

# 자료구조 5주차 실습

## Tree

감성인공지능연구실  
방윤석 임희수



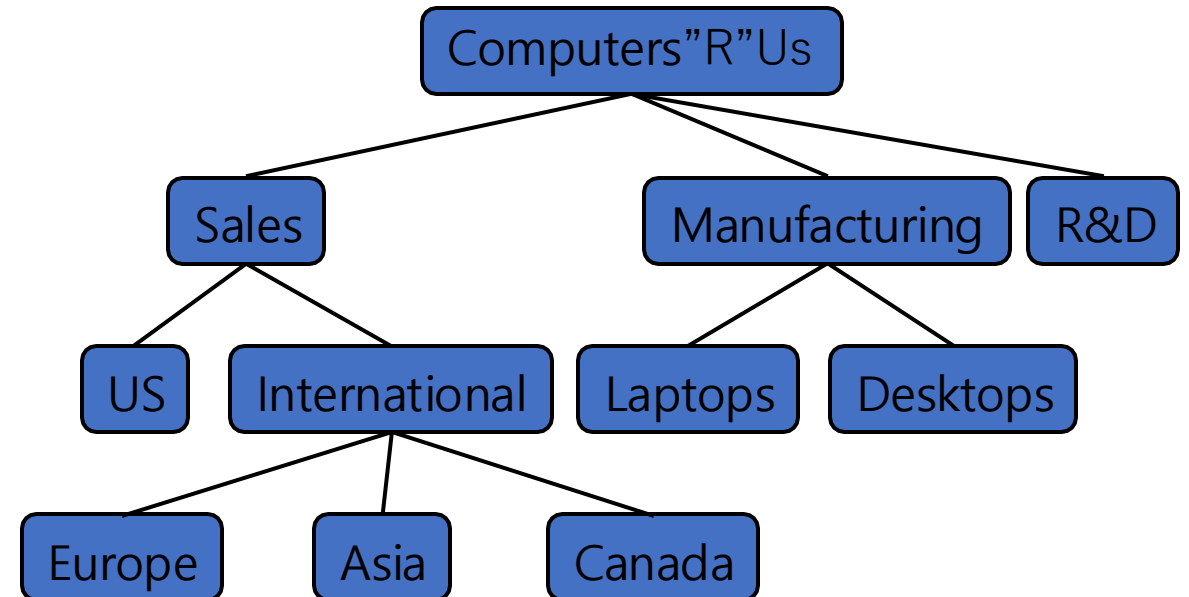
인하대학교  
INHA UNIVERSITY

- 퀴즈 일정 : 4월 11일
- 퀴즈 범위 : 2주차 ~ 4주차
- 퀴즈 시간 : 금요일 오전 이론 수업시간(오전 9시 ~ 10시30분)
- 퀴즈는 VSCode로만 진행하며 개인컴퓨터 사용 금지
- 총 3문제

- 5분 이상 지각시 입실 금지(9시 05분부터 입실 금지)
- 입실시 시간과 서명, 퇴실시 시간과 서명
- 문제 파일과 VSCode를 제외한 파일이 열려있을시 퇴장조치
- 자동완성기능 적발시 퇴장 조치(OT 파일에 끄는 법 자세히 안내)
- 총 3문제 : Problem 2문제 + 새로운 문제 1문제

