Atsitiktiniai Procesai

4 laboratorinis – Brauno judesys

Simona Gelžinytė

R kalbos pagalba, nenaudodami Brauno judesį generuojančių paketų, nubrėžkite keletą proceso X(t) trajektorijų; raskite šio proceso pokyčių empirines charakteristikas; empiriškai pademonstruokite, kad jos tenkina didžiųjų skaičių dėsnį; grafiškai įrodykite, kad proceso X(t) pokyčiai yra pasiskirstę pagal atitinkamą normalųjį dėsnį. (b)$X(t) = W(t + 0.5) – W(0.5)$;

čia W(t)-Brauno judesys,$t \in [0, T]$.

Teorija:

Brauno procesu vadinamas homogeninis procesas su nepriklausomais pokyčiais $\{W(t), t \in [0,\infty)\}$, kuriam (1) $P(W(0) = 0) = 1$ ir (2) bet kuriems s, t, $0 \leq s < t$, (3) pokytis $W(t)−W(s)$ yra pasiskirstęs pagal normalųjį dėsnį $N(0, t – s)$.

1) $X(0) = W(0 + 0.5) – W(0.5) = W(0.5) – W(0.5) = 0$
2) $W'_t - W'_s = (W_{t+0.5} – W_{0.5}) – (W_{s+0.5} – W_{0.5}) = W'_t – W'_s$;

   $t' = t + 0.5$; $s' = s + 0.5$

   $W'_u - W'_v = (W_{u+0.5} – W_{0.5}) – (W_{v+0.5} – W_{0.5}) = W'_u – W'_v$;

   $u' = u + 0.5$; $v' = v + 0.5$;

   $t' > s' > u' > v'$
3) $W'_t – W'_s = (W_{t+0.5} – W_{s+0.5}) \sim N(0, t - s)$.

```
library(pracma)
colors = c("#00ced1","#ffa500","#00ff00","#0000ff","#ff1493")
set.seed(12345)
```

Pasirašysiu funkciją Veinerio procesui generuoti.

Kintamieji:

n - žingsnių skaičius

dt - laiko žingsnis

Rezultatas: n+1 ilgio Veinerio proceso seka

```r
wiener <- function(n, dt) {
  w <- rep(NA, n+1) # rep() funkcija pakartoja NA reikšmę n+1 kartų
  w[1] <- 0 # pirmasis Veinerio proceso skaičius yra 0
  for (i in 1:n) {
    dw <- sqrt(dt) * rnorm(1) # rnorm(1) sugeneruoja 1 skaičių iš distribucijos
N(0,1)
    w[i+1] <- w[i] + dw # kaupiama veinerio proceso seka
  }
  w # gražinamas rezultatas
}
```

Sudarau laiko seką

```r
t<- linspace(0,10, n = 1000)
head(t)
```

```
## [1] 0.00000000 0.01001001 0.02002002 0.03003003 0.04004004 0.05005005
```

```r
tail(t)
```

```
## [1]  9.94995  9.95996  9.96997  9.97998  9.98999 10.00000
```

Surandu laiko žingsnį

```r
d <- t[2] - t[1]
d
```

```
## [1] 0.01001001
```

Generuoju veinerio procesą su suskaičiuotu laiko žingsniu

```r
w <- wiener(1000-1, d)
head(w)
```

```
## [1]  0.00000000  0.01270661  0.06149248  0.01136640  0.01788257 -0.01554872
```

```r
tail(w)
```

```
## [1] -3.324338 -3.330872 -3.390810 -3.455637 -3.538312 -3.522763
```

