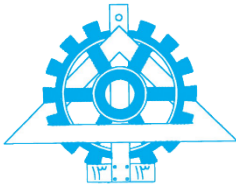


به نام خدا



نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها - بهار ۱۴۰۲

پاسخ تمرین شماره ۲

دستیار آموزشی این مجموعه: پریا خوش‌تاب

paria.khoshtab2019@gmail.com



تاریخ تحویل: ۱۴۰۱/۱۲/۱۶

۱) برای هر یک از زبان‌های زیر عبارت منظم بنویسید. (30 نمره)

الف) رشته‌هایی که تعداد a ها در آن‌ها فرد باشد. ($\Sigma = \{a, b, c\}$)

$$(b + c)^* a (a(b + c)^* a + (b + c))^*$$

ب) اعداد باینری که مقدار آن‌ها در مبنای ده، زوج و بیشتر یا مساوی 8 باشد. ($\Sigma = \{0, 1\}$)

$$0^* 1 (0 + 1)^* (0 + 1) (0 + 1) 0$$

ج) رشته‌هایی که شامل زیررشته bc نمی‌باشند. ($\Sigma = \{a, b, c\}$)

$$c^* (b + ac^*)^*$$

د) زبانی که شامل تمامی رشته‌ها به جز aaa باشد. ($\Sigma = \{a, b\}$)

$$\varepsilon + a + aa + (b + ab + aab + aaa(a + b))(a + b)^*$$

ه) رشته‌هایی که حداقل شامل دو زیررشته aa باشند. ($\Sigma = \{a, b\}$)

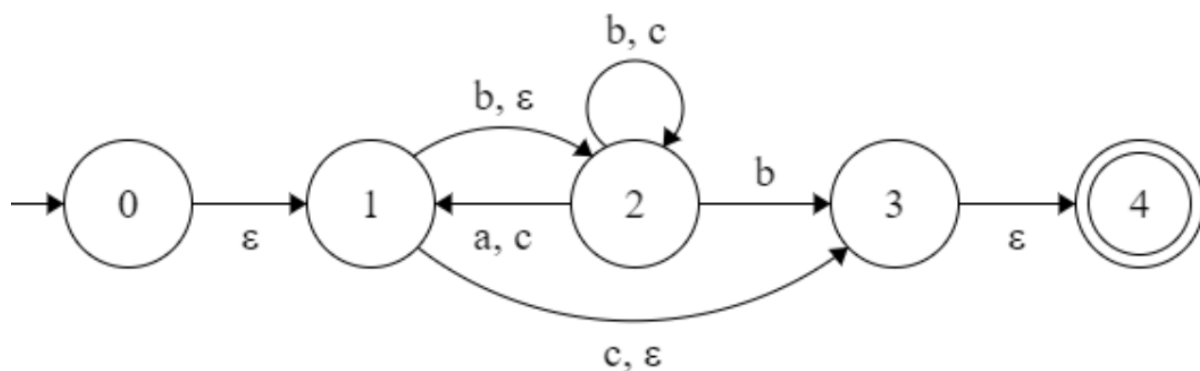
$$(a + b)^* aa (a + b)^* aa (a + b)^* + (a + b)^* aaa (a + b)^*$$

و) (امتیازی) رشته‌هایی که شامل تعداد زوجی زیررشته 000 می‌باشند. ($\Sigma = \{0, 1\}$)

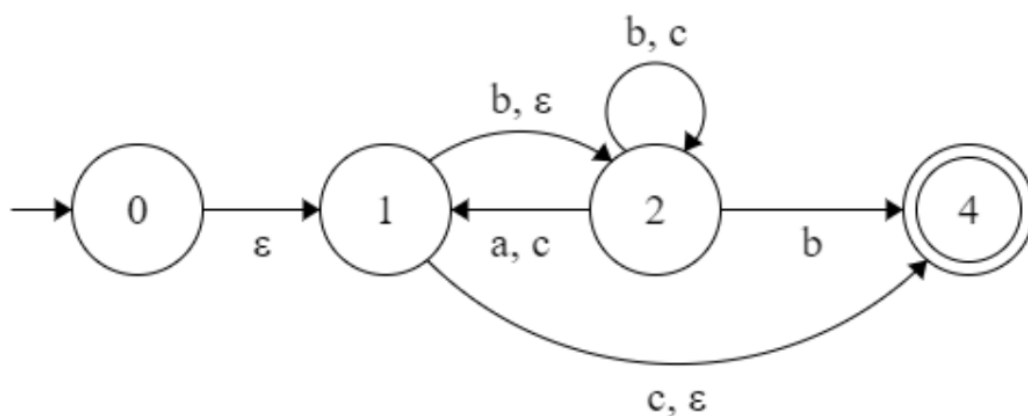
$$(((0 + (00)^* 1)^* 000 (00)^* 1 ((0 + (00)^* 1)^* 000 (00)^* 1)^* ((0 + (00)^* 1)^* (0 + (00)^* 1)^* 000 (00)^* 1)^* 1)^* 1)^* 1)^*$$

2) عبارت منظم متناظر با هر یک از NFAهای زیر را بنویسید و مراحل تبدیل و حذف هر state را نیز رسم کنید. (30 نمره)

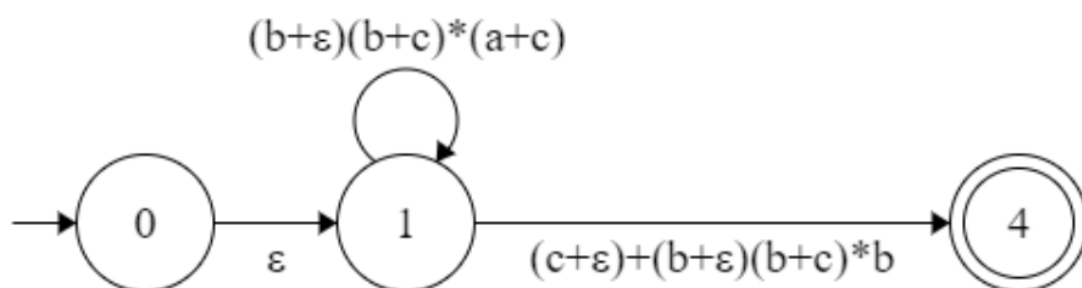
الف) ابتدا تبدیل به GNFA را انجام می‌دهیم:



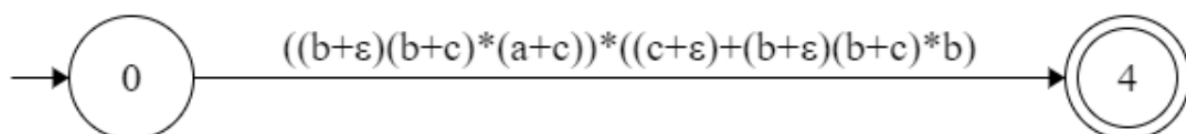
سپس استیت 3 را حذف می‌کنیم:



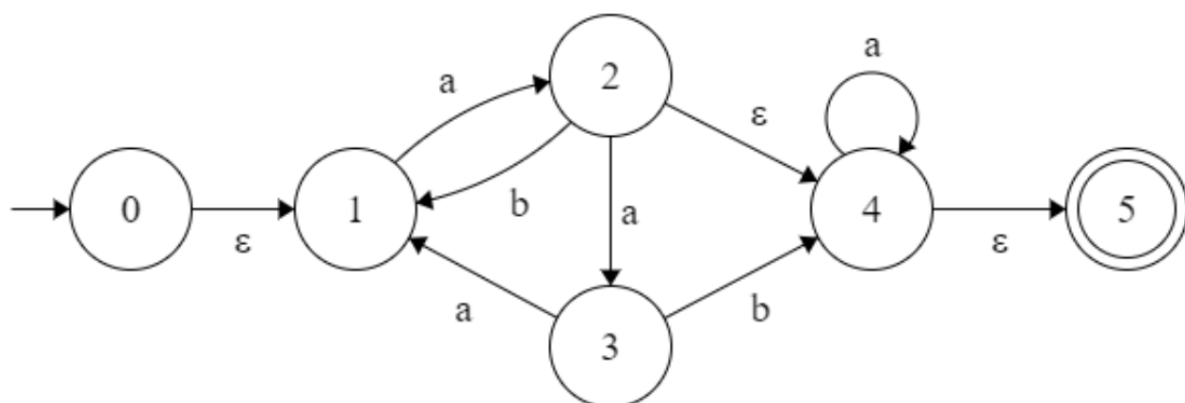
سپس استیت 2 را حذف می‌کنیم:



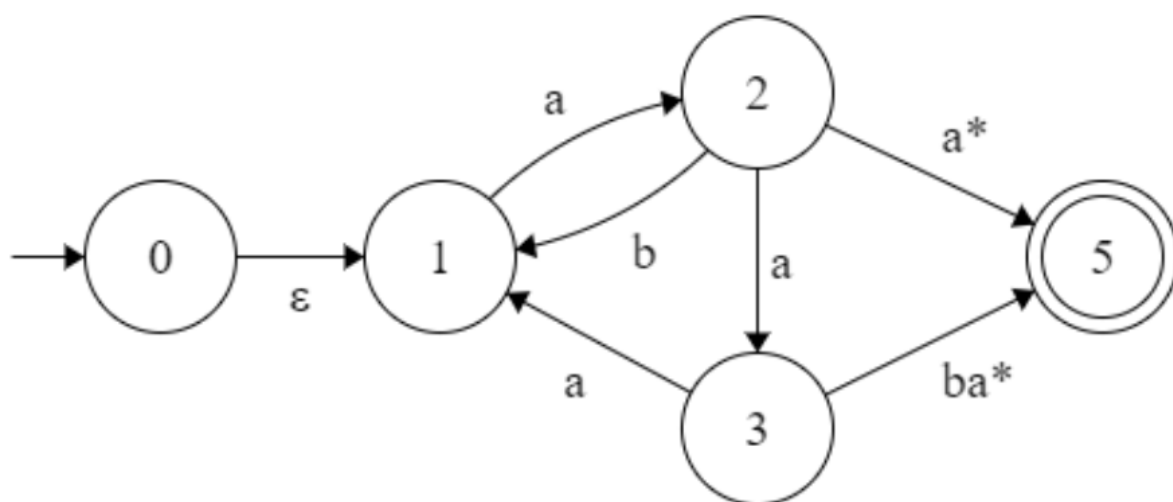
سپس استیت 1 را حذف می‌کنیم:



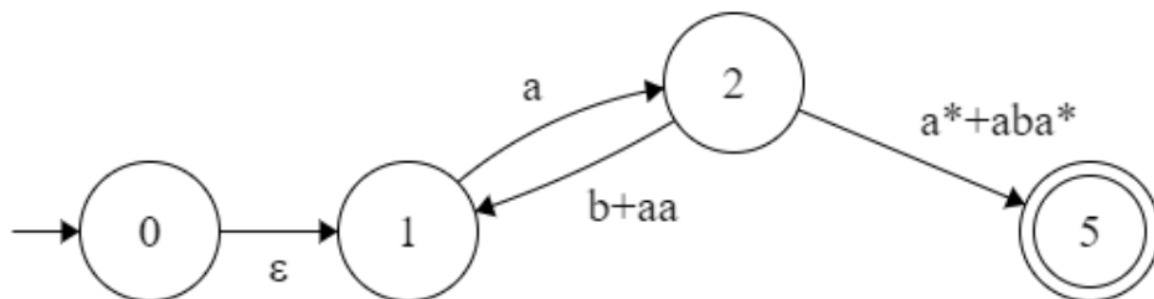
ب) ابتدا تبدیل به GNFA را انجام می‌دهیم:



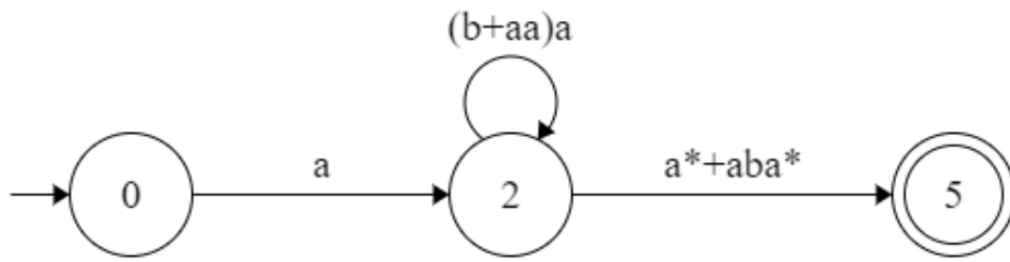
سپس استیت 4 را حذف می‌کنیم:



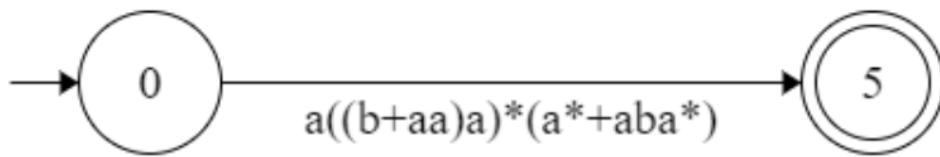
سپس استیت 3 را حذف می‌کنیم:



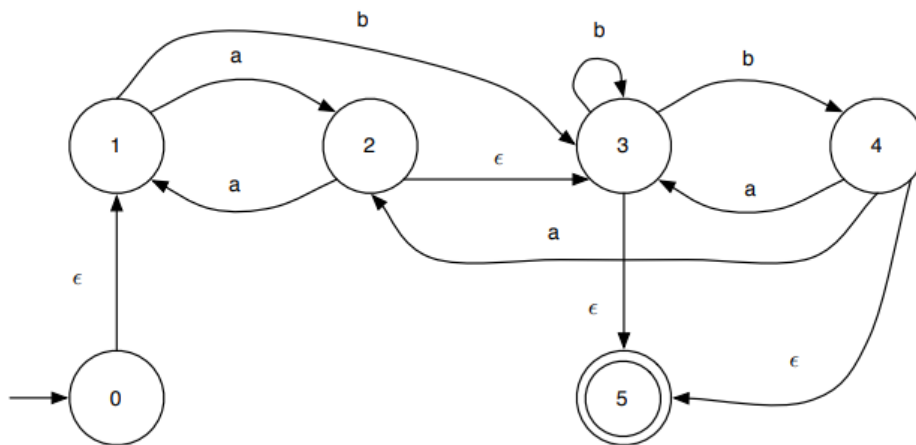
سپس استیت 1 را حذف می‌کنیم:



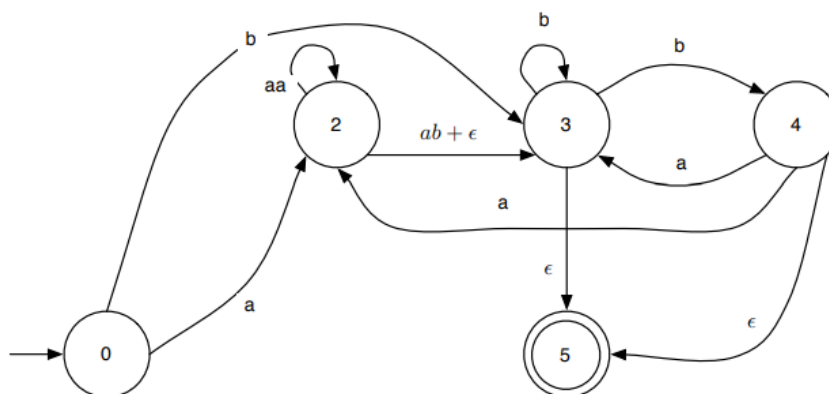
سپس استیت 2 را حذف می‌کنیم:



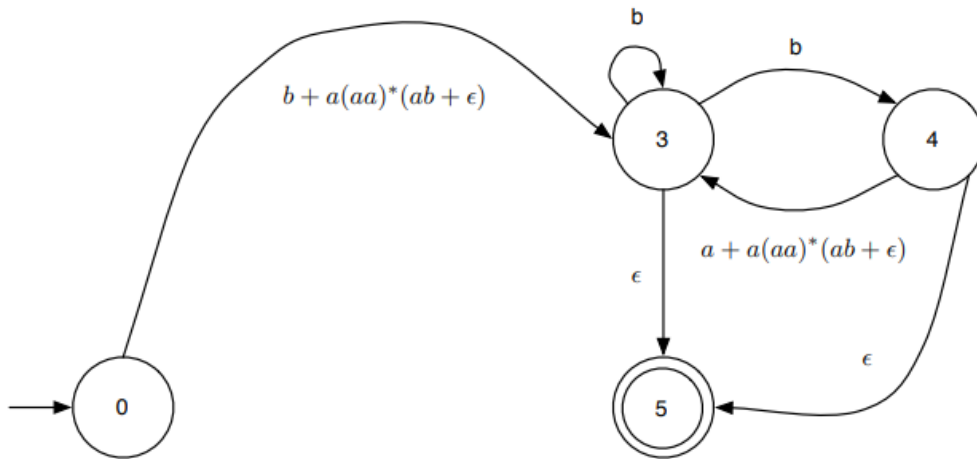
ج) ابتدا تبدیل به GNFA را انجام می‌دهیم:



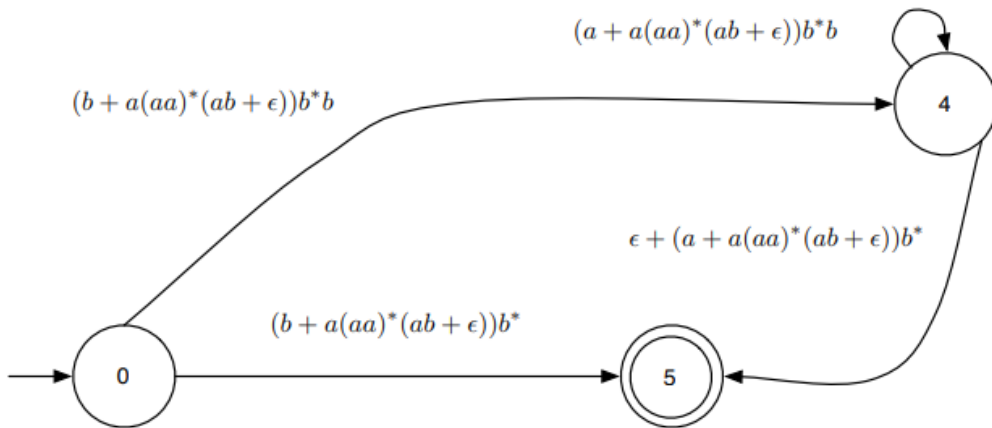
سپس استیت 1 را حذف می‌کنیم:



سپس استیت 2 را حذف می‌کنیم:



سپس استیت 3 را حذف می‌کنیم:



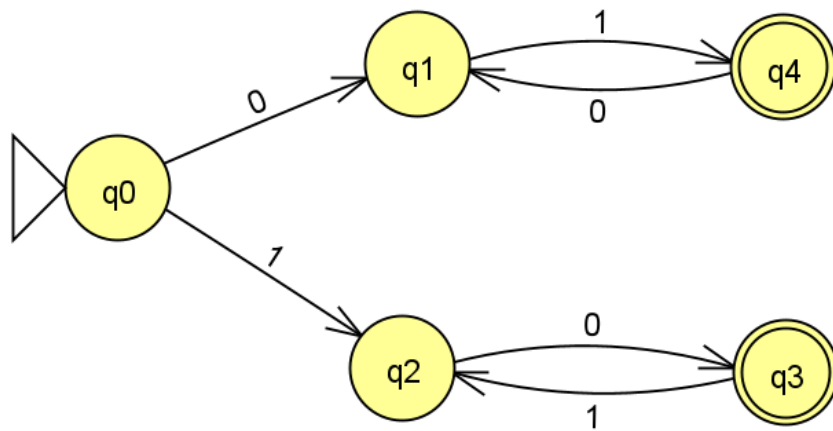
سپس استیت 4 را حذف می‌کنیم:

$$(b + a(aa)^*(ab + \epsilon))b^* +$$

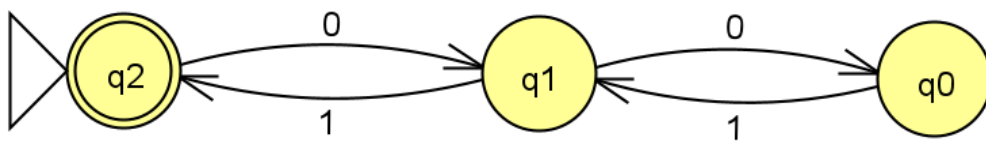
$$((b + a(aa)^*(ab + \epsilon))b^*b)((a + a(aa)^*(ab + \epsilon))b^*b)^*(\epsilon + (a + a(aa)^*(ab + \epsilon))b^*)$$



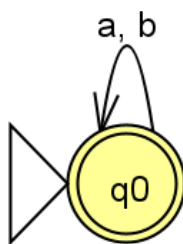
3) برای عبارات منظم زیر DFA رسم کنید. (20 نمره) (استیت Trap به منظور ساده‌سازی رسم نشده است)
 الف) $0(10)^*1 + 1(01)^*0$



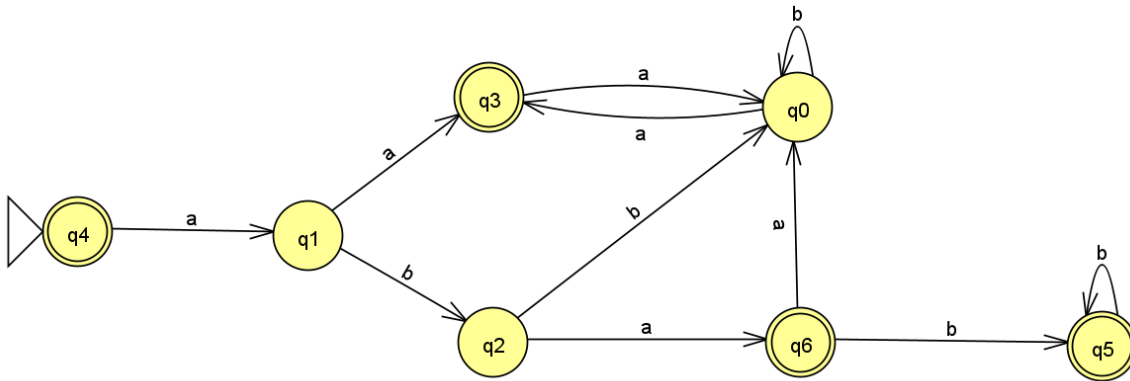
ب) $(0(01 + 10)^*1)^*$



ج) $((a^*b)^*(b^*a)^*)^*$



د) (امتیازی) $abab^* + (ab^*a)^*$



4) درستی یا نادرستی موارد زیر را مشخص کنید. (در صورت نادرست بودن مثال نقض و در صورت درستی اثبات ارائه دهید.) (20 نمره)

الف) اگر $L_1 \cap L_2$ و L_2 زبان‌های منظم باشند، زبان L_1 نیز منظم است.
نادرست؛ مثال نقض:

$$L_1 = \{a^{2^n} : n \geq 0\}, L_2 = \phi, L_1 \cap L_2 = \phi$$

ب) اگر L^* منظم باشد، زبان L نیز منظم است.
نادرست؛ مثال نقض:

زبان $L = \{a^{2^n} : n \geq 0\}$ نامنظم است ولی $L^* = a^*$ به وضوح منظم است.

ج) اگر L_1 و L_2 زبان‌های منظم باشند، $L_1 \setminus L_2$ نیز منظم است. (عملگر \ نشان‌دهنده تفاضل مجموعه‌ای است)
درست؛ اثبات:

می‌دانیم زبان‌های منظم نسبت به اعمال اشتراک، اجتماع و متمم بسته‌اند و چون $L_1 \setminus L_2 = L_1 \cap \overline{L_2}$ بنابراین نسبت به تفاضل مجموعه‌ای نیز بسته‌اند.

د) اگر $L \setminus \{\epsilon\}$ منظم باشد، زبان L نیز منظم است. (عملگر \ نشان‌دهنده تفاضل مجموعه‌ای است)
درست؛ اثبات:

طبق فرض می‌دانیم $L \setminus \{\epsilon\}$ منظم است. همچنین می‌دانیم $\{\epsilon\}$ نیز منظم است. بنابراین با توجه به بسته بودن زبان‌های منظم نسبت به عمل اجتماع، $L \setminus \{\epsilon\} \cup \{\epsilon\} = L$ نیز منظم است.

ه) اگر L_1 زبان منظم و $L_2 \subseteq L_1$ باشد، زبان L_2 نیز منظم است.
نادرست؛ مثال نقض:

$$L_1 = a^*, L_2 = \{a^{2^n} : n \geq 0\}, L_2 \subseteq L_1$$

5) فرض کنید A یک زبان منظم باشد و B هر زبانی باشد (لزوما منظم نیست). ثابت کنید زبان L منظم می باشد. (10 نمره)

$$L = \{w \mid wx \in A \text{ به طوریکه } x \in B\}$$

A یک زبان منظم می باشد، بنابراین یک DFA به نام M وجود دارد که زبان A را می پذیرد.

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

فرض می کنیم داریم:

برای این که ثابت کنیم L یک زبان منظم است باید یک DFA بسازیم که زبان L را بپذیرد. این DFA به نام

M' را به صورت زیر می سازیم:

- $M' = (Q', \Sigma', \delta', q_0', F')$
- $Q' = Q$
- $\Sigma' = \Sigma$
- $q_0' = q_0$
- $F' = \{q \in Q \mid \exists x \in B : \hat{\delta}(q, x) \in F\}$