

سوال ۶ صفحه ۱۰۸ یک مثال برای بدترین حالت تطابق رشته

شهریار مصیر

text: AAAAAAAAAAAAAAAAAAAB → طول n ۸۱۵۱۵۵۲۷۲

pattern: AAAAAAB → طول m  
آند

تدوین اول طراحی آسوریت  
استاد اسد پور

داخل هر استر m بار loop میزنیم و در ک n-m-1 بار در خود text loop

میزنیم. در کل  $m(n-m-1)$  مقایسه انجام می دهیم.

مسئله ۲ ص ۱۷۱: متن تشکیل شده از  $n$  حروف و  $0 \leq i \leq n-1$  نمونه ای از ورودی بدترین حالت آن است  
 ۸-  $a$ ، توجه داشته باشید که تعداد زیر رشته های مورد نظر آن با  $A$  در قسمت پیشین آن، موقعی شروع  
 می شوند برابر است با تعداد  $B$  درست است آن متن. این منجر به الگوریتم ساده زیر می شود.  
 به تعداد زیر رشته مورد نظر را به  $\theta$  مقدار دهی کنید. متن را از چپ به راست اسکن کنید و برای هر  
 کاراکتر به جز آخرین کاراکتر، کارهای زیر را انجام دهید: آن با  $A$  مواج بشوید، تمام  $B$  های زیر  
 آن را بشمارید و این عدد را به تعداد زیر رشته های مورد نظر اضافه کنید. بعد از پایان اسکن، آخرین  
 تعداد را برگردانید. در بدترین حالت متنی که از  $A$  تشکیل شده است، تعداد کل مقایسه با کاراکترها  
 است.  $(n^2) \in n(n+1)/2 - 1$   
 $n + (n-1) + \dots + 2 = n(n+1)/2 - 1$

$b$ ، توجه داشته باشید که تعداد زیر رشته های مورد نظر که با  $B$  ختم می شوند یک موقعیت معنی  
 $(0 < i \leq n-1)$  در متن برابر با تعداد  $A$  درست است آن موقعیت است. این منجر به الگوریتم زیر می شود.  
 تعداد زیر رشته های مورد نظر را، ابتدا مقدار دهی کنید و تعداد  $A$  را تا  $0$  بشمارید. متن را از  
 چپ به راست اسکن کنید تا متن تمام شود و موارد زیر را انجام دهید. اگر  $A$  وجود دارد، تعداد  $A$  را  
 افزایش دهید. اگر  $B$  وجود دارد مقدار فعلی  $A$  را به تعداد زیر رشته های مورد نظر اضافه کنید  
 بعد از اتمام متن، آخرین مقدار زیر رشته های مورد نظر را برگردانید. از آنجایی که الگوریتم با صرف زمان  
 ثابت برای هر کدام از کاراکترها آن، یک گذراز متن عین انجام می دهد، الگوریتم خطی است.

۳. ص ۱۱۳ اثر  $n_i$  با فرمول  $|n_i - n_{i-1}| = 1$   $\sum_{i=1}^n \frac{1}{n}$  قرار دهیم، این فرمول داده می شود  
 از آنجایی که تعداد نقاط  $n$  ثابت می ماند، می توانیم  $\frac{1}{n}$  مضاعف را نادیده بگیریم  $\sum_{i=1}^n |n_i - n_{i-1}| = 1$   
 را به حداقل برسانیم. باید موارد زوج و فرد  $n$  را جداگانه در نظر بگیریم. به عبارتی  $n$  زوج باشد. ابتدا موارد  
 $n=2$  را در نظر بگیرید. مجموع  $|n_1 - n| + |n_2 - n|$  برابر است با  $n_2 - n_1$ ، طول بازه با نقاط  
 پایانی  $n_1$  و  $n_2$  برای هر نقطه  $n$  خارج از این بازه. این به این معنی است که برای  $n$  زوج  
 مجموع  $|n_i - n| = [|n_1 - n| + |n_n - n|] + [|n_2 - n| + |n_{n-1} - n|] + \dots + [|n_{n/2} - n| + |n_{n/2+1} - n|]$   
 زمانی به حداقل می رسد که  $n$  به هر یک از بازه های  $[n_1, n_n]$ ،  $[n_2, n_{n-1}]$ ،  $\dots$ ،  $[n_{n/2}, n_{n/2+1}]$

