实验四 用 FFT 做谱分析

一 实验目的

1. 进一步加深 DFT 算法原理和基本性质的理解（因为 FFT 只是 DFT 的一种快速算法，所以 FFT 的运算结果必然满足 DFT 的性质）
2. 熟悉 FFT 算法原理及子程序的应用。
3. 掌握用 FFT 对连续信号和时域离散信号进行频谱分析的基本方法。了解可能出现的分析误差和原因，以便在实际中正确应用 FFT。

二 实验基础

1.利用 DFT 分析模拟信号的频谱中参数的选取

用 FFT 对模拟信号进行谱分析，首先要把模拟信号转换成数字信号，转换前首先估计模拟信号的**最高截止频率**，以便根据采样定理选择合适的**采样频率**。由于信号一般不是严格带限的，且截断会产生加窗效应，故选择采样频率应留一定冗余，一般取模拟信号最高频率的 3～4 倍。

另外，需要设定对模拟信号的观测时长，当采样频率和观测时间确定之后，采样点数就确定了。观测时长与信号谱分析的物理分辨率有关，**最小的观测时长与分辨率呈倒数关系**。物理频率分辨率的要求视信号类型而定。当不能确定时可以采用累试法观察分析结果。采样频率一定时，观察时长越长，点数越多，频率分辨率越高，但计算量也更大。当选用多个观测时长分析，得到的频谱无明显变化时，说明分析结果准确，取其中最短的分析时长是高效的。

用 FFT 作谱分析时，若采用基 2-FFT 运算模块处理，采样点数应取 2 的整数幂，这一点在上面选择采样点数时可以考虑满足，即使满足不了，可以通过在序列尾部加 0 完成。FFT 的点数决定了分析结果的谱线频率间隔，对于具有离散谱特征的周期信号，点数的选取应尽量使谐波频率分布在谱线频率点上。周期信号的观测时间应为信号周期的整数倍，且采样序列也应具有周期性。如果不知道信号的周期，要尽量选择观测时间长一些，以减少截断效应的影响。

用 FFT 对模拟信号作谱分析是一种近似的谱分析。首先一般模拟信号（除周期信号外）的频谱是连续频谱，而用 FFT 作谱分析得到的是数字谱，因此应该取 FFT 的点数多一些，用它的包络作为模拟信号的近似谱。另外，如果模拟信号不是严格的带限信号，会因为频谱混叠现象引起谱分析的误差，这种情况下可以预先将模拟信号进行预滤，或者尽量将采样频

率取高一些。

一般频率混叠发生在折叠频率附近，分析时要注意因频率混叠引起的误差。最后要注意一般模拟信号是无限长的，分析时要截断，截断的长度和分辨率有关，但也要尽量取长一些，取得太短因截断引起的误差会很大。举一个极端的例子，一个周期性正弦波，如果所取观察时间太短，例如取小于一个周期，它的波形和正弦波相差太大，肯定误差很大，但如果取得长一些，即使不是周期的整倍数，这种截断效应也会小一些。

2 参考例程

第三章 离散傅里叶变换DFT

例：已知一连续信号为 $x(t)=\cos(2\pi f_1 t)+0.15\cos(2\pi f_2 t)$

$f_1=100\text{Hz}\quad f_2=150\text{Hz}\quad f_s=600\ \text{Hz}$，试由DFT分析其频谱。

解：$x(n)=x(t)\big|_{t=nT}=\cos(2\pi f_1 n/f_s)+0.15\cos(2\pi f_2 n/f_s)$

$x(n)=\cos(\frac{1}{3}\pi n)+0.15\cos(\frac{1}{2}\pi n)$　　$x(n)$周期为12

$\Delta f=f_2-f_1=50Hz$

矩形窗主瓣宽度 $\frac{4\pi}{N}$　　$\frac{4\pi}{N}\le 2\pi\frac{\Delta f}{F_s}$　　$N\ge\frac{2f_s}{\Delta f}=24$

汉明窗主瓣宽度 $\frac{8\pi}{N}$　　$\frac{8\pi}{N}\le 2\pi\frac{\Delta f}{F_s}$　　$N\ge\frac{4f_s}{\Delta f}=48$

