Optimización de la Programación de despachos de Autobuses: Aproximación de demanda dinámica con un enfoque hacia el usuario

Maria Paula Estupiñan[a], Santiago Gonzalez R.[b]

[a]*Departamento de Ingeniería Industrial , Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.*
[b]*Departamento de Ingeniería civil y ambiental, Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia*

Abstract

Resumen.

Keywords: Transporte Publico, Programación de vehículos, operacciones, Optimización , Tiempos de espera, Programación lineal mixta

1. Introducción

Los sistemas de transporte publico cumplen una función vital en el desarrollo económico y en la competitividad regional de las ciudades. Un diseño integral de estos puede abatir múltiples externalidades del transporte congestión, contaminación, siniestralidad vial, entre otros y reducir considerablemente los costos de viaje de los usuarios. Sin embargo, en el entorno dinámico del transporte surgen desafíos complejos relacionados al diseño y operación de la red de servicio, donde de no ser tratados, derivan en ineficiencias para el operador de transporte y afectaciones hacia el usuario.

En América latina, a diferencia del norte global, el proceso de expansión urbana derivado de la rápida industrialización no ha sido acompañado por un progreso económico, social e institucional que certifique bienestar y desarrollo integro a sus ciudadanos [18]. Estos fenómenos de hiperurbanización, han ejercido presión sobre los sistemas de transporte para que otorguen accesibilidad a oportunidades a partir de un diseño de un sistema con altos niveles de servicio y asequibilidad para los potenciales usuarios [16]. Sin embargo, acciones para la mejora de los sistemas, como la integración tecnológica en la operatividad, resultan ausentes en algunos casos de la región. En este articulo, con el objetivo de evaluar la aplicabilidad del modelo desarrollado, sera estudiado el caso de Movisinu , la empresa operadora de transporte publico de Montería, Colombia

1.1. Programación de horarios y vehículos en la red.

La eficiencia de los sistemas de transporte público está fundamentalmente determinada por las características del diseño de la red y su plan operativo. A partir de esto, cada operadora de transporte planifica y gestiona su red utilizando distintos sistemas y modelos. Los sistemas de transporte extensos y complejos, como los Sistemas Integrados de Transporte Público (SITP) en Colombia, suelen automatizar estos procesos para adaptarse al comportamiento dinámico de la demanda. En contraste, los sistemas reducidos, como los Sistemas Estratégicos de Transporte Público (SETP), aunque han implementado la automatización en ciertos procesos, aún dependen en parte de configuraciones manuales y arbitrarias, basadas en criterios empíricos basados en la experiencia operativa.

Email addresses: `mp.estupinan@uniandes.edu.co` (Maria Paula Estupiñan), `s.gonzalezr1@uniandes.edu.co` (Santiago Gonzalez R.)

En este marco de trabajo se tienen problemas como: el diseño de la red de servicio (TND,por sus siglas en inglés), ajuste de frecuencia (FS,por sus siglas en inglés) , programación horaria de la red (TNT; por sus siglas en inglés), programación de conductor (DSP;por sus siglas en inglés) y la programación de vehículos (VSP),por sus siglas en inglés) [16]. El problema que sera abarcado en este articulo esta asociado al problema de configuración de frecuencias (FSP, por sus siglas en ingles) el cual busca establecer frecuencias óptimas para el despacho de buses. A mayor detalle, el problema de programación horaria (Frecuencia) de la red busca definir horarios de partida y llegada en los distintos nodos de la red, en este caso, satisfaciendo una frecuencia condicionada por los patrones de demanda y la capacidad del sistema [16].

Los problemas de este tipo cuentan con múltiples actores y propiedades interdependientes que hacen que una aproximación integral sea ideal, sin embargo, la complejidad de cada uno de los subproblemas conlleva dificultades algorítmicas y computacionales [16]. Sumado a esto, la fluctuación de la demanda y la incertidumbre ante eventualidades que inciden en esta, también representan un reto. El ecosistema del transporte publico entonces esta compuesto por agentes, donde los operadores buscan reducir costos operacionales, y los usuarios buscan reducir su costo generalizado de viaje. Una configuración con mas buses en operación y una frecuencia mayor podría incrementar considerablemente el nivel de servicio, reducir tiempos de espera y mejorar la satisfacción del usuario, pero a su vez, también ejerce una gran carga sobre los costos operativos del operador del sistema [17] . A partir de esto, surge el reto de reducir los costos operativos del sistema manteniendo un rango de nivel de servicio factible desde la perspectiva de los usuarios.

Nuestro estudio propone abarcar este conflicto bajo la reducción de tiempos de espera en las estaciones buscando la maximización de satisfacción del usuario y estableciendo intervalos óptimos. Esto a partir de la determinación de tasas de llegada al sistema , reconociendo el comportamiento estocástico de la demanda. El aporte de este estudio recae en la formulación de un problema que integra la programación horaria y asignación de vehículos reconociendo los comportamientos fluctuantes de la demanda en distintas franjas horarias con restricciones de saturación por vehículo.

De esta manera en la sección 2 se abarca una revisión de literatura extensa sobre los diferentes acercamientos a los problemas de tipo TNT y VSP. La sección 3 plantea el problema, las variables y parámetros y la formulación matemática . La sección 4 presenta la metodologia planteada para solucionar el modelo y la configuración del caso de estudio. La sección 5 presenta los resultados del experimento y análisis con el caso de estudio de Movisinu. Posteriormente, la sección 6 presenta una discusión acerca del ejercicio realizado. Finalmente, la sección 7 presenta conclusiones y recomendaciones futuras para el trabajo de los problemas de redes de flujo.

2. Revisión de literatura

El Problema de Programación de Horarios y Asignación de Vehículos en Redes de Transporte (TNTSP, por sus siglas en ingles) presenta un desafió integral en la optimización de sistemas de transporte publico, buscando equilibrar la eficiencia operativa con la satisfacción del usuario. Diversos estudios han abordado este problema desde ángulos complementarios, utilizando enfoques metodológicos innovadores para mejorar la gestión de horarios y vehículos.

Frente a la integración del nivel de servicio percibido por el usuario y la operación del sistema, [4], [2] y [11] presentan metodologías que buscan optimizar simultáneamente la satisfacción del usuario y los costos operativos . [4] utilizan el algoritmo Iterated Local Search (ILS) para ajustar los horarios de salida de los vehículos, optimizando las transferencias entre rutas, garantizando la uniformidad de los intervalos entre salidas y reduciendo los tiempos muertos. En un enfoque paralelo, [2] aplican un modelamiento matemático que presenta similitudes con el de [4], sin embargo, para encontrar la solución óptima transforman el problema original aplicando relajación lagrangiana y programación lineal. Finalmente, [11] desarrollan un método para construir horarios que combinan el concepto de intervalos y cargas uniformes, adaptados a vehículos de diferentes tamaños. El articulo propone una metodología para equilibrar la demanda fluctuante y minimizar los costos operativos ajustando horarios según la demanda acumulativa.

[10] proponen un modelo de programación bi-nivel para la operación regional de autobuses. En el nivel superior, minimizan tanto el numero total de vehículos necesarios como el tiempo de los viajes de retorno, mientras que en el nivel inferior optimizan la programación de horarios para reducir al mínimo el tiempo total de transferencia de pasajeros en las paradas de conexión. El articulo presenta el algoritmo Bi-level Nesting Tabu Search (BNTS) para optimizar la programación de autobuses en dos niveles y emplea el método 2-opt para explorar nuevas soluciones al alterar pares en las series de viajes y depósitos.

Los artículos de [6] y [23] abordan de manera segregada el modelo de programación bi-nivel propuesto por [10]. El articulo de [6] plantea un modelo donde se minimiza el tiempo total de transferencia de los pasajeros, considerando el tiempo total de espera y el tiempo total de viaje. Utiliza un algoritmo de estructura de árbol para generar rutas, donde se enumeran según las técnicas de partición de conjuntos y las asigna a los vehículos, buscando un equilibrio entre los tiempos de viaje y de espera. Por otro lado, [23] abordan un problema de asignación de vehículos de un solo deposito para lineas (rutas) cruzadas (SDVSP, por sus siglas en ingles), Tomando como función objetivo la minimización del numero total de vehículos utilizados. Su metodología se basa en la teoría de clasificación de trabajos fijos donde se transforma el problema en uno de ordenación de trabajos, modelando los vehículos como procesadores y los viajes como trabajos. Asimismo, [20] proponen un modelo de intervalo fijo bajo un algoritmo FIFO (First in first out) para la programación óptima de vehículos con un solo deposito, donde también se toma un acercamiento de procesadores y trabajos.

El tiempo de espera es una variable critica en la programación de horarios y asignación de vehículos debido a su impacto en el costo generalizado de viaje y satisfacción del cliente. El articulo de [5] aborda esta problemática optimizando los horarios para facilitar las transferencias y evitar la acumulación de autobuses en nodos clave, mediante el calculo de ventanas de tiempo y la aplicación del Teorema de Sincronización .[9] Amplia esta perspectiva considerando los costos de demora para los pasajeros que viajan antes o después de lo deseado, utilizando modelos de linea y circular para la optimización. El modelo de linea abarca versiones con costos homogéneos y heterogéneos según las necesidades de los pasajeros, mientras que el modelo circular ofrece flexibilidad con una programación que se repite cada 24 horas, permitiendo a los pasajeros ajustar sus horarios con mayor facilidad.

El diseño de horarios y la asignación de vehículos a menudo se realizan asumiendo el conocimiento previo de las rutas de los usuarios, aunque en realidad estas rutas dependen de horarios aun desconocidos. [3] abordan este desafió integrando las elecciones de rutas de los usuarios para minimizar el retraso programado , el numero de vehículos necesarios y el costo de las corridas de linea, empleando el método e-constrain t para la optimización multiobjetivo. Este enfoque de variabilidad en la selección de rutas también es explorado por [7], quien propone un método innovador para la planificación del transporte publico. Su metodología se estructura en tres fases: diseño de rutas, conversión a lineas operativas, y optimización de horarios mediante técnicas de emparejamiento y ajustes iterativos para mejorar la eficiencia y la satisfacción del usuario.

