

תרגיל בית 1

1. חשבו את המספר המרוכב $2i(i-1) + (\sqrt{3}+i)^3 + (1+i)(1+i)$.
2. מצאו את כל הפתרונות המרוכבים למשוואות הבאות, ושרטטו אותם במישור המרוכב.
- a. $z^2 \bar{z} = z$
- b. $|3z+1| = \sqrt{2} z \sqrt{2}$
3. בצעו חילוק ארוך של $x^4 - x^3 - 15x^2 + 16x + 6$ בפולינום $x^2 + 3x - 5$. בדיקה: האיבר הקבוע בפולינום השארית הוא $+16$.
4. יהי $r, \theta \in \mathbb{R}, z = r(\cos \theta + i \sin \theta) \in \mathbb{C}$.
- a. הוכיחו כי לכל n טבעי מתקיים $z^n = r^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$
- b. חשבו את המספר $(1 + \sqrt{3}i)^{2024}$.
- c. שורש יחידה מסדר n הוא פתרון $z \in \mathbb{C}$ למשוואה $z^n = 1$.
הוכיחו כי $\{1, u, u^2, \dots, u^{n-1}\}$ היא קבוצת כל שורשי היחידה מסדר n , כאשר $u = \cos \frac{2\pi}{n} + i \sin \frac{2\pi}{n}$.
- d. חשבו את סכום כל שורשי היחידה מסדר n .
5. חשבו את הגבולות הבאים:
- a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{x-1}$
- b. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x-2}$
- c. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{x^2+3}$
- d. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3+3x-1}{2x^3+x^2}$
- e. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{|x|} + \frac{1}{2}$
6. חשבו את הגבולות הבאים:
- a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$
- b. $\lim_{x \rightarrow 64} \frac{\sqrt[3]{x}-4}{x-64}$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{3x-2}}{\sqrt{4x+1} - \sqrt{5x-1}} \quad .c$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 3x + 1} - \sqrt{x^2 - 3x + 1} \right) \quad .d$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{x^3}{x^2 - 1} - \frac{x^2}{x + 3} \right) \quad .e$$

7. חשבו את הערך של a שעבורו f רציפה בכל תחום הגדרתה.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}, & x > 3 \\ \frac{ax}{6}, & x \leq 3 \end{cases}$$