Probabilités I

STEP, MINES ParisTech

5 janvier 2021 (`#9ddc57e`)

Question 1 (réponse multiple) Soit $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ un espace de probabilité. Soient A, $B \in \mathcal{A}$ tels que $A \subset B$. On a :

☐ A: $\mathbb{P}(A) \leq \mathbb{P}(B)$
☐ B: $\mathbb{P}(A^c) \geq \mathbb{P}(B^c)$
☐ C: Si $\mathbb{P}(A) > 0$, alors $\mathbb{P}(B|A) = \frac{\mathbb{P}(B)}{\mathbb{P}(A)}$

Question 2 Soit $(\Omega, (A), \mathbb{P}) = (\mathbb{R}_+, \mathcal{B}(\mathbb{R}_+), \mathbb{P})$ où $\mathbb{P}$ est la loi exponentielle de paramètre θ. Soit la variable aléatoire

$$X : \omega \in \Omega \mapsto \begin{cases} 0 & \text{si } \omega \in [0,1], \\ 1 & \text{si } \omega \in]1, +\infty[\end{cases}$$

☐ A: $\mathbb{P}(X = 0) = \frac{1}{2}$
☐ B: $\mathbb{P}(X = 1) = e^{-\theta}$
☐ C: $\mathbb{P}(X \in \{0, 1\}) = 1$

Question 3 (réponse multiple) Soit X une variable aléatoire telle que $\mathbb{P}(X \in [0, 1]) = 0$. Alors

☐ A: $X(\omega) = 0$ quand $\omega \in [0, 1]$
☐ B: La fonction de répartition F associée est nulle sur [0, 1]
☐ C: Si X est de densité f, alors f est nulle sur [0, 1] .

Question 4 Soit X une variable aléatoire réelle suivant une loi normale de paramètres μ et σ^2 , quelle est la loi de $2X$?

☐ A: $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
☐ B: $\mathcal{N}(2\mu, (2\sigma)^2)$
☐ C: $\mathcal{N}(\frac{1}{2}\mu, \sigma^2)$
☐ D: $\mathcal{N}(\mu, (2\sigma)^2)$

Question 5 Soit U une variable aléatoire réelle de loi uniforme sur [0,1]. U^2 admet-elle une densité ?

- ☐ A: Non
- ☐ B: Oui : $\frac{1}{2\sqrt{x}}1_{[0,1]}(x)$
- ☐ C: Oui : $2x1_{[0,1]}(x)$