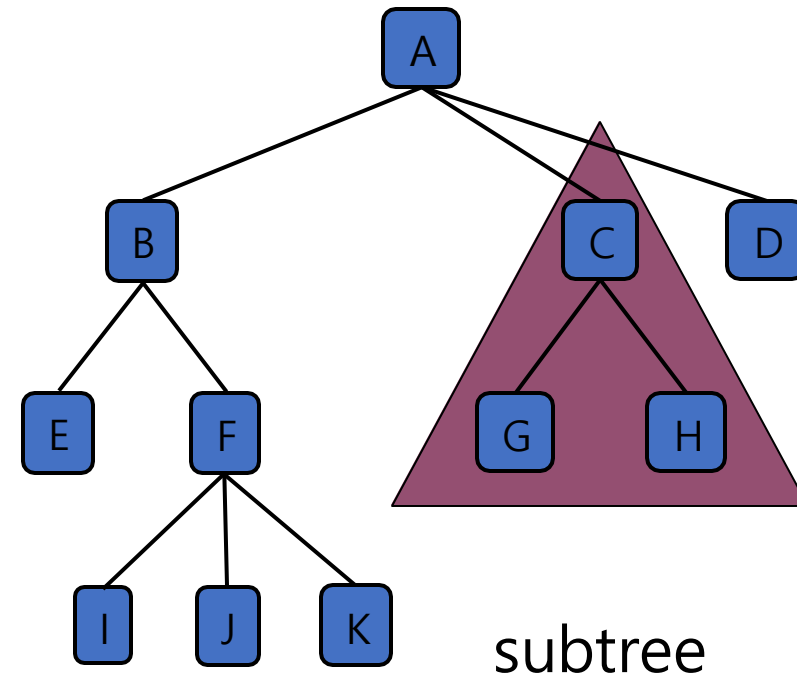
# Tree

- In computer science, a tree is an abstract model of a hierarchical structure
- A tree consists of nodes with a parent-child relation
- Applications:
  - Organization charts
  - File systems
  - Programming environments



- **Root:** node without parent (A)
- **Internal node:** node with at least one child (A, B, C, F)
- **External node** (a.k.a. leaf ): node without children (E, I, J, K, G, H, D)
- **Ancestors** of a node: parent, grandparent, grand-grandparent, etc.
- **Depth** of a node: number of ancestors
- **Height** of a tree: maximum depth of any node
- **Descendant** of a node: child, grandchild, grand-grandchild, etc.

- ▣ **Subtree:** tree consisting of a node and its descendants



## Tree

- 재귀적으로 연결되는 형태의 자료구조이다.
  - 노드 관점에서, 부모 노드 아래 자식 노드들이 연결되고, 자식 노드 아래 또다른 자식 노드들이 연결됨
  - Tree 관점에서, tree안에 subtree들이 연결되어 있음
- 일반적인 tree는 자식의 수가 제한되지 않음
  - 자식의 수가 제한되지 않기 위해, linked list나 vector 등의 자료구조를 이용해서 child 들의 위치를 표시
  - 알고리즘이나 자료구조 등에서는 **자식 노드가 최대 2개인 이진트리**를 많이 씀
    - 자식의 수가 제한되지 않으면, 메모리 낭비가 큼

## 이진트리 (Binary Tree)

- 자식 노드가 최대 2개이다.
- 자식 노드가 2개다보니 left, right 로 구분한다

# Binary tree



- Node : 본인의 값을 가지고 있고, child를 나타내는 변수 2개 있음
- is\_leaf : 해당 node가 leaf인지 확인
- height : 해당 node의 height를 return

```
class Node: # Tree Node class
    def __init__(self, data):
        self.data = data
        self.left = None
        self.right = None

def is_leaf(root): # Check if the node is a leaf node
    return root.left is None and root.right is None

def height(position): # Calculate the height of the tree
    if position is None: # Check if the node is None
        return -1
    if is_leaf(position):
        return 0
    else:
        height_left = height(position.left)
        height_right = height(position.right)
        if height_left > height_right:
            return height_left + 1
        else:
            return height_right + 1
```



## 지금까지 구현한 이진트리의 문제점

- Depth를 구할 수 없음
- 특정 노드의 부모를 확인할 수 없음
- 물론, 현재 구조로 구할 수 있는 내용이긴 하다. 하지만, 너무 비효율적...