El problema de programación de vehículos varia según la cantidad de depósitos y las características de la flota modelada. En la actualidad, se han abarcado múltiples problemas que tratan la implementación de flotas eléctricas en los sistemas de transporte. El articulo de [22] se enfoca en la programación horaria de bloques operativos de buses en un solo patio de vehículos eléctricos (SDEVSP, por sus siglas en ingles). Su objetivo es minimizar costos a través de la minimización de los tiempos de no beneficio, reducir la flota y evaluar la viabilidad de la transición a la energía eléctrica. Para ello, divide el problema en la programación de vehículos eléctricos y el problema de combinación de bloques (BCP, por sus siglas en ingles), utilizando restricciones como la operación al día siguiente considerando los altos tiempos de cargue de la tecnología verde. El BCP se resuelve con algoritmos como Greedy, MILP, DaC y Simulated Annealing, y emplea bloques de viajes consecutivos para reducir la inactividad y el tamaño de la flota. Frente a este mismo paradigma, [19] propone una aproximación multi agente donde buscan minimizar costos de uso y costos de recarga bajo el método de programación lineal entera mixta (MILP, por sus siglas en ingles).

En contraste, los estudios de [13],[8] y [21] abordan la programación de autobuses con múltiples depósitos y flota homogénea.[13] optimizan el equilibrio entre costos operativos y tiempos de espera utilizando técnicas de flujo de red, Deadheading para trayectos vacíos y Shifting Departure Time para ajustar horarios y reducir la flota. [8] se centran en asignar vehículos a viajes comerciales para minimizar costos totales, utilizando el algoritmo de búsqueda local iterada (ILS, por sus siglas en ingles) para ajustar soluciones iniciales y gestionar costos operativos y de transferencia. [21] optimizan el costo total bajo la aplicación de métodos de generación de columnas y descomposición de inventarios para modelar cada viaje que se recorre en la red, reduciendo el numero de restricciones y variables, y así, mejorando la eficiencia en la resolución del problema maestro.

Para el problema de la programación de autobuses con múltiples depósitos y flota heterogénea (MVT-MDSPV, por sus siglas en ingles), los estudios de [1], [24] y [11] presentan metodologías integradas que consideran la sustitución de vehículos, la cantidad de asientos vacíos , la capacidad de la flota, los tiempos de los pasajeros y los costos operativos. [1] optimizan horarios de vehículos en una red de transporte mediante un modelo de flujo de red en dos capas, organizando conexiones y reflejando el comportamiento fluctuante de la demanda. [24] introducen una variante del Problema de Programación de Vehículos en Múltiples Depósitos (MDVSP, por sus siglas en ingles) con Desplazamiento Controlado de Viajes (MDVSP-CTS,por sus siglas en ingles), que ajusta ligeramente los horarios para reducir costos operativos sin sacrificar el nivel de servicio. Utilizan una matheuristica de dos fases: heurística de generación de columnas para desarrollar horarios iniciales y un programa entero mixto para ajustar estos horarios. Finalmente, [11] presentan una metodología basada en un modelo de flujo de red de costo mínimo para múltiples tipos de vehículos (MVT-VSP, por sus siglas en ingles). Utilizan horarios óptimos de Pareto y ajustan la programación según la flota disponible, buscando minimizar los costos operativos mediante la optimización de la elección y sustitución de vehículos, y reduciendo costos por tiempos de espera y asientos vacíos.

Con el objetivo de analizar enfoques centrados en la satisfacción del usuario dentro del sistema, los estudios [25] y [26] proponen formulaciones orientadas a minimizar el tiempo de espera de los pasajeros. [26] plantean una aproximación donde son ajustados los intervalos de despacho de trenes a partir de los patrones de demanda. Estos son ajustados bajo una aproximación de minimización de tiempo de espera de los usuarios del sistema, para esto, se plantea un modelo no lineal (MINLP, por sus siglas en ingles) donde se minimiza el tiempo y un modelo lineal (MILP, por sus siglas en ingles) con el objetivo de minimizar los pasajeros en espera.[26] utilizan una aproximación "Mini-Max" para definir un limite superior del tiempo de espera y simular las elecciones de los pasajeros en el mercado del transporte. Los modelos son simulados con solvers comerciales como KNITRO/GAMS o CPLEX, sin embargo, son desarrolladas heuristicas basadas en variantes del algoritmo de búsqueda de vecindad para resolver el problema. A su vez, el estudio de [25] reconoce la demanda dinámica, y propone tres formulaciones lineales para abordar el problema. Las formulaciones son implementadas en IBM CPLEX y solucionadas con un algoritmo Branch-and-cut.

Para la resolución del proyecto, fueron identificados siete de los artículos revisados que proporcionan herramientas clave para el planteamiento del modelo matemático y la selección de la metodología a emplear. En primer lugar, definimos nuestra función objetivo, revisando la literatura existente. Con base en esta revisión, consideramos que es relevante enfocarnos en la satisfacción del usuario y la eficiencia del servicio. Los trabajos de [12], [13],[25] y [26], ofrecen enfoques valiosos para medir la satisfacción del pasajero y evaluar la eficiencia del servicio. Los estudios consideran el tiempo de espera en las paradas de autobús como un factor clave en la satisfacción del usuario. Sin embargo, mientras que el estudio de [13] se centra únicamente en el tiempo en las paradas principales [26] toma el tiempo de espera general del sistema, cargando los pasajeros en intervalos durante un periodo de análisis. Nosotros consideramos relevante asumir el enfoque de [26] dada la limitación y falta de detalle de la información de la demanda del sistema estudiado.

En cuanto a la eficiencia del servicio, se han propuesto diversas metodologías para optimizar la asignación y sincronización de autobuses. [12] utilizan el método de carga máxima para determinar la cantidad óptima de autobuses necesarios en función de la demanda de cada línea y la capacidad de los vehículos. Este enfoque se centra en ajustar la flota de autobuses según la demanda en diferentes momentos del día. Complementariamente, [11] emplean la función de déficit (DF) para minimizar la cantidad de vehículos. La DF calcula y visualiza la cantidad de vehículos requeridos en cada terminal a lo largo del tiempo, aumentando con cada salida de viaje y disminuyendo con cada llegada. Este enfoque permite identificar el número máximo de vehículos necesarios según la franja horaria y facilita la visualización de cómo se distribuyen las necesidades de vehículos a lo largo del día.

A pesar de que no implementamos la eficiencia del servicio como función objetivo, reconocemos la importancia de definir la frecuencia de los autobuses, ya que esto impactaría directamente en el tiempo de espera de los pasajeros. De los artículos revisados, tres destacan explícitamente el enfoque utilizado para definir el ciclo o frecuencia en el desarrollo de modelos matemáticos.El estudio de [11] presenta un método para construir horarios con intervalos uniformes y vehículos de capacidad uniforme. [1] se enfoca en minimizar la desviación de los intervalos establecidos respecto a un intervalo uniforme deseado, así como la desviación de las cargas de pasajeros observadas respecto a un nivel uniforme deseado en el punto de máxima carga. Finalmente,[15] utiliza un enfoque basado en un horario inicial cíclico para ajustar de manera precisa la oferta a la demanda fluctuante.

Para nuestro proyecto, optamos por definir una frecuencia de autobuses regular con una carga uniforme según franja horaria, lo que simplificaría la planificación de horarios, mejoraría la coordinación de los autobuses y optimizaría los recursos. De las metodologías propuestas en estos artículos, la única que se enfoca exclusivamente en garantizar la uniformidad de los intervalos es la metodología de [11]. Esta metodología crea una curva acumulativa basada en la demanda de pasajeros y la carga observada a lo largo del tiempo, ajustando los horarios de salida de los autobuses a esta curva para asegurar intervalos y carga uniforme.

3. Formulación del problema

El problema será aproximado a partir de la simulación de la operación diaria de un sistema de transporte público. En esta buscamos simular las condiciones operativas diferenciadas por franja horaria (hora pico, hora valle). La función objetivo planteada busca maximizar la satisfacción del pasajero reduciendo el numero de pasajeros en espera, de esta manera se reducen los tiempos totales de espera del sistema. Esta aproximación busca establecer saturaciones óptimas de los servicios, dado que toma tasas de llegada acotadas por los diferentes regímenes de demanda, mientras que se reducen los costos dependientes del tiempo. A partir de esto, planteamos un enfoque donde se minimiza el costo generalizado de viajes de los pasajeros bajo la reducción del tiempo total de viaje, y además se optimizan los recursos del operador, bajo la utilización óptima de la capacidad de los buses. De esta manera, la programación de viajes podrá ser automatizada y responderá dinámicamente ante la incertidumbre en la demanda de los sistemas de transporte.

Bajo este planteamiento asumimos múltiples suposiciones que serán desarrolladas en el modelo:

- Un numero fijo de vehículos se encuentra asignado a una ruta especifica
- La frecuencia de salida de vehículos de depósito será regular según la franja horaria
- Los vehículos cuentan con un límite de servicios (basado en el tiempo) desde la salida del depósito.
- No es considerada la transferencia entre distintas rutas
- Con el objetivo de reconocer el comportamiento estocástico de la demanda, se definirán tasas de llegada a las estaciones por línea bajo los niveles de capacidad y solicitación actuales.
- Los tiempos de espera serán modelados a nivel de toda la linea bajo la tasa de llegada definida por modelos probabilísticos

La formulación matemática parte de una formulación temporal del flujo en redes. En esta, se modelan los nodos como el inicio de los intervalos de despacho de la línea estudiada, mientras que los arcos representan los intervalos de tiempo entre despachos. A partir de esto, se definen cuatro conjuntos: el primero es el conjunto de intervalos $[t \in T]$ en el período de análisis $[0, T]$. Dado el planteamiento del proyecto, se realiza una división de 10 minutos de intervalos de análisis α. El segundo conjunto está formado por los buses disponibles en la línea, $[i \in B]$. El tercer set corresponde a los servicios realizados por el bus i durante el periodo de análisis $[0, T]$ donde $[j \in S]$. Por ultimo, el cuarto set define el sentido del trayecto del bus f, donde 1 indica el trayecto de ida y 2 el trayecto de vuelta $[f \in F]$.

