

Çalışma Soruları V

1. $f(x) = x^{\frac{2}{3}}(x^2 - 4)$ olsun.

a) Fonksiyonun yerel ekstremum değerlerini ve bu değerleri nerde aldıklarını belirleyiniz. Bu noktalardan hangileri mutlak ekstremumdur ?

b) Fonksiyonun $[-2, 2]$ aralığında mutlak ekstremum değerlerini bulunuz.

2. Kritik noktaları bulun ve ekstremum değerlerini sınıflandırın.

$$f(x) = 2 \cos^3 x + 3 \cos x \quad , \quad [0, \pi]$$

3. Bir kenarı 12 inç olan kare şeklindeki bir kartonun köşelerinden, aynı büyüklükte dört kare kesip çıkarır ve geriye kalan şeklin kanatlarını yukarıya doğru katlarsak, üstü açık bir tepsi elde ederiz. Köşelerden hangi büyüklükte kareler kesilmelidir ki tepsinin hacmi maksimum olsun?

4. Diferansiyel kullanarak $\sqrt{61}$ 'i hesaplayınız.

5. $f(x) = \frac{x}{x^4 + 1}$ ve $g(x) = \frac{x}{x^3 + 1}$ fonksiyonları için $f'(x) = g'(x)$ şartını en az bir $x \in (0, 1)$

değeri için sağladığını ispatlayınız.

6. Aşağıdaki fonksiyon verilen aralıkta Rolle Teoreminin şartlarını sağlıyor mu ? Sağlıyorsa uygun c değerini bulunuz.

$$f(x) = \sqrt{-2x^2 + 11x - 12} \quad \left[\frac{3}{2}, 4 \right]$$

7. Aşağıdaki fonksiyon verilen aralıkta Ortalama Değer Teoreminin şartlarını sağlıyor mu ? Sağlıyorsa uygun c değerini bulunuz.

$$f(x) = \sqrt{x - x^2} \quad [0, 1]$$

8. Hangi a ve b değerleri için

$$f(x) = \begin{cases} ax + 4\pi & , \quad -\pi \leq x \leq 0 \\ b \cos(2x) + 2x, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

fonksiyonu, $[-\pi, \pi]$ aralığında Ortalama Değer Teoreminin hipotezlerini sağlar ?

9. Her a ve b değerleri için, aşağıdaki eşitsizliğin sağlandığını gösteriniz.

$$|\sin b - \sin a| \leq |b - a|$$

10. Aşağıdaki fonksiyonların grafiklerini çizin.

a) $y = x - 3x^{2/3}$

c) $y = \frac{(x-1)^2}{x+2}$

e) $y = \frac{x^3 - 4x}{x^2 - 1}$

b) $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$

d) $y = \frac{1}{4 - x^2}$

f) $y = x\sqrt{8 - x^2} + 1$