

Roll No. 2308002

NC—25312

B.Sc. (III Semester) Examination, 2025

MATHEMATICS

MSC-03

(Differential Equation)

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 80

नोट : खण्ड-अ अनिवार्य है जिसमें दस वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं जोकि 10 अंक के हैं तथा दस लघु उत्तरीय प्रश्न जिनके 30 अंक हैं। खण्ड-ब में आठ वर्णनात्मक प्रकार के प्रश्न 50% आंतरिक विकल्प के साथ हैं, प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है, कुल अंक 40 हैं।

Note : Section 'A' is compulsory containing 10 objective types questions of 10 marks and 10 short answer type questions of 30 marks. Section 'B' containing 8 descriptive type questions with 50% internal choice, carrying 10 marks for each, total of 40 marks.

खण्ड 'अ' (Section 'A') $1 \times 10 = 10$

1. निम्नलिखित वस्तुनिष्ठ प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

Answer the following objective questions :

P.T.O.

- (ii) $(1 + 4xy + 2y^2) dx + (1 + 4xy + 2x^2) dy$ का यथातथ्य होने के लिए परीक्षण कीजिए।

Test for the exactness of $(1 + 4xy + 2y^2) dx + (1 + 4xy + 2x^2) dy$.

- (iii) समीकरण $\frac{dy}{dx} + Py = Qy^n$ के लिए समाकल गुणांक लिखिए।

Write the integrating factor of equation

$$\frac{dy}{dx} + Py = Qy^n.$$

- (iii) हल कीजिए—

$$y = px + \frac{q}{p}$$

Solve :

$$y = px + \frac{q}{p}$$

(iv) $\frac{1}{f(D^2)} \sin ax = ?$

जब $f(-a^2) \neq 0$

$$\frac{1}{f(D^2)} \sin ax = ?$$

When $f(-a^2) \neq 0$

(v) हल कीजिए—

$$\frac{dx}{x} = \frac{dy}{y} = \frac{dz}{z}$$

Solve :

$$\frac{dx}{x} = \frac{dy}{y} = \frac{dz}{z}$$

(vi) स्वेच्छ फलन को विलुप्त करते हुए निम्नलिखित सम्बन्ध
 $y = f(x - at) + \phi(x + at)$ का आंशिक अवकल
 समीकरण प्राप्त कीजिए।

Write the partial differential equation by
 eliminating the arbitrary function from the
 relation $y = f(x - at) + \phi(x + at)$.

(vii) समीकरण $p^2 + q^2 = m^2$ का पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिए।

Write the complete integral of $p^2 + q^2 = m^2$.

(viii) निम्नलिखित रैखिक आंशिक अवकल समीकरण के
 परवल्यिक होने के लिए आवश्यक शर्त लिखिए—

$$Ar + 2Bs + Ct + f(x, y, z, p, q) = 0$$

Write the condition of linear partial
 differential equation $Ar + 2Bs + Ct + f(x, y,$
 $z, p, q) = 0$ to be parabolic.

(ix) जनसंख्या वृद्धि एवं ह्रास प्राप्त करने के लिए सूत्र लिखिए।

Write the formula for finding population growth & decay.

(x) $\frac{1}{f(D^2, DD', D'^2)} \sin(ax + by)$ का विशेष समाकल लिखिए।

Write the particular integral of

$$\frac{1}{f(D^2, DD', D'^2)} \sin(ax + by) = ?$$

2. निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए (लघु उत्तरीय प्रश्न)

3 × 10 = 30

Answer the following questions (Short Answer Type Questions) :

(a) हल कीजिए—

$$p^2 - 5p + 6 = 0$$

Solve :

$$p^2 - 5p + 6 = 0$$

(b) हल कीजिए—

$$p = \log(px - y)$$

Solve :

$$p = \log (px - y)$$

(c) हल कीजिए—

$$(D^2 + 1) y = \cos 2x$$

Solve :

$$(D^2 + 1) y = \cos 2x$$

(d) हल कीजिए—

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = 2 \log x$$

Solve :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = 2 \log x$$

(e) हल कीजिए—

$$\frac{dx}{dt} + wy = 0, \quad \frac{dy}{dt} - wx = 0$$

Solve :

$$\frac{dx}{dt} + wy = 0, \quad \frac{dy}{dt} - wx = 0$$

(f) हल कीजिए—

$$xp + yq = z$$

Find the particular integral of the following equation :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x^2$$

खण्ड 'ब' (Section 'B')

4 × 10 = 40

नोट : प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न हल कीजिए।

Attempt one question from each unit.

इकाई-I (Unit-I)

3. हल कीजिए—

(a) $(px - y)(py + x) = h^2 p$

(b) $(D^2 - 3D + 2)y = 6e^{2x} + \sin 2x$

Solve :

(a) $(px - y)(py + x) = h^2 p$

(b) $(D^2 - 3D + 2)y = 6e^{2x} + \sin 2x$

अथवा / OR

हल कीजिए—

(a) $\frac{d^3 y}{dx^3} + y = \cos 2x$

(b) $(D^4 + 2D^2 + 1)y = x^2 \cos x$

Solve :

$$(a) \frac{d^3y}{dx^3} + y = \cos 2x$$

$$(b) (D^4 + 2D^2 + 1) y = x^2 \cos x$$

इकाई-II (Unit-II)

4. प्राचल विचरण विधि से निम्नलिखित को हल कीजिए—

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = \operatorname{cosec} x$$

Solve by method of variation of parameters :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = \operatorname{cosec} x$$

अथवा / OR

हल कीजिए—

$$\frac{dx}{dt} + 4x + 3y = t$$

$$\frac{dy}{dt} + 2x + 5y = e^t$$

Solve it :

$$\frac{dx}{dt} + 4x + 3y = t$$

$$\frac{dy}{dt} + 2x + 5y = e^t$$

इकाई-III (Unit-III)

5. मानक रूप I में हल करते हुए निम्नलिखित का पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिए—

$$x^2 p^2 + y^2 q^2 = z^2$$

Find the complete integral of the following by solving in standard form I :

$$x^2 p^2 + y^2 q^2 = z^2$$

अथवा / OR

चारपिट विधि से हल कीजिए—

$$Z^2 = p.qxy$$

Solve by Charpit's method :

$$Z^2 = p.qxy$$

इकाई-IV (Unit-IV)

6. समीकरण $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ का वर्गीकरण कर विहित रूप में समानयन कर हल कीजिए।

Classify and reduce in canonical form, then solve

the equation $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

अथवा / OR

- समीकरण $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \cos mx \sin xy$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

Find the general solution of the differential

equation $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \cos mx \sin ny$.

★ ★ ★ ★ ★ E ★ ★ ★ ★ ★