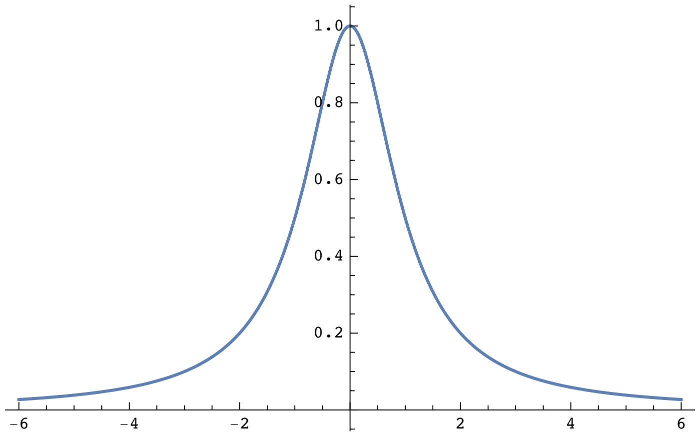
Интерполяция функции $f(x) = \frac{1}{(1+x^2)}$ на равномерной сетке

Изначальная функция:

In[4]:=
```
f[x_] = 1 / (1 + x^2);
Plot[f[x], {x, -6, 6}]
```

Out[5]=



Разобьем промежуток на 4, 8, 16 интервалов:

In[25]:=
```
data1 = N[f[Range[-6, 6, 3]]]
data2 = N[f[Range[-6, 6, 1.5 ]]]
data3 = N[f[Range[-6, 6, 0.75 ]]]
```

Out[25]= {0.027027, 0.1, 1., 0.1, 0.027027}

Out[26]= {0.027027, 0.0470588, 0.1, 0.307692, 1., 0.307692, 0.1, 0.0470588, 0.027027}

Out[27]= {0.027027, 0.0350109, 0.0470588, 0.06639, 0.1, 0.164948, 0.307692, 0.64, 1., 0.64, 0.307692, 0.164948, 0.1, 0.06639, 0.0470588, 0.0350109, 0.027027}

Запустим программу для q = 200:

In[32]:=
```
res1 = Import["/Users/severin/Desktop/Практикум/numerical-task-2.1/res_uniform.dat"];
```

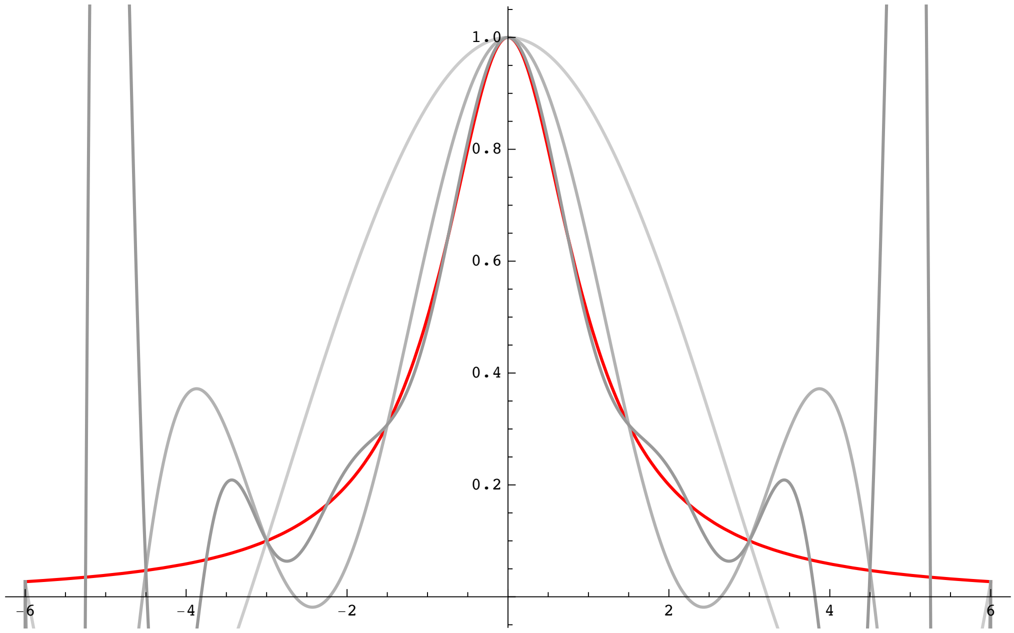
In[33]:=
```
res2 = Import["/Users/severin/Desktop/Практикум/numerical-task-2.1/res_uniform.dat"];
```

