

## Exemples de modes et vitesses de convergence/divergence de suites

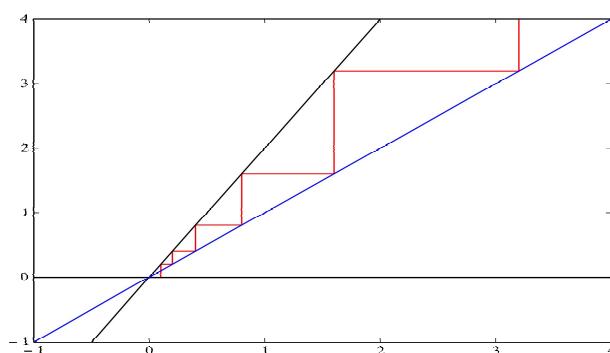
On étudie ici diverses suites  $(u_n)$  données par  $u_0$  et une relation de type :  $\forall n \geq 0, u_{n+1} = f(u_n)$ , où  $f$  est de classe  $C^1$  et admet au moins un point fixe ( $l$  tel que  $f(l) = l$ ). On observe le comportement de  $(u_n)$  suivant  $u_0$  et suivant le module de de  $f'(l)$ .

Pour cela, on trace l'axe  $(0x)$ , la diagonale  $y = x$ , les segments joignant les points  $(u_i, u_{i+1})$  et  $(u_{i+1}, u_{i+1})$  et le graphe de la fonction  $f$  utilisée. La fonction `orbite` permet ce tracé.

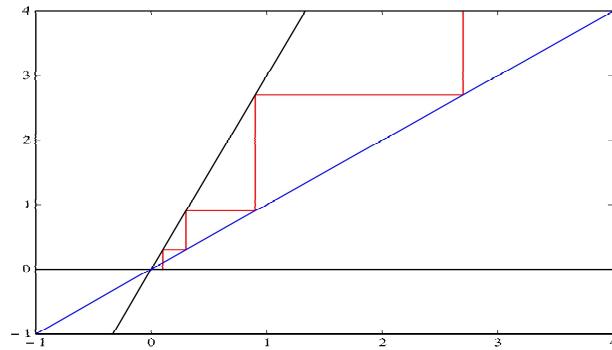
```
from pylab import *
import copy
def g (x):
    return x
def orbite (a,b,u0,n):
    i=1
    u=u0
    x=[u0,u0]
    y=[0]
    while (i<n and a<f(u)<b and a<u<b):
        u=f(u)
        x.append(u)
        x.append(u)
        y.append(u)
        y.append(u)
        i=i+1
    last = f(u)
    if last > b:
        last = b
    elif last < a:
        last = a
    y.append(last)
    plot(x,y,'r')
    x1=linspace(a,b)
    plot(x1,0*x1,'k')
    plot(x1,f(x1),'k')
    plot(x1,g(x1),'b')
    axis([a,b,a,b])
```

- Cas d'une fonction linéaire :

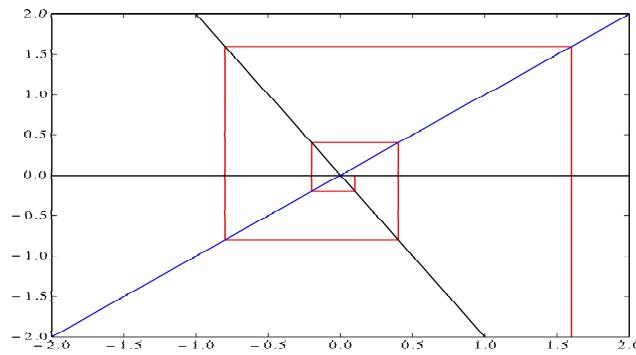
```
def f(x): return 2*x # divergence en escaliers, pente > 1 au point fixe, f croissante
orbite(-1,4,0.1,10)
```



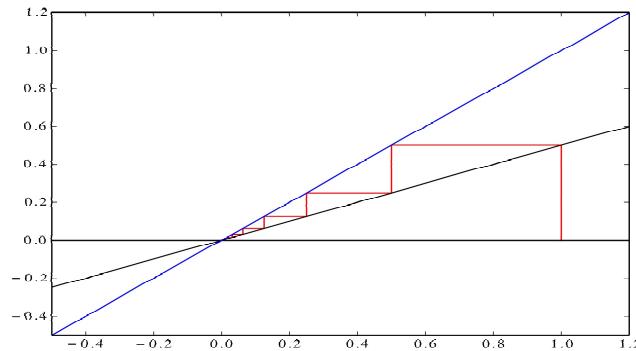
```
def f(x): return 3*x # divergence plus rapide (pente encore plus grande)
orbite(-1,4,0.1,10)
```