合适的截取时长取24或其整数倍。

第三章 离散傅里叶变换DFT

例：已知一连续信号为 $x(t)=\cos(2\pi f_1 t)+\cos(2\pi f_2 t)$

$f_1=100\text{Hz}\quad f_2=120\text{Hz}\quad F_s=600\ \text{Hz}$，试由DFT分析其频谱。

加矩形窗截取有限长信号的频谱分析

```
N=20;      %数据的长度
L=512;     % DFT的点数
f1=100; f2=120;
fs=600;F=fs/N; %抽样频率，分辨率
T=1/fs;     %抽样间隔
ws=2*pi*fs;
t=(0:N-1)*T;
x=cos(2*pi*f1*t)+cos(2*pi*f2*t);
X=fftshift(fft(x,L));
w=(-ws/2+(0:L-1)*ws/L)/(2*pi);
plot(w,abs(X),'b:');%谱包络
ylabel('幅度谱');
X1=fftshift(fft(x));
hold on
stem((0:N-1)*F-fs/2, abs(X1),'.r')
hold off
```

第三章 离散傅里叶变换DFT

例：已知一连续信号为 $x(t)=\cos(2\pi f_1 t)+0.15\cos(2\pi f_2 t)$

$f_1=100\text{Hz}$ $f_2=150\text{Hz}$ $f_s=600$ Hz，试由DFT分析其频谱。

加Hamming窗计算有限长序列的频谱

```
N=24;     %
L=512;    %
f1=100;f2=150;
fs=600;F=fs/N;  %
T=1/fs;    %
ws=2*pi*fs;
t=(0:N-1)*T;
x=cos(2*pi*f1*t)+0.15*cos(2*pi*f2*t);
wh=(hamming(N))';%ones(size(x));%
xwin=x.*wh;
Xwk=fftshift(fft(xwin,L));
w=(-ws/2+(0:L-1)*ws/L)/(2*pi);
plot(w,abs(Xwk),'b:');
ylabel('幅度谱')
L1=64;
Xwk1=fftshift(fft(xwin,L1));
hold on
fk=(0:L1-1)*(fs/L1)-fs/2
stem(fk, abs(Xwk1),'.r')
hold off
```

三 实验内容

1. 编制信号产生程序，产生以下典型信号供谱分析用：

$$x_1(n)=R_4(n)$$

$$x_2(n)=\begin{cases} n+1, & 0\le n\le 3 \\ 8-n, & 4\le n\le 7 \\ 0, & \text{其他}n \end{cases}$$

$$x_3(n)=\begin{cases} 4-n, & 0\le n\le 3 \\ n-3, & 4\le n\le 7 \\ 0, & \text{其他}n \end{cases}$$

① 分别以变换区间 $N=8$，16，32，对 $x_1(n)$ 进行 FFT，画出相应的幅频特性曲线。

② 分别以变换区间 $N=8$，16，对 $x_2(n)$，$x_3(n)$ 进行 FFT，画出相应的幅频特性曲线。

2. 已知 $x_a(t)=\cos(50\pi t)+\sin(100\pi t)+\cos(200\pi t)$，利用 DFT 分析该信号的频谱。

① 取采样频率 f_s=400Hz，采样截取时长 Tp 分别取 0.04s，0.16s，0.32s，对所得序列均作 4096 点 FFT 用于近似 $x_a(t)$ 的频谱，计算幅度谱并绘图。与模拟信号 $x_a(t)$ 的实际频谱比较，观察不同截取时长的截断效应对频谱分析的影响。

③ 对(1)中截取序列加 hamming 窗，并重复(1)中其余步骤。(1)中的直接截取相当于对 $x_a(t)$ 加矩形窗。观察两种加窗形式对信号频谱分析结果的影响。

③ 根据以上的结果比较分析可以得到什么结论？利用 DFT 对连续时间信号进行频谱分析时应该注意哪些问题？

3．*请任选两个个元音自行录音并分析频谱，说明信号的频谱特征。提示：根据信号时域周期选取合适的时长，对数据进行抽取处理以实现降采样，截取 3-5 个周期分析信号频谱。

四 实验报告要求

1．实验报告中简述实验目的和实验原理要点。

2．实验内容部分要求给出必要的理论分析依据和计算过程，实验代码，输出图形。

3．总结实验中的主要结论，回答相关问题。

4．总结实验中用到的 MATLAB 函数及功能。

5．报告中除程序代码和程序输出结果和绘图外，其余部分必须手写。