Skaičiuoju savo X(t)

```r
xt<- (w + t + 0.5) - 0.5
head(xt)
```

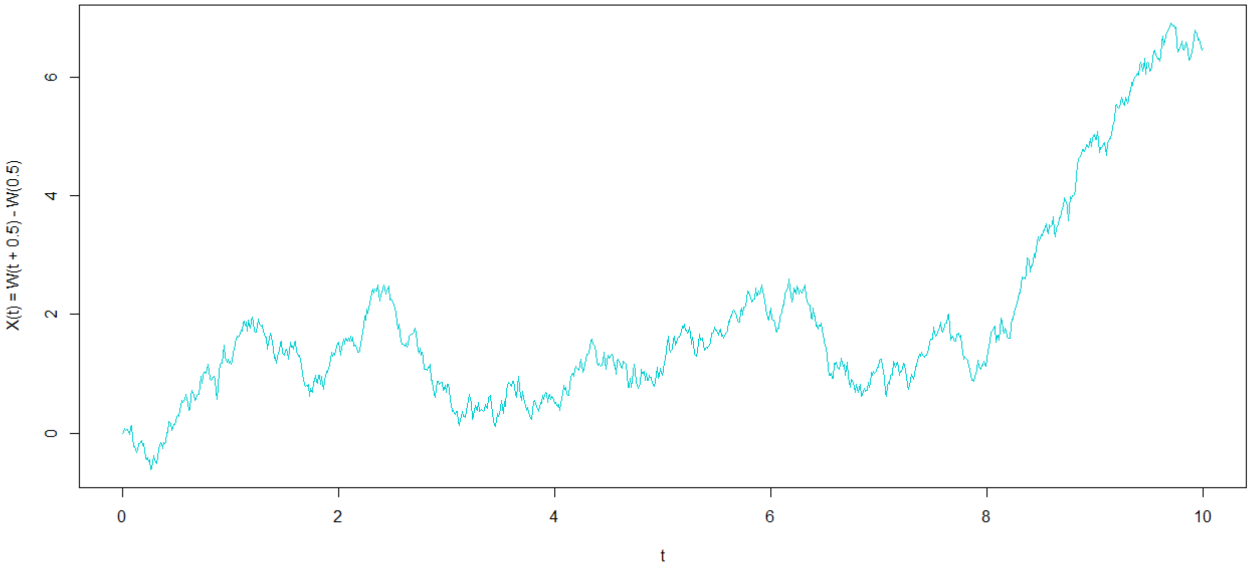
```
## [1] 0.00000000 0.02271662 0.08151250 0.04139643 0.05792261 0.03450133
```

```r
tail(xt)
```

```
## [1] 6.625612 6.629088 6.579160 6.524343 6.451677 6.477237
```

Braižau trajektoriją

```r
plot(t,xt, type = "l", xlab = "t", ylab = "X(t) = W(t + 0.5) - W(0.5)", col=
colors[1])
```



Skirtumų vidurkis

```r
skirtumai <- diff(xt)
mean(skirtumai)
```

```
## [1] 0.006483721
```

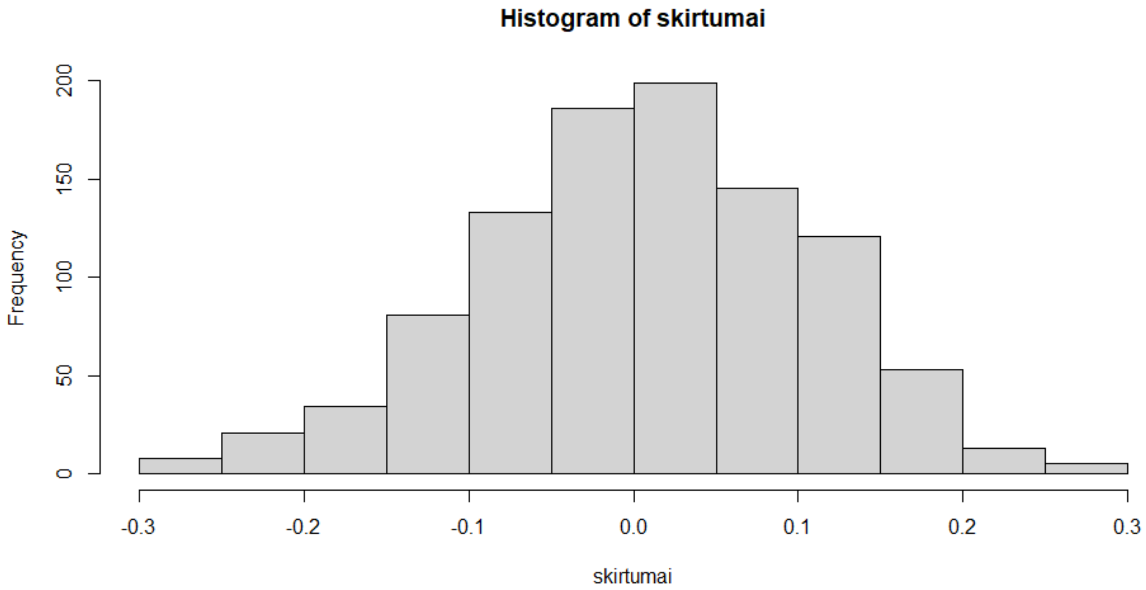
Standartinis nuokrypis

```r
Sd(skirtumai)
```

```
## [1] 0.1004762
```

Proceso X(t) pokyčių histograma

```r
hist(skirtumai, breaks = 20)
```



Kaip matome proceso X(t) pokyčiai pasiskirstę pagal normalųjį skirstinį
Braižau dar 4 grafikus

```
for(i in 1:5)
{
  t<- linspace(0,10, n = 1000)
  d <- t[2] - t[1]
  w <- wiener(999, d)
  xt<- (w + 0.5) - 0.5
  if(i == 1)
    plot(t,xt, type = "l", xlab = "t", ylab = "X(t) = W(t + 0.5) - W(0.5)", col=
colors[i], lwd = 2, ylim = c(-10,10))
                else
                  lines(t,xt, type = "l", xlab = "t", ylab = "X(t) = W(t +
0.5) - W(0.5)", col= colors[i], lwd = 2, ylim =c(-10,10))


}
```