A. Dasar Teori QWT

- **Watermarking Audio**

Watermarking adalah proses menyembunyikan informasi untuk perlindungan konten atau verifikasi kepemilikan. Audio watermarking mengacu pada teknik yang digunakan untuk menyisipkan informasi rahasia atau tanda air dalam file audio. Proses watermarking audio digital melibatkan penyisipan watermark (penanda) ke dalam sinyal audio guna menandakan keaslian dan kepemilikan. Watermark audio ini berfungsi sebagai tanda pengenal atau pelacak yang tersembunyi dalam sinyal audio, yang dapat digunakan untuk tujuan identifikasi, keaslian, atau perlindungan hak cipta. Tujuan utama dari audio watermarking adalah untuk memberikan keamanan dan perlindungan terhadap pelanggaran hak cipta, pemalsuan, atau penyebaran ilegal konten audio. Dengan menyisipkan watermark pada audio, pemilik hak cipta atau pencipta dapat melacak dan memverifikasi keaslian konten mereka serta dapat membuktikan kepemilikan atau melacak sumber penyebaran ilegal. Proses audio watermarking melibatkan penyisipan informasi rahasia ke dalam sinyal audio dengan cara yang tidak terlalu terlihat atau terdengar oleh pendengar biasa. Watermark biasanya disisipkan pada frekuensi atau amplitudo yang tidak terlalu terlihat oleh telinga manusia atau mengganggu kualitas audio yang signifikan.

- **QRDA**

Perhitungan dalam domain kuantum membutuhkan operasi yang dikenal sebagai kron atau *tensor product*. Dalam konteks kuantum, kron sangat penting dalam menggambarkan sistem yang terdiri dari beberapa subsistem yang terpisah. Persamaan di bawah merupakan contoh dari operasi kron.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & 0\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ 0\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & 0\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Komputasi kuantum telah menjadi bidang penelitian yang populer sejak Feynman pertama kali mengusulkan komputer kuantum pada tahun 1982. Namun, sebagai bentuk informasi penting, audio kuantum hampir tidak pernah diteliti. Pada komputasi klasik, audio digunakan dalam berbagai domain, seperti komunikasi seluler, voice over internet protocol (VoIP), konferensi telepon, musik, dan sebagainya. Pada komputasi kuantum, informasi dalam bentuk bit diubah dan disimpan dalam bentuk quantum bits (qubits). Quantum Representation of Digital Audio (QRDA) menggunakan dua urutan qubit untuk menyimpan amplitudo audio dan informasi waktu. Kedua urutan qubit keduanya dalam keadaan basis $|0\rangle$ dan $|1\rangle$. Persamaan di bawah ini adalah representasi dari $|0\rangle$ dan $|1\rangle$

$$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ dan } |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Sedangkan persamaan berikut adalah formula superposisi dari $|0\rangle$ dan $|1\rangle$.

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

Dimana $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$

QRDA menggunakan dua urutan qubit untuk menyimpan amplitudo sampel dan informasi waktu, serta menyimpan seluruh audio digital dalam superposisi dari kedua urutan qubit tersebut. Oleh karena itu, persamaan di bawah ini adalah persamaan untuk mengubah sinyalaudio digital klasik menjadi keadaan kuantum.

$$|A\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^l}} \sum_{T=0}^{i-1} |D_T\rangle \otimes |T\rangle$$

$$|T\rangle = |t_0 t_1 \dots t_{i-1}\rangle, t_i \in \{0,1\}$$

$$|D_T\rangle = |D_T^0 D_T^1 \dots D_T^{q-2} D_T^{q-1}\rangle, D_T^i \in \{0,1\},$$

