

Иркутский государственный технический университет

На правах рукописи
УДК xxx.xxxx

КАТАШЕВЦЕВ МИХАИЛ ДМИТРИЕВИЧ

АНАЛИЗ КОНТУРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Специальность 05.13.18 —
«Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
д. ф-м. н., профессор
Мартьянов В.И.

Иркутск – 2014

Содержание

Введение	3
1 Обзор методов распознавания изображений	4
2 Распознавание изображений	5
2.1 Базовые понятия	5
2.2 Модель контурного изображения	7
2.3 Преобразование растрового изображения	8
2.3.1 Волновая скелетизация	8
2.3.2 Построение модели \mathfrak{M} для графа G	10
2.4 Постановка задачи распознавания	12
2.5 Интерпретация	13
3 Применение	17
3.1 Распознавание символов	17
3.2 Оценка устойчивости битумных эмульсий	17
3.2.1 Определение среднего размера и дисперсии частиц битумной эмуль- сии на модифицированном битуме	20
3.3 Автоматизация составления ПОДД	20
Заключение	21
Список рисунков	22
Список таблиц	23
Литература	24
А Структура БД	25

Введение

Обзор, введение в тему, обозначение места данной работы в мировых исследованиях и т.п.

Целью данной работы является . . .

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие задачи:

1. Исследовать, разработать, вычислить и т.д. и т.п.
2. Исследовать, разработать, вычислить и т.д. и т.п.
3. Исследовать, разработать, вычислить и т.д. и т.п.
4. Исследовать, разработать, вычислить и т.д. и т.п.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Первое положение
2. Второе положение
3. Третье положение
4. Четвертое положение

Научная новизна:

1. Впервые . . .
2. Впервые . . .
3. Было выполнено оригинальное исследование . . .

Научная и практическая значимость . . .

Степень достоверности полученных результатов обеспечивается . . . Результаты находятся в соответствии с результатами, полученными другими авторами.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на: перечисление основных конференций, симпозиумов и т.п.

Личный вклад. Автор принимал активное участие . . .

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в XX печатных изданиях [1–3], X из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК [1–3],

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и двух приложений. Полный объем диссертации составляет XXX страница с XX рисунками и XX таблицами. Список литературы содержит XXX наименований.

Глава 1

Обзор методов распознавания изображений

Теория распознавания образа — раздел информатики и смежных дисциплин, развивающий основы и методы классификации и идентификации предметов, явлений, процессов, сигналов, ситуаций и т. п. объектов, которые характеризуются конечным набором некоторых свойств и признаков. Такие задачи решаются довольно часто, например, при переходе или проезде улицы по сигналам светофора. Распознавание цвета загоревшейся лампы светофора и знание правил дорожного движения позволяет принять правильное решение о том, можно или нельзя переходить улицу.

Необходимость в таком распознавании возникает в самых разных областях — от военного дела и систем безопасности до оцифровки аналоговых сигналов.

Проблема распознавания образа приобрела выдающееся значение в условиях информационных перегрузок, когда человек не справляется с линейно-последовательным пониманием поступающих к нему сообщений и в результате его голова переключается на режим одновременности восприятия и мышления, которому такое распознавание свойственно.

Неслучайно, таким образом, проблема распознавания образа оказалась в поле междисциплинарных исследований - в том числе в связи с работой по созданию искусственного интеллекта, а создание технических систем распознавания образа привлекает к себе всё большее внимание.

Распознавание образов — это отнесение исходных данных к определенному классу с помощью выделения существенных признаков, характеризующих эти данные, из общей массы несущественных данных.

Классическая постановка задачи распознавания образов: близка к постановке задачи классификации и предполагает наличие некоторого базового набора заранее известных классов (набор может расширяться), и образа (не обязательно визуального) которые надо классифицировать.

Наиболее часто в задачах распознавания визуальных образов рассматриваются монохромные изображения, что дает возможность рассматривать изображение как функцию на плоскости.

Множество же всех возможных функций $f(x, y)$ на плоскости T — есть модель множества всех изображений X . Вводя понятие сходства между образами можно поставить задачу распознавания. Конкретный вид такой постановки сильно зависит от последующих этапов при распознавании в соответствии с тем или иным подходом.

В данной работе распознавание рассматривается в контексте задачи классификации. Можно выделить следующие классы алгоритмов для решения задачи классификации объектов

- 1.

Глава 2

Распознавание изображений

2.1 Базовые понятия

Определение 2.1.1. Растровое изображение есть функция

$$I_{rgb}(x, y) : N \times N \rightarrow ([0, 255], [0, 255], [0, 255])$$

Таким образом каждой точке (x, y) мы сопоставляем тройку (r, g, b) . Первый элемент тройки соответствует красной компоненте цвета в растровом изображении, второй – зеленой и третий – синей. Далее, для краткости, будем использовать следующую запись:

$$\begin{aligned} I_r(x, y) &= I_{rgb}(x, y)_r - \text{красная компонента} \\ I_g(x, y) &= I_{rgb}(x, y)_g - \text{зеленая компонента} \\ I_b(x, y) &= I_{rgb}(x, y)_b - \text{синяя компонента} \end{aligned}$$

Определение 2.1.2. Определим растровое изображение заданного в оттенках серого как функцию

$$I_{grey}(x, y) : N \times N \rightarrow [0, 255]$$

Определение 2.1.3. Введем оператор «обесцвечивания» D , который обеспечивает переход от цветного изображения I_{rgb} к изображению I_{grey} , заданному в оттенках серого:

$$D(I_{rgb}) = I_{grey}$$

Существует несколько основных способов обесцвечивания изображения:

1. Красный канал $D_{red}(I_{rgb}) = I_r$
2. Зеленый канал $D_{green}(I_{rgb}) = I_g$
3. Синий канал $D_{blue}(I_{rgb}) = I_b$
4. Среднее значение (average): $D_{avg}(I_{rgb}) = \frac{I_r + I_g + I_b}{3}$
5. Лума (luma), учитывает особенности восприятия цвета человеком:

$$D_{luma}(I_{rgb}) = I_r \cdot 0.3 + I_g \cdot 0.59 + I_b \cdot 0.11$$

Значения коэффициентов, иногда, могут отличаться от приведенных выше, но их сумма всегда равна 1

6. Минимум $D_{min}(I_{rgb}) = \min(I_r, I_g, I_b)$

7. Максимум $D_{min}(I_{rgb}) = \max(I_r, I_g, I_b)$

8. Обесцвечивание (desaturtaion): $D_{desaturation}(I_{rgb}) = \frac{D_{min}(I_{rgb}) + D_{max}(I_{rgb})}{2}$

Замечание 2.1. Наилучший результат для средне-статистического изображения (с гистограммой близкой к нормальной) получается при использовании 5-го и последнего способов. Под наилучшим результатом понимается сохранение яркости (компоненты value в модели HSV) цветов исходного изображения.

Определение 2.1.4. Растровое монохромное изображение есть функция

$$I_m(x, y) : N \times N \rightarrow \{0, 1\}$$

Переход от изображения заданного в оттенках серого к монохромному изображению осуществляется через операцию отсечения. Операция отсечения реализуется через оператор отсечения T , для некоторого фиксированного $t \in [0, 255]$

Определение 2.1.5. Оператор отсечения T есть:

$$T(t, I_{grey}) = \begin{cases} 1 & , I_{grey} < t \\ 0 & , \text{иначе} \end{cases}$$

Таким образом монохромное изображение есть $I_m = T(t, I_{grey})$

Замечание 2.2. Значение t определяется опытным путем и зависит от исходного изображения. Для рукописного текста написанного черной ручкой на офисной бумаге берутся значения близкие к 100 (чем меньше значение, тем темнее изображение).

Замечание 2.3. В данной работе не рассматриваются методы адаптивного отсечения, в силу их медленной производительности излишней в данном контексте точности.

Определение 2.1.6. Точки (x, y) для которых верно $I(x, y) = 1$ будем называть заполненными.

Определение 2.1.7. Точки (x, y) для которых верно $I(x, y) = 0$ будем называть пустыми.

Множество заполненных точек образует множество связных областей

$$\{K_1, K_2 \dots K_n\},$$

таких что:

1. $\forall (x_1, y_1) \forall (x_2, y_2) (|x_1 - x_2| > 1 \wedge |y_1 - y_2| > 1)$, где $(x_1, y_1) \in K_i$, $(x_2, y_2) \in K_j$ и $i \neq j$
2. $\forall (x_1, y_1) \exists (x_2, y_2) (|x_1 - x_2| \leq 1 \wedge |y_1 - y_2| \leq 1)$, где $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \in K_i$ и $(x_1, y_1) \neq (x_2, y_2)$
3. $|K_i| \geq 2$

Определение 2.1.8. Всякую связную область K_i будем называть контуром

Определение 2.1.9. Растровое изображение I содержащее по крайней мере один контур будем называть растровым контурным изображением

Замечание 2.4. Не исключая общности, далее будут рассматриваться только растровые изображения содержащие один контур, а под растровым контурным изображением будет пониматься растровое изображение содержащие только один контур.

2.2 Модель контурного изображения

В качестве математической модели представления растрового контурного изображения будем использовать четырех-основную алгебраическую систему вида.

Определение 2.2.1. Контурное изображение (далее, изображение) есть система вида

$$\mathfrak{M} = \langle A, R, V, M; Sector, Angle, Metric, Relation \rangle \quad (2.1)$$

где

A – множество всевозможных дуг,

R – множество связей дуг,

$V \subset Z$ – множество допустимых углов (например от 0 до 360 градусов),

$M \subset Z$ – множество относительных мер,

$Sector : A \rightarrow V$ – задает градусную меру дуги,

$Metric : A \rightarrow M$ – функция сопоставляющая каждой дуге ее относительную величину,

$Angle : R \rightarrow V$ – задает угол соединения двух дуг

$Relation : R \rightarrow A \times A$ – сопоставляет каждой связи дуги, те дуги, которые она соединяет.

Замечание 2.5. Важно отметить, что в этом представлении все множества являются конечными, и, если множества A и R являются фиктивными (чисто техническими элементами) данной модели, и определяются через функции, то множество $V = \{v_0, v_1, \dots, v_n\}$ – есть конечное множество чисел, с максимальным v_{max} и минимальным v_{min} элементами, разбитое шагом δ на $n + 1$ элементов, где

$$\begin{aligned} n &= \frac{v_{max} - v_{min}}{\delta} \\ v_0 &= v_{min} \\ v_i - v_{i-1} &= \delta, \forall i = 1, \dots, n \\ v_n &= v_{max} \end{aligned}$$

Замечание 2.6. Как и множество V , множество M конечно. Однако выбор верхней границы для M не столь очевиден, так как не исключена возможность того, что разница в размерах между двумя дугами может быть весьма существенна (например в несколько миллионов раз). Однако, в рамках нашей области применения (распознавание символов), когда в качестве «эталонного наблюдателя» выступает человеческий глаз, разница что в 1000, что в 1000000 раз почти неразличима, и поэтому ею вполне можно пренебречь, выбрав в качестве максимального значения например 100000 процентов, а в качестве шага одну десятую процента. Таким образом всякая дуга может быть как больше так и меньше любой дуги не более чем в 1000 раз.

