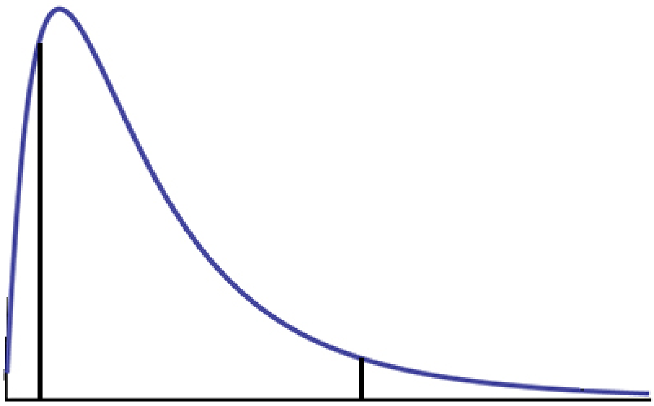
5.15 การประมาณค่าอัตราส่วนความแปรปรวนของประชากรสองกลุ่ม

เนื่องจากทราบการแจกแจงของฟังก์ชันอัตราส่วนความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่ม ดังที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น ฉะนั้นสามารถประมาณช่วงความเชื่อมั่นของอัตราส่วนความแปรปรวนของประชากร 2 กลุ่ม ได้ดังนี้

เมื่อกำหนดระดับความเชื่อมั่นของการประมาณเท่ากับ $(1-\alpha)100\%$ ดังรูป



จากโค้งการแจงแจงเอฟ เราจะได้ว่า

$$P\left(F_{\frac{\alpha}{2},(\nu_1,\nu_2)} < F < F_{1-\frac{\alpha}{2},(\nu_1,\nu_2)}\right)=1-\alpha$$

โดยที่ $F=\dfrac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2}$

พิจารณา
$$P\left(F_{\frac{\alpha}{2},(\nu_1,\nu_2)} < \frac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2} < F_{1-\frac{\alpha}{2},(\nu_1,\nu_2)}\right)=1-\alpha$$

$$P\left(\frac{S_1^2}{S_2^2F_{1-\frac{\alpha}{2},(\nu_1,\nu_2)}} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{S_1^2}{S_2^2F_{\frac{\alpha}{2},(\nu_1,\nu_2)}}\right)=1-\alpha$$

ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ สำหรับกาประมาณค่าของ σ^2 คือ

ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ σ_1^2/σ_2^2 ที่ระดับ คือ

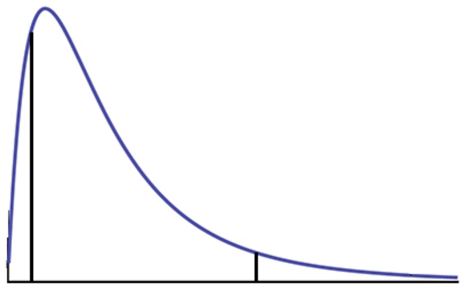
$$\frac{S_1^2}{S_2^2}\cdot\frac{1}{F_{1-\frac{\alpha}{2},(\nu_1,\nu_2)}} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{S_1^2}{S_2^2}\cdot\frac{1}{F_{\frac{\alpha}{2},(\nu_1,\nu_2)}}$$

ตัวอย่างที่ 5.41 จากการศึกษาอายุการใช้งานแบตเตอร์รี่โน้ตบุค 2 ชนิด พบว่าอายุการใช้งานมีการแจกแจงปกติ สุ่มตัวอย่างแบตเตอร์รี่ชนิดละ 6 เครื่อง พบว่าความแปรปรวนตัวอย่างของแบตเตอร์รี่ชนิดที่ 1 และ 2 คือ 0.7947 ปี^{2} และ 0.7070 ปี^{2} ตามลำดับ จงประมาณค่าอัตราส่วนของความแปรปรวนอายุการใช้งานแบตเตอร์รี่โน้ตบุคทั้ง 2 ชนิด ที่ระดับความเชื่อมั่นได้ 90%

ให้ σ_1^2 แทน ความแปรปรวนของอายุการใช้งานแบตเตอร์รี่โน้ตบุค ชนิดที่ 1

σ_2^2 แทน ความแปรปรวนของอายุการใช้งานแบตเตอร์รี่โน้ตบุค ชนิดที่ 2

จากช่วงความเชื่อมั่น 90% เราจะได้ว่า



ช่วงความเชื่อมั่น 90% ของ σ_1^2 / σ_2^2 หาจาก

$$\frac{S_1^2}{S_2^2}\cdot\frac{1}{F_{1-\frac{\alpha}{2},(\nu_1,\nu_2)}} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{S_1^2}{S_2^2}\cdot\frac{1}{F_{\frac{\alpha}{2},(\nu_1,\nu_2)}}$$

ช่วงความเชื่อมั่น 90% ของอัตราส่วนความแปรปรวนอายุการใช้งานแบตเตอร์รี่โน้ตบุคทั้ง 2 ชนิด อยู่ในช่วง

