

تمرین چهارم  
Transform and Conquer



طراحی الگوریتم - بهار ۱۴۰۲

مهلت تحویل:

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

طراح تمرین: **ملیکا حیدری دستجردی**

۲۳:۵۹، ساعت ۱۴۰۲/۲/۱۰

استاد: دکتر اسدپور

۱. می‌خواهیم تعداد عناصر متفاوت در یک آرایه به طول  $n$  از اعداد صحیح را بدانیم. دو راه حل پیشنهاد کنید که دومی پیچیدگی زمانی کمتر از  $O(n^2)$  داشته باشد. توضیح دهید با چه پیش‌پردازشی به حل بهینه‌تر رسیدید.

۲. یک آرایه به طول  $n$  از اعداد صحیح داریم. در هر مرحله می‌توانیم دو عنصر  $a_i$  و  $a_j$  از آرایه که تفاضل مثبت این دو عنصر از یک بیشتر نباشد و همچنین  $i \neq j$  را انتخاب کرده و از آرایه حذف کنیم. حال شما بگویید آیا می‌توانیم با انجام این عمل کاری کنیم که نهایتاً دقیقاً یک عنصر در آرایه باقی بماند؟ چگونه؟

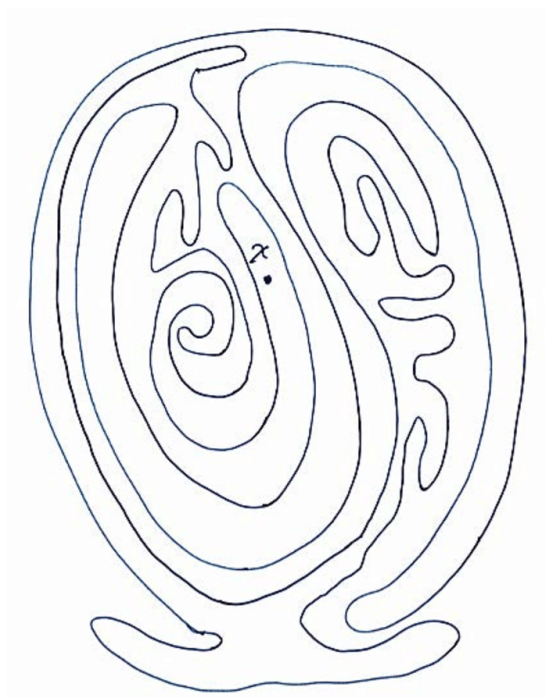
۳. معادله زیر را با استفاده از Gaussian elimination حل کنید.

$$7x + 5y - 3z = 16$$

$$3x - 5y + 2z = -8$$

$$5x + 3y - 7z = 0$$

۴. خم بسته  $X$  در صفحه به شکل زیر داده شده است:



می‌خواهیم ببینیم نقطه دلخواهی در صفحه مثل  $x$ ، در ناحیه درونی این خم قرار دارد یا در ناحیه بیرونی آن. الگوریتمی طراحی کنید که این موضوع را تعیین کند.

۵. یک چندجمله‌ای با جملاتی از درجه فرد به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$P_{2n+1}(x) = a_{2n+1}x^{2n+1} + a_{2n-1}x^{2n-1} + \dots + a_1x$$

الگوریتم هورنر را برای این حالت خاص بازسازی کنید.

۶. الگوریتمی ارائه دهید که تعیین کند آرایه ورودی  $H[1..n]$  می‌تواند نشانگر یک heap باشد یا نه. آن را از لحاظ پیچیدگی

زمانی و حافظه‌ای بررسی کنید. سعی کنید الگوریتمتان تا جایی که می‌توانید بهینه باشد.

۷. یک کارگاه تولیدی لباس سه محصول پیراهن، دامن و شلوار تولید می‌کند. این کارگاه به ازای فروش هر پیراهن ۶ دلار، دامن ۴ دلار و شلوار ۸ دلار سود می‌کند. هر سه محصول برای نهایی شدن سه مرحله طراحی، برش و دوخت را باید طی کنند. واحد طراحی ۱۲ ساعت، واحد برش ۱۴ ساعت و واحد دوخت ۱۶ ساعت در روز کار می‌کنند. هر ۱۰۰ عدد محصول برای نهایی شدن طبق جدول زیر در هر مرحله زمان نیاز دارد:

	ساعت به ازای تولید ۱۰۰ عدد محصول		
	طراحی	برش	دوخت
پیراهن	۳	۱	۲
دامن	۲	۲	۳
شلوار	۲	۳	۴

یک مسئله خطی با هدف بیشینه کردن سود این کارگاه بنویسید.

۸. توضیح دهید چرا  $A^k$  که  $A$  ماتریس مجاورت گرافی ساده و بدون جهت است، تعداد مسیرهای دو به دو به طول  $k$  را نشان می‌دهد.