_2} \cdot r_{DS_1}$$
  
=  $r_{DS_3} \| (g_{m_2} \cdot r_{DS_2} \cdot r_{DS_1}) \approx r_{DS_3}$ 

$$\Rightarrow A \approx -g_{m_3} \cdot r_{DS_3}$$

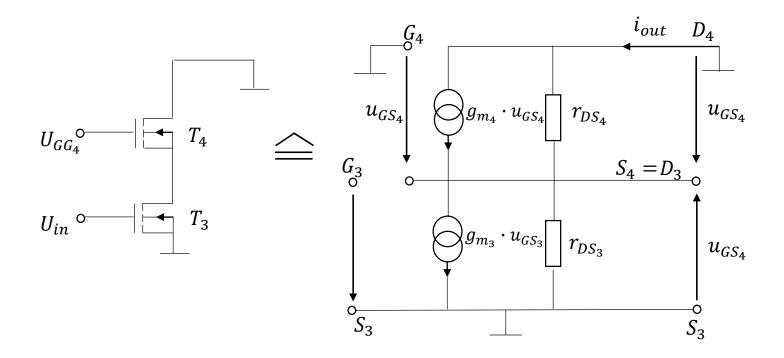




$$\begin{aligned} &\text{für } u_{in} = 0 \\ &r_{out} = r_{out_1} \| r_{out_2} \\ &r_{out_1} = g_{m_4} \cdot r_{DS_4} \cdot r_{DS_3} \\ &r_{out_2} = g_{m_2} \cdot r_{DS_2} \cdot r_{DS_1} \\ &\text{mit } T_3 \simeq T_1 \text{ und } T_4 \simeq T_2 \\ &r_{out_1} = r_{out_2} \implies r_{out} = \frac{1}{2} \cdot r_{out_{1.2}} \\ &r_{out} = \frac{1}{2} \cdot g_{m_{2.4}} \cdot r_{DS_{2.4}} \cdot r_{DS_{1.3}} \\ &\implies A^* = -g_{m_3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot g_{m_{2.4}} \cdot r_{DS_{2.4}} \cdot r_{DS_{1.3}}\right) \\ &= -\frac{1}{2} \cdot (g_m \cdot r_{DS})^2 \\ &\approx -A \cdot \end{aligned}$$

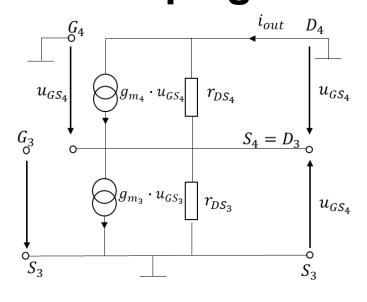
Erhöhter Ausgangswiderstand durch weiteren Transistor





Berechnung der Steilheit g





$$g = \frac{i_{out}}{u_{in}}\Big|_{u_{out=0}}$$

$$i_{out} = g_{m_4} \cdot u_{GS_4} + g_{DS_4} \cdot u_{GS_4}$$

$$i_{out} = g_{m_3} \cdot u_{GS_3} - g_{DS_3} \cdot u_{GS_4}$$

$$i_{out} = g_{m_3} \cdot u_{GS_3} - g_{DS_3} \cdot u_{GS_4}$$

$$\Rightarrow g_{m_3} \cdot u_{GS_3} = u_{GS_4} \cdot (g_{m_4} + g_{DS_4} + g_{DS_3})$$

$$\Rightarrow u_{GS_4} = \frac{g_{m_3} \cdot u_{GS_3}}{g_{m_4} + g_{DS_4} + g_{DS_3}}$$

$$\Rightarrow i_{out} = g_{m_3} \cdot u_{GS_3} - g_{DS_3} \cdot \frac{g_{m_3} \cdot u_{GS_3}}{g_{m_4} + g_{DS_4} + g_{DS_3}}$$

$$\Rightarrow g = g_{m_3} \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{g_{DS_4}}{g_{DS_3}} + g_{m_4} \cdot r_{DS_3}}\right)$$

