



طراحی الگوریتم ها

نیم سال دوم ۹۹-۹۸

دانشکده مهندسی کامپیوتر

دانشگاه صنعتی شریف

مدرس	دکتر علی شریفی زارچی
طراحان تمرین	کیارش گل زاده ، محمد مهدوی ، مجید گروسی ، آراد محمدی
تمرین	عملی دوم
مباحث	برنامه نویسی پویا
مهلت ارسال	۲۳ اسفند ۱۳۹۸ ، ساعت ۲۲:۳۵

- پاسخ سؤال‌های این تمرین را به صورت جداگانه در قالب یک فایل `cpp` در کوئرا آپلود کنید.
- به ازای هر ساعت تاخیر در ارسال ، ۳ درصد نمره تمرین را از دست خواهید داد
- سعی کنید تا ۲۴ ساعت پیش از پایان موعد تحویل، سؤالات و ابهامات خود را در پیاترا و یا کوئرا مطرح کنید.

ادن و ویلیان

- محدودیت زمان: ۱.۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

ادن هازارد و ویلیان، شماره ۱۰ های سابق و حال حاضر چلسی، با هم رفاقتی سنگین دارند. آن‌ها در یک زمین فوتبال به شکل یک جدول n در m (با n سطر و m ستون) با هم قرار می‌گذارند. در هر خانه از این جدول، مقداری پول وجود دارد. در ابتدا، ادن هازارد در گوشه‌ی بالا سمت چپ زمین قرار دارد و می‌خواهد به خانه‌ی پایین سمت راست جدول برسد. او در هر مرحله می‌تواند یک خانه به سمت پایین، و یا یک خانه به سمت راست حرکت کند. ویلیان نیز در گوشه‌ی پایین سمت چپ می‌ایستد و می‌خواهد به خانه‌ی بالا سمت راست جدول برسد. او در هر مرحله می‌تواند یک خانه به سمت بالا، و یا یک خانه به سمت راست حرکت کند. هر بازیکن به هر خانه‌ای که برسد، پولی که در آن خانه موجود است را برمی‌دارد. این دو بازیکن، می‌خواهند مسیر خود را به گونه‌ای تنظیم کنند که دقیقاً یک خانه از جدول موجود باشد که هر دو بازیکن از آن عبور کرده باشند. (پول این خانه را ویلیان برمی‌دارد). آن‌ها همچنین می‌خواهند مجموع پولی که جمع می‌کنند، بیشینه شود. به آن‌ها کمک کنید و بیشینه پول را محاسبه کنید.

ورودی

در خط اول ورودی، دو عدد n و m داده می‌شود که ابعاد زمین است. سپس در ادامه، میزان پولی که در هر خانه از جدول قرار دارد، می‌آید. به این شکل که در n خط بعدی، در هر خط m عدد آمده‌است، و عدد j -ام در سطر i -ام، نشان‌دهنده پولی است که در خانه‌ی a_{ij} جدول وجود دارد.

$$3 \leq n, m \leq 2000$$

$$0 \leq a_{ij} \leq 10^6$$

خروجی

تنها یک عدد چاپ کنید که نشان‌دهنده بیشترین پولی است که این دو نفر در مجموع می‌توانند کسب کنند.

ورودی نمونه

```
5 5
10 1 10 10 10
10 1 10 1 1
10 10 10 10 10
1 1 10 1 10
10 10 10 1 10
```


انتون و پشمک

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۶۴ مگابایت

انتون می‌خواهد دوستانش را به مهمانی دعوت کند. او می‌خواهد از دوستانش با پشمک پذیرایی کند و برای همین به بازار رفته تا پشمک بخرد.

همانطور که می‌دانید پشمک در طعم‌های فندق و نارگیلی موجود است ولی شرکت پشمک‌سازی برای سود بیشتر پشمک‌ها را در بسته‌هایی می‌فروشد که در هر کدام از هر دو طعم پشمک تعدادی گذاشته شده است.

در بازار n بسته پشمک موجود است که قیمت خرید بسته i م برابر c_i است و روی هر بسته دو عدد a_i و b_i نوشته شده که به ترتیب تعداد تعداد پشمک‌های فندق و نارگیلی که باید درون بسته باشند را نشان می‌دهند، ولی به علت مشکلات خط تولید ممکن است تعداد پشمک از هر طعم در بسته با عدد نوشته شده حداکثر یکی اختلاف داشته باشد. با این حال در مجموع تعداد پشمک‌های درون بسته با اعداد روی بسته همخوانی دارد. پس عملاً یا در یک بسته a_i پشمک فندق و b_i پشمک نارگیلی است یا $a_i + 1$ پشمک فندق و $b_i - 1$ پشمک نارگیلی و یا $a_i - 1$ پشمک فندق و $b_i + 1$ پشمک نارگیلی.

حال انتون که می‌داند دوستانش تنوع را دوست ندارند می‌خواهد تعدادی بسته پشمک بخرد تا در هر حالتی که بسته‌ها داشته باشند از یک طعم حداقل به اندازه تعداد دوستانش پشمک داشته باشد و بتواند از آن‌ها پذیرایی کند. به او کمک کنید که این کار را با کمترین هزینه انجام دهد یا به او بگویید که نمی‌تواند با پشمک‌های موجود در بازار از دوستانش پذیرایی کند.

