Equations Différentielles I

STEP, MINES ParisTech

5 janvier 2021 (`#9ddc57e`)

Question 1 Les solutions maximales de $\dot{x} = f(x)$ avec $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ continue

- ☐ existent pour toute condition initiale $(t_0, x_0) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n$.
- ☐ sont définies sur $\mathbb{R}$.
- ☐ sont soit définies sur $\mathbb{R}$, soit divergent en temps fini.

Question 2 L'équation différentielle $\dot{x} = tx^2 + t$ de condition initiale $(t_0, x_0) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

- ☐ admet une unique solution.
- ☐ admet une unique solution maximale définie sur $\mathbb{R}$.
- ☐ admet une unique solution maximale définie sur un intervalle ouvert borné de $\mathbb{R}$.

Question 3 Soit $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ continue. Dire que les solutions de $\dot{x} = f(x)$ varient continûment par rapport à leur condition initiale sur leur intervalle de définition est

- ☐ vrai.
- ☐ vrai si f est continûment différentiable par rapport à x.
- ☐ aucun des deux.

Question 4 Le comportement d'un système chaotique est difficile à prédire parce que

- ☐ il admet plusieurs solutions pour certaines conditions initiales.
- ☐ ses solutions ne varient pas continûment par rapport à la condition initiale.
- ☐ il est impossible d'assurer une précision suffisante sur la condition initiale pour obtenir une erreur raisonnable au delà d'un certain temps caractéristique.

Question 5 On peut dire que le système $\dot{x} = -ax + bx^2$ avec $a, b > 0$,

- ☐ admet un point d'équilibre instable.
- ☐ admet un point d'équilibre localement asymptotiquement stable.
- ☐ admet un point d'équilibre globalement asymptotiquement stable.

Question 6

Le système

$$\dot{x}_1 = x_1 - x_2$$
$$\dot{x}_2 = 4x_1 - 3x_2$$

- ☐ admet plusieurs points d'équilibre.
- ☐ admet 0 comme point d'équilibre localement asymptotiquement stable.
- ☐ admet 0 comme point d'équilibre globalement asymptotiquement stable.
- ☐ a ses solutions de la forme $x(t) = (e^{-t}c_1, e^{-t}c_2)$, avec c_1, c_2 constantes.