§1. Определение нечеткого множества, операции, лингвистические переменные

Пусть X - некоторое множество, которое будем называть универсальны мн-вом.

Опред.1.1 Функция μ: X $\to$ [0, 1] называется функцией принадлежности

Опред.1.2 График функции принадлежности, то есть множество пар { x, μ(x) }, x $\in$ X называется **нечетким множеством**

Если нечеткое множество обозначается Ă, то функция принадлежности обозначается $\mu_{Ă}$(x)

Иногда $\mu_{Ă}$(x) называют степенью принадлежности элемента x к нечетному множеству Ă.

Пример 1.1. Пусть A ⊂ X – обычное подмножество

I_A = $\begin{cases} 0, x \subset A \\ 1, x \not\subset A \end{cases}$ – характеристическая функция, индикатор

Опред. 1.3 Нечеткое множество Ă называется нормализованным, если существует элемент x ⊂ Ă: $\mu_{Ă}$(x) = 1.

Опред. 1.4 Нечеткое множество Ă называется подмножеством нечеткого множества Ɓ, если ∀x⊂ X: $\mu_{Ă}$(x) ≤ $\mu_{Ɓ}$(x)

Опред. 1.5 Пересечением нечетких множеств Ă и Ɓ называется нечетким множеством с функцией принадлежности $\mu_{Ă \cap Ɓ}$(x) = min($\mu_{Ă}$(x) ; $\mu_{Ɓ}$(x))

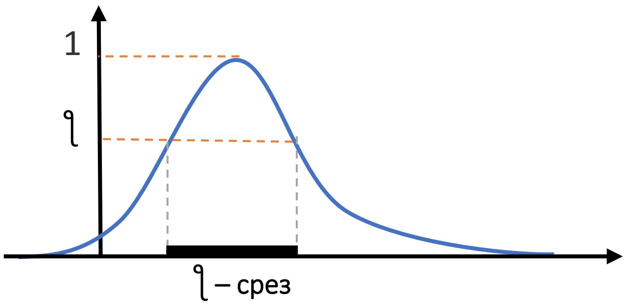
Опред. 1.6 Объединением нечетких множеств Ă и Ɓ называется нечетким множеством с функцией принадлежности $\mu_{Ă \cup Ɓ}$(x) = max($\mu_{Ă}$(x) ; $\mu_{Ɓ}$(x))

Опред. 1.7 Дополнением нечеткого множества Ă называется нечеткое множество с функцией принадлежности $\mu_{\bar{A}}$ = 1 - $\mu_{Ă}$(x)

Пусть $0 < \alpha \leq 1$

Опред. 1.8 α – срезом нечеткого множества Ă называется множество

$Ă_{\alpha} = \{ x \subset X : \mu_{Ă} \geq \alpha \}$



Теорема 1.1 Для любого нечеткого множества Ă

$$\mu_{Ă}(x) = \sup_{\alpha \in [0;\,1]} \alpha \times I_{A\alpha}(x) \quad \forall x \subset X$$

(помним, что $I_{A\alpha}$ – индикатор α-среза)

Доказательство:

1) Пусть $\mu_{Ă}(x) = 0$. Тогда $\forall \alpha \subset (0;1]$ $x \notin A_{\alpha} \Rightarrow I_{A\alpha}(x) = 0$.
   Утверждение верно.
2) Пусть $\mu_{Ă}(x) = c$, $c > 0$. Тогда при $\alpha \leq c$ $\;x \subset A_{\alpha} \Rightarrow I_{A\alpha}(x) = 1$
   При $\alpha > c$ $\;x \subset A_{\alpha} \Rightarrow I_{A\alpha}(x) = 0$
   Поэтому $\sup_{\alpha \in (0;\,1]} \alpha \times I_{A\alpha}(x) = \sup_{\alpha \in (0;\,c]} \alpha \times 1 = c$
   ч.т.д.

Опред. 1.9 Альтернативное определение α – среза:

$A_{\alpha} = \{ x \subset X : \mu_{Ă}(x) > \alpha \}$

Пусть $X = \{x_1, \ldots, x_n\}$

Распространенная форма записи для нечеткого множества Ă:

$$\frac{\mu Ă(x1)}{x1} + \frac{\mu Ă(x2)}{x2} + \ldots + \frac{\mu Ă(xn)}{xn}$$

Пример 1.2 Рассмотрим некоторое множество

$$\frac{0.3}{x1} + \frac{0.8}{x2} + \ldots + \frac{0.2}{xn}$$

То же означает запись

$$\int \frac{\mu_A(x)}{x}$$

Опред. 1.19 При заданной функции принадлежности μ_A нечеткого множества А функцией непринадлежности нечеткого множества А называется функция

ν_A : X ⟶ [0, 1] , удовлетвор. Условию
$\mu_A(x) + \nu_A \leq 1 \quad \forall\, x \subset X$

Опред. 1.20 Интуиционистским нечетким множеством называют множество троек (x , μ_A (x) , ν_A(x))

При ν_A(x) = 1 - μ_A (x) интуиционистское множество совпадает с нечетким множеством (фактически совпадает)