

בוחן אמצע סמסטר א' - מתמטיקה בדידה-2021

הוראות בחינה:

- אין להשתמש במחשבון.
- אין דפי עזר בבחינה.
- משך הבחינה הוא שלוש שעות
- תשובה "אינני יודע/ת" ללא כיתוב נוסף תזכה אתכם ב-15% מניקוד השאלה.
- בבחינה 4 שאלות עם סעיפים, כל השאלות הן חובה.
- יש להוכיח כל טענה שלכם אלא אם כן מצוין בשאלה כי לא צריך להוכיח.
- חובה לקחת 10 נשימות עמוקות לפני תחילת המבחן, לחשוב על אי בודד ועץ דקל.
- את התשובה לכל שאלה יש למלא במקום הייעודי לה (בתוך המלבן המושחר מתחת לכל שאלה), בסוף המבחן יש דף "חירום".

בהצלחה!!

שם:

תעודת זהות:

שאלה 1	שאלה 2	שאלה 3	
א. ב. ג.	א. ב. ג.	א. ב. ג.	ציון
שאלה 4	שאלה 5		
			ציון

ציון סופי:

שאלה 1

תהיינה A, B, C קבוצות. לפונקציה $g: A \rightarrow B$ נגדיר $f \circ g$ כ- $F_g = \lambda f \in B \rightarrow C$.

א. הוכיחו כי אם g על אז F_g חח"ע.

ב. רשמו תחום וטווח עבור הפונקציה $F_g: A \rightarrow B$. $F_g = \lambda g \in A \rightarrow B$. אין צורך להוכיח.

ג. הוכיחו כי אם $|C| \geq 2$, אז F בסעיף הקודם היא חח"ע.

שאלה 2

נקודה $\langle x, y \rangle \in \mathbb{Q}^2$ במישור הממשי נקראת נקודה רציונלית אם $\langle x, y \rangle \in \mathbb{Q}^2$.

מעגל ברדיוס $r > 0$ מסביב לראשית זו הקבוצה

$$C_r = \{\langle x, y \rangle \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = r^2\}$$

ישר שעובר בראשית בעל שיפוע $m \in \mathbb{R}$ זו הקבוצה $L_m = \{\langle x, y \rangle \in \mathbb{R}^2 \mid y = mx\}$.

הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. בכל מעגל מסביב לראשית קיימת נקודה שאינה רציונלית.

ב. בכל ישר שעובר בראשית קיימת נקודה רציונלית.

ג. בכל מעגל מסביב לראשית קיימת נקודה רציונלית.

שאלה 3

נסמן ב- $E = \{f \in \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \mid f \text{ הפיכה}\}$ נגדיר יחס שקילות (אין צורך להוכיח) על $\mathbb{N} \rightarrow \{0, 1\}$:

$$R = \{ \langle g, h \rangle \in (\mathbb{N} \rightarrow \{0, 1\})^2 \mid \exists f \in E. h = g \circ f \}$$

א. הביאו דוגמא לשתי פונקציות שונות f_1, f_2 שעומדות ביחס R . אין צורך להוכיח.

ב. חשבו את $|\{n \in \mathbb{N} \mid n \bmod 2\}_R|$.

ג. חשבו את $|\mathbb{N} \rightarrow \{0, 1\} / R|$.

שאלה 4

הוכיחו כי אם R יחס סדר חזק בקבוצה A וב- R אין איבר מקסימלי אז A אינסופית.

שאלה 5- שאלות אמריקאיות

1. מהי עוצמת קבוצה $\{f \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid \forall x \in \mathbb{R}. f(x) = f(\lfloor x \rfloor)\}$ באשר $\lfloor x \rfloor$ הינו הערך השלם התחתון של x .

ד. 2^{\aleph}

ג. 2^{\aleph_0}

ב. \aleph_0

א. 0

2. מהי עוצמת הקבוצה $\mathbb{N} \times P(\mathbb{R})$?

ד. 2^{\aleph}

ג. 2^{\aleph_0}

ב. \aleph_0

א. 0

3. תהא $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה. $H = \{n \in \mathbb{N} : f(x) \leq 0 \text{ for all } x \in [0, n]\}$.
מהמשפטים הבאים נכונים?

א. H לא חתום ולא פתוח. ב. H חתום ולא פתוח. ג. H על ולא חתום. ד. H חתום ועל.