Для наших целей важно всегда работать только с конечными множествами, что достигается рассмотрением конечных множеств A , R , а также предположением о наличии минимального шага возрастания количественных характеристик дуг и связей дуг.

Таким образом контурное изображение будет представляет собой систему дуг и связей дуг. Где всякая дуга определяется через ее градусную меру и через относительную (в данном контуре) длину дуги. А всякая связь определяется через угол связи и пару дуг которые она связывает.

2.3 Преобразование растрового изображения

Переход от растрового контурного изображения к изображению состоит из двух этапов. Первый этап — волновая скелетизация. С помощью скелетизации на основе растрового изображения строится граф (скелет), который визуальнo адекватно соответствует исходному изображению.

Пусть I — растровое контурное изображение и K — есть его контур.

Определение 2.3.1. Точку $q(x_1, y_1)$ будем называть соседом точки $p(x, y)$ если $|x - x_1| \leq 1$ и $|y - y_1| \leq 1$ и $p \neq q$. Введем отношение соседства $N(p, q)$, которое истинно если p сосед q .

Очевидно что точка p не может иметь более 8 соседей. Обозначим через N_K^p множество всех соседей точки $p(x, y)$ лежащих контуре K :

$$N_K^p = \{q | q \in K \wedge N(p, q)\}$$

Согласно определению контура (2.1.8) очевидно, что K не имеет изолированных точек т.е.

$$\forall p \exists q : N(p, q)$$

$$p, q \in K$$

Замечание 2.7. Скелетом I будем называть граф $G(V, E)$, «интуитивно адекватно отражающий» исходное изображение.

Определение 2.3.2. Волной w будем называть конечное множество точек $\{p_j\}$.

Определение 2.3.3. Множество волн $\{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ будем называть подволнами волны w если:

$$\bigcup_{i=1, n} w_i = w$$

$$w_i \cap w_j = \emptyset, i, j = \overline{1, n}, i \neq j;$$

и для любых двух точек $p \in w_i, g \in w_j$, где $i \neq j$ верно $\neg N(p, g)$.

Введем функцию вычисляющую центр масс точек волны

$$g(w) = \frac{\sum_{p \in w} p}{|w|}$$

2.3.1 Волновая скелетизация

Опишем алгоритм построения скелета растрового контурного изображения.

Зададим начальные условия. В качестве начальной волны подойдет любая точка из F .

Имеем следующую начальную конфигурацию:

$w_0^0 = \{p\}, p \in K$ — начальная волна,

$W_0 = \{w_0^0\}$ — множество волн,

$F_0 = K$ — состояние заполненной области,

$G_0(V_0, E_0), V_0 = \{p\}, E_0 = \emptyset$ — начальное состояние скелета.

Определим n -ый шаг итерации следующим образом. Для всякой i -ой волны $w_i^{k_i-1}$ из W_{n-1} (k_i — соответствует k_i -ой итерации w_i):

$$w_i^{k_i} = \bigcup_{p \in w_i^{k_i-1}} N_{F_{n-1}}^p \setminus \bigcup_{j < i} w_j^{k_j-1} \quad (2.2)$$

Если u_1, \dots, u_m есть подволны волны $w_i^{k_i}$, тогда

$$W_n^i = \{w_{l+1}, \dots, w_{l+m}\}$$

где

$$\begin{aligned} w_{l+j} &= u_j, j = \overline{1, m} \\ l &= |W_{n-1}| + \sum_{j < i} |W_n^j|. \end{aligned}$$

Ребра в графе образуют вектора, связывающие центры масс полученных подволн с центром массы $w_i^{k_i-1}$

$$\begin{aligned} E_n^i &= \{(v_i^{k_i-1}, v_{l+j}^{k_i})\}, j = \overline{1, m} \\ V_n^i &= \{v_{l+j}^{k_i}\}, j = \overline{1, m} \\ v_i^j &= g(w_i^j) \end{aligned}$$

Если же волна $w_i^{k_i}$ не имеет разрывов и $w_i^{k_i} \neq \emptyset$, то

$$\begin{aligned} W_n^i &= \{w_i^{k_i}\} \\ E_n^i &= \{(v_i^{k_i-1}, v_i^{k_i})\} \\ V_n^i &= \{v_i^{k_i}\} \end{aligned}$$

Если $w_i^{k_i} = \emptyset$

$$W_n^i = \emptyset, E_n^i = \emptyset, V_n^i = \emptyset$$

Таким образом, при $s_n = |W_{n-1}|$:

$$\begin{aligned} W_n &= \{W_n^i\}, i = \overline{1, s_n} \\ V_n &= V_{n-1} \bigcup_i V_n^i, i = \overline{1, s_n} \\ E_n &= E_{n-1} \bigcup_i E_n^i, i = \overline{1, s_n} \\ F_n &= F_{n-1} \setminus P_{n-1}, \\ P_{n-1} &= \{p : p \in w, w \in W_{n-1}\} \end{aligned}$$

Если $|F_n| = 0$ то алгоритм прекращает цикл итераций, а граф

$$G = (V_n, E_n)$$

является скелетом исходного изображения f .

Утверждение 2.3.1. Алгоритм волновая скелетизация, остановится на любом контуре мощности m удовлетворяющей условиям алгоритма.

