



## سوالات تحویلی

### مسئله ۱. قباد در سلف!

قباد پس از چند سال تحصیل در رشته‌ی کامپیوتر به این نتیجه رسید که به درد این رشته نمی‌خورد! پس تصمیم گرفت شروع به کار کند. به دلیل خستگی بیش از حد، قباد برای یافتن کار به نزدیک‌ترین محل ممکن مراجعه کرد: سلف دانشگاه.

او پس از مدتی فهمید روزانه  $n$  نفر برای صرف غذا به سلف مراجعه می‌کنند و قباد  $m > n$  غذا برای پذیرایی از آن‌ها دارد (هر شخص حداکثر می‌تواند یک غذا از سلف بگیرد و هر غذا به یک شخص داده می‌شود). هر مراجعه کننده به سلف یک فاکتور گرسنگی به نام  $g(\alpha)$  که  $1 \leq \alpha \leq n$  دارد که حداقل مقدار غذایی است که او با آن سیر می‌شود. همچنین هر غذا یک فاکتور اندازه به نام  $s(\beta)$  با شرط  $1 \leq \beta \leq m$  دارد.

هدف قباد، سیر کردن بیشترین تعداد فرد مراجعه کننده است. سیر شدن به معنی این است غذای داده شده به فرد از فرمول  $g(\alpha) \leq s(\beta)$  پیروی کند. از آنجا که قباد در دروس کامپیوتر ضعیف است با دادن یک الگوریتم حریصانه به او کمک کنید به هدف خود برسد. (راه حل خود را ارائه دهید، بهینه بودن الگوریتم خود را اثبات کرده، شبه‌کد و پیچیدگی زمانی آن را بنویسید).

### مسئله ۲. رشته های شنگدباو

شنگدباو  $n$  تا رشته دارد که همگی از کاراکترهای  $a$  و  $b$  تشکیل شده‌اند. او می‌خواهد این رشته‌ها را به ترتیبی به هم بچسباند به طوری که تعداد جفت مکان‌هایی مثل  $i$  و  $j$  که  $i < j$  است و در جایگاه  $i$  کاراکتر  $a$  ظاهر شده ولی در جایگاه  $j$  کاراکتر  $b$  ظاهر شده کمینه باشد.

برای مثال اگر دو رشته  $abb$  و  $aab$  داشته باشیم، می‌توانیم  $abbaab$  یا  $aababb$  را بسازیم: در اولی تعداد این جفت جایگاه‌ها ۵ تا و در دومی ۸ تا است بنابراین شنگدباو حالت اول را ترجیح می‌دهد. فرض کنید جمع طول رشته‌ها برابر  $S$  است. الگوریتمی از مرتبه زمانی  $S + n \log n$  برای پیدا کردن این ترتیب ارائه کنید.

### مسئله ۳. کمبود پارکینگ

در یک پارکینگ تعدادی ماشین و تعدادی محل برای پارک ماشین وجود دارند. در واقع می‌توانید

یک پارکینگ را به شکل آرایه‌ای در نظر بگیرید که در هر خانه از آن  $C$  به نشانه ماشین یا  $P$  به نشانه محل پارک قرار دارد. هر ماشین فقط می‌تواند در یکی از محل‌های پارک ماشین پارک کند ولی رانندگان ترجیح می‌دهند که ماشین خود را حداکثر در شعاع  $k$  از محل فعلیش پارک کنند و در صورتی که بیشتر از  $k$  فاصله بین ماشین و محل پارک باشد از پارک کردن ماشین خود منصرف می‌شوند!

الگوریتمی حریصانه برای یافتن بیشترین تعداد ماشینی که در این پارکینگ می‌توان پارک کرد ارائه دهید. برای مثال خروجی برای پارکینگ زیر و شعاع  $k = 2$  برابر ۳ خواهد بود.

$$\{P, P, C, C, P, C\}$$

## سوالات اضافی

### مسئله‌ی ۴. تورنمنت کیوان

کیوان دوست خالی‌بند شنگدباو است! او ادعا می‌کند در یک تورنمنت فوتبال که دیشب در آن حضور داشته هر دو تیم دو به دو با هم بازی کرده‌اند و تیم  $i$  ام  $d_i$  بار از بقیه برده‌است (توجه کنید در این تورنمنت در هر بازی یک بازنده و یک برنده داریم). شنگدباو چون می‌داند سابقه کیوان خراب است می‌خواهد ادعایش را راستی‌آزمایی کند. به عبارتی می‌خواهد بفهمد آیا تورنمنتی وجود دارد که در آن نفر  $i$  ام دقیقاً  $d_i$  بار برده باشد یا خیر.

شنگدباو به الگوریتمی با  $O(n^2)$  برای راستی‌آزمایی کیوان نیاز دارد زیرا اگر بیشتر از این طول بکشد خوابش می‌برد! به شنگدباو کمک کنید تا الگوریتم مورد نظرش را بیابد.

### مسئله‌ی ۵. قباد و جایزه‌ی شریف!

قباد پس از حل چالش‌های کاری‌اش در سلف ماندگار شد اما اکنون با مشکل جدیدی مواجه شده است! سلف تنها در زمان نهار فعالیت دارد و بعد از آن قباد بیکار است و حوصله‌اش سر می‌رود. او به تازگی متوجه شده است که ایلان ماسک اسپانسر رویداد‌های زمستان دانشکده شده است و می‌خواهد با قرعه‌کشی میان شرکت‌کنندگان در سمینارها یک نفر را به سفر تفریحی به فضا بفرستد! هر سمینار دارای مدت برگزاری  $h$  ساعت است که در صورت شرکت در آن تعداد  $v$  بلیط قرعه‌کشی نصیب شرکت‌کننده می‌شود هرچند شرکت‌کننده می‌تواند سمینار را ترک کند. برای مثال اگر زمان برگزاری سمیناری ۵ ساعت باشد و تعداد بلیط آن ۱۰ باشد، شرکت‌کننده‌ای که بعد از ۳ ساعت سمینار را ترک کند  $6 = 10/5 * 3$  بلیط قرعه‌کشی می‌گیرد. قباد علاقه‌ی زیادی دارد که به فضا برود ولی مشکل اینجاست که به حد کافی باهوش نیست تا بفهمد به کدام سمینارها برود تا بیشترین مقدار بلیط را بگیرد و شانس خود را بیشتر کند.

از آنجا که قباد دانشجوی کامپیوتر بوده سراسیمه به دانشکده می‌رود و از هرکسی که درس طراحی الگوریتم را دارد کمک می‌خواهد. به قباد کمک کنید الگوریتمی برای شرکت در سمینارها پیدا

کند تا بیشترین مقدار بلیط را به دست بیاورد. از آنجا که قباد بسیار شکاک است و این قرعه‌کشی  
برایش بسیار مهم است بنابراین ایتیمال بودن روش خود را به او ثابت کنید و پیچیدگی زمانی راه  
حل خود را به دست آورید.

موفق باشید (: