

El lema de regularitat de Szemerédi és una pedra angular de la teoria moderna de grafs, afirmant que qualsevol graf es pot particionar en un nombre acotat de conjunts de vèrtexs, on les connexions entre la majoria de parelles de conjunts es comporten de manera quasi-aleatòria. Malgrat les seves àmplies aplicacions en àrees com la teoria de nombres, la combinatòria i la informàtica, el lema pateix de dues limitacions principals: una mida de la partició acotada per una torre d'exponencials, i la presència de parelles irregulars, totes dues inevitables en el cas general.

Aquest treball se centra en una subclasse específica de grafs, els *grafs estables*, on aquestes limitacions es poden superar. En evitar una subestructura bipartida coneguda com a half-graph, els grafs estables admeten un lema de regularitat molt més fort. Aquest lema especialitzat, desenvolupat originalment per Malliaris i Shelah, garanteix una partició on totes les parelles són regulars i el nombre de parts està acotat per un polinomi, una millora significativa respecte a la cota general de tipus torre.

Aquesta tesi primer presenta una exposició autocontinguda, combinatòria i completa de la prova del lema de regularitat estable, desenvolupant un marc notacional unificat per connectar conceptes de la teoria de grafs extremals, l'estabilitat i el property testing. Basant-nos en aquesta base teòrica, després construïm un algorisme eficient per comprovar l'*H*-llibertat (la propietat de no contenir una còpia induïda d'un graf fixat H) per a grafs estables. Aquesta aplicació aprofita les propietats superiors del lema per aconseguir una complexitat de consulta amb cotes significativament millorades en comparació amb els testers per a grafs generals.