

מבוא להצפנה – תרגיל 1

1.

a.

$$\begin{aligned}81X &\equiv 125 \pmod{39200} \\ \Rightarrow \gcd(81, 39200) &= 1 \\ \Leftrightarrow X &\equiv 81^{-1} \times 125 \pmod{39200} \\ \Rightarrow 81^{-1} \pmod{39200} &\equiv 29521 \pmod{39200} \\ \Leftrightarrow X &\equiv 29521 \times 125 \equiv 3690125 \pmod{39200} \equiv 5325 \\ \Leftrightarrow X &\equiv 5325\end{aligned}$$

b.

$$\begin{aligned}30X &\equiv 100 \pmod{39200} \\ \Rightarrow \gcd(30, 39200) &= 10 \\ \Rightarrow \text{כל המשוואה מתחלקת ב-10, לכן נחלק ב-10.} \\ \Leftrightarrow 3X &\equiv 10 \pmod{3920} \\ \Rightarrow \gcd(3, 3920) &= 1 \\ \Leftrightarrow X &\equiv 3^{-1} \times 10 \pmod{3920} \\ \Rightarrow 3^{-1} \pmod{3920} &\equiv 1307 \pmod{3920} \\ \Leftrightarrow X &\equiv 1307 \times 10 \equiv 13070 \pmod{3920} \equiv 1310 \\ \Leftrightarrow X &\equiv 1310\end{aligned}$$

c.

$$\begin{aligned}30X &\equiv 55 \pmod{39200} \\ \Rightarrow \gcd(30, 39200) &= 10 \\ \Rightarrow 55 \text{ לא מתחלק ב-10} \\ \text{לכן אין פתרון למשוואה.}\end{aligned}$$

2.

• $GE \rightarrow IS$

ז"א: $e(6) = 8; e(4) = 18$

$$6a + b \equiv 8 \pmod{26}$$

-

$$4a + b \equiv 18 \pmod{26}$$

$$\begin{array}{r} \text{-----} \\ 2a \equiv -10 \equiv 16 \pmod{26} \end{array}$$

$$\Rightarrow \gcd(2, 26) = 2$$

$$\Rightarrow \gcd(2, 16) = 2$$

כל המשוואה מתחלקת ב-2, לכן נחלק ב-2.

$$a \equiv 8 \pmod{13}$$

$$\Rightarrow a \equiv 8$$

• $EG \rightarrow IS$

ז"א: $e(4) = 8; e(6) = 18$

$$6a + b \equiv 18 \pmod{26}$$

-

$$4a + b \equiv 8 \pmod{26}$$

$$\begin{array}{r} \text{-----} \\ 2a \equiv 10 \pmod{26} \end{array}$$

$$\Rightarrow \gcd(2, 26) = 2$$

$$\Rightarrow \gcd(2, 10) = 2$$

כל המשוואה מתחלקת ב-2, לכן נחלק ב-2.

$$a \equiv 5 \pmod{13}$$

$$\Rightarrow a \equiv 5$$