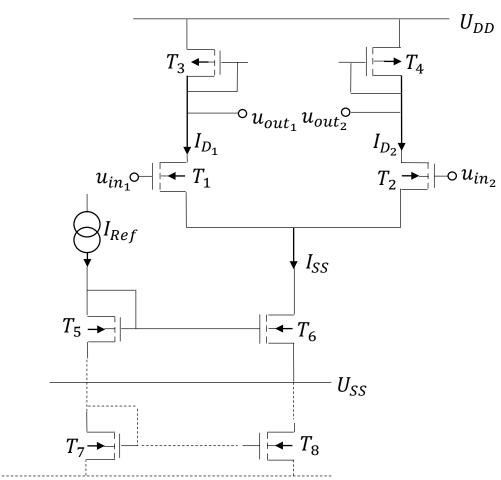
$$\Rightarrow g \approx g_{m_2}$$

$$\Rightarrow g \approx g_{m_2}$$

$$Größenordnung 100$$

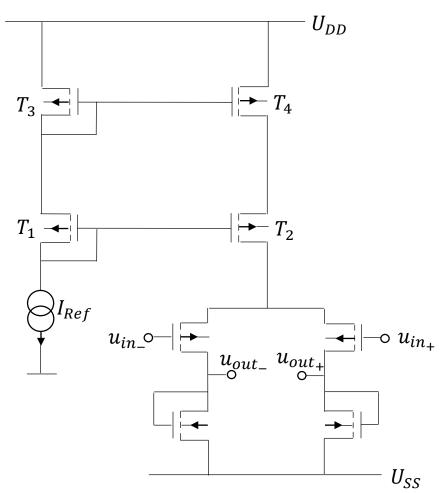
SoSe2025





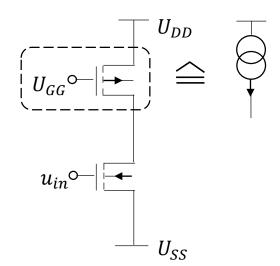
Differenzstufe mit Dioden als Last und einfachem Stromspiegel bzw. Kaskode

