

实验三 零极点分布对系统频率响应的影响

一 实验目的

1. 加深理解离散系统的零极点分布位置对系统频率响应的影响。
2. 学习用零极点分布的几何方法分析研究系统的频率响应。
3. 加深理解系统极点位置分布对系统稳定性的影响。
4. 进一步理解系统的单位脉冲响应所描述的系统的时域特性。

二 实验基础

1. 理论基础

如果知道系统的系统函数 $H(z)$ ，可以得到它的零极点分布，由零极点分布可以方便地对系统的频率响应进行定性分析。离散系统的系统函数与系统的频率响应函数之间有如下关系。

$$H(z) = \frac{\sum_{r=0}^M b_r z^{-r}}{\sum_{k=0}^N a_k z^{-k}} = A \cdot z^{(N-M)} \frac{\prod_{r=1}^M (z - c_r)}{\prod_{k=1}^N (z - d_k)}$$
$$H(e^{j\omega}) = H(z) \Big|_{z=e^{j\omega}} = |H(e^{j\omega})| \cdot e^{j\varphi(\omega)}$$
$$H(e^{j\omega}) = A \cdot e^{j\omega(N-M)} \frac{\prod_{r=1}^M (e^{j\omega} - c_r)}{\prod_{k=1}^N (e^{j\omega} - d_k)}$$
$$|H(e^{j\omega})| = |A| \frac{\prod_{r=1}^M |e^{j\omega} - c_r|}{\prod_{k=1}^N |e^{j\omega} - d_k|}$$

根据上式，数字频率 ω 在从0变化到 2π 过程中，观察零矢量长度和极矢量长度的变化趋势，重点观察零矢量和极矢量长度取最小值时幅频响应的取值情况。另外，由分析知道，极点主要影响频率响应的峰值，极点愈靠近单位圆，峰值愈尖锐；零点主要影响频率响应的谷值，零点愈靠近单位圆，谷值愈深，如果零点在单位圆上，那么幅频响应在频率点的值为零。根据这些规律可以定性画出频率响应的幅频特性曲线。

系统幅频响应在系统函数的极点/零点的相位角对应的角频率附近出现峰值/谷值，例如系统有极点 $z_1 = 0.9e^{j\pi/4}$ ，则可明确系统的幅频响应在数字角频率 $\omega = \pi/4$ 附近存在一个峰值，极点愈靠近单位圆，估计结果愈准确。

本实验借助计算机分析系统的频率响应，目的是掌握用零极点分布的几何方法分析研究系统的频率响应，实验时需要将 $z = e^{j\omega}$ 代入系统函数 $H(z)$ 中，再对 ω 在 $0 \sim 2\pi$ 之间等频率间隔选择若干点，计算系统的频率响应。

本实验可以采取两种编程方法：

- ① 先求出系统函数 $H(z)$ ，再调用 MATLAB 函数 `freqz()` 计算并绘制幅频特性和相频特性曲线。

- ② 先求出系统的传输函数 $H(e^{j\omega})$ 的封闭表达式，再编程序计算在其给定离散频率点上的值，最后调用函数 `abs()`，求出模值并绘出 $|H(e^{j\omega})| \sim \omega$ 曲线。

2. 相关的 MATLAB 函数

`freqz()`; `tf2zp()`; `zplane()`; `find()`; `dimpulse()`; `dstep()`; `max()`; `min()`; `abs()`; `angle()`; `plot()`; `subplot()`; `title()`; `xlabel()`; `ylabel()`。使用时可以利用 `help` 指令查询函数的帮助信息。

例如：
`zplane(b,a);`%画系统的零极点图
`tf2zp(b,a);`%求系统的零点和极点
`[H,w]=freqz(b,a,512);`%求系统的频率响应;
`plot(w/pi,abs(H));`%画幅频特性曲线;
`wk_Hmax = find(abs(H)==max(abs(H)));`%寻找最大幅度响应值在频率向量中的序号
`w_Hmax =w(wk_Hmax);`%得到幅度最大时所对应的频率点（即峰值频率）。

三 实验内容

- 已知离散系统的差分方程： $y(n) = x(n) + ay(n-1)$ ，分别取 $a = 0.7$ ， $a = 0.8$ ， $a = 0.9$ ，
 - ① 写出该离散系统的系统函数，并画出零极点分布图。
 - ② 求出系统在三种取值下的频率特性，绘出幅频特性曲线。
 - ③ 观察三条幅频特性曲线，分析极点与幅频特性曲线形状有什么关系？
- 已知离散系统的差分方程： $y(n) = x(n) + ax(n-1)$ ，分别取 $a = 0.7$ ， $a = 0.8$ ， $a = 0.9$ ，
 - ① 写出该离散系统的系统函数，并画出零极点分布图。
 - ② 求出系统在三种取值下的频率特性，绘出幅频特性曲线。
 - ③ 观察三条幅频特性曲线，分析零点与幅频特性曲线形状有什么关系？
- 已知离散系统的差分方程： $y(n) = 1.273y(n-1) - 0.81y(n-2) + x(n) + x(n-1)$
 - ① 写出该离散系统的系统函数，并画出零极点分布图。
 - ② 绘出系统的幅频特性曲线。
 - ③ 观察幅频特性曲线的峰值和谷值点对应的数字角频率，与零极点图中极点和零点的相角比较，可以得出什么结论？
- 假设 LTI 离散系统的传输函数为

$$H(z) = \frac{z^2 + 5z - 50}{2z^4 - 2.98z^3 + 0.17z^2 + 2.3418z - 1.5147}$$

- ① 画出系统的零极点分布图，并判断系统是否稳定；
- ② 求系统的单位脉冲响应和单位阶跃响应，说出其与系统稳定性之间的关系。

四 实验报告要求

1. 实验报告中简述实验目的和实验原理要点。
2. 按实验内容要求回答问题，并附实验代码和输出图形。
3. 总结实验中用到的 MATLAB 函数及功能。
4. 报告中除程序代码和程序输出结果和绘图外，其余部分必须手写。（统一 A4 纸左侧装订）