$$l = \begin{cases} \lceil log_2 L \rceil, & i > 1 \\ 1, & i = 1 \end{cases}$$

A adalah amplitudo sinyal audio berupa $A = [a_0, a_1, a_2, \dots, a_{i-1}]$, i adalah panjang audio dan $a_i \in \{-2^{q-1}, \dots, -1, 0, 1, 2^{q-1}-1\}$, setelah itu sinyal audio harus diubah ke dalam bentuk bilangan bulat positif $a_i \in \{-2^{q-1}, \dots, -1, 0, 1, 2^{q-1}-1\} + 2^{q-1}$. Perubahan ini tidak akan mengubah bentuk gelombang. $|D_T\rangle$ adalah nilai biner amplitudo dan $|T\rangle$ adalah informasi waktu yang mengikat setiap nilai biner amplitudo. Setelah diperoleh representasi amplitudo dalam domain kuantum maka dilakukan proses penyisipan watermark. Selanjutnya dilakukan proses konversi domain kuantum ke domain klasik untuk memperoleh sinyal audio klasik. Dalam *measurement* kuantum, terdapat 2 cara yang dapat digunakan, yang pertama melalui postulat pengukuran. Postulat merupakan dasar untuk memahami bagaimana pengukuran dilakukan dalam mekanika kuantum. Pengukuran pada domain kuantum diinisialisasikan dengan bilangan M_{sn} yang merujuk pada *measurement*, *sn* adalah target hasil ukur, *s* merujuk pada posisi *state* yang akan diukur, dan *n* sebagai nilai dari *qubit* yang akan diukur. Pengukuran pada domain kuantum merujuk pada probabilitas dari nilai yang diukur. Formula dari postulat pengukuran dapat dinyatakan dengan

$$P_{10} = \langle\psi|M_{10}^{\dagger}M_{10}|\psi\rangle \qquad P_{11} = \langle\psi|M_{11}^{\dagger}M_{11}|\psi\rangle$$

$$|\psi_{10}\rangle = \frac{M_{10}|\psi\rangle}{\sqrt{P_{10}}} \qquad |\psi_{20}\rangle = \frac{M_{11}|\psi\rangle}{\sqrt{P_{11}}}$$

Berdasarkan persamaan di atas, dilakukan perhitungan pada bilangan M_{10} yang memiliki arti gerbang pengukuran dengan harapan *qubit* 1 bernilai 0. M_{11} yang memiliki arti gerbang pengukuran dengan harapan *qubit* 1 bernilai 1. Apabila $M_{10} = 1$, maka $|\psi_{10}\rangle = |0\rangle$. Jika $M_{11} = 1$, maka $|\psi_{11}\rangle = |1\rangle$. Berikut adalah contoh perhitungan dari postulat pengukuran menggunakan 2 *qubit*.

Mengukur *qubit* ke-1

$$M_{10} = M_0 \otimes I$$
$$M_{11} = M_1 \otimes I$$
$$P_{r10} = \langle\psi|M_{10}^{\dagger}M_{10}|\psi\rangle$$
$$P_{r11} = \langle\psi|M_{11}^{\dagger}M_{11}|\psi\rangle$$

$If\ P_{r10} > P_{r11}$
$P_rF_1 = P_{r10}$
$MF_1 = P_{r10}$
$m = 0$

$else\ P_rF_1 = P_{r11}$
$MF_1 = P_{r11}$
$m = 1$

$$SF_1 = \frac{MF_1 * |\psi\rangle}{\sqrt{P_rF_1}}$$

Mengukur *qubit* ke-2

$$M_{20} = I \otimes M_0$$
$$M_{21} = I \otimes M_1$$
$$P_{r20} = \langle SF_1|M_{20}^{\dagger}M_{20}|SF_1\rangle$$
$$P_{r21} = \langle SF_1|M_{21}^{\dagger}M_{21}|SF_1\rangle$$

$If\ P_{r20} > P_{r21}$
$P_rF_2 = P_{r20}$
$MF_2 = P_{r20}$
$MF_2 = M_{20}$
$n = 0$

$else\ P_rF_2 = P_{r21}$
$MF_2 = M_{21}$
$n = 1$

$$SF_2 = \frac{MF_2 * |SF_1\rangle}{\sqrt{P_rF_2}}$$

Sedangkan cara lainnya dapat menggunakan *measurement quantum representation of digital amplitude*. Dalam *measurement* kuantum, setiap sampel dipulihkan secara individual. Persamaan di bawah menunjukkan formula *measurement* kuantum.

$$M = \sum_{m=0}^{2^q-1} m\,|m\rangle\,\langle m|$$

Misal *q* = 3, maka

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\langle D_T| \; M \; |D_T\rangle = \langle D_T| \left(\sum_{m=0}^{2^q-1} m \; |m\rangle \langle m| \right) |D_T\rangle$$

$$= \sum_{m=0}^{2^q-1} m \; \langle D_T||m\rangle \langle m| \; |D_T\rangle = D_T$$

m adalah indeks dengan nilai dari 0 hingga $2^q - 1$. Hasil dari Persamaan di atas menunjukkan bahwa nilai amplitudo klasik dari sampel kuantum dapat dipulihkan. Dengan cara yang sama, maka dapat memulihkan semua sampel secara akurat dan memperoleh sinyal audio sebelum proses kuantum.