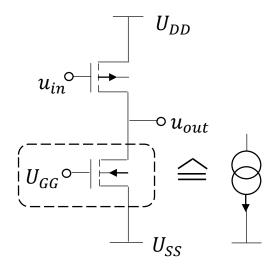




Differenzstufe mit Kaskode als Stromquelle



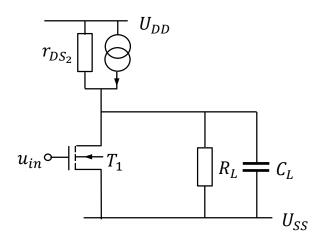


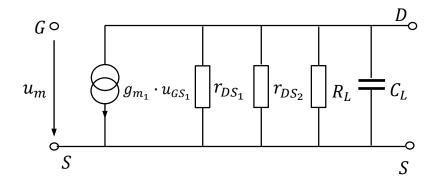


Inverter mit unterer bzw. oberer Schranke für  $u_{in}$ 



## Ausgangsstufen





**Inverter mit Last** 

$$A = -g \cdot r_{out}$$

$$r_{out} = r_{DS_1} || r_{DS_2} || R_L$$

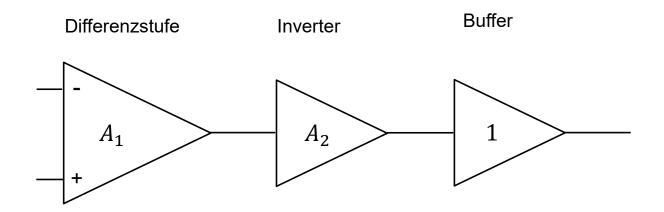
$$r_{out} \approx R_L$$

$$\Rightarrow A \approx -g \cdot R_L$$

mit  $R_L \ll r_{DS1,2}$ 



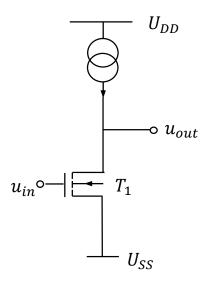
## Ausgangsstufen



Entkopplung mit Hilfe eines Buffers



## Ausgangsstufen

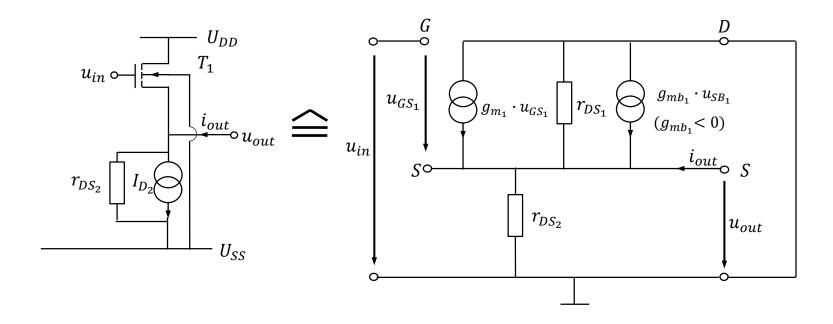


**Einfacher Inverter** 

$$r_{DS} = \frac{2 \cdot L}{k_2 \cdot I_D} \cdot \sqrt{U_{DS} - U_{DSS}}$$



## Source-Folger





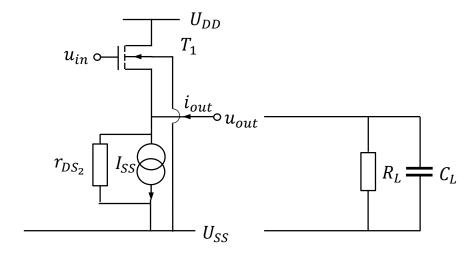
## Source-Folger

$$\begin{aligned} r_{out} &= \frac{u_{out}}{i_{out}} \Big|_{u_{in=0}} \\ u_{in} &= u_{GS_1} + u_{out} = 0 \\ u_{SB_1} &= u_{out} = -u_{GS_1} \\ i_{out} &= u_{out} \cdot g_{DS_1} + u_{out} \cdot g_{DS_2} - u_{SB_1} \cdot g_{mb_1} - u_{GS_1} \cdot g_{m_1} \\ &\Rightarrow r_{out} &= \frac{1}{g_{m_1} + |g_{mb_1}| + \frac{1}{r_{DS_1}} + \frac{1}{r_{DS_2}}} \\ &\approx \frac{1}{g_{m_1}} \\ g &= \frac{i_{out}}{u_{in}} \Big|_{u_{out=0}} \\ &= -g_{m_1} \\ &\Rightarrow A = -g \cdot r_{out} &= \frac{g_{m_1}}{g_{m_1} + |g_{mb_1}|} \\ &\approx \frac{g_{m_1}}{g_{m_1} + |g_{mb_1}|} \end{aligned}$$

mit  $g_m \approx 10 \cdot |g_{mb}|$ :  $\approx 1 (in jedem Fall |A| < 1)$ 

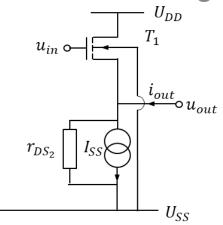


## Source-Folger





#### Maximale Ausgangsspannung



$$\begin{aligned} U_{in_{max}} &= U_{DD} \\ \Rightarrow U_{out_{max}} &= U_{DD} - U_{GS} \\ &= U_{DD} - \left( U_{GS_{eff}} + U_T \right) \end{aligned}$$

$$U_T = U_{T_0} + \gamma \left( \sqrt{U_{SB} + 2 \cdot \Phi_D} - \sqrt{2 \cdot \Phi_D} \right)$$

Source-Bulk-Spannung:  $U_{SB} = U_{out} - U_{SS}$ , da Bulk auf  $U_{SS}$  liegt und mit  $\Phi_D \approx 0$ 

$$\begin{split} U_T &\approx U_{T_0} + \gamma \cdot \sqrt{U_{out} - U_{SS}} \\ \Longrightarrow U_{out_{max}} &= U_{DD} - U_{GS_{eff}} - U_{T_0} - \gamma \cdot \sqrt{U_{out} - U_{SS}} \end{split}$$