In[34]:=
```
res3 = Import["/Users/severin/Desktop/Практикум/numerical-task-2.1/res_uniform.dat"];
```

Построим графики:

In[101]:=
```
Show[Plot[f[x], {x, -6, 6}, ImageSize → Medium, PlotStyle → {Red}],
 ListLinePlot[{Transpose@{Range[-6, 6, 12 / 800], Drop[res1, 2] //. {x_} :→ x},
   Transpose@{Range[-6, 6, 12 / 1600], Drop[res2, 2] //. {x_} :→ x},
   Transpose@{Range[-6, 6, 12 / 3200], Drop[res3, 2] //. {x_} :→ x}},
  PlotStyle → {RGBColor[0.8, 0.8, 0.8], RGBColor[0.7, 0.7, 0.7],
    RGBColor[0.6, 0.6, 0.6], RGBColor[0.9, 0.9, 0.9]}]]
```

Out[101]=



Из графика видно, что получается бред.

Интерполяция функции f (x) = $\frac{1}{(1+x^2)}$ на Чебышевской сетке

Снова разобьем промежуток на 4, 8, 16 интервалов, на этот раз по-чебышевски:

In[105]:=
```
a = -6;
b = 6;
cheb[k_, n_] := (a + b) / 2.0 + (a - b) / 2.0 * Cos[(2.0 * k + 1.0) / (2.0 * n + 2.0) * Pi]
```

In[117]:=
```
data1 = N[f[cheb[Range[0, 4, 1], 4]]]
data2 = N[f[cheb[Range[0, 8, 1], 8]]]
data3 = N[f[cheb[Range[0, 16, 1], 16]]]
```

Out[117]= {0.0297953, 0.0744175, 1., 0.0744175, 0.0297953}

Out[118]= {0.0278439, 0.0357143, 0.0629948, 0.191894, 1., 0.191894, 0.0629948, 0.0357143, 0.0278439}

Out[119]= {0.0272528, 0.0291512, 0.0335037, 0.0417957, 0.0576729, 0.091102, 0.175505, 0.451365, 1., 0.451365, 0.175505, 0.091102, 0.0576729, 0.0417957, 0.0335037, 0.0291512, 0.0272528}

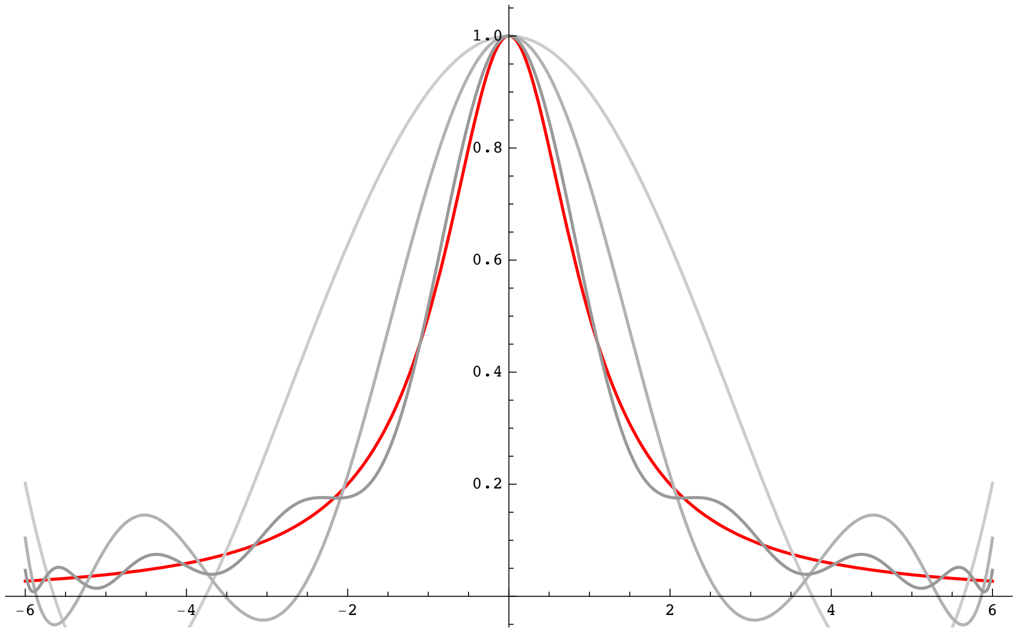
Запустим программу для q = 200:

```
In[120]:= res1 =
  Import["/Users/severin/Desktop/Практикум/numerical-task-2.1/res_chebyshev.dat"];

In[121]:= res2 =
  Import["/Users/severin/Desktop/Практикум/numerical-task-2.1/res_chebyshev.dat"];

In[122]:= res3 =
  Import["/Users/severin/Desktop/Практикум/numerical-task-2.1/res_chebyshev.dat"];
```

