



سوالات تحویلی

مسئله ۱. کوه سکه

تعدادی سکه داریم که در یک ردیف پشت سرهم چیده شده اند و سکه i ام ارزش c_i دارد. دو نفر این سکه ها را برمی دارند به طوریکه نفر اول یک سکه برمی دارد و نفر دوم باید سکه ی قبلی و بعدی سکه ی برداشته شده را بردارد. نفر اول یک محدودیت هم دارد که جمع ارزش سکه هایی که برمی دارد نباید بیشتر از k شود. بیشترین مقداری که نفر اول می تواند ببرد چقدر است؟

مسئله ۲. خفنی کوروش!

کوروش که در رشته ی مهندسی کامپیوتر درس می خواند، از بچگی نیاز مبرم! به گفتن حقایق علمی و به نوعی خفن جلوه دادن خود داشته است!

کوروش $m \times n$ تا دوست دارد که در پی برآورد این نیاز کوروش هستند! هم چنین دوستانش تصمیم گرفته اند برای طبیعی جلوه دادن کمک به کوروش، نیاز او را در یک بازی رفع کنند.

بازی ای که دوستان او طراحی کرده اند به این صورت است که در یک جدول $m \times n$ ، هر کدام در یک خانه می ایستند و کوروش از یکی از خانه های ستون اول با انتخاب خود شروع می کند و در آن خانه، میتواند به مقدار گنجایش هر شخص به او حقایق علمی بگوید (گنجایش هر شخص عددی طبیعی است)، سپس کوروش میتواند دو حرکت انجام دهد، یا به خانه ی راست و بالا یا به خانه ی راست و پایین خانه ای که در حال حاضر در آن است برود (حرکات کوروش قطری هستند) و شروع به گفتن حقایق خود کند!

الگوریتمی در زمان $O(mn)$ ارائه دهید که کوروش با استفاده از آن بتواند بیشترین مقدار حقیقت علمی را به دوستان خود بگوید. (کوروش میزان گنجایش هر دوست خود را می داند).

مسئله ۳. افسردگی مجید

مجید که اخیرا به شدت افسرده شده است تصمیم گرفته برای تخفیف ناراحتی خود L دقیقه متوالی فیلم ببیند. در حال حاضر n تا فیلم در سینما اکران می شوند که مدت زمان فیلم i ام l_i دقیقه است و در کل c_i بار پخش می شود. همچنین زمان های شروع پخش فیلم i ام $t_i[0], t_i[1], \dots, t_i[c_i - 1]$

است. از آن جایی که حوصله‌ی مجید خیلی زود سر می‌رود، ممکن است هر زمانی در میانه‌ی یک فیلم دیدن آن را رها کند و از سالن بیرون برود اما در این صورت دیگر نمی‌تواند تا انتهای فیلم به سالن اکران آن بازگردد زیرا مسئول سالن با دیدن دوباره‌ی یک فرد به شدت عصبانی می‌شود. همچنین او می‌تواند هر زمانی دیدن یک فیلم را شروع کند و لازم نیست از اول فیلم در سالن حضور داشته باشد.

الگوریتمی با مرتبه‌ی زمانی $O(n \times \log(\max(c_i)) \times 2^n)$ ارائه دهید که مجید با استفاده از آن بتواند تشخیص دهد می‌تواند از زمان ۰ تا زمان L به صورت متوالی فیلم ببیند یا خیر.

سوالات اضافی

مسئله‌ی ۴. توالی

یک توالی از اعداد داریم، که می‌توانیم از آنها تعدادی را انتخاب کنیم به این صورت که از اول توالی شروع می‌کنیم و هر بار که عددی را برمی‌داریم، آن عدد باید از عدد قبلی‌اش بزرگتر باشد. به جز یک بار. یک بار اجازه داریم که عددی برداریم که از عدد قبلی‌ای که برداشته‌ایم کوچکتر باشد، اما از آن به بعد، ترتیب عوض می‌شود و تا آخر هر عددی که برمی‌داریم باید از عدد قبلی‌اش کوچکتر یا مساوی باشد. بیشترین تعداد عددی که می‌توانیم برداریم چقدر است؟

مسئله‌ی ۵. زیردرخت کوچک

الگوریتمی با استفاده از برنامه‌نویسی پویا ارائه دهید که در درختی با N راس، تعداد زیردرخت‌های با اندازه‌ی کمتر یا مساوی K را در زمان $O(NK)$ به دست آورد. هم‌چنین شبکه‌کد مربوط به آن را نیز بنویسید.

مسئله‌ی ۶. اعداد شلخته

به یک عدد شلخته می‌گوییم اگر هر دو رقم مجاور آن حداقل دو واحد اختلاف داشته باشند (دقت کنید رقم سمت چپ عدد نباید صفر باشد). دو عدد h و l داریم به طوری که $l < h$. الگوریتمی ارائه دهید که تعداد اعداد شلخته بین این دو عدد را در $O(\log(h))$ بیابد.

(موفق باشید :)