P representa el tiempo total de análisis por el cual se programara el despacho de buses según la franja de demanda analizada. Este periodo es dividido en intervalos α de 10 minutos con el objetivo de analizar el flujo de pasajeros. Durante el periodo T se tomara una tasa λ_t donde los usuarios arribaran al sistema estocásticamente. Con el objetivo de estimar la frecuencia del despacho de buses se establecen dos parámetros que definen el intervalo mínimo $h_{\min}$ (estimado como el tiempo mínimo de espera por pasajero) y un intervalo máximo $h_{\max}$ (estimado como el tiempo máximo de un pasajero fiel). C representa la capacidad de un bus, mientras que el tiempo $t_{\min}$ representa el tiempo de maniobra realizado por el bus al final de la ruta y el tiempot_{rut} representa el tiempo de la linea entre la estación inicial y final.

Las variables de decisión del modelo son mixtas, donde la variable binarias $x^t_{i,j,f}$. establecen el despacho de un bus tomando el valor de 1 cuando el bus i sirviendo el servicio j es despachado en el tiempo t según el sentido. Por otro lado, la variables $b_{t,f}$ representa el numero de pasajeros que abordan el sistema en el intervalo $[t, t+1]$. De la misma manera, la variable $w_{t,f}$ representa los pasajeros que esperan durante el intervalo $[t, t+1]$. A partir de esto la función objetivo es definida en Eq (1) como la minimización de los pasajeros en espera durante el periodo de análisis T.

3.1. Variables y parámetros

SETS	
T	Conjunto de intervalos durante el periodo de análisis P; t: intervalo
B	Conjunto de buses disponibles en la linea; i: bus
F	Conjunto sentidos de la linea ; f: bus
S	Conjunto de servicios por bus i en T; j: servicio
PARÁMETROS	
P	Periodo de análisis expresado en minutos
α	Intervalos de análisis; periodos donde se carga el sistema
n	Tamaño de la flota
s	Número de servicios
h_{min}	Intervalo mínimo (5 minutos)
h_{max}	Intervalo máximo (15 minutos)
C	Capacidad de buses (45 pasajeros)
m	Número de intervalos en el periodo de análisis
$\lambda_{\text{t,f}}$	Tasa de llegada de pasajeros en el intervalo t
t_{min}	Tiempo de maniobra al final de la ruta
t_{rut}	Tiempo de ruta desde la primera estación hasta la final
VARIABLES DE DECISIÓN	
$x^t_{i,j,f}$	Variable binaria que define el despacho del bus i en el servicio j en la dirección u en el tiempo t
$b_{t,f}$	Pasajeros que suben al inicio del intervalo $[t, t+1]$, en la dirección u
$w_{t,f}$	Pasajeros que esperan al inicio del intervalo $[t, t+1]$, en la dirección u

Table 1: Descripción de conjuntos, parámetros y variables de decisión

3.2. Función objetivo y restricciones

La ecuación Eq.(1) define el objetivo del modelo de programación lineal mixta definido. Eq.(2) y establecen el intervalo mínimo y máximo de despachos para cada sentido y servicio. La restricción Eq.(3) define que el tiempo de de la ruta entre servicios $[j, j+1]$ se cumpla para el mismo bus i, donde el tiempo se establece como la suma entre t_{rut} y t_{min}. La restricción Eq.(4) estable el intervalo mínimo y máximo entre el servicio del ultimo bus y el siguiente servicio del primer bus. El despacho máximo de un bus i en el servicio j por sentido es establecido en Eq.(5). Eq.(6) define el máximo de 1 despacho en el intervalo $[t, t+1]$. la Eq. (7) refiere en cuanto a los pasajeros en espera en t, estos corresponden a la suma de los pasajeros en espera en $t-1$, los pasajeros que llegan en $t-1$ definidos por $\lambda_{\text{t-1}}$ menos los pasajeros que suben al sistema en t. Por ultimo, la Eq. (8) establece que no se supere la capacidad del bus i, y la Eq. (9) define la naturalidad de las variables.

Función objetivo

$$\min z = \sum_{t\in T}\sum_{f\in F} w_{t,f} \tag{1}$$

s.a

$$h_{\min} \leq \sum_{t\in T}\left(\alpha(t-1)\cdot x^t_{i+1,j,f} - \sum_{t\in T}\alpha(t-1)\cdot x^t_{i,j,f}\right) \leq h_{\max}, \quad \forall f\in F, \forall t\in T, \forall j\in S_f, \forall i\in B_f,\, i<n_f \tag{2}$$

$$\sum_{t\in T}\left(\alpha\cdot(t-1)\cdot x^t_{i,j+1,f} - \sum_{t\in T}\alpha\cdot(t-1)\cdot x^t_{i,j,f}\right) \geq t_{\text{rut}}+t_{\min}, \quad \forall f\in F, \forall t\in T, \forall i\in B_f, \forall j\in S_f,\, j<s_f \tag{3}$$

$$h_{\min} \leq \sum_{t\in T}\left(\alpha\cdot(t-1)\cdot x^t_{1,j+1,f}\right) - \sum_{t\in T}\left(\alpha\cdot(t-1)\cdot x^t_{n_f,j,f}\right) \leq h_{\max}, \quad \forall f\in F, \forall t\in T, \forall j\in S_f,\, j<s_f \tag{4}$$