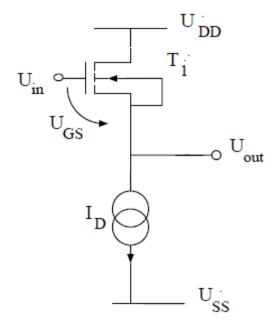
#### Maximale Ausgangsspannung

$$\begin{aligned} U_{DD} &= 5V \\ U_{SS} &= 0V \\ U_{T_0} &= 1V \\ U_{GS_{eff}} &= 0.2V \\ \gamma &= 0.8\sqrt{V} \\ \Rightarrow U_{out_{max}} &= U_{DD} - U_{GS_{eff}} - U_{T_0} - \gamma \cdot \sqrt{U_{out} - U_{SS}} \\ &= 5V - 1V - 0.2V - 0.8\sqrt{V} \cdot \sqrt{U_{out}} \\ &= 3.8V - 0.8\sqrt{V} \cdot \sqrt{U_{out}} \end{aligned}$$



#### Maximale Ausgangsspannung

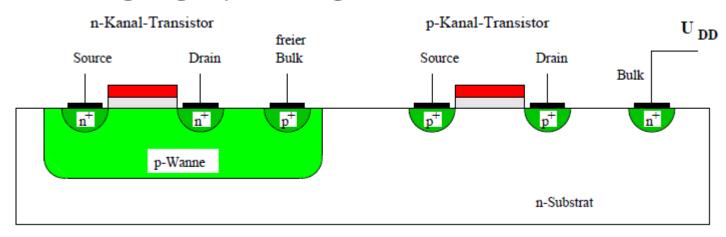
$$U_{out_{max}} = U_{DD} - U_{GS_{eff}} - U_{T_0}$$
$$= 3.8V$$

