Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Факультет компьютерных систем и сетей

Кафедра программного обеспечения информационных технологий

Дисциплина: Надежность программного обеспечения (НПО)

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №1

Тема работы: Исследование закона распределения непрерывной случайной величины наработки объектов до отказа  
(гамма-распределение)

Выполнили

студенты: гр. 051003 Гуйдо К.И.

Гаркушенко С.С.

Проверил: Деменковец Д.В.

Минск, 2022

**ХОД ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ**

**1. Построение зависимости функции плотности распределения от параметров закона гамма-распределения**

Пусть – непрерывная случайная величина наработки объекта до отказа. Тогда формула плотности гамма-распределения для непрерывной случайной величины будет иметь следующий вид:

где – положительные параметры распределения, а – гамма-функция Эйлера.

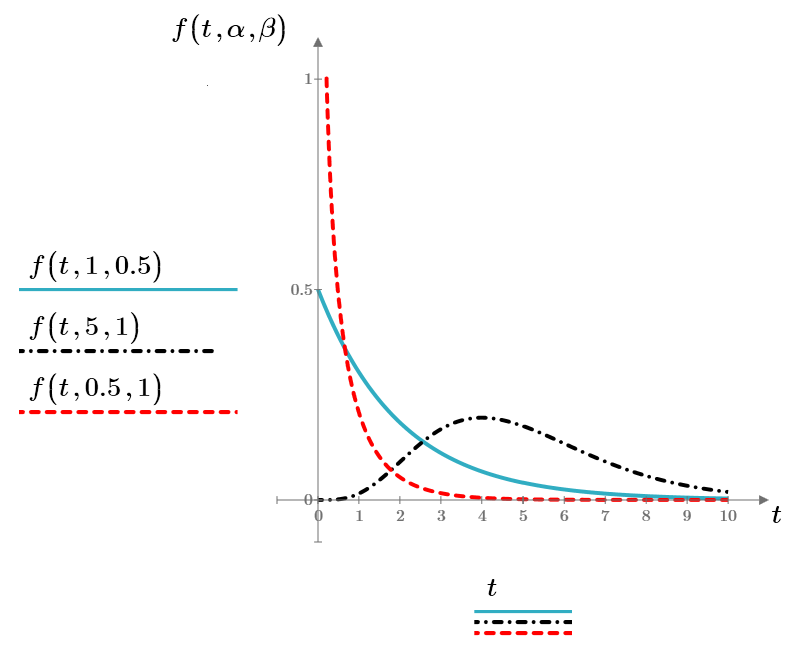


Рис. 1.1 Плотность распределения наработки до отказа

**2. Построение зависимости функции распределения вероятностей от параметров закона гамма-распределения**

Для того, чтобы получить функцию гамма-распределения, необходимо проинтегрировать функцию плотности распределения. Тогда получим следующую формулу:

Построим график функции гамма-распределения:

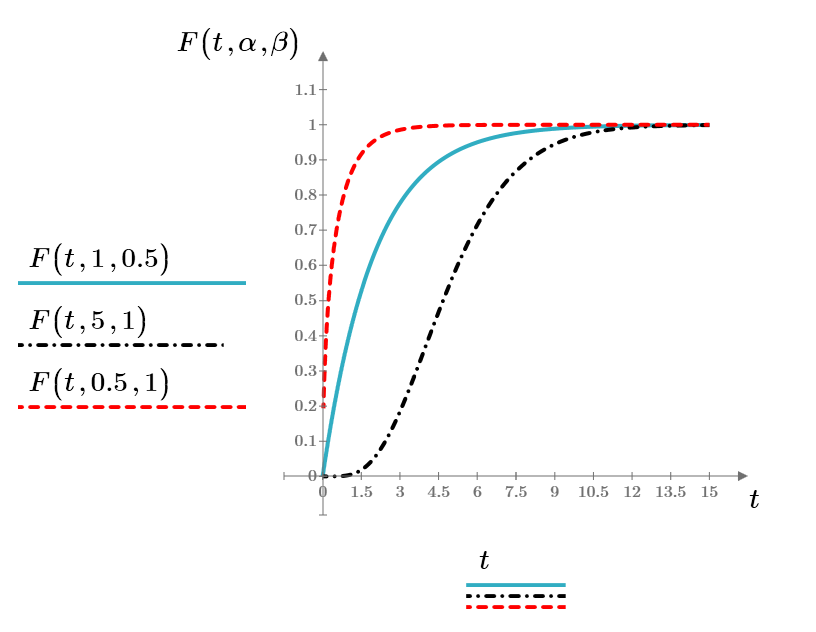


Рис. 2.1 Функция вероятности отказа

**3. Построение зависимости характеристик положения от параметров закона гамма-распределения**

Для дальнейших операций необходимо высчитать начальные моменты - числовые характеристики распределения случайной величины t. Формулы 1-го, 2-го и 3-го начальных моментов имеют следующий вид соответственно:

*Математическое ожидание* — среднее значение случайной величины. В надёжности - cредняя наработка до отказа (фактически, время до первого отказа системы).