ตัวอย่างที่ 5.42 โรงงานผลิตอาหารกระป๋องแห่งหนึ่ง ต้องการศึกษาความแปรปรวนของน้ำหนักสุทธิที่แท้จริงในกระป๋อง ซึ่งบรรจุโดยใช้เครื่องจักร ก. และเครื่องจักร ข. จึงได้สุ่มตัวอย่างอาหารกระป๋องที่บรรจุโดยเครื่องจักร ก. และเครื่องจักร ข. ได้ข้อมูลดังนี้

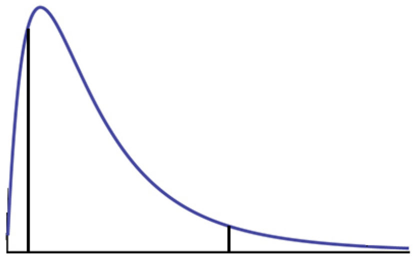
	เครื่องจักร ก.	**เครื่องจักร ข.**
จำนวนอาหารกระป๋องตัวอย่าง (กระป๋อง)	10	12
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (กรัม)	10	8

จงหาขอบเขตที่เชื่อมั่นได้ 99% ของอัตราส่วนของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของน้ำหนักอาหารที่บรรจุในแต่ละกระป๋องโดยส่วนรวม เพื่อเปรียบเทียบดูประสิทธิภาพการบรรจุอาหารกระป๋องให้ได้น้ำหนักตามที่กำหนดของเครื่องจักร ก. และเครื่องจักร ข.

ให้ σ_1^2 แทน ความแปรปรวนของน้ำหนักสุทธิที่แท้จริงในกระป๋อง โดยใช้เครื่องจักร ก.

σ_2^2 แทน ความแปรปรวนของน้ำหนักสุทธิที่แท้จริงในกระป๋อง โดยใช้เครื่องจักร ข.

จากช่วงความเชื่อมั่น 99% เราจะได้ว่า



ช่วงความเชื่อมั่น 99% ของ σ_1^2 / σ_2^2 หาจาก

$$\frac{S_1^2}{S_2^2}\cdot\frac{1}{F_{1-\frac{\alpha}{2},(v_1,v_2)}} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{S_1^2}{S_2^2}\cdot\frac{1}{F_{\frac{\alpha}{2},(v_1,v_2)}}$$

ช่วงความเชื่อมั่น 99% อัตราส่วนของอัตราส่วนของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของน้ำหนักอาหารที่บรรจุในแต่ละกระป๋อง อยู่ในช่วง

5.16 การทดสอบอัตราส่วนความแปรปรวนของประชากรสองกลุ่ม

ในที่นี้จะพิจารณาอัตราส่วนระหว่างประชากรสองกลุ่ม โดยกำหนดให้มีขั้นตอนดังนี้

1) กำหนดสมมติฐานการทดสอบ (อัตราส่วนความแปรปรวนระหว่างประชากรสองกลุ่ม σ_1^2 / σ_2^2)

พิจารณาจาก $H_0 : \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = \sigma_0^2$ คู่กับ $H_1 : \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq \sigma_0^2$

$H_0 : \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \geq \sigma_0^2$ คู่กับ $H_1 : \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \sigma_0^2$

$H_0 : \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq \sigma_0^2$ คู่กับ $H_1 : \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} > \sigma_0^2$

2) กำหนดระดับนัยสำคัญ (α)

3) คำนวณตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ (F)

$$F_{cal} = \frac{S_1^2}{S_2^2} \cdot \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$$

4) การตัดสินใจ เมื่อใช้สถิติทดสอบแบบ F (ดูตารางที่ 5.9)

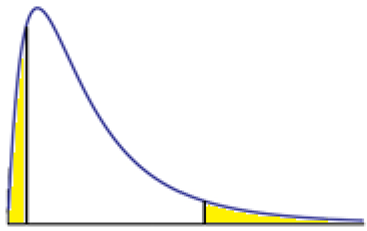
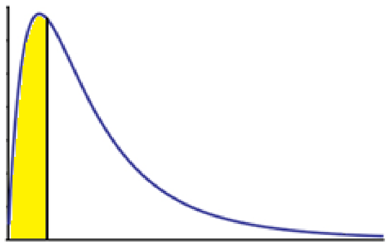
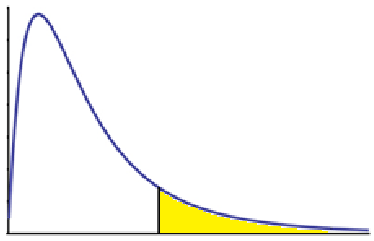
4.1) บริเวณ $1-\alpha$ เรียกว่า **บริเวณยอมรับสมมติฐาน** (Accept Region) หรือ ช่วงความเชื่อมั่น (Confidence Interval) บริเวณนี้เป็นบริเวณที่ประกอบด้วยค่าสถิติที่ทำให้ต้องยอมรับสมมติฐาน

