

Задача 1. Доказать что следующие формы эквивалентны:

1. $A \wedge B$ и $\neg(\bar{A} \vee \bar{B})$
2. $(A \vee B) \wedge C$ и $(A \wedge C) \vee (B \wedge C)$

Задача 2. Выразить через

3. \downarrow связки $\wedge, \rightarrow, \neg$
4. $|$ связки $\wedge, \rightarrow, \neg$

Задача 3. Построить КНФ, ДНФ, СКНФ и СДНФ:

5. $X \rightarrow (Y \rightarrow Z)$
6. $(X \rightarrow Y) \rightarrow Z$

Задача 4. Доказать эквивалентность:

7. $(X \cup Y) \setminus Z$ и $(X \setminus Z) \cup (Y \setminus Z)$
8. $A \cap (B \setminus C)$ и $(A \cap B) \setminus (A \cap C)$ и $(A \cap B) \setminus C$

Задача 5. Построить бинарные отношения «>», «<» и «=» заданные на:

9. на множестве $X = \{5, 6, 7, 8\}$
10. на декартовом произведении $X \times Y$, где $X = \{1, 2, 3, 4\}$, а $Y = \{5, 6, 7\}$
11. на декартовом произведении $X \times Y$, где $X = \{b, a, c\}$, а $Y = \{c, y, z\}$

Задача 6. Построить произведение отношений заданных на множестве $X = \{1, 2, 3, 4\}$:

12. $<$ и $>$
13. $>$ и $<$

Задача 7. Доказать следующие утверждения (α, β, γ – отношения):

14. $\alpha(\beta \cup \gamma) = \alpha\beta \cup \alpha\gamma$
15. $(\beta \cup \gamma)\alpha = \beta\alpha \cup \gamma\alpha$

Задача 8. Построить отношение $<^{100}$ на множестве $A = \{1, 2, \dots, 103\}$

Задача 9. Построить фактор множество множества A по отношению α

16. $A = \{4, 7, 23, 56, 31, 45\}, \alpha \sim \text{mod} 3$
17. $A = \{0, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \pi, \frac{5\pi}{2}\}, a\alpha b \leftrightarrow \sin(a) = \sin(b)$

Задача 10. Привести к предваренное нормальной форме методом упрощенной индукции, если A не содержит свободных вхождений переменной x

18. $\forall x B(x) \vee A$
19. $\exists x B(x) \wedge A$
20. $A \rightarrow \exists x B(x)$
21. $\forall x B(x) \rightarrow A$

Задача 11. Привести к предваренное нормальной форме

22. $\forall x Q(x, y) \vee (\exists x Q(x, x) \rightarrow \forall z (R(t, z) \rightarrow \exists x Q(x, x)))$
23. $(P(y) \wedge Q(x)) \rightarrow \neg \forall y R(y, z)$
24. $\forall x (A(x) \rightarrow \forall y (A(x, y) \rightarrow \neg \forall z A(y, z)))$

Задача 12. Используя формулы исчисления предикатов построить следующие высказывания

25. Существует ровно один элемент x такой что $P(x)$
26. Существует не более одного элемента x такого что $P(x)$
27. Существует не более двух элементов x таких что $P(x)$

Задача 13. Построить вывод

- 28. $\vdash B \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow B))$
- 29. $\vdash (A \rightarrow A) \rightarrow (A \rightarrow A)$
- 30. $\vdash F \rightarrow ((G \rightarrow G) \rightarrow (H \rightarrow F))$
- 31. $A \rightarrow (B \rightarrow C), A \rightarrow B, A \vdash C$
- 32. $\neg B \rightarrow \neg A, A \vdash B$
- 33. $A, \neg A \vdash B$
- 34. $(\neg B \rightarrow \neg A) \vdash (A \rightarrow B)$
- 35. $(\neg B \rightarrow A) \vdash (\neg A \rightarrow B)$
- 36. $(B \rightarrow \neg A) \vdash (A \rightarrow \neg B)$
- 37. $(B \rightarrow A) \vdash (\neg A \rightarrow \neg B)$
- 38. $A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
- 39. $E \rightarrow D, E \rightarrow \neg D \vdash E$

Задача 14. Построить машины тьюринга:

- 40. Удаление единицы слева
- 41. Вычитание единицы из целого числа
- 42. Вычитание единиц
- 43. Удвоение единиц

Задача 15. Построить конечный автомат

- 44. Распознающий числа, заданные в двоичной системе счисления, делящиеся на 16
- 45. Распознающий ip-адреса

Задача 16. Построить МНР машину

- 46. Вычитание положительных чисел
- 47. Целочисленное деление