

19.12.2022

תעודת זהות: _____

שם התלמיד/ה: _____

מתמטיקה בדידה – בוחן אמצע סמסטר א'

מרצה: נטלי שלום

הוראות בחינה:

- משך הבחינה: שתיים (120 דקות).
- אין לצרף דפי עזר לבחינה.
- בבחינה ישנן 4 שאלות עם סעיפים. יש לענות על כל השאלות.
- יש להוכיח כל טענה שלכם, אלא אם כן מצוין בשאלה שלא צריך להוכיח.
- את התשובה לכל שאלה כתבו במקום המיועד לה (בתוך המלבן שמתחת לכל שאלה). בעמודים האחרונים מצורפים דפי "חירום" למקרה הצורך.
- המחברת הנלווית לטופס הבחינה לא תיבדק והיא מהווה דפי טיוטה עבורכם.
- שימו לב: דפי הטיוטה לא ייבדקו!**
- **טיפ חשוב:** תתחילו לפתור קודם את השאלות שאתם מרגישים איתן יותר בנוח, בנושאים שיותר קלים לכם, ואת השאלות הקשות תשמרו לסוף כדי לא לבזבז עליהן את כל הזמן.
- חובה לקחת נשימה עמוקה לפני תחילת הבחינה ולחשוב על דברים חיוביים.

בהצלחה!!!

שאלה 4	שאלה 3	שאלה 2	שאלה 1	
א _____ ב _____ ג _____		א _____ ב _____	א _____ ב _____	ציון

ציון סופי: _____

שאלה 1

הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. (8 נק')

$$\bigcap_{k=3}^{\infty} P\left(\left[\frac{1}{k}, 1 - \frac{1}{k}\right]\right) \subseteq P\left(\left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right]\right)$$

סמנו: הטענה נכונה / לא נכונה. **פתרון:**

ב. (8 נק')

$$P([0,1]) \subseteq \bigcup_{k=3}^{\infty} P\left(\left[\frac{1}{k}, 1 - \frac{1}{k}\right]\right)$$

סמנו: הטענה נכונה / לא נכונה. **פתרון:**

תזכורת: עבור $a, b \in \mathbb{R}$ מסמנים:

קטע פתוח: $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} | a < x < b\}$. קטע סגור: $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} | a \leq x \leq b\}$.

שאלה 2

תזכורת: הרכבת יחסים: $T \circ P = \{ \langle a, c \rangle \in A \times C \mid \exists b \in B (\langle a, b \rangle \in P \wedge \langle b, c \rangle \in T) \}$

א. נגדיר $S = \{ \langle A, B \rangle \in P(\mathbb{N}) \times P(\mathbb{N}) \mid A \subsetneq B \}$. (משמעותו "מוכלת ממש")
הוכיחו/הפריכו: $S \circ S = S$. (10 נק')

ב. נגדיר $R = \{ \langle q, q' \rangle \in \mathbb{Q} \times \mathbb{Q} \mid q < q' \}$. הוכיחו/הפריכו: $R \circ R = R$. (10 נק')

שאלה 3

נגדיר את היחסים הבאים מעל $P(\mathbb{R})$:

$$S = \{ \langle X, Y \rangle \in P(\mathbb{R}) \times P(\mathbb{R}) \mid X = Y \vee 0 \in X \Delta Y \}$$

$$T = \{ \langle X, Y \rangle \in P(\mathbb{R}) \times P(\mathbb{R}) \mid 0 \notin X \Delta Y \}$$

עבור כל אחד מהיחסים, קבעו האם הוא יחס שקילות והוכיחו את קביעתכם. אם היחס הוא יחס שקילות, מצאו מערכת נציגים עבורו (אין צורך להוכיח שזו מערכת נציגים). (30 נק')

תזכורת: הפרש סימטרי - $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

שאלה 4

נגדיר פונקציה h באופן הבא :

$$h = \lambda f \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{N}. \lambda Y \in P(\mathbb{N}). f^{-1}[Y]$$

תזכורת: עבור פונק' g ו- $Y \subseteq \text{Range}(g)$, מגדירים: $g^{-1}[Y] = \{x \in \text{dom}(g) | g(x) \in Y\}$ (קבוצת מקורות).

א. רשמו תחום וטווח עבור הפונקציה h (אין צורך להוכיח את תשובתכם). (6 נק')

נא לא להשתמש בקבוצה \mathbb{C} , אין בה צורך.

ב. חשבו: (אין צורך להוכיח את תשובתכם) (8 נק')

ג. תזכורת: עבור $x \in \mathbb{R}$, $[x] := \min\{k \in \mathbb{Z} \mid x \leq k\}$ (הערך השלם העליון של x)

$$h(\lambda x \in \mathbb{R}. |[x]|)(\{0\}) =$$

$$h(\lambda x \in \mathbb{R}. |[x]|)(\mathbb{N} \setminus \{0,1\}) =$$

ד. האם הפונקציה h היא חח"ע (חד-חד ערכית)? האם הפונקציה h היא על (ביחס לטווח שרשמתם)? הוכיחו את קביעותיכם. (20 נק')

המשך פתרון שאלה 4 סעיף ג' (במידת הצורך)

דף "חירום" 1

דף "חירום" 2

דף "חירום" 3