

به نام خدا



نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها - بهار ۱۴۰۲
تمرین شماره ۶
دستیار آموزشی این مجموعه: پاشا براهیمی
pashabarahimi@gmail.com



تاریخ تحویل : ۶ اردیبهشت (صفحه درس)

نکته: در تمامی سوالاتی که باید PDA رسم کنید، فرض کنید \$ در استک قرار ندارد و در صورت نیاز باید خودتان این مورد را در استک push کنید.

(1) برای هرکدام از زبان‌های زیر یک PDA رسم کنید. (20 نمره)

الف) $L_1 = \{a^i b^j c^k \mid j = 2i + k + 1; i, j, k \geq 0\}$

ب) $L_2 = \{a^i b^j c^k \mid j \leq \max(i, k); i, j, k \geq 0\}$

ج) $L_3 = \{a^n b^{3m} c^{2m} d^{n-1} \mid n, m \geq 1\}$

د) $L_4 = \{xwy \mid x, y, w \in \{a, b\}^* \text{ and } w = w^R \text{ and } n_a(x) = n_b(y)\}$

(2) برای گرامر زیر یک PDA با حداکثر 3 حالت¹ رسم کنید و سپس زبان گرامر را بنویسید. (15 نمره)

$$S \rightarrow TbT$$

$$T \rightarrow aTb \mid bTa \mid TT \mid \epsilon$$

(3) زبان زیر را در نظر بگیرید: (20 نمره)

$$L = \{w \mid w = (ab)^* cc^* d\}$$

¹ State

الف) برای این زبان یک NFA رسم کنید.

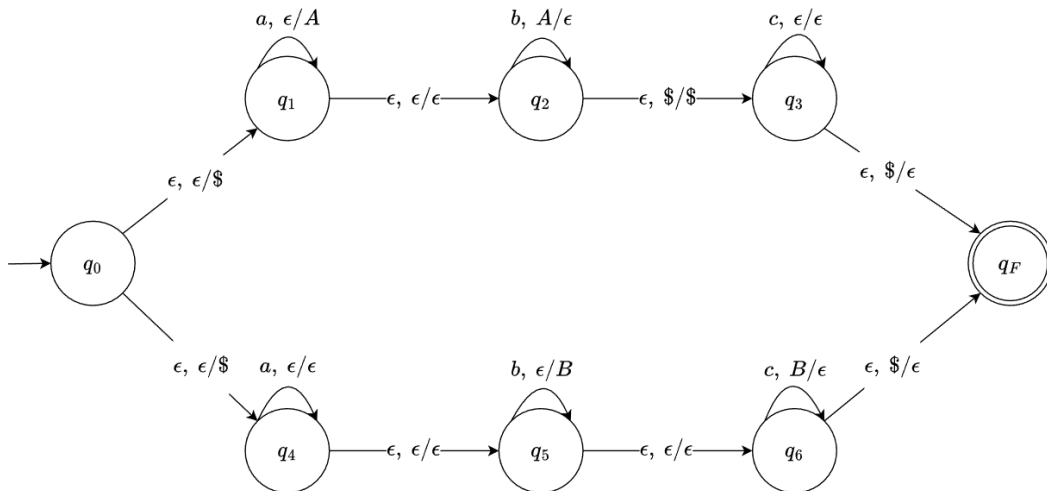
ب) آیا می‌توانید NFA بخش قبل را با فقط 3 حالت رسم کنید؟ در صورت امکان این کار را انجام دهید و در غیر این صورت، دلیل خود را به صورت خلاصه ذکر کنید.

ج) آیا می‌توانید یک PDA برای این زبان با حداکثر 3 حالت رسم کنید؟ در صورت امکان این کار را انجام دهید و در غیر این صورت، دلیل خود را به صورت خلاصه توضیح دهید.

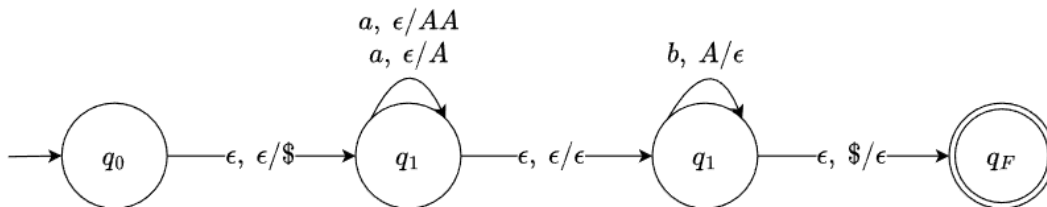
د) آیا می‌توان برای هر زبان Context-Free یک PDA با 3 حالت رسم کرد؟ در صورت امکان، روش کار خود را توضیح دهید.

4) زبانی که هرکدام از PDAهای زیر می‌پذیرد را بنویسید. (20 نمره)

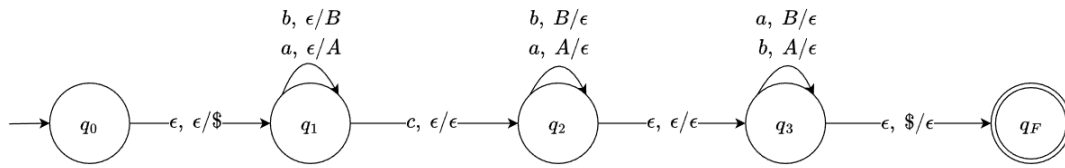
الف)



ب)



(5) گرامر متناظر با PDA زیر را بنویسید. (15 نمره)

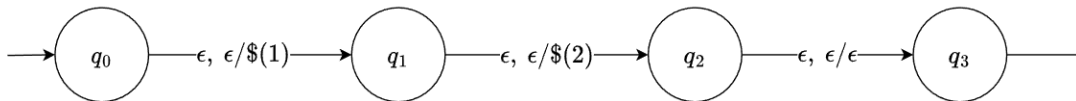


(6) آیا زبان زیر مستقل از متن است؟ پاسخ خود را اثبات کنید. (10 نمره)

$$L = \{a^n b^m \mid n \neq 3m + 1, n, m \geq 1\}$$

(7) امتیازی: به PDA با 2 استک Double-Stack PDA گفته می‌شود. در این PDA شما به 2 عدد استک دسترسی دارید و در هر گذار² می‌توانید فقط در یک استک عملیات انجام دهید و در هر عملیات مشخص می‌کنید که از کدام استک استفاده می‌کنید. (10 نمره)

برای رسم این PDA به مثال زیر توجه کنید:



در این مثال توسط گذار اول \$ در استک اول push می‌شود و در گذار دوم \$ در استک دوم push می‌شود. در گذار سوم به دلیل عدم انجام عملیات در استک، هیچ استکی مشخص نشده است.

الف) یک Double-Stack PDA برای زبان زیر رسم کنید.

$$L = \{a^n b^m c^m d^{n+m} \mid n, m \geq 0\}$$

² Transition

ب) آیا قدرت Double-Stack PDA با Single-Stack PDA یکسان است؟ به صورت خلاصه دلیل خود را توضیح دهید. دقت کنید که برای برابر بودن قدرت این دو PDA، لازم است این برابری به صورت دو طرفه وجود داشته باشد؛ در نتیجه این مورد را در دلایل خود (در صورتی که پاسخ شما برابری قدرت است)، لحاظ کنید.