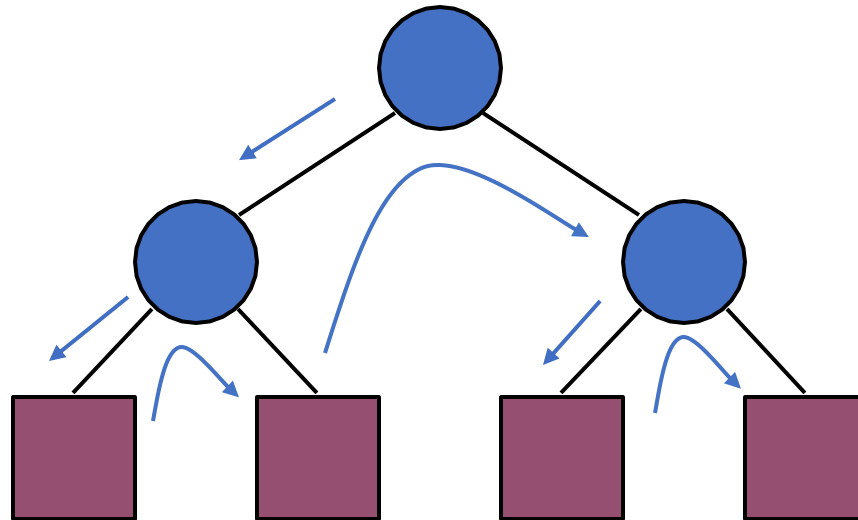
## Depth와 특정 node의 parent를 확인할 수 있는 tree를 만드시오

- 힌트 : node에 변수 하나 추가하세요.