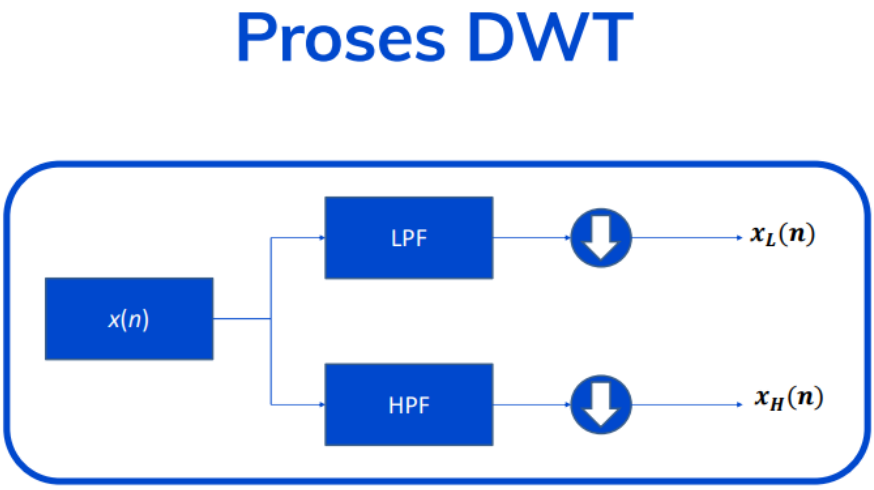
- **Wavelet Transform**

Transformasi DWT meloloskan sinyal yang akan dianalisis pada filter dengan frekuensi dan skala yang berbeda. DWT akan membagi sinyal menjadi *low frequency* dan *high frequency*. Proses ini dinamakan dengan dekomposisi. Dekomposisi ini dapat dilakukan terus menerus hingga batas yang ditentukan (n-level). Satu tingkat dekomposisi dapat dituliskan menggunakan persamaan

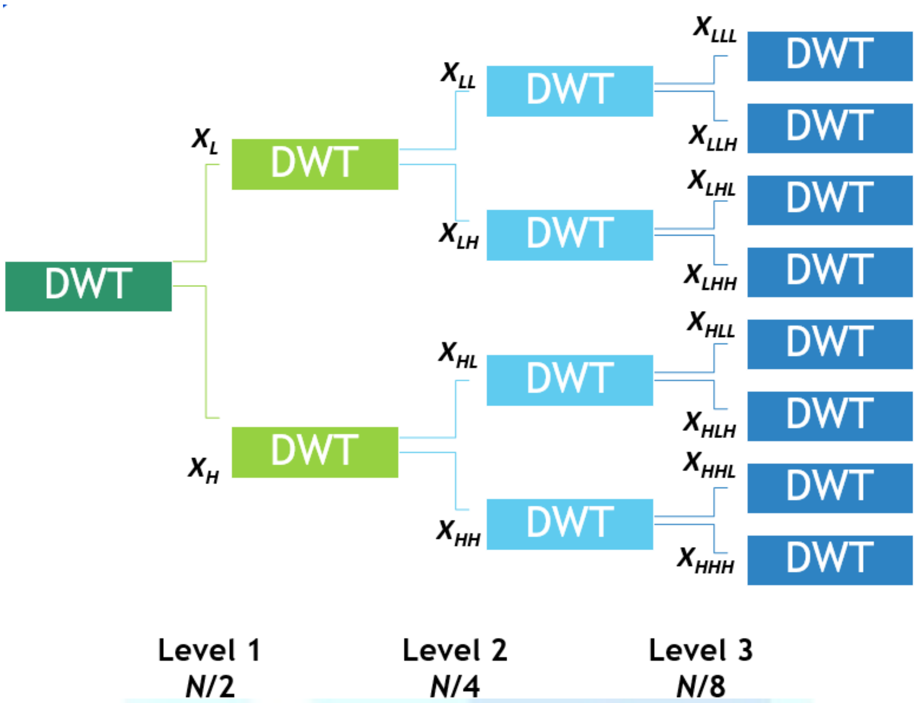
$$Y_{high}[k] = \sum_{n} x[n].g[2k-n]$$

$$Y_{low}[k] = \sum_{n} x[n].g[2k-n]$$

Dari persamaan di atas, level dekomposisi pada DWT mengacu pada jumlah rekursif transformasi yang dilakukan pada sinyal. Gambar di bawah adalah proses dari discrete wavelet transform.



Gambar di bawah adalah bentuk dari level dekomposisi pada transformasi wavelet.



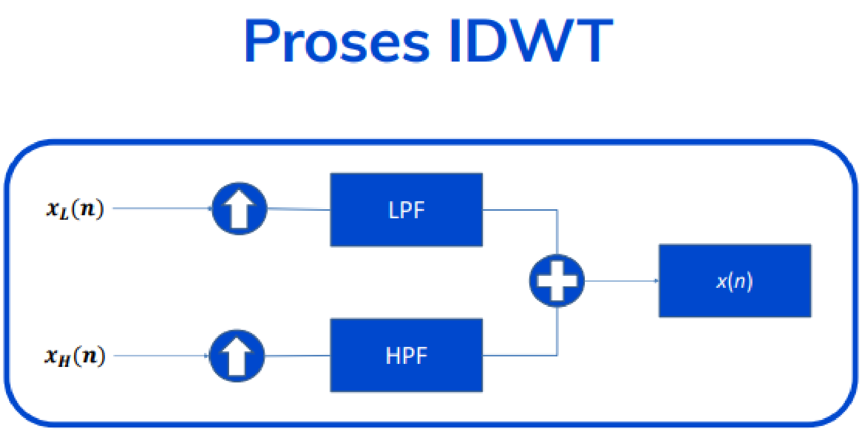
Inverse Discrete Wavelet Transform

Sinyal hasil transformasi akan dikembalikan semirip mungkin dengan sinyal asli dengan Inverse DWT dan Up Sampling. Berikut merupakan persamaan IDWT

$$\hat{Y}_{high} = \frac{x[n] - x[n-1]}{2}$$

$$\hat{Y}_{low} = \frac{x[n] + x[n-1]}{2}$$

Gambar berikut merupakan proses dari inverse dari discrete wavelet transform.

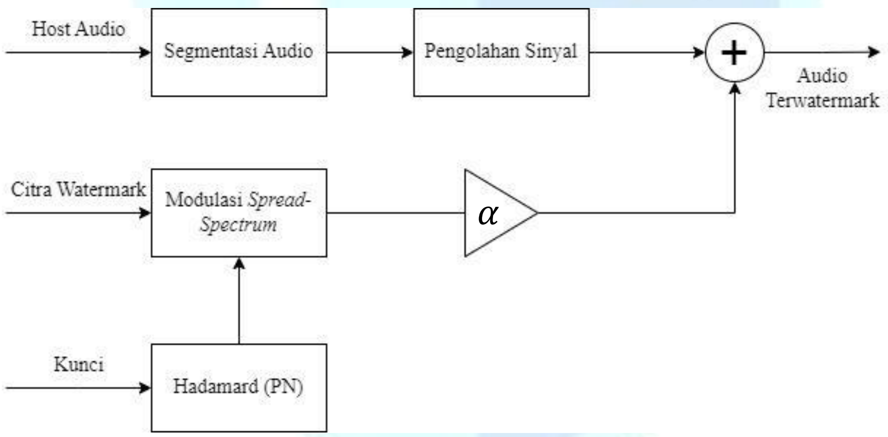


- **Spread-Spectrum**

Spread Spectrum (SS) merupakan sebuah teknik pentransmisian yang menggunakan *pseudo-noise* (PN) sebagai kunci rahasia untuk penyematan watermark. Konsep *watermarking* berbasis SS adalah menyebarkan setiap bit watermark di atas spektrum sinyal *host.* Persamaan berikut menunjukkan formula *watermarking* dengan metode SS.

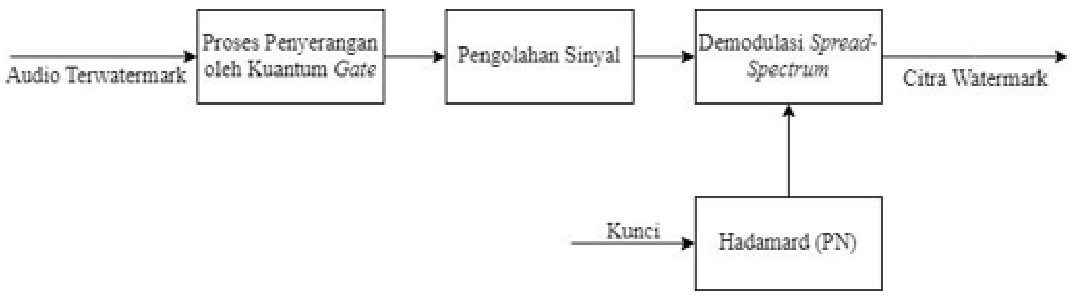
$$|x_w\rangle = |r_0\rangle + |W\rangle$$

$|r_0\rangle$ adalah sampel data *host* dalam domain kuantum, W adalah elemen watermark yang telah dilakukan operasi perkalian dengan nilai alfa dan nilai c, alfa adalah parameter penskalaan, dan c adalah PN acak yang mengambil nilai {-1, +1}. Pada penelitian ini nilai suatu baris *hadamard* digunakan sebagai representasi PN acak. Proses *embedding* ditunjukan pada Gambar di bawah ini



Proses penjumlahan melibatkan beberapa gerbang kuantum, karena di dalam domain kuantum penjumlahan tidak dapat dilakukan seperti pada domain klasik.

Setelah proses *embedding* menggunakan teknik SS, untuk melakukan proses pengambilan watermark dapat dilakukan dengan demodulasi pada SS. Gambar di bawah menunjukkan proses ekstraksi metode SS.



Ekstraksi merupakan proses pemisahan citra watermark yang telah disisipkan pada audio *host*. Sebelum proses ekstraksi, dilakukan proses perusakan menggunakan kuantum *gate* dan pengolahan sinyal seperti pada proses *embedding*. Setelah itu dilakukan proses demodulasi SS yang dinyatakan dengan

$$\hat{w} = sign\left(\sum_{i=0}^{L_c} x_w c\right)$$

x_w adalah audio terwatermark, c adalah *Pseudo Noise* berupa nilai suatu baris matriks *Hadamard*, L_c adalah panjang c dan *Sign()* adalah proses deteksi watermark, jika hasil diatas nol maka hasil deteksi adalah 1, namun jika tidak maka hasil deteksi adalah -1.

- **Serangan *Gate* Kuantum**

Proses serangan *gate* kuantum dilakukan untuk pengujian keamanan jika terjadinya serangan *noise* terhadap audio yang telah terwatermark, serangan ini dilakukan dengan tiga jenis serangan kuantum. Pada serangan jenis kuantum Pauli-X berfungsi untuk *bitflip* yaitu membalikan nilai *qubit* state |0⟩ dan 1⟩. Representasi ukuran matriks berikut.

$$x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Serangan noise Pauli-Z juga dilakukan pengujian pada tugas akhir ini. Pauli-Z berfungsi sebagai *phase-flip operator*. Jika memiliki *quantum state* |0⟩ dan 1⟩, pauli Z akan membalikan *qubit phase* pada saat *state* 1⟩. *Noise* ini berbentuk bit yang direpresentasikan pada ukuran matriks berikut.

$$z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Jenis serangan CNOT juga dilakukan pengujian pada tugas akhir ini. Serangan Pauli-CNOT terdiri dari 2 *qubit* yaitu kontrol *qubit* dan target *qubit*. Gerbang CNOT mengubah keadaan *qubit* target, jika *qubit* kontrol berada dalam keadaan |1⟩. Noise ini berbentuk bit yang direpresentasikan pada bentuk matriks berikut.

$$CNOT = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- **Perhitungan BER dan SNR**

Perhitungan SNR dilakukan untuk melihat perbandingan antara sinyal asli dan sinyal yang telah diwatermark, setelah dilakukannya proses *embedding* dan konversi ke klasik dapat dilakukannya perhitungan SNR untuk menilai sistem yang digunakan dengan

$$SNR = 10log\left(\frac{P_s}{P_N}\right)$$

P_s adalah daya efektif sinyal dan P_N adalah daya efektif sinyal dan P_N adalah daya noise yang diterima, adapun parameter yang diuji pada penelitian ini adalah nilai BER seperti pada persamaan di bawah ini

$$BER = \frac{N_e}{T_N}\ x\ 100\%$$

N_e didefinisikan sebagai jumlah bit yang eror pada watermark, dan T_n didefinisikan sebagai jumlah total bit.

B. Contoh proses quantum audio watermarking

Apabila terdapat audio dengan sinyal A = [2 0 3 1 3 2 1 3], dengan nilai α = 0,2, watermark W = [-1 1], dan kunci C = [-1 1 1 -1 -1 1 1 -1 -1 1 1 -1 -1 1 1 -1], lakukan perhitungan quantum audio watermarking menggunakan teknik Spread-Spectrum!

Jawab :

1. Pertama, kita perlu mengelompokkan sinyal amplitude menjadi 2 segmen, dengan terdapat 4 informasi dalam tiap segmen. Seperti contoh berikut

   A_1 = [2 0 3 1] dan A_2 = [3 2 1 3]

2. Setelah itu, kita ubah tiap informasi tersebut ke dalam bentuk biner seperti di bawah ini

   A_1 = [10 00 11 01] dan A_2 = [11 10 01 11]

3. Selanjutnya, kita perlu mengubah nilai amplitude dari masing-masing segmen menjadi nilai kuantum menggunakan persamaan QRDA yang telah disebutkan sebelumnya, yang pertama dengan mengamati parameter seperti panjang segmen L = 4 data/segmen, dan $l = ceil(\log(L))$, setelah mendapatkan nilai parameternya, dapat dilakukan proses konversi dari audio klasik menuju keadaan kuantum, bentuk implementasinya menjadi seperti berikut

$$|A_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}^1}\sum_{T=0}^{i-1}|10\rangle \otimes |00\rangle + |00\rangle \otimes |01\rangle + |11\rangle \otimes |10\rangle + |01\rangle \otimes |11\rangle$$

$$|A_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}^1}[|1000\rangle + |0001\rangle + |1110\rangle + |0111\rangle$$

Persamaan tersebut berlaku untuk segmen pertama, sedangkan untuk segmen kedua sebagai berikut

$$|A_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}^1}\sum_{T=0}^{i-1}|11\rangle \otimes |00\rangle + |10\rangle \otimes |01\rangle + |01\rangle \otimes |10\rangle + |11\rangle \otimes |11\rangle$$

$$|A_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}^1}[|1100\rangle + |1001\rangle + |0110\rangle + |1111\rangle$$

4. Setelah itu, sinyal kuantum yang telah didapat, diposisikan sesuai urutan qubit setelah digabung dengan qubit $|T\rangle$. Sehingga menjadi urutan sebagai berikut

Sinyal Kuantum dari Segmen 1	Posisi dalam biner	Sinyal Kuantum dari Segmen 2	Posisi dalam biner
0	0	0	0
0,7	1 = 0001	0	1
0	2	0	2
0	3	0	3
0	4	0	4
0	5	0	5
0	6	0,7	6 = 0110
0,7	7 = 0111	0	7
0,7	8 = 1000	0	8
0	9	0,7	9 = 1001
0	10	0	10
0	11	0	11
0	12	0,7	12 = 1100
0	13	0	13
0,7	14 = 1110	0	14
0	15	0,7	15 = 1111

5. Setelah itu, dilakukan transformasi wavelet menggunakan persamaan DWT seperti yang telah dijelaskan sebelumnya, hasil dari transformasi DWT pada keadaan kuantum dapat dilihat di bawah ini

Sinyal Kuantum dari Segmen 1	Hasil Transformasi DWT	Sinyal Kuantum dari Segmen 2	Hasil Transformasi DWT
0	0	0	0
0,7	0,2463	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0,7	0,2058
0,7	0,1913	0	0
0,7	0,1750	0	0
0	0	0,7	0,1570
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0,7	0,0947
0	0	0	0
0,7	0,0483	0	0
0	0	0,7	0,0243

Kini, kita sudah mendapatkan sinyal kuantum yang telah dilakukan transformasi DWT pada tiap segmen.

6. Selanjutnya, kita akan melakukan penyisipan watermark, pertama-tama, kita harus menyiapkan watermark yang akan disisipkan. Karena kita menggunakan teknik Spread-Spectrum, maka bit watermark yang akan disisipkan adalah [-1 1], kita perlu melakukan proses modulasi watermark terlebih dahulu kepada masing-masing segmen yang dapat dilihat di bawah ini

$$\alpha w_1 c = (0{,}2 * (-1)[-1\ 1\ 1-1-1\ 1\ 1-1-1\ 1\ 1-1-1\ 1\ 1-1])$$

$$= [0{,}2\ -0{,}2\ -0{,}2\ 0{,}2\ 0{,}2\ -0{,}2\ -0{,}2\ 0{,}2\ 0{,}2\ -0{,}2\ -0{,}2\ 0{,}2\ 0{,}2\ -0{,}2\ -0{,}2\ 0{,}2]$$

$$\alpha w_2 c = (0{,}2 * (1)[-1\ 1\ 1-1-1\ 1\ 1-1-1\ 1\ 1-1-1\ 1\ 1-1])$$

$$= [-0{,}2\ 0{,}2\ 0{,}2\ -0{,}2\ -0{,}2\ 0{,}2\ 0{,}2\ -0{,}2\ -0{,}2\ 0{,}2\ 0{,}2\ -0{,}2\ -0{,}2\ 0{,}2\ 0{,}2\ -0{,}2]$$

7. Setelah kita mendapat nilai yang akan disisipkan, kita dapat melakukan proses penyisipan watermark kepada nilai kuantum yang sudah dilakukan transformasi DWT seperti pada di bawah ini

Sinyal Kuantum DWT dari Segmen 1		Sinyal Kuantum dari Segmen 1 yang telah disisipkan
0		0,2
0,2463		0,0463
0		-0,2
0		0,2
0		0,2
0		-0,2
0		-0,2
0,1913		0,3913
0,1750	$+\ \alpha w_1 c$	0,3750
0		-0,2
0		-0,2
0		0,2
0		0,2
0		-0,2
0,0483		-0,1517
0		0,2

Sinyal Kuantum DWT dari Segmen 2		Sinyal Kuantum dari Segmen 2 yang telah disisipkan
0		-0,2
0		0,02
0		0,2
0		-0,2
0		-0,2
0		0,2
0,2058		0,4
0		-0,2
0		-0,2
0,1570	$+ \alpha w_2 c$	0,3570
0		0,2
0		-0,2
0,0947		-0,1053
0		0,2
0		0,2
0,0243		-0,1757

8. Setelah disisipkan watermark pada masing-masing segmen, nilai dari amplitude yang sudah ditransformasikan, dikembalikan kepada keadaan kuantum sebelum dilakukan transformasi, untuk mengetahui cara membalikkan nilai ini, dibutuhkan persamaan inverse DWT menggunakan persamaan yang telah dijelaskan sebelumnya, hasil dari inverse DWT dapat dilihat sebagai berikut

Sinyal Kuantum dari Segmen 1 yang telah disisipkan	Hasil Transformasi Inverse DWT	Sinyal Kuantum dari Segmen 2 yang telah disisipkan	Hasil Transformasi Inverse DWT
0,2	0	-0,2	0
0,0463	0,1750	0,2	0
-0,2	0	0,2	0
0,2	0	-0,2	0
0,2	0	-0,2	0
-0,2	0	0,2	0
-0,2	0	0,4	0,1750
0,3913	0,1750	-0,2	0
0,3750	0,1750	-0,2	0
-0,2	0	0,3570	0,1750
-0,2	0	0,2	0
0,2	0	-0,2	0
0,2	0	-0,1053	0,1750
-0,2	0	0,2	0
-0,1517	0,1750	0,2	0

0,2	0	-0,1757	0,1750

9. Setelah mendapat nilai yang telah dilakukan inverse DWT, diposisikan Kembali nilai yang didapat pada segmen masing-masing, hasil dapat dilihat sebagai berikut

Hasil Transformasi Inverse DWT	Posisi dalam biner	Hasil Transformasi Inverse DWT	Posisi dalam biner
0	0	0	0
0,1750	1 = 0001	0	1
0	2	0	2
0	3	0	3
0	4	0	4
0	5	0	5
0	6	0,1750	6 = 0110
0,1750	7 = 0111	0	7
0,1750	8 = 1000	0	8
0	9	0,1750	9 = 1001
0	10	0	10
0	11	0	11
0	12	0,1750	12 = 1100
0	13	0	13
0,1750	14 = 1110	0	14
0	15	0,1750	15 = 1111

10. Setelah mendapatkan nilai beserta posisinya, kita melakukan pemisahan pada 2 qubit terakhir, hal ini dikarenakan 2 qubit terakhir merupakan posisi dari bit amplitude klasik, proses perhitungan dapat dilihat seperti persamaan di bawah ini

*Ekstrak $\vert T\rangle$ pada segmen 1 $00\underline{01}$ 01 = 1 $01\underline{11}$ 11 = 3 $10\underline{00}$ 00 = 0 $11\underline{10}$ 10 = 2	*Ekstrak $\vert T\rangle$ pada segmen 2 $01\underline{10}$ 10 = 2 $10\underline{01}$ 01 = 1 $11\underline{00}$ 00 = 0 $11\underline{11}$ 11 = 3
*Urutkan $\vert T\rangle$ pada segmen 1 $\underline{10}00$ 00 = 0 $\underline{00}01$ 01 = 1 $\underline{11}10$ 10 = 2 $\underline{01}11$ 11 = 3	*Urutkan $\vert T\rangle$ pada segmen 2 $\underline{11}00$ 00 = 0 $\underline{10}01$ 01 = 1 $\underline{01}10$ 10 = 2 $\underline{11}11$ 11 = 3
*Bit sebelum $\vert T\rangle$ = Sinyal Segmen 1 $\hat{A}_1 = \begin{matrix}10\\00\\11\\01\end{matrix} = \begin{bmatrix}2\\0\\3\\1\end{bmatrix}$	*Bit sebelum $\vert T\rangle$ = Sinyal Segmen 2 $\hat{A}_2 = \begin{matrix}11\\10\\01\\11\end{matrix} = \begin{bmatrix}3\\2\\1\\3\end{bmatrix}$

Maka, $\widehat{A}$ = [2 0 3 1 3 2 1 3], sama seperti nilai awal yaitu A = [2 0 3 1 3 2 1 3].

11. Dengan begini, dapat dihitung nilai SNR untuk menilai kualitas audio setelah disisipkan watermark, semakin besar nilai SNR yang didapat, maka semakin baik kualitas audio, perhitungan SNR menggunakan persamaan yang telah dijelaskan sebelumnya memiliki nilai infinite, itu berarti penyisipan yang dilakukan telah sempurna sehingga tidak mengganggu kualitas audio.

12. Selanjutnya, kita melakukan pemisahan watermark pada teknik Spread-Spectrum menggunakan persamaan yang telah dijelaskan sebelumnya, untuk lebih jelasnya, berikut adalah perhitungan dari proses ekstraksi pada teknik Spread-Spectrum.

Sinyal Kuantum dari Segmen 1 yang telah disisipkan	Kunci	Hasil dari A_{w1} x C
0,2	-1	-0,2
0,0463	1	0,0463
-0,2	1	-0,2
0,2	-1	-0,2
0,2	-1	-0,2
-0,2	1	-0,2
-0,2	1	-0,2
0,3913	-1	-0,3913
0,3750	-1	-0,3750
-0,2	1	-0,2
-0,2	1	-0,2
0,2	-1	-0,2
0,2	-1	-0,2
-0,2	1	-0,2
-0,1517	1	-0,1517
0,2	-1	-0,2

Sinyal Kuantum dari Segmen 2 yang telah disisipkan	Kunci	Hasil dari A_{w2} x C
-0,2	-1	0,2
0,2	1	0,0463
0,2	1	0,2
-0,2	-1	0,2
-0,2	-1	0,2
0,2	1	0,2
0,4	1	0,4
-0,2	-1	0,2
-0,2	-1	0,2
0,3570	1	0,3570
0,2	1	0,2
-0,2	-1	0,2
-0,1053	-1	0,1053
0,2	1	0,2
0,2	1	0,2
-0,1757	-1	0,1757

13. Setelah itu, hasil dari perkalian kunci dengan masing-masing segmen dijumlahkan, apabila hasilnya < 0, maka disimpulkan nilai tersebut -1, dan apabila bernilai ≥ 0 maka nilai tersebut 1, dengan begitu maka hasil segmen pertama adalah -3,2717 < 0, maka $\widehat{w}_1$= -1. Pada segmen kedua didapatkan hasil 3,438 > 0, maka $\widehat{w}_2$ = 1, dengan begitu maka $\widehat{\mathrm{W}}$ = [-1 1]. Sesuai dengan W = [-1 1]

14. Setelah mendapatkan nilai watermark hasil ekstraksi, kita perlu menghitung bit error rate untuk memastikan apakah watermark terkena serangan atau tidak, perhitungan ini menggunakan persamaan yang telah dijelaskan sebelumnya, dikarenakan watermark hasil ekstraksi dan watermark asli memiliki nilai serupa, maka jumlah error pada perhitungan ini dapat dikatakan 0%.