Доказательство. Пусть $m = 1$, тогда согласно алгоритму

$$|F_1| = |F_0 \setminus \{p : p \in w, w \in W_0\}| = |\{p\} \setminus \{p : p \in w_0\}| = |\{p\} \setminus \{p\}| = \emptyset$$

следовательно алгоритм прекращает свою работу а граф $G = (V_1, E_1) = (\{p\}, \emptyset)$ является скелетом изображения.

Пусть $m > 2$ и существует такое l что для всякого $k < l, |F_k| < |F_{k-1}|$ и $|F_l| = |F_{l-1}|$, тогда $P_{n-1} = \emptyset$, отсюда следует, что $\{p : p \in w, w \in W_{n-1}\} = \emptyset$, а это возможно только в двух случаях:

1. если W_{n-1} пусто, тогда, в силу и в силу отсутствия изолированных точек, $F_{n-2} = \emptyset$, получаем противоречие с условием остановки.
2. если $\forall w \in W : |w| = 0$, тогда, опять же в силу и в силу отсутствия изолированных точек, получаем что $F_{n-2} = \emptyset$, снова получаем противоречие с условием остановки.

Следовательно такого l не существует, и алгоритм сходится для всякой непустой заполненной области без изолированных точек. \square

2.3.2 Построение модели \mathfrak{M} для графа G

Прежде чем дать формальное описание алгоритма, рассмотрим как он работает неформально:

1. Для каждого простого пути выполняется:
 - (a) Разбиение пути по точкам смены направления обхода
 - (b) Для каждого разбиения выполняются
 - i. Разбиение спиралей. Чтобы определить закручен ли путь по спирали, надо проверить пересекает ли хорда путь. Если пересечение есть, то необходимо разбить путь точками пересечения
 - ii. Для каждого разбиения выполняется:
 - A. Разбиение по точкам перегиба. Точками перегиба считаются образующие две дуги отклонившиеся от угла идеального соединения. Угол γ идеального соединения двух дуг градусной меры α и β :

$$\gamma = 2\pi - (\alpha + \beta)$$

2. Результатом п.1 является множество подпутей, каждый из которых переводится в дугу. Градусная мера дуги вычисляется с использованием формулы Гюйгенса. Определив наиболее удаленную точку пути от хорды стягивающей путь, и вычислив её положение относительно хорды направленной от начала к концу пути, мы определяем направление обхода. Если точка слева, то обход ведется по часовой стрелке, если точка справа — обход ведется против часовой стрелки, если же точка лежит на прямой, то верны оба утверждения.
3. Расчет связей дуг. Связь между двумя дугами существует, если пути образующие дуги имели общие вершины. Угол соединения между дугами рассчитывается, как угол между стягивающими их хордами

Замечание 2.8. Стоит отметить что разбиение на дуги, как правило, выполняется на интерполированном графе в котором часть узлов удаленно в силу их избыточности.

Замечание 2.9. Хотя разбиение и может быть использовано как есть, на практике полезнее добавлять возможность вариации параметров, например, допускать возможность некоторого отклонения от угла идеального соединения или для точек смены направления расширять область проверки на смену направления обхода.

Пусть $\{P_1, P_2, \dots, P_m\}$ — множество простых цепей графа $G = (V, E)$ таких что:

1. $P_i = v_1^i, v_2^i, \dots, v_{n_i}^i$
2. $\forall v \in P_i \forall u \in P_j (v \neq u), \text{ где } i \neq j$
3. $d(v_1^i) \neq 2 \text{ и } d(v_{n_i}^i) \neq 2$
4. $\forall j \notin \{1, n_i\} \left[d(v_j^i) = 2 \right]$
5. $\bigcup_i P_i = V$

Определение 2.3.4. Пусть $r(p, v)$ – есть расстояние от точки p до вектора v со знаком

Определение 2.3.5. Будем говорить что в узле v_i меняется направление обхода простого

$$\{v_1, \dots, v_{i-1}, v_i, v_{i+1}, \dots, v_n\}$$

в окрестности $\varepsilon \in \{2, 3, \dots\}$, если

$$\text{Sign}\left(\sum_{j=i-\varepsilon} r(v_j, h)\right) \neq \text{Sign}\left(\sum_{j=i+\varepsilon} r(v_j, h)\right)$$

где $h = (v_{i-\varepsilon}, v_{i+\varepsilon})$

Если соотношение выполняется для $\varepsilon = 2$ будем просто говорить, что в точке v_i меняется направление обхода.

Пусть множество точек $\{v_{j_1}^i, \dots, v_{j_{k_i}}^i\}$ множество точек смены направления обхода цепи P_i . Определим множество индексов задающих разбиение пути $P_i = v_1, \dots, v_n$ по направлению обхода

$$I_{P_i}^{dev} = \{j_1^i, \dots, j_{k_i}^i\} \cup \{1, n\}$$

$$j_k^i < j_{k+1}^i$$

Тогда следующие семейство множеств узлов определяют разбиение пути P_i на подпути:

$$S_{P_i}^{dev} = \bigcup_{l \in I_{P_i}^{dev}} \{\{v_t \mid t \in \{j \mid i_l \leq j \leq i_{l+1}\}\}\}$$

Каждому множеству узлов можно однозначно сопоставить подпуть P_i

Определение 2.3.6. Определим множество индексов узлов задающие разбиение подпути $P = v_1, \dots, v_n$ закрученного в спираль следующим образом

$$I_P^{spir} = \left\{ \min_{|r(h, v_i)|} (i, i+1) \mid \text{Sign}(r(h, v_i)) \neq \text{Sign}(r(h, v_{i+1})) \wedge i = 1, n-1 \right\}$$

$$h = (v_1, v_n)$$

Определение 2.3.7. Определим множество индексов узлов задающие разбиение подпути $P = v_1, \dots, v_n$ по резкости угла перегиба.