## DFS(Depth First Search)

DFS란, 루트에서 시작해서 한 쪽 방향의 가장 끝까지 탐색한 후, 돌아와서 다음 방향으로 넘어가며 탐색하는 방법

- 갈 수 있는 가장 깊은 노드까지 우선 출력하면 됨
- preorder, postorder, inorder는 모두 DFS 방식

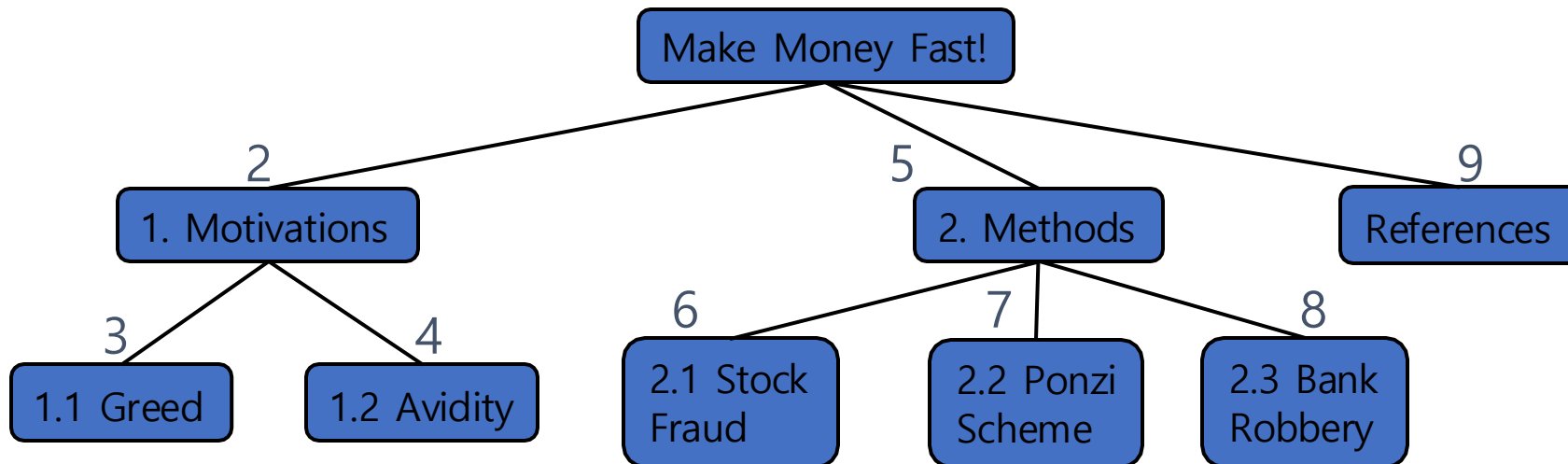


# Preorder Traversal



- 전위 순회(preorder traversal): 자신, 자식 순서로 방문하는 순회
- A traversal visits the nodes of a tree in a systematic manner
- In a preorder traversal, a node is visited before its descendants
- Application: print a structured document