$$\sum_{t\in T} x^t_{i,j,f} \leq 1, \quad \forall f\in F, \forall t\in T, \forall i\in B_f, \forall j\in S_f \tag{5}$$

$$\sum_{i\in B_f}\sum_{j\in S_f} x^t_{i,j,f} \leq 1, \quad \forall f\in F, \forall t\in T \tag{6}$$

$$w_{(t,f)} = w_{(t-1,f)} + \lambda_{(t-1,f)}\cdot\alpha - b_{(t,f)}, \quad \forall f\in F, \forall t\in T,\, t\geq 2 \tag{7}$$

$$b_{(t,f)} \leq \sum_{i\in B_f}\sum_{j\in S_f} x^t_{(i,j,f)}\cdot C, \quad \forall f\in F, \forall t\in T \tag{8}$$

$$w_{(t,f)}, s_{(t,f)} \in \mathbb{Z}^+, \quad x^t_{(i,j,f)}\in\{0,1\}, \quad \forall f\in F, \forall i\in B_f, \forall j\in S_f, \forall t\in T \tag{9}$$

El modelo planteado puede ser solucionado por solvers comerciales, y sera planteado de tal manera con el objetivo de comparar la eficiencia de los algoritmos propuestos en la sección 4.

4. Metodología

GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure) es un enfoque iterativo para resolver problemas de optimización combinatoria. En cada iteración, consta de dos fases: construcción 4.1 y búsqueda local 4.2.

4.1. Fase de construcción

La solución inicial se genera de manera iterativa, agregando un elemento en cada paso. La elección del próximo elemento se basa en una función greedy, que evalúa el beneficio inmediato de añadir ese elemento, sin considerar cómo afectará a las elecciones futuras. Esto significa que la estrategia es miope, ya que optimiza solo en función de la iteración actual.El carácter adaptativo del proceso implica que, tras cada selección, los beneficios de los elementos restantes se actualizan para reflejar los cambios provocados por las elecciones previas. Así, la solución se construye de forma dinámica, ajustando continuamente los beneficios asociados a los elementos no seleccionados.

En cada paso, se elabora una lista de candidatos con los elementos que pueden añadirse a la solución en ese momento. Esta lista se ordena según la función greedy, y a partir de ahí se crea una lista restringida de candidatos con aquellos elementos que ofrecen mayores beneficios en términos del criterio de optimización. A diferencia de un enfoque puramente determinista, GRASP selecciona aleatoriamente un elemento de esta lista restringida, lo que introduce un factor de aleatoriedad en la construcción de la solución.

4.2. Búsqueda local

La solución obtenida en la fase de construcción no garantiza la optimalidad local, por lo que se aplica un procedimiento de búsqueda local para mejorarla. En esta fase, se explora el entorno de la solución actual, que es el conjunto de soluciones que se pueden obtener mediante pequeños ajustes (movimientos) en la solución inicial. Se elige una nueva solución en este entorno, buscando mejorar el valor de la solución de partida. En cada iteración, el algoritmo genera una nueva solución perteneciente al entorno de la solución previa, mediante un movimiento que explora una posible mejora. Esto garantiza que la metodología GRASP no solo se enfoque en la construcción de soluciones iniciales, sino también en su optimización mediante ajustes sucesivos.

A continuación presentaremos los algoritmos referentes a la fase de construcción y búsqueda local aplicados a problema de programación de autobuses.

Algoritmo GRASP

Este primer algoritmo define dos variables, una para la asignación de los servicios y otra para el numero total de pasajeros esperando. Estas variables van a ser actualizadas si el algoritmo encuentra una mejor solución en cada una de las iteraciones.

Algorithm 1 GRASP

Parámetros: Max_iter: Número de iteraciones, *Algoritmo Constructivo*: Algoritmo para la creación de soluciones factibles, *Busqueda Local*: Algoritmo de Búsqueda Local
Input: $alpha$: Duración de cada intervalo, t_ruta: Tiempo de ruta, t_min: Tiempo de maniobra, h_min: Intervalo mínimo entre servicios, h_max: Intervalo máximo entre servicios, C: Capacidad del bus, λ_tf: Tasa de llegada de pasajeros por intervalo para cada sentido
Output: $mejor\_solucion$: Lista de tuplas con los servicios asignados, $mejor\_objetivo$: Número total de personas esperando

$mejor\_solucion \leftarrow None$
$mejor\_objetivo \leftarrow$ Número muy pequeño
for $iteracion \in \{0, 1, 2, \ldots, Max\_iter - 1\}$ **do**
  $lista\_indices \leftarrow []$
  Ejecutar Algoritmo Constructivo
  Ejecutar Algoritmo de Búsqueda Local
  if sumatoria de $w < mejor\_objetivo$ **then**
    $mejor\_objetivo \leftarrow$ Sumatoria de w
    $mejor\_solucion \leftarrow lista\_indices$
  end if
end for
return $mejor\_solucion, mejor\_objetivo$ =0

Algoritmo Constructivo

El algoritmo constructivo para cada servicio de un bus en un sentido crea una lista de todos los intervalos donde se puede asignar ese servicio cumpliendo las restricciones del modelo. De esa lista escoge un valor de manera aleatoria y asigna el servicio a ese intervalo, calcula la cantidad de personas que abordan y re calcula el total de personas esperando dado que el servicio j del bus i en el sentido f recoge pasajeros en ese intervalo t. Después de la asignación se ejecuta el algoritmo de búsqueda local que mejore la solución actual.

