

## تمرین شماره ۳

### درخت



ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها - پاییز ۱۴۰۱

مهلت تحویل:

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

طراحان: علی هدائی، حامد میرامیرخانی

۱۴۰۱/۹/۱۹، ساعت ۲۳:۵۹

استاد: دکتر فتحیه فقیه، دکتر هشام فیلی

۱. به سوالات زیر که در خصوص یک درخت دودویی است پاسخ دهید.

الف) درخت مورد نظر را با استفاده از دو پیمایش داده شده رسم کنید.

postorder: 12, 4, 1, 8, 5, 9, 10, 7, 11, 2, 3, 6

inorder: 4, 12, 8, 1, 6, 9, 5, 11, 7, 10, 3, 2

ب) در قسمت قبل دیدید با در اختیار داشتن نمایش postorder و inorder می‌توان به یک درخت واحد رسید.

به‌نظرتان با داشتن هردو پیمایش preorder و inorder و یا هردو پیمایش preorder و postorder نیز می‌توان به یک

درخت واحد رسید؟ برای هر حالت اگر می‌توان این کار را کرد مختصراً روش کار را توضیح دهید و اگر نمی‌توان مثال نقض

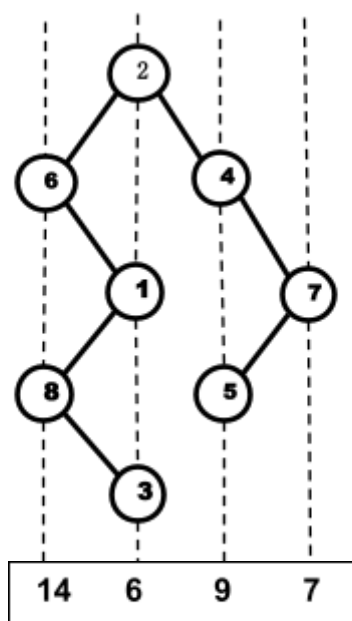
بیاورید.

۲. درخت دودویی T با n رأس در اختیار داریم که راس‌های آن‌ها از 1 تا n شماره‌گذاری شده‌اند. تابع چگالی ستون در این درخت

معادل است با مجموع شماره راس‌هایی که روی یک خط عمودی قرار گرفته‌اند. الگوریتمی با مرتبه زمانی  $O(n)$  پیدا کنید که

بیشینه مقدار این تابع را در یک درخت پیدا کند. (به عنوان مثال در شکل زیر، مقدار این تابع برای ستون های مختلف نوشته شده

است و ماکسیمم آن 14 است)



۳. آرایه ای از اعداد صحیح (نه لزوماً مثبت) در اختیار داریم. از بین زیردنباله های متوالی در این آرایه، می خواهیم  $m$  امین زیردنباله از

لحاظ بزرگی مجموع عناصر را پیدا کنیم. از heap کمک بگیرید و الگوریتمی در زمان  $O(n^2 \cdot \log(m))$  ارائه دهید که این

زیردنباله را برایمان پیدا کند.

۴. علی حامد را به چالش کشیده است و از او می خواهد درخت جست و جوی دودویی خاصی را برایش رسم کند. او به حامد

دنباله ای از اعداد به طول نامشخص می دهد و حامد هم وظیفه دارد یک درخت جست و جوی دودویی رسم کند که در نهایت علی بتواند

دنباله مورد نظر خود را هنگام جست و جو در آن درخت ببیند. علاوه بر این، او به حامد دو عدد اعلام می کند و قول می دهد اعداد

دنباله حتماً بین این دو عدد باشند. اما مشکل اینجاست که هر دنباله ای چنین خاصیتی را نمی تواند برآورده کند و این قضیه را نه علی

می داند و نه حامد! شما به عنوان نفر سوم به کمک این دو بیابید و الگوریتمی از مرتبه زمانی  $O(n)$  طراحی کنید که تشخیص دهد

آیا دنباله‌ای که علی به حامد می‌دهد می‌تواند دنباله‌ای باشد که در هنگام جست‌وجو در یک درخت جست‌وجوی دودویی دیده شود

یا خیر. (برای مثال اگر اعداد بین 1 تا 100 را در یک درخت دودویی جست‌وجو داشته باشیم دنباله‌ی {2، 61، 48، 70} نمی‌تواند

دنباله‌ی درستی باشد)

۵. در جدول زیر تعداد دفعات تکرار هر حرف مشخص شده است. درخت هافمن مربوط به آن را بکشید و سپس کلمه "bdfce" را

در کد باینری متناظر آن نمایش دهید.

تکرار	حرف	تکرار	حرف	تکرار	حرف
10	e	25	c	2	a
6	f	5	d	5	b

6. درخصوص درخت قرمز-سیاه به موارد زیر پاسخ دهید.

الف) به ترتیب از چپ به راست اعداد 5,11,3,7,9 را در چنین درختی درج کنید.

ب) تصور کنید گرهی مشخص به یک درخت قرمز-سیاه اضافه می‌کنیم و سپس آن گره را بلافاصله از درخت حذف می‌کنیم. آیا

درخت حاصل با درخت قبلی یکسان است؟ اگر بله اثبات کنید در غیر این صورت مثال نقض بیاورید.

ج) اثبات کنید ارتفاع درخت قرمز-سیاه از مرتبه  $O(\log(n))$  است.

7. یک درخت AVL داریم که می‌دانیم ارتفاع آن  $h$  است. حداقل تعداد رئوسی که این درخت می‌تواند داشته باشد را برحسب  $h$

بیان کنید و ادعای خود را ثابت کنید.

نکات تکمیلی

- پاسخ‌های خود را ترجیحا تا زمان معین‌شده در سایت آپلود نمایید.
- هدف این تمرین یادگیری شماست. لطفا تمرین را خودتان انجام دهید. در صورت کشف تقلب مطابق با قوانین درس با آن برخورد خواهد شد.
- دقت فرمایید که پاسخ سوال‌ها یکتا نیست و به دیگر پاسخ‌های صحیح نیز نمره تعلق می‌گیرد.
- در صورت وجود ابهام در مورد سوالات می‌توانید از طریق ایمیل با طراحان تمرین در ارتباط باشید.

پیروز باشید.