**Algorithm** *preOrder*( $v$ )  
*visit*( $v$ )  
**for each** child  $w$  of  $v$   
*preorder* ( $w$ )

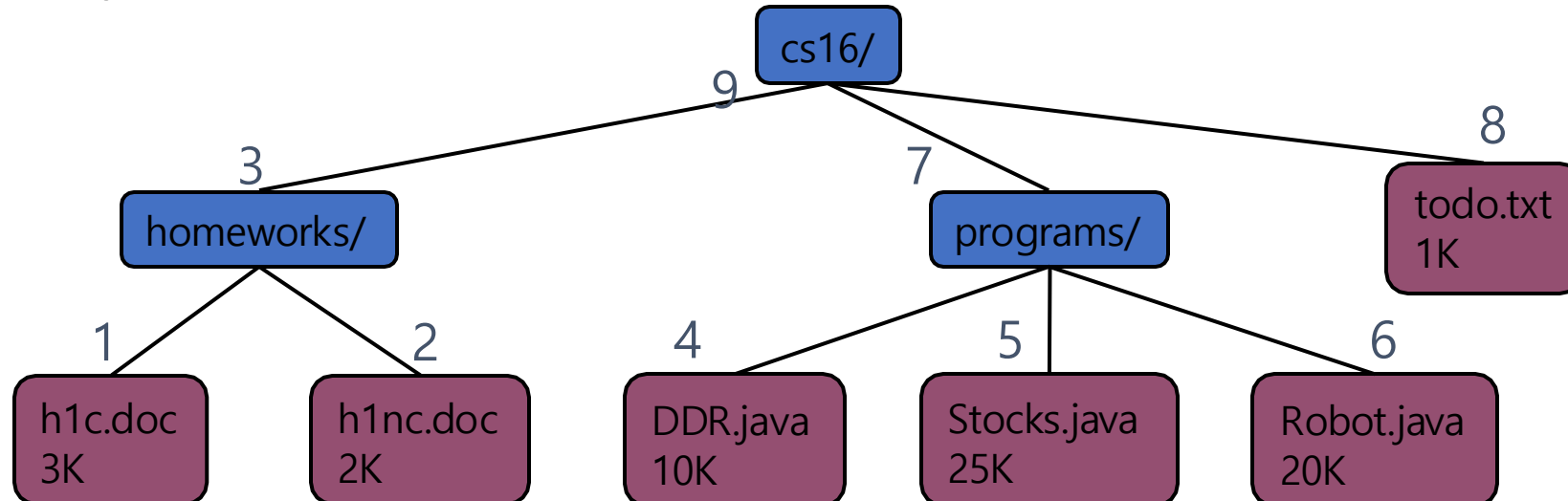


# Postorder Traversal



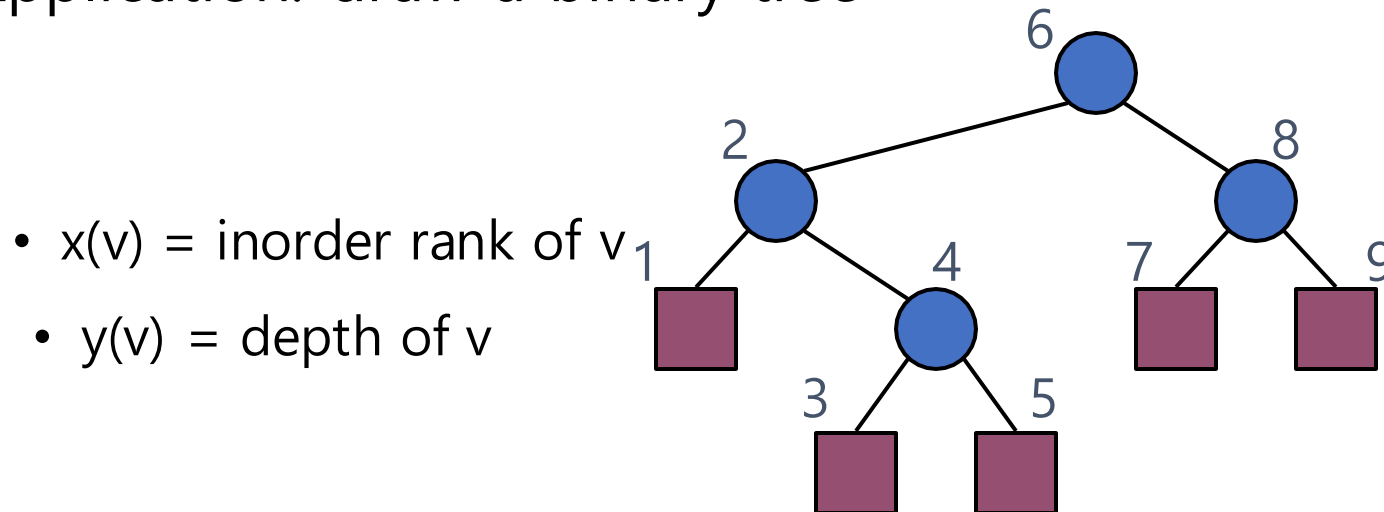
- 후위 순회(postorder traversal): 자식, 자신 순서로 방문하는 순회
- In a postorder traversal, a node is visited after its descendants
- Application: compute space used by files in a directory and its subdirectories

**Algorithm** *postOrder*(*v*)  
for each child *w* of *v*  
    *postOrder* (*w*)  
visit(*v*)



- 중위 순회(inorder traversal): 왼쪽 자손, 자신, 오른쪽 자손 순서로 방문하는 순회
- In an inorder traversal a node is visited after its left subtree and before its right subtree
- Application: draw a binary tree

```
Algorithm inOrder(v)  
  if v has a left child  
    inOrder(left (v))  
  visit(v)  
  if v has a right child  
    inOrder(right (v))
```



- $x(v)$  = inorder rank of  $v$
- $y(v)$  = depth of  $v$

## Tree 탐색 요약

자손을 순회해야 하면, 가장 왼쪽 자식 노드에서 가장 오른쪽 자식 노드로 탐색하는 방향

- 전위 순회(preorder traversal): 자신, 자식 순서로 방문하는 순회
- 후위 순회(postorder traversal): 자식, 자신 순서로 방문하는 순회

## 이진 트리에서의 탐색

- 전위 순회(preorder traversal): 자신, 왼쪽 자손, 오른쪽 자손 순서로 방문하는 순회
- 후위 순회(postorder traversal): 왼쪽 자손, 오른쪽 자손, 자신 순서로 방문하는 순회
- 중위 순회(inorder traversal): 왼쪽 자손, 자신, 오른쪽 자손 순서로 방문하는 순회