Algorithm 2 Algoritmo Constructivo

Parámetros: m: Cantidad de intervalos, F: Cantidad de direcciones, α: Longitud del intervalo, $n_f[f]$: Cantidad de vehículos para la dirección f, $s_f[f]$: Cantidad de servicios para cada bus en la dirección f

for $f \in \{0, 1, \ldots, F-1\}$ **do**
    for $j \in \{0, 1, \ldots, s_f[f]-1\}$ **do**
        for $i \in \{0, 1, \ldots, n_f[f]-1\}$ **do**
            $rcl \leftarrow$ Construccion RCL(i, f, j)
            if tamaño de rcl es igual a 0 **then**
                continuar con la siguiente iteración
            end if
            $t \leftarrow$ Escoger aleatoriamente un elemento de la lista rcl
            $x[i, j, f, t] \leftarrow 1$
            $b[t, f] \leftarrow$ calcular_abordaje(f, t)
            for $t' \in \{0, 1, 2, \ldots, m-1\}$ **do**
                $w[t', f] \leftarrow$ calcular_pasajeros_esperando(t', f)
            end for
        end for
    end for
end for
Ejecutar el algoritmo de búsqueda local =0

Algoritmo de búsqueda local

El algoritmo inicializa con dos variables que se actualizaran cada vez que el algoritmo encuentre una mejor solución. Como en el algoritmo constructivo definimos el intervalo de un servicio para un bus en una dirección, vamos a iterar sobre todos los posibles intervalos en los que puede estar ese servicio minimizando la cantidad de personas esperando. En un principio el algoritmo quita la asignación anterior, asigna temporalmente el servicio al nuevo intervalo calcula la cantidad de pasajeros que abordarían y la cantidad total de pasajeros esperando, en el caso de que la cantidad de pasajeros sea menor al intervalo anterior, guarda en una de las variables de inicializacion ese intervalo hasta que termina la lista de todos los posibles candidatos. Cuando finalizan las iteraciones si la variable de mejor solución toma un valor distinto a menos 1 quita definitivamente la asignación del intervalo en el que estaba y asigna el servicio al intervalo optimo encontrado, en caso de que la variable de mejor solución tome el valor de menos 1, se conservaría la asignación del algoritmo de construcción.

Algorithm 3 Algoritmo de Búsqueda Local

```
mejor_objetivo ← Sumatoria de w
mejor_solucion_t ← −1
for t_alternativo ∈ rcl do
    b[t, f] ← 0
    b[t_alternativo, f] ← calcular_abordaje(f, t_alternativo)
    for t1 ∈ {0, 1, 2, . . . , m − 1} do
        w[t1, f] ← calcular_pasajeros_esperando(t1, f)
    end for
    nuevo_objetivo ← Sumatoria w
    if nuevo_objetivo < mejor_objetivo then
        mejor_objetivo ← nuevo_objetivo
        mejor_solucion_t ← t_alternativo
        b[t_alternativo, f] ← 0
        for t1 ∈ {0, 1, 2, . . . , m − 1} do
            w[t1, f] ← calcular_pasajeros_esperando(t1, f)
        end for
    else
        x[i, j, f, t_alternativo] ← 0
        b[t_alternativo, f] ← calcular_abordaje(f, t_alternativo)
        for t1 ∈ {0, 1, 2, . . . , m − 1} do
            w[t1, f] ← calcular_pasajeros_esperando(t1, f)
        end for
    end if
end for
if mejor_solucion_t > −1 then
    x[i, j, f, t] ← 0
    x[i, j, f, mejor_solucion_t] ← 1
    b[mejor_solucion_t, f] ← calcular_abordaje(f, mejor_solucion_t)
    for t1 ∈ {0, 1, 2, . . . , m − 1} do
        w[t1, f] ← calcular_pasajeros_esperando(t1, f)
    end for
    Agregar dentro de la lista de índices la tupla (i, j, f, mejor_solucion_t)
else
    Agregar dentro de la lista de índices la tupla (i, j, f, t)
end if=0
```

5. Resultados

6. Discusión

7. Conclusión

A. Nomenclature

Acknowledgments

Referencias

References

[1] Stephan H., Avishai C., 2014. Public transport vehicle scheduling featuring multiple vehicle types. Transportation Research Part B. 67, 129–143.

[2] Samuela C. , Antonio F., Laura G., Leopoldo G., Giuliano V., 2019. A matheuristic for integrated timetabling and vehicle scheduling. Transportation Research Part B. 127, 99–124.

[3] Gilbert L., Francisco O., Miguel P., Justo P., 2017. Multi-objective integration of timetables, vehicle schedules and user routings in a transit network. Transportation Research Part B. 98, 94–112.

