94.2 Разложения в РФ только по косинусам или только по синусам

Важным частным случаем пред. пункта явл-ся $a=0$, т.е. когда f задана на $(-\pi,\pi)$. Разложение может быть

Теорема 94.1 Пусть ф-ия $f\in R_{[-\pi,\pi]}$ явл. четной или нечетной, тогда для четной ф-ии ее РФ имеет вид:

$$f(x)\sim \frac{a_0}{2}+\sum_{k=1}^{\infty} a_k\cos kx,$$

где $a_k=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} f(t)\cos kt\,dt$.

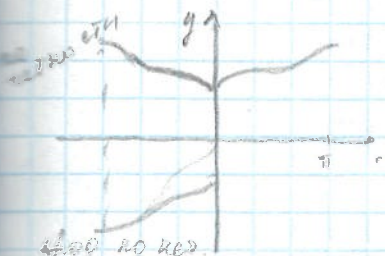
а для нечетной ф-ии:

$$f(x)\sim\sum_{k=1}^{\infty} b_k\sin kx,$$

где $b_k=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} f(t)\sin kt\,dt$

◄ Вытекает из ф-л коэфф-в РФ ... ОТС ►

Т.о. РФ для четной ф-ии сод-т только cos, а для нечетной - только sin. Это используется, если требуется разложить ф-ию только по cos или sin на $[0,\pi]$. В первом случае ее следует разложить по четности, а во втором - по нечетности.



Очевидно, что если $f\in C_{[0,\pi]}$, то, будучи прод-й по четности, она остается непр-й на $[-\pi,\pi]$ и, кроме того, будет вып-ся равенство $f(-\pi)=f(\pi)$. Послед. равенство означает, что продолжение f по периодичности с $T=2\pi$ приведет к непр-й 2π-периодической ф-ии $F(x)$.

В случ. прод-я по нечет-ти получится ф-ия $F(x)$, разрывная в т. $x=0$ и $x=\pm\pi$ (если не выполнено условие $f(0)=f(\pi)=0$)

Это обст-во отражается на совпад. суммы РФ со зн. $f(x)$ на концах отр.