Определение 2.3.8. Разбиением пути P на характеристические подпути будем считать разбиение определенное следующим образом:

$$S_{P_i} = \bigcup_{j \in I_P^{spir}, P \in S_{P_i}^{dev}} \{\{v_t \mid t \in \{j \mid i_l \leq j \leq i_{l+1}\}\}\}$$

Определение 2.3.9. Пусть $P = v_1, \dots, v_n$ простой путь тогда:

1. $f_{begin}(P) = v_1$ – начало пути
2. $f_{end}(P) = v_n$ – конец пути
3. $h_P = v_n - v_1$ – вектор хорды стягивающей путь

Определение 2.3.10. Пусть задано разбиение графа $G = (V, E)$ на характеристические подпути $S = \{P_1, \dots, P_m\}$, где $P_i = v_1^i, \dots, v_{n_i}^i$, будем говорить что алгебраическая система

$$\mathfrak{M} = \langle A, R, V, M; Sector, Angle, Metric, Relation \rangle$$

соответствует графу G если выполняются следующие условия:

1. $Sector(a_i) = 2l + \frac{1}{3}(2l - L)$, где $l = |v_1^i - v_m^i|$, $i_m = \frac{n_i}{2}$, а $L = |h_{P_i}|$
2. $Metric(a_i) = \frac{a_i}{a_1}$
3. $Relation(r_{ij}) = (a_i, a_j)$, где $i \neq j$ и неопределенно в противном случае

$$4. Angle(r_{ij}) = \left\{ \begin{array}{ll} (-\hat{h}_{P_i}, -h_{P_j}) & f_{begin}(P_i) = f_{end}(P_j) \\ (-\hat{h}_{P_i}, h_{P_j}) & f_{begin}(P_i) = f_{begin}(P_j) \\ (h_{P_i}, h_{P_j}) & f_{end}(P_i) = f_{begin}(P_j) \\ (h_{P_i}, \hat{h}_{P_j}) & f_{end}(P_i) = f_{end}(P_j) \\ \text{неопределенно,} & \text{если } r_{ij} - \text{неопределенно} \end{array} \right\}$$

2.4 Постановка задачи распознавания

Общую схему решения комбинаторных задач высокой сложности логико-эвристическими методами можно трактовать как отображение начальной (инициальной) многоосновной алгебраической системы.

$$\mathfrak{M}_{ini} = \langle A_1, \dots, A_s; f_1, \dots, f_n; p_1, \dots, p_k \rangle \quad (2.3)$$

где A_i – основные множества, f_i – операции (функции) на основных множествах, p_i – предикаты (отношения) на основных множествах, в конечную (финальную) \mathfrak{M}_{fin} , удовлетворяющую ограничениям $\mathfrak{R}_1, \mathfrak{R}_2, \dots, \mathfrak{R}_m$.

Уточним формализацию описания плоских контурных изображений для данного варианта проверки выполнимости ограничений.

В качестве составляющих элементов образцов и анализируемого изображения выступают, очевидно, дуги и связи дуг.

Пусть многоосновные а.с.

$$\begin{aligned} \mathfrak{R}_1 &= \langle A_1, R_1, V, M; Sector, Angle, Metric, Relation \rangle \\ \mathfrak{R}_2 &= \langle A_2, R_2, V, M; Sector, Angle, Metric, Relation \rangle \\ &\dots \\ \mathfrak{R}_m &= \langle A_m, R_m, V, M; Sector, Angle, Metric, Relation \rangle \end{aligned} \quad (2.4)$$

задают искомые образцы в анализируемом изображении 2.1.

Анализ изображения 2.1 состоит в поиске всех изоморфных вложений $\mu_{i,j}$ многоосновных а.с. $\mathfrak{R}_1, \mathfrak{R}_2, \dots, \mathfrak{R}_m$ в многоосновную а.с. \mathfrak{M} 2.1, т.е. изоморфное вложение $\mu_{i,j} : \mathfrak{R}_i \rightarrow \mathfrak{M}$ состоит из инъективных отображений

$$\mu_{i,j} : A_i \rightarrow A$$

$$\mu_{i,j} : R_i \rightarrow R$$

таких, что:

а) если $\mu_{i,j}(a') = a$, где $a' \in A_i, a \in A$ и

$$Sector(a') = [c'_{min}, c'_{max}],$$

$$Sector(a) = [c_{min}, c_{max}],$$

$$\text{то } [c_{min}, c_{max}] \in [c'_{min}, c'_{max}];$$

б) если $\mu_{i,j}(a') = a$, где $a' \in A_i, a \in A$ и

$$Metric(a') = [c'_{min}, c'_{max}],$$

$$Metric(a) = [c_{min}, c_{max}],$$

$$\text{то } [c_{min}, c_{max}] \in [c'_{min}, c'_{max}];$$

в) если $\mu_{i,j}(r') = r$, где $r' \in R_i, r \in R$ и

$$Angle(r') = [c'_{min}, c'_{max}],$$

$$Angle(r) = [c_{min}, c_{max}],$$

$$\text{то } [c_{min}, c_{max}] \in [c'_{min}, c'_{max}];$$

г) если $Relation(r, a_1, a_2)$, где $r \in R_i, a_1, a_2 \in A_i$, то

$$Relation(\mu_{i,j}(r), \mu_{i,j}(a_1), \mu_{i,j}(a_2))$$

2.5 Интерпретация

Определим универсум для изображений, имеющих не более n дуг, и не более k связей дуг (это ограничение ни сколько не повлияет на результат, но немного упростит нам форму записи).

