شهزاد همیز

Subject:

Date: ۱۴۰۰/۱۲/۶ گروه ۱:

تمرین اول ترکیبیات مقدماتی

$S = \{۱, ۲, ..., ۱۰\}$ برای مثال

①

راه ①

$A \subseteq B \subset S$

↓

$۲^{۱۰} - ۱$ ⟵ تعداد حالات

زیرا هرکدام از اعضای S ۲ حالت دارند در مجموعه B باشند یا نباشند: $\underbrace{۲ \times ۲ \times \cdots \times ۲}_{۱۰} = ۲^{۱۰}$

فقط حالتی که $B = S$ است حذف می‌شود یعنی $(۲^{۱۰} - ۱)$ حالت برای B داریم

فرض کنید B ، ۹ عضوی باشد؛ برای A $\binom{۱۰}{۱}(۲^۹ - ۱)$ حالت داریم که A نباید تهی باشد

انتخاب عضوی که حذف می‌کنیم

$(۲^۸ - ۱) \binom{۱۰}{۲}$ 〃 〃 ۸ 〃 〃

$(۲^۷ - ۱) \binom{۱۰}{۳}$ 〃 〃 ۷ 〃 〃

پاسخ: $(۲^۹ - ۱)\binom{۱۰}{۱} + (۲^۸ - ۱)\binom{۱۰}{۲} + (۲^۷ - ۱) + \binom{۱۰}{۳}(۲^۶ - ۱) + \cdots + \binom{۱۰}{۹}(۲^۱ - ۱) = \boxed{۵۷۰۰۲}$

راه دیگر ②

$A \subseteq B \subset S$

$\{a_۱, a_۲, ..., a_{۱۰}\}$

↓ تعداد حالات

- یا در A و B باشد
- یا در B باشد و در A نباشد
- یا در A و B نباشد

⟵ حالت $\underbrace{۳ \times ۳ \times \cdots \times ۳}_{۱۰} = ۳^{۱۰} - ۱$

②

nat**o**rn**i**t**e**l**a**n**i**

با صدا	بی صدا
۲ × a	۳ × n
۲ × i	۲ × t
۱ × e	۱ × r
۱ × o	۱ × L

۶ با صدا، ۷ بی صدا

– ○ – ○ – ○ – ○ – ○ – ○ –

الف)

$$\underbrace{\frac{۷!}{۳! \, ۲!}}_{\text{جایگشت حروف بی صدا}} \times \underbrace{\frac{۶!}{۲! \times ۲!}}_{\text{جایگشت صدادار}}$$

ب)

$\underset{\text{با صدا}}{\downarrow} \quad \underbrace{\cdots\cdots}_{۱۱}$ ⟵ بی صدا

$$= \frac{۶ \times ۷ \times ۱۱!}{۳! \, ۲! \, ۲! \, ۲!}$$

Subject: حالت های مجاور : Date: / /

$a \longrightarrow 2\times$

$n \longrightarrow 3\times$

nanan

nanna

annan

ب)

همه حالت ها

$$3\times\frac{\dfrac{11!}{3!\,2!\,2!\,2!}}{\dfrac{5!}{3!\,2!}} = \boxed{3\times\frac{11!}{2!\,2!\,5!}}$$

۳ حالت مجاور

حالت های کشف n, a

ج)

$\boxed{ta}$ $\boxed{ta}$ $\boxed{ta}$ حالت درست

$2\times \longrightarrow a$

$2\times \longrightarrow t$

$$\boxed{\frac{11!}{3!\,2!}\times 2}$$

۹ حرف + ۲ بلاک

۳ تا تکراری

۲ تا تکراری

$\frac{4!}{2!\,2!} - 2 = 4$

حالت خوب ← tata, atat

حالت درست → taat, atta

از متن شماره ۲ ...

③

$$7x_8 + 4(x_1+x_2+\cdots+x_7) = 64$$

هر کدام از $x_1, \ldots, x_8$ یک نوع ازمون را نشان میدهد.