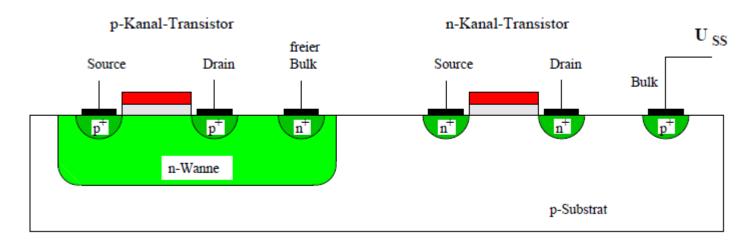


Source-Folger mit  $U_{SB} = 0$ 



#### Maximale Ausgangsspannung

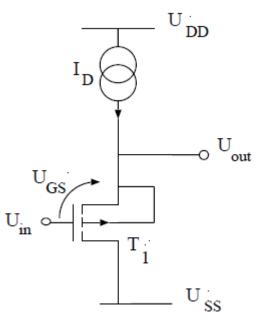




p-Wannen- und n-Wannen-Prozess



#### Maximale Ausgangsspannung

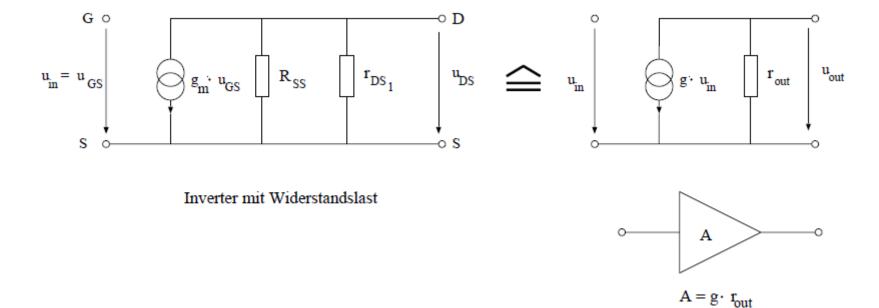


$$U_{out} = U_{DS_{Stromquelle}} + U_{SS}$$

$$U_{DS} > U_{GS} - U_T = U_{GS_{eff}}$$

$$\Rightarrow U_{out_{min}} = U_{GS_{eff}} (\approx 0.2V) + U_{SS}$$

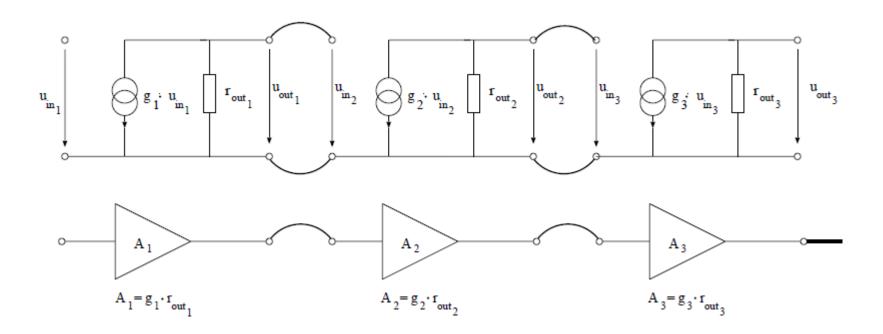




Ersatzschaltbild Transistor mit einfacher Stromquelle (Innenwiderstand  $R_{SS}$ ) als Nutzlast

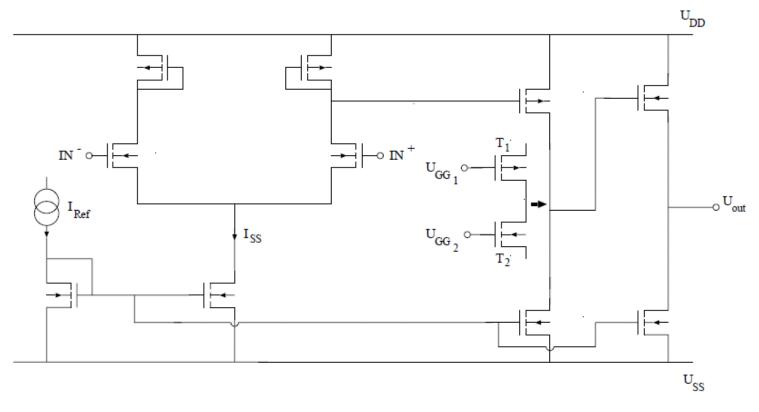


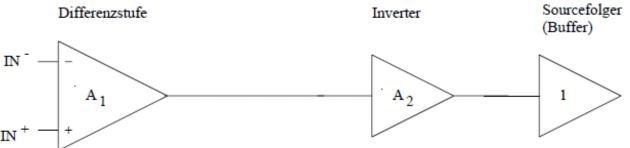
$$R_{in_2} \gg R_{out_1}$$
  
 $\implies A_1 \approx A_{1unbelastet}$ 



Verstärker aus Ersatzschaltbildern der Differenzstufe, des Inverters und des Ausgangsbuffers







Verstärker aus Differenzstufe, Inverter und Buffer



#### Für die Verstärkung gilt jeweils:

Differenzstufe	Inverter	Buffer
$A = g \cdot r_{out}$	$A = g \cdot r_{out}$	$A = g \cdot r_{out}$
Lastwiderstand: Diode		
$\Rightarrow r_{out} = \frac{1}{g_m}$		
$A = \frac{g_m}{g_m}$	$A = g_m \cdot r_{DS}$	$A = \frac{g_m}{g_m}$
S m	Hauptverstärker	S.III

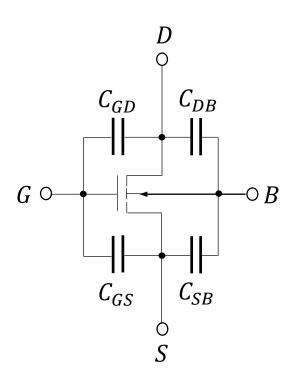
$$A_{Kaskode} = \frac{1}{2} \cdot g_m \cdot r_{DS} \cdot g_m \cdot r_{DS}$$