Пусть A_1, A_2, \dots, A_m – множества дуг всех характеристик (образцов), т.е.

$$\begin{aligned} A_1 &= \{a_{1,1}, a_{1,2}, \dots, a_{1,n}\}; \\ A_2 &= \{a_{2,1}, a_{2,2}, \dots, a_{2,n}\}; \\ &\dots \\ A_m &= \{a_{m,1}, a_{m,2}, \dots, a_{m,n}\}; \end{aligned} \tag{2.5}$$

Далее пусть R_1, R_2, \dots, R_{m-1} – множества связей дуг всех характеристик, т.е.

$$\begin{aligned} R_1 &= \{r_{1,1}, r_{1,2}, \dots, r_{1,k}\}; \\ R_2 &= \{r_{2,1}, r_{2,2}, \dots, r_{2,k}\}; \\ &\dots \\ R_{m-1} &= \{r_{m-1,1}, r_{m-1,2}, \dots, r_{m-1,k}\}; \end{aligned} \tag{2.6}$$

Таким образом наше дерево соответствует следующему декартову произведению:

$$G_1 \times M_1 \times V_1 \times G_2 \times M_2 \times \dots \times V_{n-1} \times G_1 \times M_1 \tag{2.7}$$

где

$$\begin{aligned} G_i &= \{Angle(a_{i,1}), Angle(a_{i,2}), \dots, Angle(a_{i,n})\} \\ M_i &= \{Metric(a_{i,1}), Metric(a_{i,2}), \dots, Metric(a_{i,n})\} \\ V_i &= \{Sector(r_{i,1}), Sector(r_{i,2}), \dots, Sector(r_{i,k})\} \end{aligned} \tag{2.8}$$

Очевидно, что 2.7 содержит все изображения, имеющие не более n дуг, и k связей дуг. Каждый уровень дерева представляет собой набор узлов, значения которых принадлежат одному из множеств: V_{arc} , M либо V_{rel} , где $V_{arc} \subseteq V$ – множество допустимых значений секторов дуг, $V_{rel} \subseteq V$ – множество допустимых углов соединения связей дуг. У всякого дерева изображений значения узлов первого уровня принадлежат V_{arc} , значения узлов последнего уровня принадлежат M .

Однако работать с таким деревом достаточно сложно, намного удобнее редуцировать третий уровень и использовать «двух-слойную» (состоящую из двух основных множеств) модель дерева. Так как множества значения углов и относительных величин ограничено, мы можем упорядочить множества дуг следующим образом.

Пусть $A = \{a_1, \dots, a_k, \dots, a_n\}$ – множество всевозможных дуг

$$Sector(a_k) = g_i, 0 < i < |V|, V = \{g_0, \dots, g_{|V|-1}\}$$

$$Metric(a_k) = m_j, 0 < j < |M|, M = \{m_0, \dots, m_{|M|-1}\}$$

тогда $k = i * |M| + j$.

Таким образом мы сможем оперировать двумя основными множествами: множеством дуг A и множеством связей R .

$$|A| = |V_{rel}| * |M|$$

$$|R| = |V_{arc}|$$

$$V_{rel}, V_{arc} \subseteq V$$

Пусть дерево изображений имеет следующий вид:

Замечание 2.10. на практике универсум (схема 2) не строиться а строится только его часть, состоящая из дуг и связей дуг многоосновных а.с. $\mathfrak{R}_1, \mathfrak{R}_2, \dots, \mathfrak{R}_m$.

Лемма 2.5.1. Верхняя граница сложности построения интерпретации ξ для связного изображения 2.1 не превышает $O(w + t)$, где w – количество дуг, t – связей дуг.

Теорема 2.5.1. Пусть каждая из многоосновных а.с. $\mathfrak{R}_1, \mathfrak{R}_2, \dots, \mathfrak{R}_m$ имеет не более n дуг и представляет связное изображение. Тогда анализ связного изображения 2.1 имеет верхнюю границу сложности не превышающую $O((w + t) * w + m)$, где w – количество дуг (t – количество связей дуг) изображения 2.1.

Доказательство. Построим интерпретации всех многоосновных а.с. $\mathfrak{R}_1, \mathfrak{R}_2, \dots, \mathfrak{R}_m$ на универсуме схема 2 для всех изображений, имеющих не более n дуг, и k вариантов дуг и связей дуг (сложность этой процедуры, конечно, не входит в оценку доказываемой теоремы).

Далее, пометим все вершины схемы 2 номерами многоосновных а.с., чьи элементы соответствуют этим вершинам. Каждой многоосновной а.с. \mathfrak{R}_i сопоставим пару чисел (a_i, b_i) , где a_i – количество помеченных вершин 2, соответствующих дугам, b_i – количество помеченных вершин схемы 2, соответствующих связям дуг (конечно, помеченных номером i).

Построим совокупность интерпретаций $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_w$ на схеме 2 (с помеченными вершинами), которые отличаются выбором первой дуги для основания индукции. А именно, интерпретация ξ_1 начинается традиционно с дуги ar_1 , интерпретация ξ_2 начинается с дуги ar_2 , и так далее. Последняя интерпретация ξ_w начинается, соответственно, с дуги ar_w .

