

**উদাহরণ 3.4** 8 ডিজিটের একটি লাইসেন্স প্লেটকে জোড় প্লেট বলা হবে যদি এতে জোড় সংখ্যক শূন্য থাকে। এরকম কতগুলো জোড় লাইসেন্স প্লেট সম্ভব?

**সমাধান:** একটি প্লেটে  $0 \leq k \leq 4$  এর জন্য যদি  $2k$  সংখ্যক শূন্য থাকে তবে  $8 - 2k$  সংখ্যক অশূন্য ডিজিট রয়েছে যাদেরকে 9 উপায়ে বাছাই করা যায়। সুতরাং  $2k$  অবস্থানগুলো 0 দ্বারা পূরণের জন্য  $\binom{8}{2k}$  সংখ্যক উপায় রয়েছে। এবং  $\binom{8}{2k} 9^{8-2k}$  সংখ্যক প্লেটের এক্সাক্টলি  $2k$  সংখ্যক শূন্য রয়েছে। আবার  $0 \leq k \leq 4$  এর জন্য  $\binom{8}{2k} 9^{8-2k} = 9^8 + \binom{8}{2} 9^6 + \binom{8}{4} 9^4 + \binom{8}{6} 9^2 + \binom{8}{8} 9^0$ । দ্বিপদী উপপাদ্য অনুসারে  $(9 + 1)^8 = 9^8 + \binom{8}{1} 9^7 + \binom{8}{2} 9^6 + \binom{8}{3} 9^5 + \binom{8}{4} 9^4 + \binom{8}{5} 9^3 + \binom{8}{6} 9^2 + \binom{8}{7} 9 + 1$  এবং  $(9 - 1)^8 = 9^8 - \binom{8}{1} 9^7 + \binom{8}{2} 9^6 - \binom{8}{3} 9^5 + \binom{8}{4} 9^4 - \binom{8}{5} 9^3 + \binom{8}{6} 9^2 - \binom{8}{7} 9 + 1$  সুতরাং  $\frac{(9+1)^8 + (9-1)^8}{2} = \frac{10^8 + 8^8}{2}$  ■

ধরা যাক  $n$  এবং  $k$  ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা হয় যেখানে  $n \geq k$ । তাহলে  $\binom{n}{k}$  বাইনোমিয়াল কোইফিসিয়েন্টের নিচের ধর্মগুলো বিবাজ করে।

- (a)  $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$ ;
- (b)  $\binom{n}{k+1} = \binom{n-1}{k+1} + \binom{n-1}{k}$ ;
- (c)  $\binom{n}{0} < \binom{n}{1} < \binom{n}{2} \cdots < \binom{n}{\lceil \frac{n-1}{2} \rceil} = \binom{n}{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}$ ;