חדו"א 2א ~ תרגיל בית 6

שחר פרץ

13 ביוני 2026

(1)

(א)

(2)

תהי $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ כך שלכל $a<b\in\mathbb{R}$ מתקיים $f\in R[a,b]$, וש־$\int_{-\infty}^{\infty}|f|$ קיים וסופי.

1. נוכיח ש־$\int_{-\infty}^{\infty}f(x)e^{-\varepsilon|x|}$ מתכנס לכל $\varepsilon>0$.

הוכחה. יהי $\varepsilon>0$. מהגדרה:

$$\int_{-\infty}^{\infty}f(x)e^{-\varepsilon|x|}=\int_{0}^{\infty}f(x)e^{-\varepsilon x}+\int_{-\infty}^{0}f(x)e^{\varepsilon x}$$

הפונקציה $e^{-\epsilon|x|}$ זוגית, בתחומה החיובית קל לראות שהאינטגרל מ־0 לאינסוף מתכנס שכן הקדומה $\frac{e^{-\epsilon x}}{\epsilon}$ מתכנסת הן באינסוף והן ב־0 (ואז מניוטון לייבניץ סיימנו). ■