Построим графики:

```
In[124]:= Show[Plot[f[x], {x, -6, 6}, ImageSize → Medium, PlotStyle → {Red}],
  ListLinePlot[{Transpose@{Range[-6, 6, 12 / 800], Drop[res1, 2] //. {x_} :→ x},
    Transpose@{Range[-6, 6, 12 / 1600], Drop[res2, 2] //. {x_} :→ x},
    Transpose@{Range[-6, 6, 12 / 3200], Drop[res3, 2] //. {x_} :→ x}},
   PlotStyle → {RGBColor[0.8, 0.8, 0.8], RGBColor[0.7, 0.7, 0.7],
     RGBColor[0.6, 0.6, 0.6], RGBColor[0.9, 0.9, 0.9]}]]
```

Out[124]=



Это уже куда лучше.

Интерполяция константной функции на равномерной сетке

Возьмем следующие данные:

```
In[149]:= data1 = {0, 0, 1, 0, 0};
data2 = {0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0};
data3 = {0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0};
```

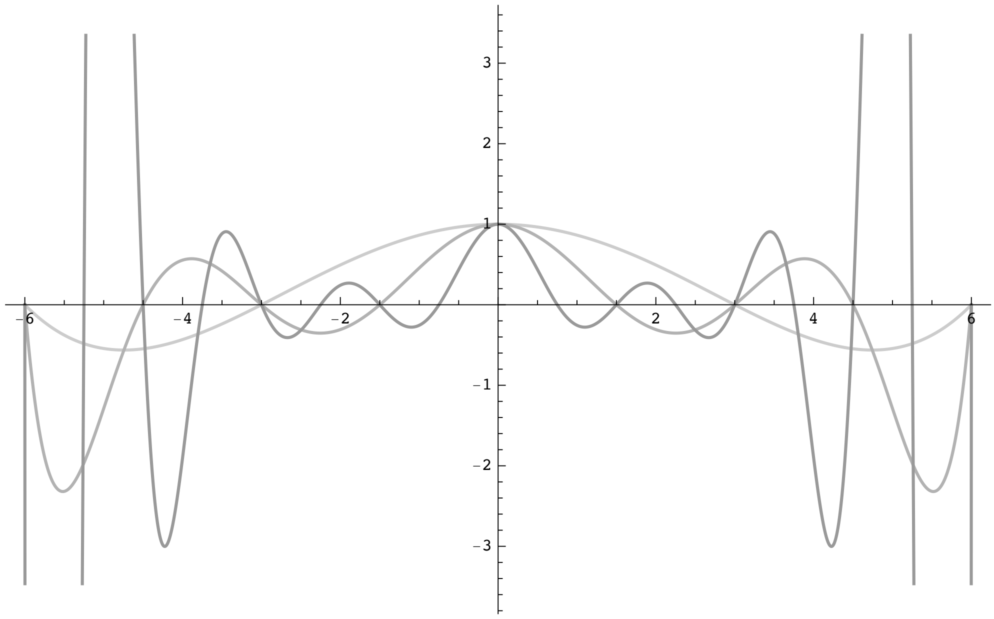
Запустим программу для q = 200:

```
In[155]:= res1 = Import["/Users/severin/Desktop/Практикум/numerical-task-2.1/res_uniform.dat"];

In[154]:= res2 = Import["/Users/severin/Desktop/Практикум/numerical-task-2.1/res_uniform.dat"];
```

