

实验六 用窗函数法设计 FIR 数字滤波器

一 实验目的

1. 掌握用窗函数法设计 FIR 数字滤波器的原理和方法。
2. 理解线性相位 FIR 数字滤波器特性。
3. 了解各种窗函数对滤波特性的影响。

二 实验基础

1 窗函数法设计原理

如果所希望的滤波器的理想频率响应函数为 $H_d(e^{j\omega})$ ，则其对应的单位脉冲响应为

$$h_d(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_d(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega$$

窗函数设计法的基本原理是用有限长单位脉冲响应 $h(n)$ 逼近 $h_d(n)$ 。由于 $h_d(n)$ 往往是无限长序列，且是非因果的，所以用窗函数 $w(n)$ 将 $h_d(n)$ 截断，并进行加权处理，得到：

$$h(n) = h_d(n) \cdot w(n)$$

$h(n)$ 作为实际设计的 FIR 数字滤波器的单位脉冲响应序列，其频率响应函数 $H(e^{j\omega})$ 为

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) e^{-j\omega n}$$

式中，N 为所选窗函数 $w(n)$ 的长度。

2 加窗对频率响应的影响

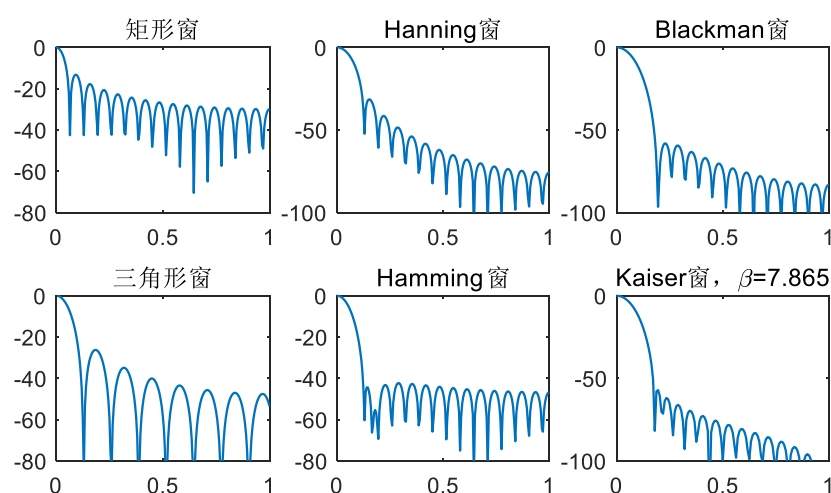
这种对理想单位脉冲响应的加窗处理对滤波器的频率响应会产生以下三点影响：

- (1) 使理想特性不连续的边沿加宽，形成过渡带，过渡带的宽度取决于窗函数频谱的主瓣宽度。
- (2) 在过渡带两旁产生肩峰和波纹，它们取决于窗函数频谱的旁瓣；旁瓣越多，波纹也越多；旁瓣相对值越大，通带和阻带波纹也越大。
- (3) 增加截断长度 N，只能缩小窗函数频谱的主瓣宽度而不能改变旁瓣的相对值；旁瓣与主瓣的相对关系只决定于窗函数的形状。因此增加 N，只能减小过渡带宽，而不能改变通带和阻带波纹。例如矩形窗的情况下，肩峰达 8.95%，致使阻带最小衰减只有 21 分贝，这在工程上往往是不够的。

3 改善加窗效应的措施

怎样才能改善阻带的衰减特性呢？只能通过改变窗的形状，构造窗函数减小其幅度频谱

特性的旁瓣幅度，从而提高滤波器的阻带衰减。此外，要求窗函数幅度频谱的主瓣宽度尽量窄，以获得较窄的过渡带。通过对矩形窗旁瓣抵消的方式构造出三角窗、汉宁窗、海明窗、布莱克曼窗，其幅度频谱旁瓣的减小均是以增加主瓣宽度为代价的，采用这几种窗设计的滤波器阻带衰减是固定的，无法调节。凯泽窗可以通过参数 β 调节阻带衰减。



4 滤波器设计注意事项

用窗函数法设计的滤波器性能取决于窗函数 $w(n)$ 的类型及窗长度 N 。设计过程中，要根据对阻带最小衰减和过渡带宽度的要求选择合适的窗函数类型和窗口长度。按照过渡带及阻带衰减情况，选择窗函数形式。原则是在保证阻带衰减满足要求的情况下，尽量选择主瓣窄的窗函数。六种窗函数的基本参数表如下。

窗函数	窗谱性能指标		加窗后滤波器性能指标	
	旁瓣峰值 /dB	主瓣宽度	过渡带宽 $\Delta \omega$	阻带最小衰减 α_s /dB
矩形窗	-13	$4\pi/N$	$1.8\pi/N$	-21
三角形窗	-25	$8\pi/N$	$6.1\pi/N$	-25
Hanning窗	-31	$8\pi/N$	$6.2\pi/N$	-44
Hamming窗	-41	$8\pi/N$	$6.6\pi/N$	-53
Blackman窗	-57	$12\pi/N$	$11\pi/N$	-74
Kaiser窗 ($\beta=7.865$)	-57		$10\pi/N$	-80

