

בוחן אמצע סמסטר א' - מתמטיקה בדידה - 2022

הוראות בחינה:

- אין להשתמש במחשבון.
- אין דפי עזר בבחינה.
- משך הבחינה הוא שלוש שעות.
- תשובה "אינני יודע/ת" ללא כיתוב נוסף תזכה אתכם ב-15% מניקוד השאלה.
- בבחינה 4 שאלות עם סעיפים, כל השאלות הן חובה.
- יש להוכיח כל טענה שלכם אלא אם כן מצוין בשאלה כי לא צריך להוכיח.
- חובה לקחת 10 נשימות עמוקות לפני תחילת המבחן, לחשוב על אי בודד ועץ דקל.
- את התשובה לכל שאלה יש למלא במקום הייעודי לה (בתוך המלבן המושחר מתחת לכל שאלה), בסוף המבחן יש דף "חירום".
- המחברת הנלוות לטופס הבחינה לא תיבדק ורק מהווה דפי טיוטה עבורכם.

בהצלחה!!

שם:

תעודת זהות:

שאלה 1	שאלה 2	שאלה 3	חלק 4
א. ב. ג.	א. ב. ג.		

בנוס:

ציון סופי:

שאלה 1

א. הוכיחו/הפריכו: אם R יחס סדר חלש בקבוצה A אז $R \circ R$ יחס סדר חלש ב- A .
(10 נק')

ב. נאמר כי יחס סדר R בקבוצה A הוא לא חסום, אם הוא יחס סדר חזק ללא איברים מיזעריים ומירביים. הביאו דוגמא ליחס סדר חזק ב- \mathbb{N} לא קווי ולא חסום. אין צורך להוכיח. (5 נק')

ג. חשבו את עוצמת הקבוצה:

$$\{R \in P(\mathbb{N} \times \mathbb{N}) \mid R \text{ חסום ולא קווי סדר יחס}\}$$

(15 נק')

הוכיחו תשובתכם.

שאלה 2

נגדיר $A = \{f \in \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z} \mid \forall n \in \mathbb{N}. |f(n+1) - f(n)| = 1\}$
א. הוכיחו ע"י לכסון כי $|A| > \aleph_0$ (10 נק')

נגדיר יחס שקילות \sim על A (אין צורך להוכיח זאת) ע"י:
 $f \sim g \leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}. |f(n)| = |g(n)|$

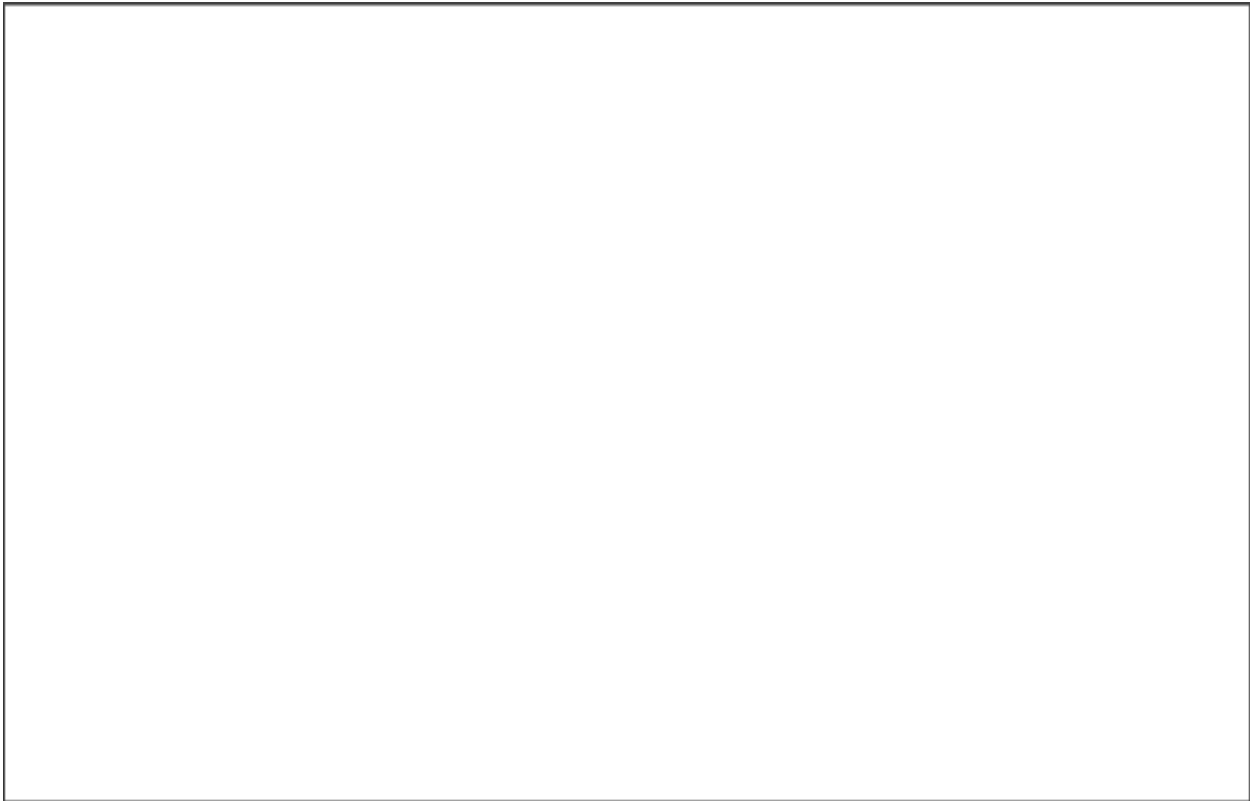
(5 נק')

ב. חשבו את $[id_{\mathbb{N}}]_{\sim}$. אין צורך להוכיח.

ג. הוכיחו כי הקבוצה $A \cap (\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N})$ מהווה מערכת נציגים ליחס. (10 נק')

ד. מצאו את העוצמות האפשריות של $[f]_{\sim}$. דהיינו, מהם כל העוצמות a שעבורן קיימת $f \in A$ כל ש- $|[f]_{\sim}| = a$? הוכיחו תשובתכם.

(10 נק')



--

ב. הוכיחו כי קיימת $A \subseteq B$ כך ש- B אינסופית ו- $|A| < |P(A \setminus B)|$. (15 נק')



(24 נק' - 8 נקודות לכל סעיף)

חלק 4- שאלות אמריקאיות

1. מהי עוצמת קבוצת כל הפונקציות $f \in \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ שמקיימות את התנאי:

$$\forall n \in \mathbb{N}. f(n+1) - f(n) \in \{5, 8\}$$

- א. 0 ב. \aleph_0 ג. 2^{\aleph_0} ד. 3

2. מהי עוצמת קבוצת כל הקבוצות $X \in P(\mathbb{R})$ כך ש- $x \in X$ - $\forall x \in X$.

- א. 0 ב. \aleph_0 ג. 2^{\aleph_0} ד. 2^{\aleph}

3. תהא $1 - F(n)(n) \in \mathbb{N}$. $\lambda n \in \mathbb{N}$. $H = \lambda F \in \mathbb{N} \rightarrow (\mathbb{N} \rightarrow \{0, 1\})$ פונקציה. אלו מהמשפטים הבאים נכונים?

- א. H לא חח"ע ולא על ב. H חח"ע ולא על ג. H על ולא חח"ע ד. H חח"ע ועל.



המרכז לקידום החוגגים והעניינים



המרכז לקידום החוגגים והעניינים



דף "חירום":

