Esercitazioni di Algebra Lineare e Geometria

Università degli Studi di Milano Bicocca

Corso di Laurea in Informatica, AA 2019/20

Prof. Pasquale Palumbo

Esercizio 8.1 Calcolare gli autovalori delle seguenti matrici:

$$A_1 = \begin{pmatrix} -1 \end{pmatrix}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \quad A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad A_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Esercizio 8.2 Siano date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

e i vettori

$$v_1 = (-1, 0, 0, -1), \quad v_2 = (1, 0, 0, -1), \quad w_1 = (0, 3, 1), \quad w_2 = (0, -2, 2)$$

Determinare se i vettori v_1 e v_2 sono autovettori della matrice A e se i vettori w_1 e w_2 sono autovettori della matrice B. In caso affermativo, determinarne gli autovalori ad essi associati.

Esercizio 8.3 Siano date le matrici:

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & -4 \\ 1 & 1 & -5 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ -7 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

i) Determinare gli autovalori delle matrici, e gli autospazi ad essi associati.

ii) Determinare se le matrici sono diagonalizzabili e, in caso affermativo, calcolarne le forme diagonali simili e le matrici che le diagonalizzano attraverso la trasformazione di similitudine tra matrici.

Esercizio 8.4 Sia data la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & \alpha & 4 \\ 1 & 0 & \alpha + 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \alpha \in \mathbb{R}$$

i) Determinare gli autovalori della matrice, e gli autospazi ad essi associati al variare del parametro α;

ii) Determinare per quali valori del parametro α la matrice è diagonalizzabile, e per questi valori, calcolarne la forma diagonale simile e la matrice che la diagonalizza attraverso la trasformazione di similitudine tra matrici.