Formulaire de trigonométrie circulaire

IDENTITÉS

$$\cos^2 + \sin^2 = 1$$

$$1 + \tan^2 = \frac{1}{\cos^2} \quad \text{et} \quad 1 + \text{cotan}^2 = \frac{1}{\sin^2}$$

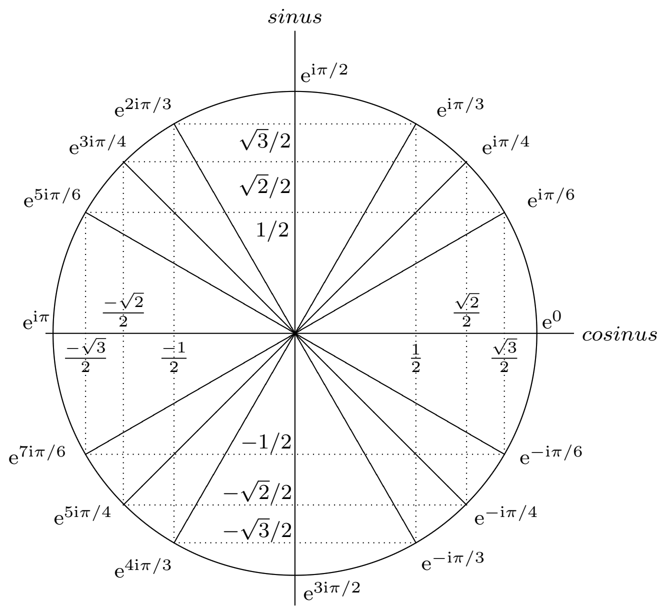
déduites de la précédente

ANGLES SIMPLES

t	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
$\cos(t)$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0
$\sin(t)$	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
$\tan(t)$	0	$1/\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	-
$\text{cotan}(t)$	-	$\sqrt{3}$	1	$1/\sqrt{3}$	0

Suite des $\cos(t)$ *:* $\frac{\sqrt{4}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{1}}{2}, \frac{\sqrt{0}}{2}$

Suite des $\sin(t)$ *: en sens inverse*

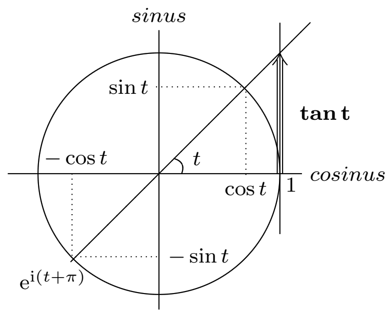


PÉRIODES
ANTIPÉRIODES

$$e^{i(t+2\pi)} = e^{it}$$

$$\cos(t+\pi) = -\cos(t) \qquad \sin(t+\pi) = -\sin(t)$$

$$\tan(t+\pi) = \tan(t) \qquad \text{cotan}(t+\pi) = \text{cotan}(t)$$

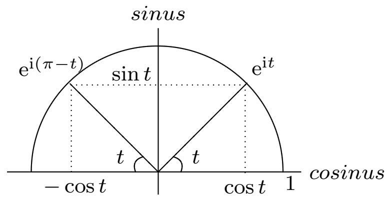


PARITÉ
IMPARITÉ
SYMÉTRIES

$$\cos(-t) = \cos(t) \qquad \sin(-t) = -\sin(t)$$

$$\cos(\pi - t) = -\cos(t) \qquad \sin(\pi - t) = \sin(t)$$

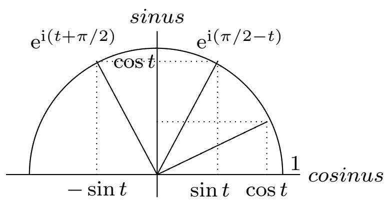
$$\tan(\pi - t) = -\tan(t) \qquad \text{cotan}(\pi - t) = -\text{cotan}(t)$$



COS $\leftrightarrow$ SIN

$$\cos(t + \frac{\pi}{2}) = -\sin(t) \qquad \sin(t + \frac{\pi}{2}) = \cos(t)$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} - t) = \sin(t) \qquad \sin(\frac{\pi}{2} - t) = \cos(t)$$



SOMME D'ANGLES

$$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$ *(1)*

$$\cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$$ *(1')* (*changer* b *en* $-b$)

$$\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$$ *(2)*

$$\sin(a-b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b)$$ *(2')* (*changer* b *en* $-b$)

$$\tan(a+b) = \frac{\tan(a)+\tan(b)}{1-\tan(a)\tan(b)})$$ *sin(a-b) et tan(a-b) s'annulent pour a=b*

$$\tan(a-b) = \frac{\tan(a)-\tan(b)}{1+\tan(a)\tan(b)})$$ (*changer* b *en* $-b$)

ANGLE DOUBLE

$$\cos(2t) = \cos^2(t) - \sin^2(t) = 2\cos^2(t) - 1 = 1 - 2\sin^2(t)$$

$$\sin(2t) = 2\sin(t)\cos(t)$$

$$\tan(2t) = \frac{2\tan(t)}{1-\tan^2(t)}$$

déduites des formules de somme d'angle avec $t = a = b$

EN FONCTION DE $u = \tan(t/2)$

$$\cos(t) = \frac{1-u^2}{1+u^2}$$

$$\sin(t) = \frac{2u}{1+u^2}$$

$$\tan(t) = \frac{2u}{1-u^2}$$

(*dénominateur de cos et de sin jamais nul*)

(tan non bornée)

déduites des formules d'angle double et identités

ANGLE MOITIÉ

$$\cos^2(t) = \frac{1+\cos(2t)}{2}$$

$$\sin^2(t) = \frac{1-\cos(2t)}{2}$$

déduites des formules d'angle double

PRODUIT $\to$ SOMME

$$\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}(\cos(a+b) + \cos(a-b))$$ *(3)* *par (1) + (1')*

$$\sin(a)\sin(b) = -\frac{1}{2}(\cos(a+b) - \cos(a-b))$$ *(4)* *par (1') − (1)*

$$\sin(a)\cos(b) = \frac{1}{2}(\sin(a+b) + \sin(a-b))$$ *(5)* *par (2) + (2')*

SOMME $\to$ PRODUIT

$$\cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2\cos(\frac{\alpha+\beta}{2})\cos(\frac{\alpha-\beta}{2})$$ *par (3)*

$$\cos(\alpha) - \cos(\beta) = -2\sin(\frac{\alpha+\beta}{2})\sin(\frac{\alpha-\beta}{2})$$ *par (4)*

$$\sin(\alpha) + \sin(\beta) = 2\sin(\frac{\alpha+\beta}{2})\cos(\frac{\alpha-\beta}{2})$$ *par (5)*

en posant $\alpha = a+b$ *et* $\beta = a-b$, *ou en factorisant* $\mathrm{e}^{\mathrm{i}a} \pm \mathrm{e}^{\mathrm{i}b}$ *(technique angle moitié)*

RÉSOLUTION D'ÉQUATIONS

$\mathrm{e}^{\mathrm{i}a} = \mathrm{e}^{\mathrm{i}b}$	équivaut à	$a \equiv b\ [2\pi]$		
$\cos(a) = \cos(b)$	équivaut à	$a \equiv b\ [2\pi]$	ou	$a \equiv -b\ [2\pi]$
$\sin(a) = \sin(b)$	équivaut à	$a \equiv b\ [2\pi]$	ou	$a \equiv \pi - b\ [2\pi]$
$\tan(a) = \tan(b)$	équivaut à	$a \equiv b\ [\pi]$		