# Binary tree traversal



- 전위 순회(preorder traversal):  
자신, 왼쪽 자손, 오른쪽 자손
- 후위 순회(postorder traversal):  
왼쪽 자손, 오른쪽 자손, 자신
- 중위 순회(inorder traversal):  
왼쪽 자손, 자신, 오른쪽 자손

```
class Node: # Tree Node class
    def __init__(self, data):
        self.data = data
        self.left = None
        self.right = None

def PreorderTraversal(root): # Root, Left, Right
    if root: # Check if the node is not None
        print(root.data, end=' ')
        PreorderTraversal(root.left)
        PreorderTraversal(root.right)

def InorderTraversal(root): # Left, Root, Right
    if root: # Check if the node is not None
        InorderTraversal(root.left)
        print(root.data, end=' ')
        InorderTraversal(root.right)

def PostorderTraversal(root): # Left, Right, Root
    if root: # Check if the node is not None
        PostorderTraversal(root.left)
        PostorderTraversal(root.right)
        print(root.data, end=' ')
```

### 무한한 child가 있는 tree를 만드시오

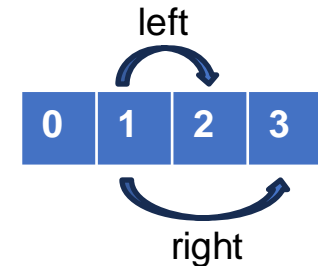
무한한 child가 있는 tree를 만들고, 이에 대한 전위탐색과 후위탐색을 구현하시오.



## Array based binary tree

자식 노드는 2개밖에 없는데, 노드를 하나하나 가리키면서 생성해야 할까?  
배열의 index로 접근하면 어떨까?

- index 0는 비우고, index 1을 root로 한다.
- 왼쪽 자식은  $\text{index} * 2$ , 오른쪽 자식은  $\text{index} * 2 + 1$ 의 위치에 저장한다.
- 배열 기반이다보니, 생성할 수 있는 노드의 수가 제한된다.



## Index 0을 root로 하면 안되는가?

문제는 없다.

- 왼쪽 자식은  $\text{index} * 2 + 1$ , 오른쪽 자식은  $\text{index} * 2 + 2$ 의 위치에 저장한다.
- Index 0을 비우는 이유는, 나중에 정렬알고리즘 등을 구현할 때 해당 공간을 사용하기도 하기 때문

# Array based binary tree

- setLeftChild, setRightChild :  
parent 의 child를 설정
- getValue : 해당 index가 가리키는  
node의 값 return
- getLeftChild, getRightChild, getParent :  
left child, right child, paren의 값 return

class Tree:

```
def __init__(self, n, rootValue): # Initialize the tree with the given capacity
    self.capacity = n
    self.array = array.array('h', [0]*self.capacity)
    self.array[1] = rootValue # The first element is the root node

def setLeftChild(self, parentIndex, childValue):
    # Check if the left child index is within bounds and the parent index is valid
    if parentIndex * 2 >= self.capacity or parentIndex < 1:
        return
    self.array[parentIndex * 2] = childValue # Set the left child

def setRightChild(self, parentIndex, childValue):
    # Check if the right child index is within bounds and the parent index is valid
    if parentIndex * 2 + 1 >= self.capacity or parentIndex < 1:
        return
    self.array[parentIndex * 2 + 1] = childValue

def getValue(self, index):
    # Check if the index is within bounds
    if index < 1 or index >= self.capacity:
        return None
    return self.array[index]

def getLeftChild(self, index):
    # Check if the left child index is within bounds and the parent index is valid
    if index * 2 >= self.capacity or index < 1:
        return None
    return self.array[index * 2]

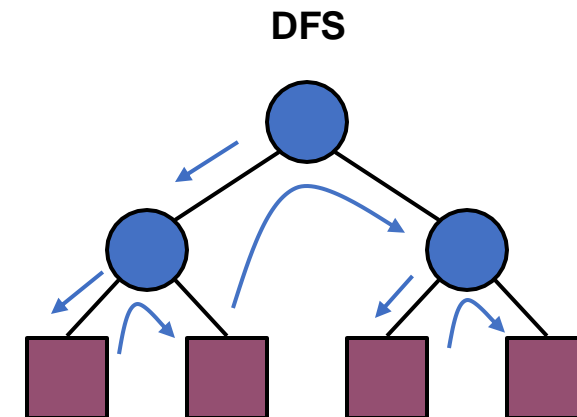
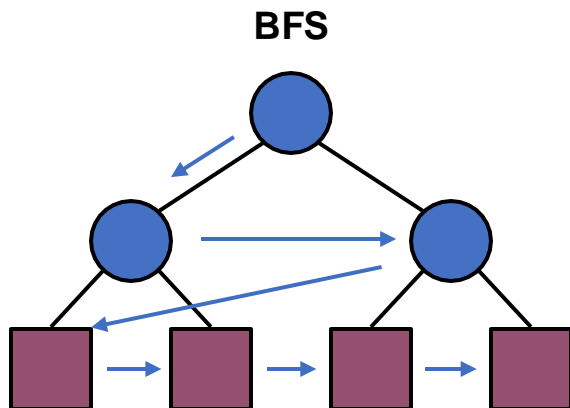
def getRightChild(self, index):
    # Check if the right child index is within bounds and the parent index is valid
    if index * 2 + 1 >= self.capacity or index < 1:
        return None
    return self.array[index * 2 + 1]

def getParent(self, index):
    # Check if the child index is within bounds
    if index <= 1 or index >= self.capacity:
        return None
    return self.array[index // 2] # Return the parent node value
```