$$A_{Gesamt} = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3$$

$$\approx \frac{1}{2} \cdot (g_m \cdot r_{DS})^2$$



### Parasitäre Kapazitäten eines **Transistors**



- Drain-Bulk- und Source-Bulk-Kapazität  $C_{DB}$  und  $C_{SB}$ Es handelt sich hierbei um Sperrschichtkapazitäten, die über der Raumladungszone anfallen.
- Gate-Bulk-Kapazität Solange kein leitender Kanal vorliegt ( $U_{GS} < U_{Th}$ ), liegt zwischen Gate und Bulk über dem Oxid die Kapazität  $C_{ox}$ . Hier werden aber Transistoren in Sättigung betrachtet, d.h. es liegt ein Kanal vor. Dieser ist mit der Source leitend verbunden, sodass in der Sättigung keine Gate-Bulk-Kapazität existiert.
- Gate-Source- und Gate-Drain-Kapazität  $C_{GS}$  und  $C_{GD}$

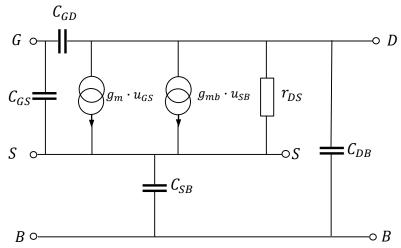
#### Näherung:

Betriebsbereich	Cgb	Cgs	Cgd
off	Cox WL	0	0
Anlauf	0	Cox WL/2	Cox WL/2
Sättigung	0	(2/3) Cox WL	0

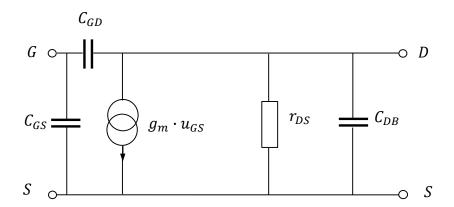


## Kleinsignal-ESB mit parasitären Kapazitäten

Mit Berücksichtigung der parasitären Kapazitäten ergibt sich für einen Transistor folgendes Kleinsignal-ESB:



Wenn Bulk und Source kurzgeschlossen sind, ergibt sich das nebenstehende Bild. Die Vierpolparameter müssen neu berechnet werden:

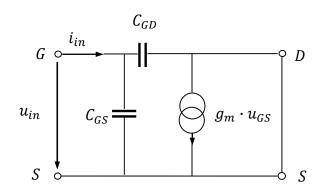




## Vierpolparameter

Eingangsleitwert:

$$y_{11} = \frac{i_{in}}{u_{in}} \Big|_{u_{out}=0} = j\omega \cdot (C_{GD} + C_{GS})$$
 
$$\rightarrow r_{in} = \frac{1}{j\omega \cdot (C_{GD} + C_{GS})}$$



Ausgangsleitwert:

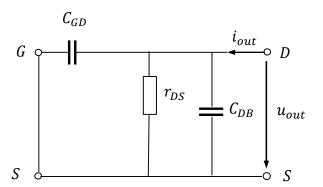
92

$$y_{22} = \frac{i_{out}}{u_{out}}\Big|_{u_{in=0}} = g_{DS} + j\omega \cdot (C_{GD} + C_{DB})$$

$$\Rightarrow r_{out} = \frac{1}{y_{22}} = \frac{1}{g_{DS} + j\omega \cdot (C_{GD} + C_{DB})} = \frac{r_{DS}}{1 + j\omega \cdot (C_{GD} + C_{DB}) \cdot r_{DS}}$$

Das entspricht einem **Tiefpassfilter**; der Ausgangswiderstand nimmt also bei höheren

Frequenzen ab: 
$$R_{outTiefpass} = \frac{1}{\frac{1}{R} + j\omega \cdot C} = \frac{R}{1 + j\omega \cdot R \cdot C}$$
 mit  $C = C_{GD} + C_{DB}$ ;  $R = r_{DS}$ 

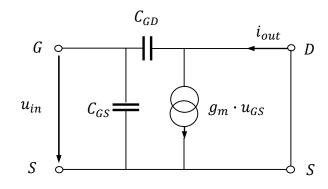




## Vierpolparameter

Steilheit:

$$y_{21} = \frac{i_{out}}{u_{in}}\Big|_{u_{out}=0} = g_m - j\omega \cdot C_{GD}$$



Für die Verstärkung gilt damit:

 $\Rightarrow$   $A_0 = A|_{\omega=0} = -g_m \cdot r_{DS}$  (Verstärkung bei  $\omega=0$ ) Bei  $\omega=0$  erhält man also wie erwartet die bisher berechnete Verstärkung.