ورودی

در خط اول ورودی دو عدد طبیعی n و k با فاصله از هم آمده است که به ترتیب تعداد بسته‌های پشمک موجود در بازار و تعداد دوستان انتون را نشان می‌دهد.

در خط دوم n عدد a_i آمده است که با فاصله از هم جدا شده‌اند.

در خط بعدی n عدد b_i آمده است که با فاصله از هم جدا شده‌اند.

در خط آخر n عدد c_i آمده است که با فاصله از هم جدا شده‌اند.

$$1 \leq n \leq 50$$

$$1 \leq k, a_i, b_i, c_i \leq 10000$$

خروجی

در تنها خط خروجی اگر انتون بتواند به تعداد لازم پشمک بخرد باید کمترین هزینه لازم برای این کار چاپ شود و در صورتی که نتواند عدد 1- چاپ شود.

مثال

ورودی نمونه ۱

2 10
6 5
4 4
1 1

خروجی نمونه ۱

2

در این حالت با خرید ۱ بسته نمی‌توان ۱۰ پشمک از یک طعم داشت ولی اگر هر دو بسته را بخریم یا حداقل ۱۰ پشمک فندقی خواهیم داشت یا ۱۰ پشمک نارگیلی.

ورودی نمونه ۲

2 10
5 5
4 4
3 6

خروجی نمونه ۲

-1

در این حالت ممکن است با خرید هر دو بسته موجود باز از هیچ طعمی ۱۰ عدد موجود نباشد.

پرسه با کیانوش

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۶۴ مگابایت

در روزگاران قدیم، دو امپراتوری زارچ باستان و اشکذر باستان با یکدیگر وارد جنگ شده بودند. همان طور که می‌دانید زارچ و اشکذر در همسایگی یکدیگر قرار داشتند. زارچی‌ها برای این که بتوانند در برابر حملات اشکذری‌ها از سرزمین مادری‌شان دفاع کنند، n برج نگهبانی دور شهر خود ساخته بودند.

این برج‌ها، با اعداد 1 تا n شماره‌گذاری شده بودند و از برج i به برج $i + 1$ یک دیوار برای رفت و آمد سربازان کشیده شده بود. (به ازای هر i به طوری که $1 \leq i < n$)

اشکذری‌ها که از این موضوع خبر نداشتند، هنگامی که می‌خواستند به امپراتوری زارچ شبیخون بزنند، n برج و $n - 1$ دیوار مستحکم سر راه خود دیدند و پشت آن‌ها اتراق کردند تا چاره‌ای بیندیشند.

به محض این که زارچی‌ها از این موضوع با خبر شدند، تصمیم گرفتند کیانوش، پهلوان نامی زارچ را روی برج و باروها بفرستند تا کمی راه برود و اشکذری‌ها از دیدن هیبت او بترسند و فرار کنند.

اما موضوع به همین جا ختم نمی‌شد. دیواری که بین برج i و برج $i + 1$ ساخته شده بود، تحمل حداکثر a_i بار عبور کیانوش را داشت. یعنی اگر کیانوش $a_i + 1$ بار از روی آن دیوار رد می‌شد، آن دیوار فرو می‌ریخت و زارچی‌ها حسابی ضایع می‌شدند. از طرفی زارچی‌ها می‌خواستند کیانوش طولانی‌ترین پیاده‌روی ممکن را بر روی برج‌ها و دیوارها انجام دهد. (فرض کنید رفتن از هر برج به برج مجاورش، ۱ دقیقه از کیانوش وقت می‌گرفت.)

کیانوش می‌توانست پیاده‌روی‌ش را از هر برج دلخواهی شروع کند و در هر برج دلخواهی به اتمام برساند. اما نمی‌دانست بیشترین مدّتی که می‌تواند روی دیوارها جولان دهد به طوری که هیچ دیواری فرو نریزد چه قدر است. به همین علّت TA درس طّراحی الگوریتم‌ها شد تا شما این مساله را برای او حل کنید.

ورودی

خط اوّل ورودی شامل عدد n ، تعداد برج‌ها است.

در خط دوم ورودی $n - 1$ عدد آمده است. عدد i ام، مقدار a_i است.

$$2 \leq n \leq 10^5$$

$$1 \leq a_i \leq 10^9$$

خروجی

در تنها خط خروجی، بیشترین زمان ممکن پیاده‌روی کیانوش را چاپ کنید.

مثال

ورودی نمونه ۱

4
1 2 1

خروجی نمونه ۱

3

توضیح: کیانوش می‌تواند از برج ۱ شروع کند و به برج ۴ برود. در این صورت از ۳ دیوار عبور می‌کند و پیاده‌روی ش ۳ دقیقه طول می‌کشد.

ورودی نمونه ۲

4
4 2 1

خروجی نمونه ۲

7

توضیح: اگر کیانوش از برج ۳ شروع کند، به برج ۱ برود، سپس به برج ۲، برج ۱ و در نهایت به برج ۴ برود، از حداکثر ظرفیت تمام دیوارها استفاده کرده است و یک پیاده‌روی ۷ دقیقه‌ای انجام داده است.