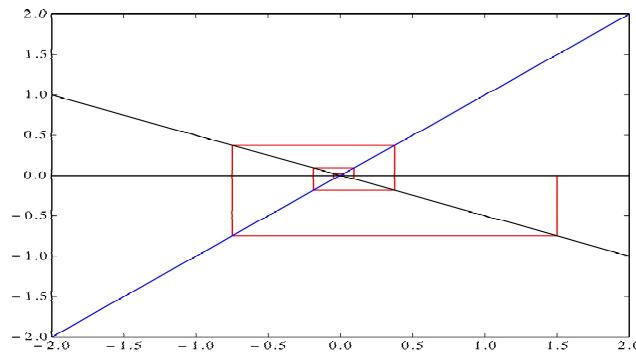
```
def f(x): return -2*x # divergence en spirale pente < -1 au point fixe, f décroissante
orbite(-2,2,0.1,10)
```



```
def f(x): return .5*x # convergence en escaliers 0 < pente < 1 au point fixe, f croissante
orbite(-.5,1.2,1.,10)
```

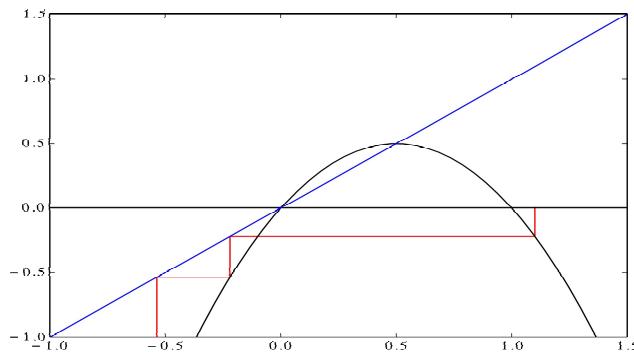


```
def f(x): return -.5*x # convergence en spirale -1 < pente < 0 au point fixe, f décroissante
orbite(-2,2,1.5,10)
```

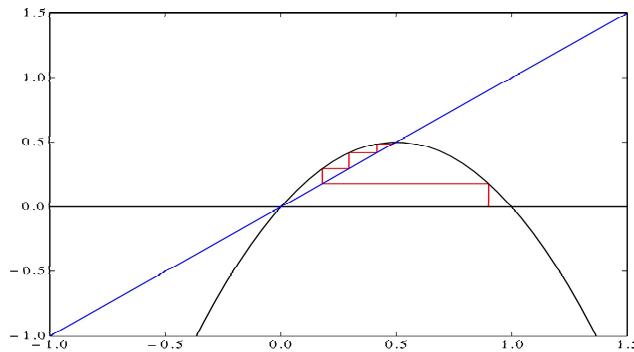


- Exemples avec des fonctions non linéaires :

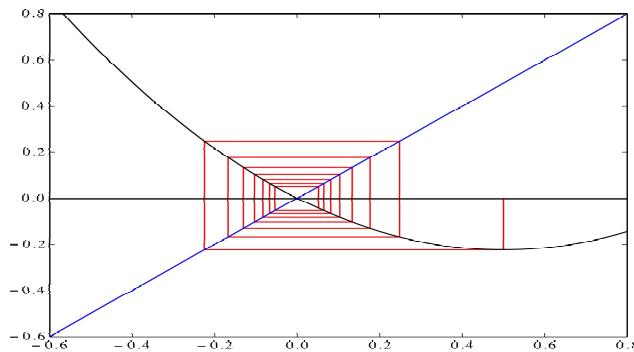
```
def f(x): return 2*x*(1-x) # deux points fixes, un répulsif avec divergence en escaliers
orbite(-1,1.5,1.1,10)      # (pente > 1), f croissante sur ]-infini,0[ stable...
```



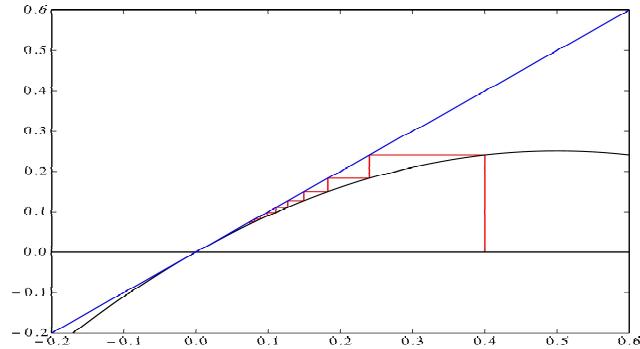
```
orbite(-1,1.5,0.9,10)      # ... l'autre attractif avec convergence en escaliers
# à gauche (pente nulle), f croissante sur ]0,0.5[ stable...
```



```
def f(x): return -.9*x*(1-x) # convergence en spirale (-1 < pente < 1),
orbite(-0.6,0.8,0.5,15)     # f décroissante sur ]-infini,0.5[ stable
```



```
def f(x): return x*(1-x) # pente 1 au point fixe avec convergence à droite
orbite(-0.2,0.6,0.4,10)    # de 0 (point fixe attractif à droite)...
```



```
orbite(-0.6,0.1,-0.1,10) # ... et divergence à gauche du point fixe répulsif à gauche
```