## Frequenzgang

Beschreibung im Frequenzbereich
Zur Betrachtung des Verhaltens einer Schaltung im Frequenzbereich werden die
Gleichungen einer entsprechenden Transformation unterzogen (Fourier, Laplace
o.ä.). Der Zusammenhang zwischen Ausgang und Eingang im Frequenzbereich
wird als Übertragungsfunktion bezeichnet. Die allgemeine Form einer

Übertragungsfunktion lautet: 
$$A(s) = K \cdot \frac{\left(1 - \frac{s}{z_1}\right) \cdot \left(1 - \frac{s}{z_2}\right) \cdots}{\left(1 - \frac{s}{p_1}\right) \cdot \left(1 - \frac{s}{p_2}\right) \cdots}$$
 mit:  $s$ : komplexe Frequenz  $z_i$ : komplexe Nullstelle  $p_i$ : komplexe Polstelle

Interessant ist eine Betrachtung des Betrages und der Phase der Übertragungsfunktion:

- Für ihren Verlauf sind die vorkommenden Pole und Nullstellen verantwortlich. Ein Pol  $p_i$  bedeutet grob gesagt, dass ab dieser Frequenz der Betrag der Übertragungsfunktion mit steigender Frequenz abnimmt, nach einer Nullstelle  $z_i$  nimmt er dagegen zu.
- Weil eine Nullstelle allerdings aufgrund der Kausalität nicht ohne Pol vorkommen kann, führt eine Nullstelle ab der Nullstellenfrequenz zum Ausgleich der Auswirkung der Polstelle.



#### Die hier vorkommenden Pole und Nullstellen sind rein reell und die komplexe Frequenz s ist rein imaginär $(s = \sigma + i\omega = 0 + i\omega)$ ; daher gilt:

Betrag: 
$$|A(s)| = |A(j\omega)| = K \cdot \frac{\sqrt{1 + \left|\frac{j\omega}{z_1}\right|^2 \cdot \sqrt{1 + \left|\frac{j\omega}{z_2}\right|^2 \dots}}}{\sqrt{1 + \left|\frac{j\omega}{p_1}\right|^2 \cdot \sqrt{1 + \left|\frac{j\omega}{p_2}\right|^2 \dots}}} = K \cdot \frac{\sqrt{1 + \left|\frac{\omega}{z_1}\right|^2 \cdot \sqrt{1 + \left|\frac{\omega}{p_2}\right|^2 \dots}}}{\sqrt{1 + \left|\frac{\omega}{p_2}\right|^2 \cdot \dots}}$$

Phase: 
$$\Phi(s) = \Phi(j\omega) = \arctan\left(\frac{j\omega}{z_1}\right) \cdot \arctan\left(\frac{j\omega}{z_2}\right) \cdots -\arctan\left(\frac{j\omega}{p_1}\right) \cdot \arctan\left(\frac{j\omega}{p_2}\right) \cdots$$

Ublicherweise wird die logarithmierte Form des Betrages der Ubertragungsfunktion betrachtet:

$$|lg|A(s)| = |lg|K| + |lg|\sqrt{1 + \left|\frac{\omega}{z_1}\right|^2} + |lg|\sqrt{1 + \left|\frac{\omega}{z_2}\right|^2} \cdots$$
$$-|lg|\sqrt{1 + \left|\frac{\omega}{p_1}\right|^2} - |lg|\sqrt{1 + \left|\frac{\omega}{p_2}\right|^2} \cdots$$



## **Beispiel: Ein-Pol-System**

Im Bode-Diagramm wird der Frequenzgang getrennt nach Betrag und Phase dargestellt. Der Betrag wird in Dezibel dB mit  $|A|_{dB} = 20 \cdot lg|A|$  angegeben, die Frequenz wird ebenfalls logarithmisch aufgetragen.