## BFS(Breadth First Search)

너비우선탐색(BFS)를 구현하여라. BFS는 루트에서 가까운 노드부터 멀리 있는 노드 순서로 탐색하는 방식

- depth가 동일한 node들을 먼저 출력하면 됨



## 문제

이진 트리가 주어졌을 때, 트리의 경계를 다음과 같은 규칙으로 순회하여 출력하시오.

- 루트 노드에서 시작하여 트리의 왼쪽 경계를 위에서 아래로 출력한다. 단, 리프 노드는 제외한다.
- 모든 리프 노드를 왼쪽에서 오른쪽으로 출력한다.
- 트리의 오른쪽 경계를 아래에서 위로 출력한다. 단, 리프 노드는 제외한다.

주어진 트리의 경계 순회를 출력하는 class를 작성하시오.

## 메소드 설명

- `boundaryTraversal(root)` : 이진 트리의 루트 노드를 입력받아 경계 순회 결과를 리스트 형태로 반환한다.

# Problem #1

## 입력 예시

```
#      20
#     / \
#    8   22
#   / \   \
#  4  12  25
#   / \
#  10  14
root = Node(20)
root.leftChild = Node(8)
root.rightChild = Node(22)
root.leftChild.leftChild = Node(4)
root.leftChild.rightChild = Node(12)
root.leftChild.rightChild.leftChild = Node(10)
root.leftChild.rightChild.rightChild = Node(14)
root.rightChild.rightChild = Node(25)

boundaryTraversal(root)
```

## 출력 예시

```
20 8 4 10 14 25 22
```

## 문제

이진 트리가 주어졌을 때, 트리 내 두 리프 노드 사이의 경로 중 합이 최대가 되는 경로를 찾아 그 합을 출력하는 method를 작성하시오. 경로의 합은 경로에 포함된 모든 노드의 값을 합산한 값이다.

## 메소드 설명

- `maxPathSum(Node root)`: 이진 트리의 루트 노드를 입력 받아 두 리프 노드 사이의 경로 중 최대 합을 반환한다.

# Problem #2



인하대학교  
INHA UNIVERSITY

## 입력 예시

```
#      1
#     / \
#    -2  3
#   / \ / \
#  8 -1 4 -5
```

```
root = Node(1)
root.leftChild = Node(-2)
root.rightChild = Node(3)
root.leftChild.leftChild = Node(8)
root.leftChild.rightChild = Node(-1)
root.rightChild.leftChild = Node(4)
root.rightChild.rightChild = Node(-5)

print(findMaxPathSum(root))
```

## 출력 예시

A pixelated, multi-colored representation of the number 14 on a black background.