شهزاد ممیز ، ۸۱۰۱۰۰۲۷۲

تکلیف سری اول آمار احتمال مهندسی

۱)

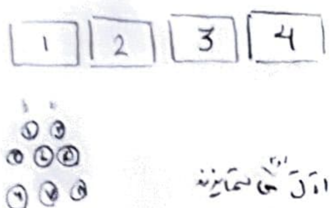
انتخاب k آهوی دارای نشان از n آهوی نشانه گذاری شده قبل

انتخاب $m-k$ آهو از $N-n$ آهوی نشانه گذاری نشده

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)} \qquad \frac{\binom{n}{k}\binom{N-n}{m-k}}{\binom{N}{m}}$$

۲) حالت بندی می‌کنیم:

I) باکس ۱ و ۲ هرکدام حاوی ۱ نفر باشند.



اتاق ها متمایزند

$$2\times\binom{8}{1}\binom{7}{1}\times\left(2^{6}-2\right)$$

برای هرکدام از ۶ نفر باقی مانده ، ۲ حالت وجود دارد اینکه در اتاق ۳ بروند یا در اتاق ۴ بروند ، حالتی که اتاق ۳ یا ۴ خالی بماند (۲ حالت) از کل حالت کم می‌شود.

II) باکس ۱ و ۲ هرکدام حاوی ۲ نفر باشند

$$2\times\binom{8}{2}\binom{6}{2}\left(2^{4}-2\right)$$

III) باکس ۱ و ۲ هرکدام شامل ۳ نفر باشند

$$2\times\binom{8}{3}\binom{5}{3}\left(2^{2}-2\right)$$

مجموع : $2\binom{8}{1}\binom{7}{1}\left(2^{6}-2\right)+2\binom{8}{2}\binom{6}{2}\left(2^{4}-2\right)+2\binom{8}{3}\binom{5}{3}\left(2^{2}-2\right)$

(۳)

تعداد حالات انتخاب زیرمجموعه ۸ عضوی از مجموعه ۱۲ عضوی :

$n(S) = \binom{12}{8}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

حداکثر ۳ عضو متعلق به اعداد طبیعی ۱ تا ۶ باشد :

انتخاب ۳ عضو از $\{1, 2, \dots, 6\}$ — انتخاب ۵ عضو از $\{7, \dots, 12\}$

$n(A) = \cancel{\binom{6}{0}\binom{6}{8}} + \cancel{\binom{6}{1}\binom{6}{7}} + \binom{6}{2}\binom{6}{6} + \binom{6}{3}\binom{6}{5} = 15 + \frac{6\times 5\times 4}{3\times 2}\times 6 = \underline{135}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{135}{\binom{12}{8}} = \frac{135}{\frac{12\times 11\times 10\times 9}{4\times 3\times 2}} = \boxed{\frac{3}{11}}$

تعداد حالات انتخاب زیرمجموعه ۷ تایی از مجموعه ۱۲ عضوی

$n(S) = \binom{12}{7}$

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$

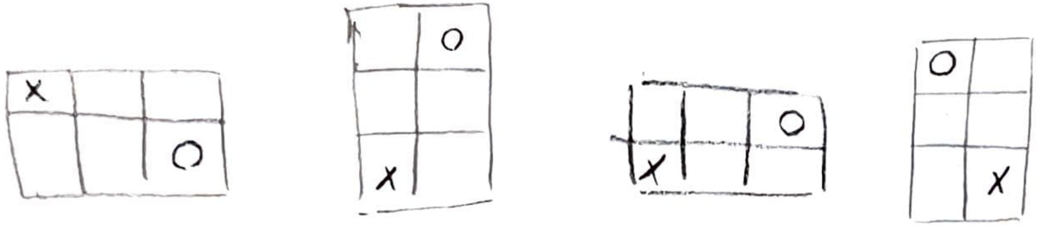
$n(B)$: حداکثر ۳ عضو متعلق به اعداد ۱ تا ۶

$\cancel{\binom{6}{0}\binom{6}{7}} + \binom{6}{1}\binom{6}{6} + \binom{6}{2}\binom{6}{5} + \binom{6}{3}\binom{6}{4} = 6 + 15\times 6 + 20\times 15$

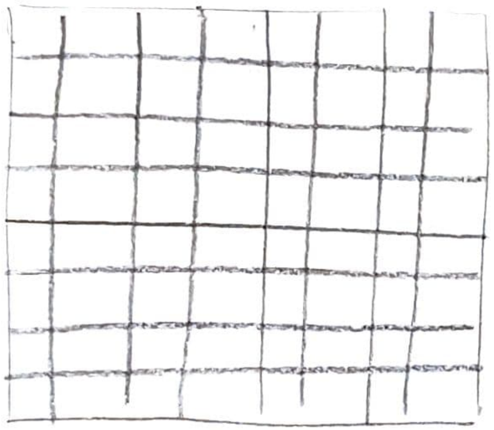
$P(B) = \frac{96 + 300}{\binom{12}{7}} = \frac{396}{\frac{12\times 11\times 10\times 9\times 8}{2\times 3\times 4\times 5}} = \frac{132}{33\times 8} = \frac{12}{3\times 8} = \boxed{\frac{1}{2}}$

$|P(A) - P(B)| = \frac{1}{2} - \frac{3}{11} = \frac{11-6}{22} = \boxed{\frac{5}{22}}$

(۴- در این صورت‌ها یکدیگر را تهدید می‌کنند :



و حالتی که جای o , x برعکس شود . از ۲ حالت !