Формула среднего значения гамма-распределения имеет следующий вид:

Используя, формулу мат. ожидания получаем, что M[1, 0.5] = 2, M[ 5, 1] = 5 и M[0.5, 1] = 0.5.

Построим графики зависимости математического ожидания от параметра закона:

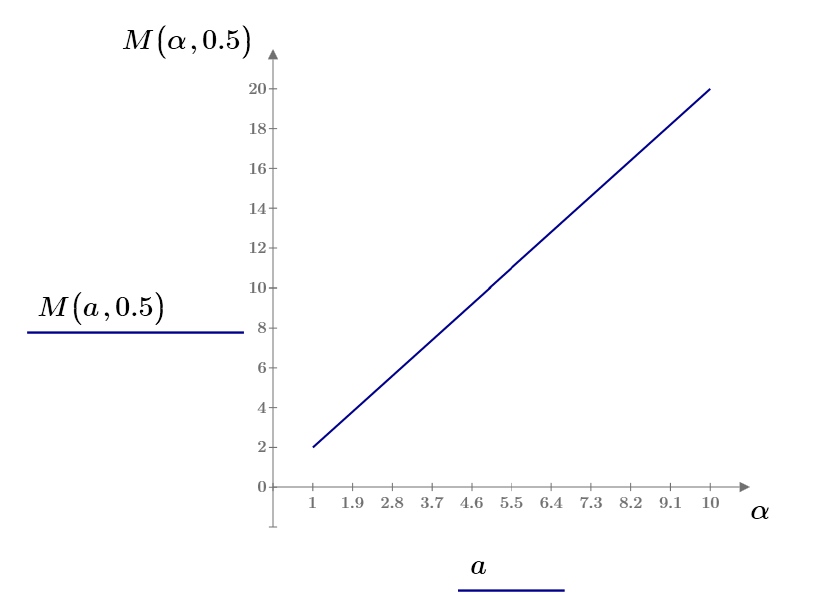


Рис. 3.1 «Зависимость средней наработки до отказа от параметра α при β=0.5»

*Мода* — значение во множестве наблюдений, которое встречается наиболее часто.

Для расчета моды необходимо найти максимальное значение функции, а, значит, нужно решить следующее уравнение:

0

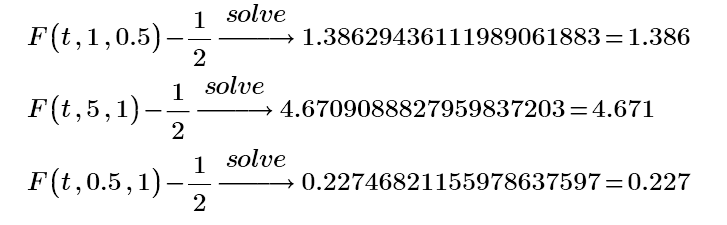
Формула моды для гамма-распределения в зависимости от параметров будет иметь следующий вид:

Посчитаем моду для трёх объектов:

*Квантиль* — значение, которое заданная случайная величина не превышает с фиксированной вероятностью.

Для того, чтобы рассчитать значение медианы (, необходимо решить следующее уравнение:

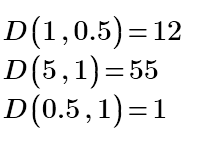
Посчитаем медиану для всех трёх объектов:



**4. Построение зависимости характеристики рассеяния в виде дисперсии и среднеквадратичного отклонения случайной величины от параметров закона гамма-распределения**

*Дисперсия случайной величины* — мера разброса данной случайной величины, то есть её отклонения от математического ожидания. Для ее подсчёта был использован 2-ой начальный момент:

Посчитаем дисперсии для трёх объектов:



Построим графики зависимости дисперсии от параметра закона:

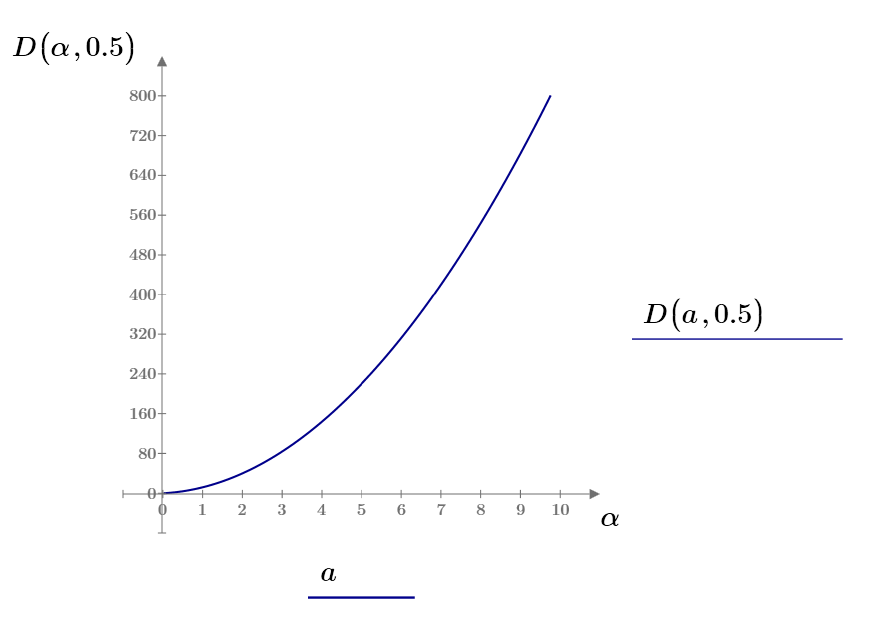
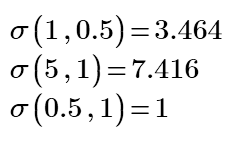


Рис. 4.1 «Зависимость величины разброса наработки до отказа относительно среднего значения от параметра α для β=0.5»

*Среднеквадратическое отклонение* — в теории вероятностей и статистике наиболее распространённый показатель рассеивания значений случайной величины относительно её математического ожидания.

Данный показатель вычисляется по формуле:

Посчитаем среднеквадратическое отклонение для трёх объектов:

**

**5. Построение зависимости характеристики асимметрии в виде коэффициента асимметрии случайной величины от параметров закона гамма-распределения**

*Коэффициент асимметрии* — числовая характеризующая степени несимметричности распределения данной случайной величины. Для ее подсчета использовался 3-ий центральный момент:

Коэффициент асимметрии рассчитывается по формуле, представленной ниже:

Построим графики зависимости характеристики асимметрии в виде коэффициента асимметрии случайной величины от параметрa α при β=0.5:

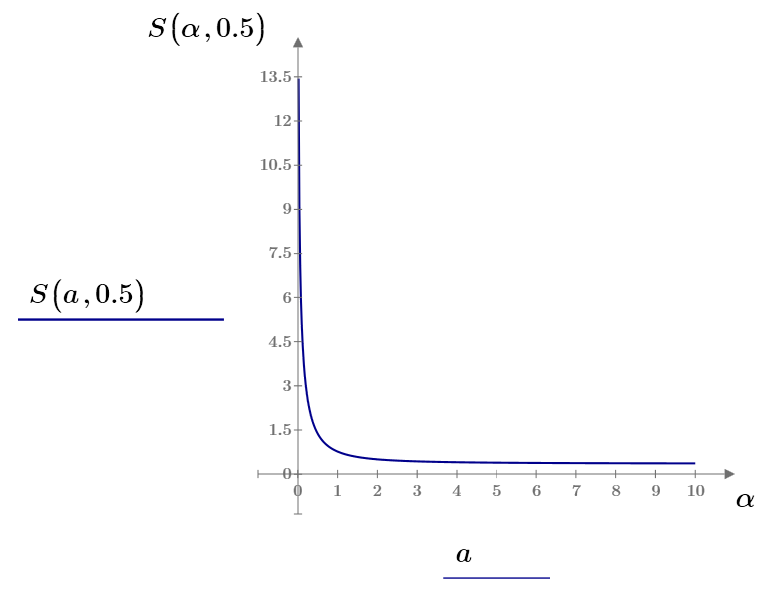


Рис. 5.1 «Графики зависимости характеристики асимметрии в виде   
коэффициента асимметрии случайной величины от параметрa α при β=0.5»

Вывод: в результате данной работы были рассмотрены функция распределения вероятностей и функция плотности вероятности отказа. Также были высчитаны показатели надёжности: математическое ожидание – среднее время отказа, мода – время, при котором отказывает максимальное количество устройств, медиана – время, при котором отказывает ровно половина всех устройств, дисперсия – мера отклонения случайно величины от математического ожидания, коэффициент ассиметрии, показывающий симметричность распределения плотности.