اگر $x_8 = 0 \longrightarrow \checkmark\ x_1+\cdots+x_7 = 16$ $\binom{16+7-1}{16} = \binom{22}{16}$

اگر $x_8 = 1 \longrightarrow \times$ ناممکن زیرا $(64-7)$ مضرب ۴ نیست

اگر $x_8 = 2 \longrightarrow \times$

$x_8 = 3 \longrightarrow \times$

$x_8 = 4 \longrightarrow \checkmark\quad x_1+\cdots+x_7 = \frac{64-28}{4} = 9 \longrightarrow \binom{9+7-1}{9} = \binom{15}{6}$

$x_8 = 5 \longrightarrow \times$

$x_8 = 6 \longrightarrow \times$

$x_8 = 7 \longrightarrow \times$

$x_8 = 8 \longrightarrow x_1+\cdots+x_7 = \frac{64-56}{4} = 2 \longrightarrow \binom{2+7-1}{2} = \binom{8}{2}$

$x_8 = 9 \longrightarrow \times$

مجموع تعداد حالت ها : $\binom{8}{2}+\binom{15}{6}+\binom{22}{16}$

Subject: Date: / /

۱ دروازه‌بان	
۵ دفاع (۲ نفر هم مهاجم‌اند)	
۳ میانه (که یک نفر هم مهاجم است) ●	۱۳
۴ مهاجم (البته ۲ تا باشی کی) *	

هم زمان نمی‌توانند هر دو مهاجم باشند

$\left.\begin{array}{l} ۲ \text{ مدافع} \\ ۱ \text{ میانه} \\ ۲ \text{ مهاجم} \end{array}\right\} ۵$

دفاع

حالت اول بازی نزن ⟶ بازیکن * مهاجم نباشد (انتخاب مهاجم) $\times \binom{۵}{۲} \times$ بازیکن ● میانه باشد $\times \binom{۵}{۱} = ۱۰ \times ۵ = ۵۰$

انتخاب ۱ مهاجم از ۵

بازیکن ● میانه نباشد.

⟶ // $\times \binom{۵}{۲} \times \binom{۲}{۱} \times \binom{۴}{۱} = ۱۰ \times ۸ = ۸۰$

بازیکن * ۵ مهاجم مانده

اگر بازیکن * مهاجم باشد ⟶ $\binom{۲}{۱}\binom{۴}{۱} \times \binom{۳}{۱} \times \binom{۲+۴-۱}{۲} = ۸ \times ۳ \times ۱۰ = \boxed{۲۴۰}$

یک نفر از ۲ نفر باقی‌مانده دفاعی را انتخاب می‌کنیم

از ۴ نفر دفاعی ۱ نفر دیگر را انتخاب می‌کنیم

میانه

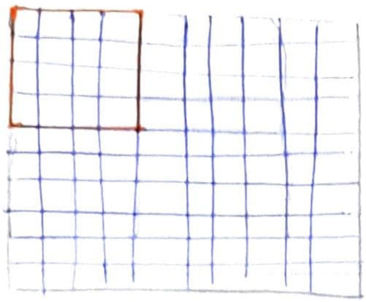
⟶ $\sum = ۵۰ + ۸۰ + ۲۴۰ - ۳۰ = ۳۷۰ - ۳۰ = \boxed{۳۴۰}$

۱۳۰

(در این حالت چون دارد که هر دو مدافع نیاز زن باشند انتخاب کرده باشیم (یعنی حالت تکراری شمرده‌ایم)

$\binom{۳}{۱}\binom{۴+۲-۱}{۲} = ۳ \times ۱۰ = ۳۰$

④ تعداد حالت‌های انتخاب یک مربع ۴×۴ از یک جدول ۱۰×۱۰



ابتدا در یک سطر ۱۰ تایی محاسبه می‌کنیم.

حالت ① : حالتی که مربع‌های ۴×۴ باید خط جدا شده باشند و هیچ یک فاصله نداشته باشند. $3 \times 7 = 21$

حالت ② : باید یک فاصله داشته باشند. $2 \times 7 = 14$

حالت ③ : ۲ فاصله داشته باشند. $1 \times 7 = 7$

حالت ④ :

بدون فاصله افقی $3 \times 7 = 21$

۱ فاصله افقی $2 \times 7 = 14$

۲ فاصله افقی $1 \times 7 = 7$

شمارش مجموع تعداد سطرهای شامل ۴ تایی $= 7 \times 7 = 49$

حالت‌های مختلف را که در نظر بگیریم مجموعاً ۴۹ حالت دارد. (اگر یکی یکی بشمریم)

⑥ فرمول تبدیل دو به دو (جایگشت)

$$\boxed{P^n_r = \frac{p^n_r}{r}}$$

$$Q^{13}_1 + Q^{13}_2 + Q^{13}_3 + \dots + Q^{13}_{13}$$

$$Q^{13}_1 = \frac{P^{13}_1}{1} = 13$$

$$Q^{13}_2 = \frac{P^{13}_2}{2} = \frac{12 \times 13}{2 \times 2} = \frac{6 \times 13}{2} = 3 \times 13$$

$$Q^{13}_3 = \frac{P^{13}_3}{3} = \frac{13 \times 12 \times 11}{3 \times 2 \times 3} = 13 \times 2 \times 11$$