4.2) บริเวณ α เรียกว่า **บริเวณปฏิเสธสมมติฐาน** (Rejection Region) หรือ บริเวณวิกฤต (Critical Region) บริเวณนี้เป็นบริเวณที่ประกอบด้วยค่าสถิติที่ทำให้ต้องปฏิเสธสมมติฐาน

4.3) ค่าที่แบ่งบริเวณปฏิเสธสมมติฐาน และ บริเวณยอมรับสมมติฐาน ออกจากกัน เรียกว่า ค่าวิกฤต (Critical Value) ซึ่งในที่นี้ ค่าวิกฤติ คือ ค่า F

5) สรุปผลการทดสอบสมมติฐาน โดยอ้างถึงระดับนัยสำคัญ

ตารางที่ 5.9 บริเวณปฏิเสธสมมติฐานของค่าสถิติทดสอบ F

สมมติฐาน H_1	**บริเวณวิกฤต**	**เงื่อนไขการปฏิเสธ** H_0
$H_1 : \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq \sigma_0^2$	 $F_{\frac{\alpha}{2},(v_1,v_2)}$ $F_{1-\frac{\alpha}{2},(v_1,v_2)}$	ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $F_{cal} < F_{\frac{\alpha}{2},(v_1,v_2)}$ หรือ $F_{cal} > F_{1-\frac{\alpha}{2},(v_1,v_2)}$
$H_1 : \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \sigma_0^2$	 $F_{\alpha,(v_1,v_2)}$	ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $F_{cal} < F_{\alpha,(v_1,v_2)}$
$H_1 : \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} > \sigma_0^2$	 $F_{1-\alpha,(v_1,v_2)}$	ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $F_{cal} > F_{1-\alpha,(v_1,v_2)}$

ตัวอย่างที่ 5.43 จากการตรวจสอบปริมาณไขมันที่มีในไอศกรีม 2 ชนิด โดยสุ่มตัวอย่างไอศกรีม 2 ชนิด จากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ และเป็นอิสระกันอย่างละ 5 ตัวอย่าง พบว่าค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของปริมาณไขมันของไอศกรีมชนิดที่ 1 เท่ากับ 20 mg และ 0.165 mg^2 และชนิดที่ 2 เท่ากับ 15 mg และ 0.205 mg^2 ต้องการทดสอบว่าความแปรปรวนของปริมาณไขมันของไอศกรีมชนิดที่ 1 และ 2 เท่ากันหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.02

ให้ σ_1^2 แทน ความแปรปรวนของปริมาณไขมันในไอศกรีมชนิดที่ 1

σ_2^2 แทน ความแปรปรวนของปริมาณไขมันในไอศกรีมชนิดที่ 2

1) กำหนดสมมติฐาน

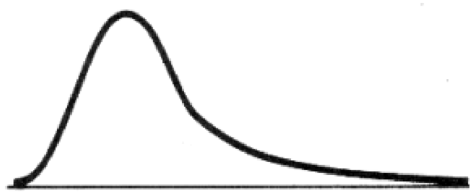
H_0:

H_1:

2) ระดับนัยสำคัญ 0.02

3) สถิติทดสอบ $F_{cal} = \frac{S_1^2}{S_2^2}$

4) การตัดสินใจ



ค่าวิกฤต คือ

บริเวณวิกฤต คือ

เราจะเห็นว่า

5) สรุปผล

ตัวอย่างที่ 5.44 นักลงทุนเชื่อว่าหุ้นของบริษัท A มีความเสี่ยงมากกว่าหุ้นของบริษัท B ความเสี่ยงนี้วัดจากราคาหุ้นที่ผันแปรไปในแต่ละวัน จึงมีการทดสอบความเชื่อข้างต้นโดยสุ่มราคาหุ้นบริษัท A มา 25 วัน และราคาหุ้นบริษัท B มา 24 วัน จากราคาหุ้นที่มีการแจกแจงแบบปกติ คำนวณค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ได้ 0.76 และ 0.46 ตามลำดับ กำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05

ให้ σ_1^2 แทน ความแปรปรวนของราคาหุ้นของบริษัท A

σ_2^2 แทน ความแปรปรวนของราคาหุ้นของบริษัท B

1) กำหนดสมมติฐาน

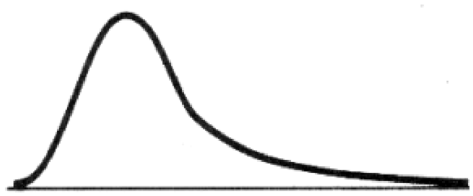
H_0:

H_1:

2) ระดับนัยสำคัญ 0.05

3) สถิติทดสอบ $F_{cal} = \frac{S_1^2}{S_2^2}$

4) การตัดสินใจ



ค่าวิกฤต คือ

บริเวณวิกฤต คือ

เราจะเห็นว่า

5) สรุปผล