

עבודה מסכמת במתמטיקה בדידה 2

שחר פרץ

28 בספטמבר 2024

Combinatorics

..... (1)

(א) **שאלה:** כמה סידורים של חבילה מלאה של 52 קלפים יש שבהן ארבעת האסים, אינם מופיעים ברצף אחד אחרי השני?

תשובה: ראשית כל, נתבונן ב-52! הסידורים האפשריים של החפיסה כולה. עתה נתבונן בקבוצת המשלים – כמות האפשרויות לחפיסות בהן ישנם 4 אסים רצופים. סדרה שכזו יכולה להתחיל ולהגמר ב-4 – 52 מקומות שונים, ובכל אופציה, את $52 - 4 = 48$ הקלפים הנותרים, יהיו 48! אפשרויות לסדר. סה"כ מכלל הכפל $48! \cdot 58$ אפשרויות בקבוצת המשלים. אזי:

$$\text{Answer} = 52 - 48 \cdot 48!$$

(ב) **שאלה:** כמה סידורים של חבילה מלאה של 52 קלפים יש בהן כל 4 קלפים מאותו הסוג (13 סוגים שונים) אינם מופיעים ברצף אחד אחרי השני?

תשובה: נגדיר $a_i =$ כמות האפשרויות לסידור בו i רצפים של 4 תווים. מובן כי $0 \leq i \leq \frac{52}{4} = 13$ (לא ייתכנו רצפים בסדר גודל הארוך יותר מהחפיסה כולה).

כדי למצוא את a_i , נבחר את הרצף הראשון מבין 13 האפשרויות, ואז נמצא $48 \cdot 48!$ באופן דומה לסעיף הקודם. נמשיך הלאה: השני מבין 12 האפשרויות שנותרו, ולכך יהיו $44 \cdot 44!$ אפשרויות. בכלליות:

$$a_i = \sum_{j=1}^i (14 - i) \cdot (52 - 4i) \cdot (52 - 4i)!$$

ומעקרון ההכלה וההדחה, כמות האפשרויות

..... (2)

..... (3)

..... (4)

..... (5)

Graph Theory

- (1)
- (2)
- (3)
- (4)
- (5)
- (6)
- (7)
- (8)
- (9)
- (10)