In[153]:=
```
res3 = Import["/Users/severin/Desktop/Практикум/numerical-task-2.1/res_uniform.dat"];
```

Построим графики:

In[156]:=
```
Show[ListLinePlot[{Transpose@{Range[-6, 6, 12 / 800], Drop[res1, 2] //. {x_} :> x},
   Transpose@{Range[-6, 6, 12 / 1600], Drop[res2, 2] //. {x_} :> x},
   Transpose@{Range[-6, 6, 12 / 3200], Drop[res3, 2] //. {x_} :> x}},
  PlotStyle → {RGBColor[0.8, 0.8, 0.8], RGBColor[0.7, 0.7, 0.7],
    RGBColor[0.6, 0.6, 0.6], RGBColor[0.9, 0.9, 0.9]}]]
```

Out[156]=


Плохо получилось.

Интерполяция константной функции на Чебышевской сетке

По аналогичным данным запустим программу для q = 200:

In[157]:=
```
res1 =
  Import["/Users/severin/Desktop/Практикум/numerical-task-2.1/res_chebyshev.dat"];
```

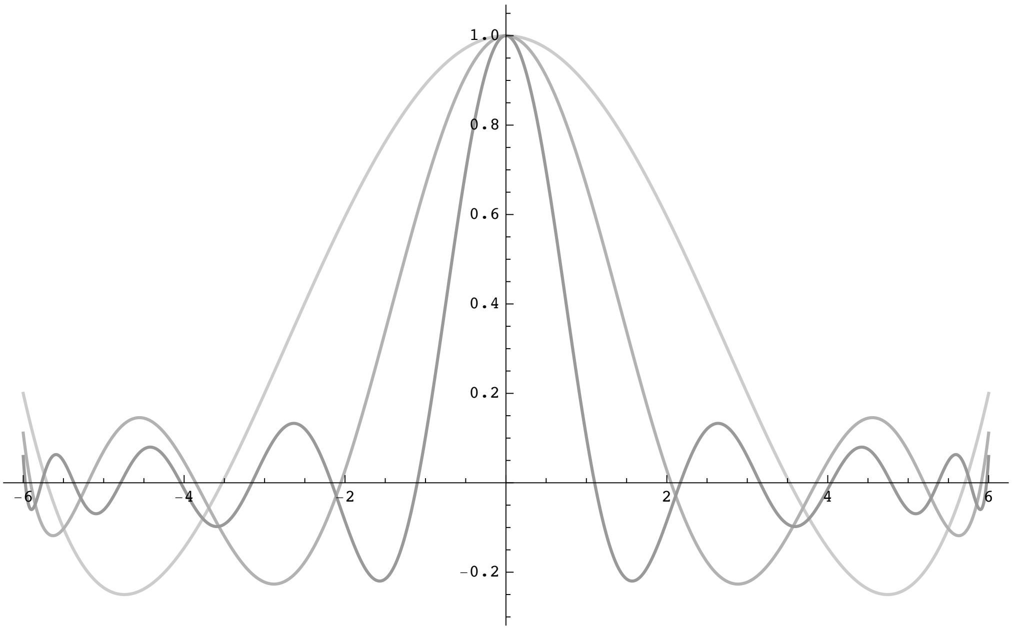
In[158]:=
```
res2 =
  Import["/Users/severin/Desktop/Практикум/numerical-task-2.1/res_chebyshev.dat"];
```

In[159]:=
```
res3 =
  Import["/Users/severin/Desktop/Практикум/numerical-task-2.1/res_chebyshev.dat"];
```

Построим графики:

In[160]:=
```
Show[ListLinePlot[{Transpose@{Range[-6, 6, 12 / 800], Drop[res1, 2] //. {x_} :> x},
   Transpose@{Range[-6, 6, 12 / 1600], Drop[res2, 2] //. {x_} :> x},
   Transpose@{Range[-6, 6, 12 / 3200], Drop[res3, 2] //. {x_} :> x}},
  PlotStyle → {RGBColor[0.8, 0.8, 0.8], RGBColor[0.7, 0.7, 0.7],
    RGBColor[0.6, 0.6, 0.6], RGBColor[0.9, 0.9, 0.9]}]]
```

Out[160]=



Снова лучше.

Вывод — интерполяция по Чебышеву точнее, хоть и требует 5 вложенных циклов вместо 3.