选定窗函数类型和窗长度 N 后，求出单位脉冲响应 $h(n) = h_d(n) \cdot w(n)$ ，再求出 $H(e^{j\omega})$ 。

然后检验 $H(e^{j\omega})$ 是否满足指标要求。

线性相位 FIR 数字滤波器，要求 $h(n)$ 必须满足下面的约束条件：

$$h(n) = \pm h(N-1-n)$$

根据上式中的正、负号和长度 N 的奇偶性又将线性相位 FIR 滤波器分成四类。要根据所

设计的滤波特性正确选择其中一类。例如，要设计线性相位高通特性，可选择 $h(n) = h(N-1-n)$ ， N 不能取偶数。

	幅度特性 $\tau = (N-1)/2$	适用滤波器类型
I 型	$H_g(\omega) = h(\tau) + \sum_{n=0}^{\tau-1} 2h(n)\cos(\omega(\tau-n))$	低通、高通、带通、带阻
II 型	$H_g(\omega) = \sum_{n=0}^{\tau-1/2} 2h(n)\cos(\omega(\tau-n))$	低通、带通
III 型	$H_g(\omega) = \sum_{n=0}^{\tau-1} 2h(n)\sin(\omega(\tau-n))$	带通
IV 型	$H_g(\omega) = \sum_{n=0}^{\tau-1/2} 2h(n)\sin(\omega(\tau-n))$	高通、带通

5 参考例题

用窗函数法设计一个线性相位 FIR 低通滤波器，性能指标：通带截止频率 $\omega_p = 0.2\pi$ ，阻带截止频率 $\omega_s = 0.3\pi$ ，阻带衰减不小于 40dB，通带衰减不大于 1dB。

MATLAB 实现程序：

%程序中采用汉宁窗(hanning)

wp=0.2*pi;

ws=0.3*pi;

wdelta=ws-wp;

N=ceil(8*pi/wdelta);%向上取整，设计中应查验 N 的奇偶是否适合。

Wc=(0.2+0.3)/2;

b=fir1(N-1,Wc,hanning(N));

fvtool(b,1)

三 实验内容

- 根据下列技术指标，设计一个线性相位的 FIR 数字低通滤波器。通带截止频率 $\omega_p=0.2\pi$ ，通带最大衰减 $A_p=1\text{dB}$ ；阻带截止频率 $\omega_s=0.3\pi$ ，阻带最小衰减 $A_s=50\text{dB}$ 。
 - 写出理想低通滤波器的频率响应和单位脉冲响应表达式。
 - 调用 `fir1()` 函数得到低通滤波器的单位脉冲响应，画出序列图。
 - 画出滤波器的幅频特性曲线和相频特性曲线，并检验指标。
- 人体心电图信号在测量过程中往往受到工业高频干扰，所以必须经过低通滤波处理后，才能作为判断心脏功能的有用信息。下面给出的数据是一实际心电图信号采样序列样本 $x(n)$ ，其中存在高频干扰。本实验中，以 $x(n)$ 作为输入序列，滤除其中的干扰成分。

数字信号处理实验任务书

山东科技大学 电子信息工程学院—电科

$x = [-4 \ -2 \ 0 \ -4 \ -6 \ -4 \ -2 \ -4 \ -6 \ -6 \ -4 \ -4 \ -6 \ -6 \ -2 \ 6 \ 12 \ 8 \ 0 \ -16 \ -38 \ -60 \ -84 \ -90 \ -66 \ -32 \ -4 \ -2 \ -4 \ -8 \ 12 \ 12 \ 10 \ 6 \ 6 \ 6 \ 4 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -2 \ -4 \ 0 \ 0 \ 0 \ -2 \ -2 \ 0 \ 0 \ -2 \ -2 \ -2 \ -2 \ 0];$

使用 1 中设计的滤波器对以上序列做滤波处理，并画出输入输出序列的时域波形图和频谱图进行比较，分析滤波器的作用。

3. 使用 `fir1()` 函数设计线性相位高通 FIR 滤波器。要求通带截止频率为 $0.6\pi \text{ rad}$ ，阻带截止频率为 $0.45\pi \text{ rad}$ ，通带最大衰减为 0.2dB ，阻带最小衰减为 45dB 。画出单位脉冲响应序列波形图，并画出损耗函数曲线。（注意：需要对通带和阻带指标检验，不满足时需要调整参数。）

四 实验报告要求

1. 实验报告中简述实验目的和实验原理要点。
2. 按实验内容要求回答问题，并附实验代码和输出图形。（要求对每行代码注释）
3. 总结实验中用到的 MATLAB 函数及功能。
4. 报告中除程序代码和程序输出结果和绘图外，其余部分必须手写。（统一 A4 纸左侧装订）