Введем для каждой интерпретации ξ_i множество пар

$$(a_{i_1}, b_{i_1}), (a_{i_2}, b_{i_2}), \dots, (a_{i_m}, b_{i_m}) \quad (2.9)$$

где $a_{i_j}(b_{i_j})$ - количество помеченных j вершин схемы 2, соответствующих дугам (соответственно, связям дуг), полученных для интерпретации ξ_i . Если пара (a_{i_j}, b_{i_j}) равна паре (a_j, b_j) , то, таким образом, найдено изоморфное вложение j -го изображения (образца) в анализируемое изображение 2.1.

В силу леммы 2.5.1, построение каждого отображения ξ_i требует не более $w+t$ шагов и, таким образом, верхняя граница сложности поиска всех изоморфных вложений не более $O(((w+t)*w)+m)$, где «добавка» $O(m)$ возникает из-за необходимости сравнивать пары 2.9 с парами (a_j, b_j) . \square

Рисунок 2.1: Схема разбиения графа «особыми» точками

Рисунок 2.2: Дерево изображений

Глава 3

Применение

3.1 Распознавание символов

Наиболее естественным применением разработанного подхода является, очевидно, распознавание символов (букв, логотипов и т.п.).

Рассмотрим метод на примере анализа буквы «а»

...

Отдельно стоит упомянуть задачу поиска партизана в лесу

...

3.2 Оценка устойчивости битумных эмульсий

В настоящее время трудно назвать область строительства, где бы не применялись эмульсии. Они используются в дорожном и в гражданском строительстве в качестве связующих с различными наполнителями, а также в качестве гидроизоляционных и лакокрасочных материалов. При любых технологиях использования эмульсий мы сталкиваемся с одними и теми же проблемами, касающимися подбора состава, приготовления, определения физико-механических характеристик, стабильности, контроля распада эмульсий и получения продукции с необходимыми свойствами [1]. Далее мы будем рассматривать только прямые битумные и битумно-латексные эмульсии, которые являются наиболее крупнотоннажным продуктом: мировое использование составляет миллионы тонн в год

Традиционные методы оценки свойств битумных эмульсий включают: определение содержания вяжущего с эмульгатором, определение устойчивости эмульсии при перемешивании, определение остатка на сите, определение условной вязкости, определение устойчивости при хранении, определение адгезии эмульсий с поверхностью наполнителей, определение устойчивости при транспортировке и т.п. [2]. Наряду с традиционными методами изучения качества эмульсии, во многих приложениях желательно знать более тонкие характеристики, например: функцию распределения по размерам. Эта характеристика является одним из важнейших параметров и позволяет предсказывать большинство свойств эмульсии. Обычно размер частиц оценивают с помощью определения остатка на сите с заданным размером ячейки, но такой метод позволяет оценивать только верхний предел размеров частиц эмульсии. Полная картина распределения частиц по размеру может быть измерена с использованием таких технических приёмов как рассеяние света, микроскопия с анализом изображений, или же с помощью техники электроозонирования («техники Культера» - Coulter). Точный анализ размеров частиц битумной эмульсии может решить многие проблемы, которые в настоящее время являются актуальными в сфере производства битумных эмульсий:

1. Влияние эмульгатора и его концентрации на размер битумных частиц эмульсии.
2. Влияние модифицирующих битум добавок на качество получаемой эмульсии.
3. Корректировка технологической схемы производства эмульсии.
4. Влияние размера битумных частиц на основные физические свойства эмульсии.

Оптическая микроскопия, как способ распределения частиц по размерам, является наиболее удобным и точным. Например, если в способе «рассеяние света» могут возникнуть проблемы с отражением света от черных поверхностей, какими являются частицы битума, то в способе микроскопии, при высоком контрасте черного цвета, напротив, можно отличить частицы от среды, в которой они находятся.

Очевидно изображения такого вида являются одним из примеров растровых контурных изображений, с несколькими контурами. В отличие от задачи распознавания символов, здесь нет необходимости анализировать скелет изображения. Куда более важную роль играет внешний контур. Разбивая контур на дуги мы можем классифицировать частицы по по уровню распада:

1. одиночные
2. слипшиеся
3. распавшиеся

Большое количество распавшихся частиц является свидетельством того что смесь является неустойчивой, а следовательно некачественной.

Рис.1 Скриншоты программы «анализ изображений» На скриншотах, представленной нами программы, видно, что в проходящем свете (справа) частицы легко отличить друг от друга, но для получения такого изображения необходимо создать некоторое пространство между ними, в противном случае изображение получатся следующее (рис.2):

Рис.2 Концентрированная битумная анионная эмульсия в отраженном свете (микроскопическая съемка) Поэтому перед микроскопическими исследованиями образцы эмульсии распределяют небольшим количеством (концентрация от 1:100 – 1:50) в специальном стабилизирующем растворе. Необходимость данной процедуры объясняется тем что, частицы битума могут слипаться под стеклышком и отсутствие сцепления между ними осуществляется за счет рН среды, в которой они находятся. Для анионных эмульсий это рН-щелочной, для катионных рН-кислотный. На рис. 3 показано как частицы битума находятся в эмульсии. Одним из недостатков программы является сложность определения распавшихся частиц рис. 4. Хотя в таких случаях необходимость в измерении размера частиц эмульсий отпадает, в дальнейшем программа сможет определять степень распада, что в свою очередь сможет стать аналогом стандартного метода определения скорости распада[4] .

