2.4 | Supremum, Maximum, Infimum, Minimum

a) $A := \{ y \in \mathbb{R} \mid y = \frac{|x|}{1+|x|},\ x \in \mathbb{R} \}$

Untere Schranke: 0, da $A_{x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}} > 0 \rightarrow \inf(A) = \min(A) = 0$

Obere Schranke: 1

Gibt es eine kleinere obere Schranke?:

$|x| < |x| + 1 \Rightarrow \frac{|x|}{|x|+1} < 1 \Rightarrow \sup(A) = 1$ $\blacksquare$

b) $A := \{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{n+1}{n},\ n \in \mathbb{N} \}$

Obere Schranke: 2, da $A_{n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}} < 2 \Rightarrow \sup(A) = \max(A) = 2$

Untere Schranke: 1

Gibt es eine größere obere Schranke:

$\frac{n+1}{n} = 1 + \frac{1}{n} > 1$ $\blacksquare$

c) $A := \{ x \in \mathbb{R} \mid x = (-1)^{n+1} \frac{n+1}{n},\ n \in \mathbb{N} \}$

Obere Schranke: 2, da $A_{n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}} < 2 \Rightarrow \sup(A) = \max(A) = 2$

Untere Schranke: $-\frac{3}{2}$, da $A_{n \in \mathbb{N} \setminus \{2\}} > -\frac{3}{2} \Rightarrow \inf(A) = \min(A) = \frac{3}{2}$ $\blacksquare$