[4] Valérie G., Jin-Kao H., 2010. Transit network timetabling and vehicle assignment for regulating authorities. Computers and Industrial Engineering. 59, 16–23.

[5] Omar I., Yasmin R., 2012. Synchronization of bus timetabling. Transportation Research Part B. 46, 599–614.

[6] James C., Kanticha K., Yu-Ting H., Hua-Yen W., 2019. Models and a solution algorithm for planning transfer synchronization of bus timetables. Transportation Research Part E. 131, 247–266.

[7] Mathias M., Anita S., 2009. Integrating line planning, timetabling, and vehicle scheduling: a customer-oriented heuristic. Springerlink.

[8] Laurent, B., & Hao, J. K. (2008). Simultaneous vehicle and crew scheduling for extra urban transports. Lecture Notes in Computer Science (Including Subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics), 5027 LNAI. https://doi.org/10.1007/978-3-540-69052-8_49

[9] André de P., Robin L., 2001. Optimal timetables for public transportation. Transportation Research Part B. 35, 789–813.

[10] LIU Z., SHEN J., 2007. Regional Bus Operation Bi-level Programming Model Integrating Timetabling and Vehicle Scheduling. Systems Engineering - Theory and Practice. 27, 135–141.

[11] Avishai C., 2011. Optimal Multi-Vehicle Type Transit Timetabling and Vehicle Scheduling. Procedia Social and Behavioral Sciences. 20, 19–30.

[12] Hua-Yan S., Hai-Jun H., Wen-X., 2020. Bus timetabling considering passenger satisfaction: An empirical study in Beijing . Computers & Industrial Engineering . 135, 1155–1166.

[13] Huayan S., Yanping L.,Haijun H., and Renyong G., 2019. Vehicle Scheduling Optimization considering the Passenger Waiting Cost. Hindawi, Journal of Advanced Transportation, 1–13.

[14] Ali H., Mohamadreza B., Kun-Hung C., 2001. A comparative analysis of bus transit . Transportation Research Part B. 37, 301–322.

[15] João F., Evelien H., Roberto R., Allan L., 2018. A matheuristic for transfer synchronization through integrated timetabling and vehicle scheduling . Transportation Research Part B - Q1 . 109, 128–149.

[16] Ibarra-Rojas, O. J., Delgado, F., Giesen, R., Muñoz, J. C. (2015). Planning, operation, and control of bus transport systems: A literature review. In Transportation Research Part B: Methodological (Vol. 77). https://doi.org/10.1016/j.trb.2015.03.002

[17] Meng, G., Lai, Y., Yang, F. (2020). An optimal bus scheduling model based on mixed-integer linear programming. https://doi.org/10.1109/ITAIC49862.2020.9338826

[18] P. da Cunha, J. M., Rodríguez Vignoli, J. (2009). Crecimiento urbano y movilidad en América Latina. Revista Latinoamericana de Población, 3(4–5). https://doi.org/10.31406/relap2009.v3.i1.n4-5.1

[19] Sharma, S., Bhattacharya, S., Kiran, D., Hu, B., Prandtstetter, M., Azzopardi, B. (2023). Optimizing the Scheduling of Electrified Public Transport System in Malta †. Energies, 16(13). https://doi.org/10.3390/en16135073

[20] Zhang, J., Li, W., Qiu, F. (2015). Optimizing Single-Depot Vehicle Scheduling Problem: Fixed-Interval Model and Algorithm. Journal of Intelligent Transportation Systems: Technology, Planning, and Operations, 19(3). https://doi.org/10.1080/15472450.2013.836930

[21] Kulkarni, S., Krishnamoorthy, M., Ranade, A., Ernst, A. T., Patil, R. (2018). A new formulation and a column generation-based heuristic for the multiple depot vehicle scheduling problem. Transportation Research Part B: Methodological, 118. https://doi.org/10.1016/j.trb.2018.11.007

[22] Davatgari, A., Cokyasar, T., Verbas, O., Mohammadian, A. (Kouros). (2024). Heuristic solutions to the single depot electric vehicle scheduling problem with next day operability constraints. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 163, 104656. https://doi.org/10.1016/J.TRC.2024.104656

[23] Teng, J., Jin, S., Lai, X., Chen, S. (2015). Vehicle-scheduling model for operation based on single-depot. Mathematical Problems in Engineering, 2015. https://doi.org/10.1155/2015/506794

[24] Desfontaines, L., & Desaulniers, G. (2018). Multiple depot vehicle scheduling with controlled trip shifting. Transportation Research Part B: Methodological, 113. https://doi.org/10.1016/j.trb.2018.05.011

[25] Barrena, E., Canca, D., Coelho, L. C., & Laporte, G. (2014). Exact formulations and algorithm for the train timetabling problem with dynamic demand. Computers and Operations Research, 44. https://doi.org/10.1016/j.cor.2013.11.003

[26] Hassannayebi, E., & Zegordi, S. H. (2017). Variable and adaptive neighbourhood search algorithms for rail rapid transit timetabling problem. Computers and Operations Research, 78. https://doi.org/10.1016/j.cor.2015.12.011