

El lema de regularitat de Szemerédi és una pedra angular de la teoria moderna de grafs: afirma que qualsevol graf es pot particionar en un nombre acotat de conjunts de vèrtexs, on les connexions entre la majoria de parelles de conjunts es comporten de manera quasi-aleatòria. Malgrat les seves àmplies aplicacions en àrees com la teoria de nombres, la combinatòria i la informàtica, el lema pateix de dues limitacions principals: la cota sobre la mida de la partició és una torre d'exponencials, i la presència de parelles irregulars (no necessàriament quasi-aleatòries). Totes dues limitacions són inevitables en el cas general.

Aquest treball es centra en una subclasse específica de grafs, els *grafs estables*, on aquestes limitacions es poden superar. En evitar una subestructura bipartida coneguda com a half-graph, els grafs estables admeten un lema de regularitat molt més fort. Aquest lema especialitzat, desenvolupat originalment per Malliaris i Shelah i que pren inspiració de la teoria de models, garanteix una partició on totes les parelles són regulars i el nombre de parts està acotat per un polinomi, una millora significativa respecte a la cota general de tipus torre.

Aquesta tesi primer presenta una exposició autocontinguda, combinatòria i completa de la prova del lema de regularitat estable, desenvolupant un marc notacional unificat per connectar conceptes de la teoria extremal de grafs, l'estabilitat i el *property testing*. Basant-nos en aquesta base teòrica, en la part final de la tesi construïm un algorisme eficient per comprovar la propietat *ser-lliure-de- H* (la propietat de no contenir una còpia induïda d'un graf fixat H) per a grafs estables. Aquesta aplicació aprofita les bones propietats del lema per tal d'aconseguir un baix nombre de consultes (la mesura de la complexitat en aquests tests) amb cotes significativament millorades en comparació amb els tests per a grafs generals.