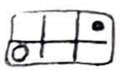


(I) تعداد شکل های  (۲×۳) : ۶×۷

(II) تعداد شکل های ۳×۲ ، ۶×۷

$۶×۷×④ + ۶×۷×④ ⇒ ۶×۷×۸ = \boxed{۳۳۶}$

همچنین برای شکل ۲×۳ هم ۴ حالت وجود دارد

تعداد حالات  ۱ و برعکس ۲  ۳ و برعکس ۴

پاسخ نهایی : ۶×۷×۸×②

چون صفحهٔ شطرنج را اگر بچرخانیم ۹۰° گوشهٔ پایین سمت راست ، رنگ خانه‌اش تغییر می‌کند.

(۵-

۴)

به ۱۰۰ نفر صندلی مجاوره در صف اند. اعضا را به شکل دایره‌ای در نظر می‌گیریم می‌توانیم داشته باشیم

از هر ۱۰۰ ها دایره را از کنیم. طبق مقاله اگر m مربع، n دایره شکل یک دور

به $m-kn$ حالت می‌توانیم اعضا را یار کنیم. نسبت $m/n = ۳$ است، و k-domaining به

صورت کوچکتر از آن بار است. پس با 1-domaining باشد یا 2-domaining است. 1-dom حالت

2-domaining را پوشش می‌دهد پس با $k=1$ حل می‌کنیم

$m-kn = ۳۰۰ - ۱\times۱۰۰ = ۲۰۰$

این دایره را از ۱۰۰ جای تول قطع، خط عمود می‌رسیم از ۳۰۰ جا فرض تکرار است پس:

$۲۰۰/۴۰۰ = ۱/۲$

۵)

افراد ثابت اند و نقطه‌ها صندلی کنار هم.

۵ نفر ترتیب‌شده و ۶ جای خالی برای ۴۵ نفر داریم. که ۴ جای آن حتما باید

یک نفر حداقل باشد

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = ۴۵$

$x_2 , x_3 , x_4 , x_5 > ۴$

حل معادله سیاله داریم:

$\boxed{\binom{۳۴}{۵}}$

پاسخ نهایی

۱۴۰۲٫۲

۵ ۱۲۱۲ ۴۲۱۱۱

۷

برای پیدا کردن کد ابتدا چند تا مثال برای خودمان می‌زنیم:

$01210 \rightarrow \binom{2}{1}$

برای آنکه ۲ حرف کنار هم قرار نگیرند باید یکی از جایگاه‌های زوج را برای آن ۲ انتخاب کرد:

$010201020 \rightarrow \binom{5}{2}$

برای ۳ عدد داریم:

$0102030102030 \rightarrow \binom{7}{2}$

پس

$$\Longrightarrow \begin{cases} 2\times\binom{5}{2}\times\binom{7}{2}\times\binom{9}{2}\times\cdots\times\binom{2n-1}{2} & n\geq 3 \\ 2 & n=2 \\ 0 & n=1 \end{cases}$$

۸

ابتدا اثبات اینکه تعداد زیرمجموعه‌های r عضوی مجموعه $A=\{1,2,3,\dots,n\}$ که هیچ ۲ عضو متوالی ندارند برابر است با: $\binom{n-r+1}{r}$

اثبات) تعداد زیرمجموعه‌های r عضوی مجموعه A به شکلی که ۲ عضو متوالی نداشته باشند به شکل زیر است:

$\_\; a_1 \;\_\; a_2 \;\dots\; a_r \;\_$

که فضای خالی وسط حداقل باید یک عدد باشد و نمی‌تواند خالی بماند ولی فضای ۲ گوشه می‌تواند خالی بماند.

معادله‌اش را می‌نویسیم:

$$x_1+\cdots+x_{r+1}=n-r \longrightarrow \binom{n-r+1}{r}$$

به ادامه سوال می‌پردازیم: اعداد را از حالت دایره‌ای به صورت خطی می‌چینیم و حالتی که همزمان اول و آخر هم باشند حذف می‌شود. ۲ عدد کنار ابتدا و انتها را نمی‌توانیم برداریم. پس ۴ عدد از n عدد کنار می‌روند و تعداد حالات به شکل $\binom{n-r-1}{r-2}$ در می‌آید.

کل حالات از تفاضل ۲ حالت قبل به دست می‌آید:

$$\binom{n-r+1}{r}-\binom{n-r-1}{r-2}=\frac{(n-r+1)!}{r!\,(n-2r+1)!}=\frac{(n-r-1)!}{(r-2)!\,(n-2r-1)!}=\frac{(n+r-1)!}{(r-2)!\,(n-2r-1)!}=$$

$$\frac{n}{r}\binom{n-r-1}{r-1}$$