рис. 3 Частицы битума

Гибкость настроек программы позволяет редактировать изображение вручную, убирая «мнимые частицы», затемненные области и другие недочеты фотосъемки. После чего происходит автоматический подсчет частиц и построение графика функции распределения по размерам, рис. 5. Так же следует отметить, что для данной программы не требуется специализированного оборудования. Необходим оптический микроскоп с поддержкой передачи оцифрованного изображения на компьютер с операционной системой Windows или Linux. Пользователь выбирает нужное увеличение и делает такое количество фотографий эмульсии, при котором дальнейший анализ изображений даст наиболее подробную картину распределения частиц по размерам.

Рис. 5 Работа программы Для проверки работы программы использовались специальные тестовые данные.

На рисунке (Рис.6) приведены два графика: тот что сильнее смещен влево – соответствует исходным авто-сгенерированным данным, смещенный вправо соответствует распознанным данным. Формы графиков практически идентичны. Смещение, как правило, вызвано ошибками округления при распознавании объектов. Ниже приведена информация об исходном и распознанном распределениях для рисунка (Рис.6).

Рис.6 Проверка работы программы

Таблица 3.1: Анализ распределения частиц на рисунке 6.

График	мин. размер частиц, мкм.	макс. размер частиц, мкм.	Среднее значение, мкм.	Дисперсия, мкм.	Всего частиц
Исходный	0.87	2.87	1.69	0.42	500
Распознанный	0.87	2.69	1.59	0.41	493

Вторым фактором (первый – ошибки округления) отрицательно влияющим на качество распознавания является наличие слипшихся частиц. На рис.7 приведены два графика исходного (тот что более сплюснен) и распознанного распределения частиц (тот что повыше). Сильное различие между графиками обусловлено тем что, при распознавании слипшиеся объекты не учитываются.

Рис.7 Проверка работы программы при наличии слипшихся частиц

Таблица 3.2: Распределение частиц на рисунке 7.

График	мин. размер частиц, мкм.	макс. размер частиц, мкм.	Среднее значение, мкм.	Дисперсия, мкм.	Всего частиц
Исходный	0.87	2.98	1.71	0.44	100
Распознанный	0.87	2.52	1.6	0.46	57

Из таблицы 2 видно, что, не смотря на то, что почти половина частиц не была распознана, характеристики распределения были определены достаточно точно к исходным, и погрешность составила около 4-5%.

Получение высококачественной, долговечной битумной эмульсии зависит в основном от вязкости битума поступающего в диспергатор вместе с раствором ПАВ, а так же от скорости вращения и вида диспергирующих элементов. После выхода готовой эмульсии из диспергатора необходимо оценить её качество.

Внешние признаки распада эмульсии видны невооруженным глазом, но если речь идет о количественном сравнении двух визуально схожих эмульсий, то в таком случае применение программы для анализа размера частиц будет весьма кстати.

3.2.1 Определение среднего размера и дисперсии частиц битумной эмульсии на модифицированном битуме

Стабильность эмульсии в большой степени определяется размером частиц, который в свою очередь зависит от вязкости исходного битума. Во многих практических ситуациях необходимо получать мелкие (1-5 мкм) частицы эмульсии, это даёт очень хорошую стабильность при хранении и хорошее обволакивание заполнителей. Для получения таких эмульсий необходимо специализированное дорогостоящее оборудование, стандартные диспергаторы на которых дорожники производят битумные эмульсии позволяют получать средний размер частиц примерно 10 -20 мкм. Одним из возможных способов уменьшения размеров частиц эмульсии может являться понижение вязкости битума. Кроме того, эмульсии на разжиженных битумах имеют лучшие гидроизоляционные свойства. Поэтому данная работа посвящена изучению влияния разжижителей на размер частиц битумной эмульсии. На рисунке ниже приведены результаты анализа смеси ЭБА-1 на олифе (5

Рис.8 ЭБА-1 на битуме разжиженном олифой (5

Таблица 3.3: Распределение частиц на рис.8

Среднее значение, мкм.	Дисперсия, мкм.	Всего частиц
12.86	5.06	108

Рис.9 Эмульсия, полученная в заводских условиях на вязком битуме.

Таблица 3.4: Распределение частиц на рис.9

Среднее значение, мкм.	Дисперсия, мкм.	Всего частиц
12.56	6.99	89

3.3 Автоматизация составления ПОДД

Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. На основе анализа ...
2. Численные исследования показали, что ...
3. Математическое моделирование показало ...
4. Для выполнения поставленных задач был создан ...

И какая-нибудь заключающая фраза.

Список рисунков

2.1	Схема разбиения графа «особыми» точками	16
2.2	Дерево изображений	16

Список таблиц

3.1	Анализ распределения частиц на рисунке 6.	19
3.2	Распределение частиц на рисунке 7.	19
3.3	Распределение частиц на рис.8	20
3.4	Распределение частиц на рис.9	20

Литература

1. И. Мартьянов В., М.Д. Каташевцев. Комбинаторные задачи высокой сложности и анализ плоских контурных изображений // Известия Иркутского Государственного Университета серия «Математика». 2013. С. 31–47.
2. М.Д. Каташевцев. Анализ плоских контурных изображений с метрикой // Известия Иркутского Государственного Университета серия «Математика». 2014. С. в печати.
3. М.Д. Каташевцев. Волновая скелетизация // Вестник Иркутского Государственного Технического Университета. 2013. С. 89–92.
4. Название буклета.
5. “This is english article” / Author1, Author2, Author3 et al. // Journal. 2012. Vol. 2. P. 200.

Приложение А

Структура БД