Die Übertragungsfunktion eines Ein-Pol-Systems lautet dann:  $A(s) = \frac{K}{1 - \left(\frac{\omega}{p_1}\right)}$ 

Dies entspricht einem Tiefpass (siehe Seite 92) mit dem Frequenzgang:

$$|A(s)| = \frac{|K|}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{p_1}\right)^2}}$$

$$|lg|A(s)| = |lg|K| - |lg|\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{p_1}\right)^2}$$

Bereiche:

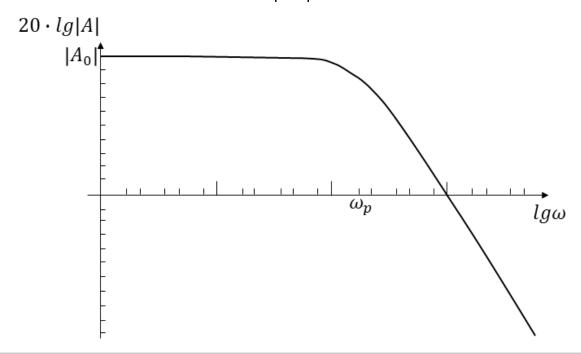
$$\omega \ll p_1$$
:  $lg|A(s)| \approx lg|K| - lg|1| = lg|K|$ 

$$\omega \gg p_1: 1 + \left(\frac{\omega}{p_1}\right)^2 \approx \left(\frac{\omega}{p_1}\right)^2$$

→ 
$$lg|A(s)| \approx lg|K| - lg\left|\frac{\omega}{p_1}\right|$$



- Die Einheit dB erhält man, wenn der Logarithmus mit 20 multipliziert wird. Damit führt im zweiten Bereich eine Verdopplung von ω zu einer Absenkung um 6 dB:
- $|A(s)|_{|dB|} = 20 \cdot lg|K| 20 \cdot lg\left|\frac{\omega}{p_1}\right|$

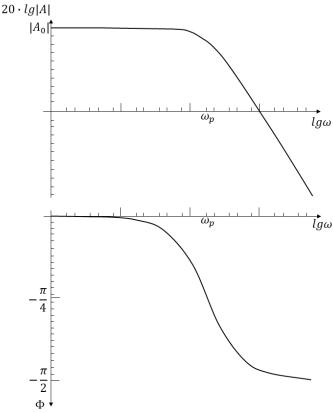


• Am Pol  $\omega = p_1$  gelten beide Näherungen nicht. Man erhält.



$$|lg|A(\omega = p_1)| = |lg|K| - |lg|\sqrt{1 + (\frac{p_1}{p_1})^2} = |lg|K| - |lg|\sqrt{2} = |lg|K| - 3dB$$

Bei der Eckfrequenz ist die Übertragungsfunktion also um 3 dB abgefallen.



Die Phase im Bode-Diagramm wird vom Pol  $p_1$  bis 90° gedreht, bei der Eckfrequenz beträgt die Drehung 45°.



## Allgemeiner Fall

• Im allgemeinen Fall ist die Übertragungsfunktion nicht faktorisiert. Dann lässt sich die Funktion aufspalten: mit  $A(s) = \frac{Z(s)}{N(s)}$ :

$$N(s) = 1 + a \cdot s + b \cdot s^{2}$$

$$= \left(1 - \frac{s}{p_{1}}\right) \cdot \left(1 - \frac{s}{p_{2}}\right) = 1 - \left(\underbrace{\frac{1}{p_{1}} + \frac{1}{p_{2}}}_{a}\right) \cdot s + \underbrace{\frac{1}{p_{1} \cdot p_{2}}}_{\frac{1}{p}} \cdot s^{2}$$

 Im Allgemeinen liegen hier die Pole nicht nahe beieinander, sodass man sie in dominante und nicht dominante Pole einteilen kann. Wenn der Abstand groß genug ist, beeinflussen sie sich nicht gegenseitig. Man kann ohne Beschränkung der Allgemeinheit annehmen:

$$|p_2| \gg |p_1| \rightarrow p_1 \approx -\frac{1}{a} \quad \text{und} \quad p_2 \approx -\frac{a}{b}$$

Damit können die Pole näherungsweise einzeln betrachtet werden.