تعلق داشته باشد. اگر  $n$  یکی از نقاط داده شده، باشد  $n_{n/2} \leq n \leq n_{n/2+1}$  مشکل را حل می کند.  
 اجازه دهید که  $n > 1$  فرد باشد سپس مجموع  $|n_i - n| = 1$   $\sum_{i=1}^n$  به حداقل می رسد که  $n = n_{n/2}$   
 باشد، نقطه ای که درست است، با تعداد نقاط داده شده، درست است برابر است. به عنوان  
 تری نقطه در  $n_{[n/2]} - \text{th}$  که میان ناسید می شود توجه کنید. مسئله  $n$  زوج را هم حل می کند  
 برای یک لیست مرتب شده که به عنوان یک آرایه آماده ساز شده است، می توانیم در زمان  
 $\theta(1)$  با بازگرداندن عنصر  $n_{[n/2]}$  از آرایه پیدا کرد. بخش 5.6 بحث کلی تره از الگوریتم

جای محاسبه میانه ارائه شد

۶. ابتدا اختلاف بین بیشترین و کمترین نقطه را بدام کنیم. سپس با تقسیم بر ۲ کردن نقطه وسط پیدا می شود. حال باید حد کنیم این نقطه وسط در بین شمرها هست یا خیر. اگر بود جواب این نقطه است چون موقعیت  $a_1$  و  $a_n$  از این نقطه برابر است. م این خاطر که اگر وسط وجود نداشته، نزدیک ترین نقطه ها را به چپ و قبل نقطه وسط را بدام کنیم. باید رابیه  $a_1$  و  $a_2$  و  $a_3$  و  $a_4$  و  $a_5$  و  $a_6$  و  $a_7$  و  $a_8$  و  $a_9$  و  $a_{10}$  و  $a_{11}$  و  $a_{12}$  و  $a_{13}$  و  $a_{14}$  و  $a_{15}$  و  $a_{16}$  و  $a_{17}$  و  $a_{18}$  و  $a_{19}$  و  $a_{20}$  و  $a_{21}$  و  $a_{22}$  و  $a_{23}$  و  $a_{24}$  و  $a_{25}$  و  $a_{26}$  و  $a_{27}$  و  $a_{28}$  و  $a_{29}$  و  $a_{30}$  و  $a_{31}$  و  $a_{32}$  و  $a_{33}$  و  $a_{34}$  و  $a_{35}$  و  $a_{36}$  و  $a_{37}$  و  $a_{38}$  و  $a_{39}$  و  $a_{40}$  و  $a_{41}$  و  $a_{42}$  و  $a_{43}$  و  $a_{44}$  و  $a_{45}$  و  $a_{46}$  و  $a_{47}$  و  $a_{48}$  و  $a_{49}$  و  $a_{50}$  و  $a_{51}$  و  $a_{52}$  و  $a_{53}$  و  $a_{54}$  و  $a_{55}$  و  $a_{56}$  و  $a_{57}$  و  $a_{58}$  و  $a_{59}$  و  $a_{60}$  و  $a_{61}$  و  $a_{62}$  و  $a_{63}$  و  $a_{64}$  و  $a_{65}$  و  $a_{66}$  و  $a_{67}$  و  $a_{68}$  و  $a_{69}$  و  $a_{70}$  و  $a_{71}$  و  $a_{72}$  و  $a_{73}$  و  $a_{74}$  و  $a_{75}$  و  $a_{76}$  و  $a_{77}$  و  $a_{78}$  و  $a_{79}$  و  $a_{80}$  و  $a_{81}$  و  $a_{82}$  و  $a_{83}$  و  $a_{84}$  و  $a_{85}$  و  $a_{86}$  و  $a_{87}$  و  $a_{88}$  و  $a_{89}$  و  $a_{90}$  و  $a_{91}$  و  $a_{92}$  و  $a_{93}$  و  $a_{94}$  و  $a_{95}$  و  $a_{96}$  و  $a_{97}$  و  $a_{98}$  و  $a_{99}$  و  $a_{100}$  و  $a_{101}$  و  $a_{102}$  و  $a_{103}$  و  $a_{104}$  و  $a_{105}$  و  $a_{106}$  و  $a_{107}$  و  $a_{108}$  و  $a_{109}$  و  $a_{110}$  و  $a_{111}$  و  $a_{112}$  و  $a_{113}$  و  $a_{114}$  و  $a_{115}$  و  $a_{116}$  و  $a_{117}$  و  $a_{118}$  و  $a_{119}$  و  $a_{120}$  و  $a_{121}$  و  $a_{122}$  و  $a_{123}$  و  $a_{124}$  و  $a_{125}$  و  $a_{126}$  و  $a_{127}$  و  $a_{128}$  و  $a_{129}$  و  $a_{130}$  و  $a_{131}$  و  $a_{132}$  و  $a_{133}$  و  $a_{134}$  و  $a_{135}$  و  $a_{136}$  و  $a_{137}$  و  $a_{138}$  و  $a_{139}$  و  $a_{140}$  و  $a_{141}$  و  $a_{142}$  و  $a_{143}$  و  $a_{144}$  و  $a_{145}$  و  $a_{146}$  و  $a_{147}$  و  $a_{148}$  و  $a_{149}$  و  $a_{150}$  و  $a_{151}$  و  $a_{152}$  و  $a_{153}$  و  $a_{154}$  و  $a_{155}$  و  $a_{156}$  و  $a_{157}$  و  $a_{158}$  و  $a_{159}$  و  $a_{160}$  و  $a_{161}$  و  $a_{162}$  و  $a_{163}$  و  $a_{164}$  و  $a_{165}$  و  $a_{166}$  و  $a_{167}$  و  $a_{168}$  و  $a_{169}$  و  $a_{170}$  و  $a_{171}$  و  $a_{172}$  و  $a_{173}$  و  $a_{174}$  و  $a_{175}$  و  $a_{176}$  و  $a_{177}$  و  $a_{178}$  و  $a_{179}$  و  $a_{180}$  و  $a_{181}$  و  $a_{182}$  و  $a_{183}$  و  $a_{184}$  و  $a_{185}$  و  $a_{186}$  و  $a_{187}$  و  $a_{188}$  و  $a_{189}$  و  $a_{190}$  و  $a_{191}$  و  $a_{192}$  و  $a_{193}$  و  $a_{194}$  و  $a_{195}$  و  $a_{196}$  و  $a_{197}$  و  $a_{198}$  و  $a_{199}$  و  $a_{200}$  و  $a_{201}$  و  $a_{202}$  و  $a_{203}$  و  $a_{204}$  و  $a_{205}$  و  $a_{206}$  و  $a_{207}$  و  $a_{208}$  و  $a_{209}$  و  $a_{210}$  و  $a_{211}$  و  $a_{212}$  و  $a_{213}$  و  $a_{214}$  و  $a_{215}$  و  $a_{216}$  و  $a_{217}$  و  $a_{218}$  و  $a_{219}$  و  $a_{220}$  و  $a_{221}$  و  $a_{222}$  و  $a_{223}$  و  $a_{224}$  و  $a_{225}$  و  $a_{226}$  و  $a_{227}$  و  $a_{228}$  و  $a_{229}$  و  $a_{230}$  و  $a_{231}$  و  $a_{232}$  و  $a_{233}$  و  $a_{234}$  و  $a_{235}$  و  $a_{236}$  و  $a_{237}$  و  $a_{238}$  و  $a_{239}$  و  $a_{240}$  و  $a_{241}$  و  $a_{242}$  و  $a_{243}$  و  $a_{244}$  و  $a_{245}$  و  $a_{246}$  و  $a_{247}$  و  $a_{248}$  و  $a_{249}$  و  $a_{250}$  و  $a_{251}$  و  $a_{252}$  و  $a_{253}$  و  $a_{254}$  و  $a_{255}$  و  $a_{256}$  و  $a_{257}$  و  $a_{258}$  و  $a_{259}$  و  $a_{260}$  و  $a_{261}$  و  $a_{262}$  و  $a_{263}$  و  $a_{264}$  و  $a_{265}$  و  $a_{266}$  و  $a_{267}$  و  $a_{268}$  و  $a_{269}$  و  $a_{270}$  و  $a_{271}$  و  $a_{272}$  و  $a_{273}$  و  $a_{274}$  و  $a_{275}$  و  $a_{276}$  و  $a_{277}$  و  $a_{278}$  و  $a_{279}$  و  $a_{280}$  و  $a_{281}$  و  $a_{282}$  و  $a_{283}$  و  $a_{284}$  و  $a_{285}$  و  $a_{286}$  و  $a_{287}$  و  $a_{288}$  و  $a_{289}$  و  $a_{290}$  و  $a_{291}$  و  $a_{292}$  و  $a_{293}$  و  $a_{294}$  و  $a_{295}$  و  $a_{296}$  و  $a_{297}$  و  $a_{298}$  و  $a_{299}$  و  $a_{300}$  و  $a_{301}$  و  $a_{302}$  و  $a_{303}$  و  $a_{304}$  و  $a_{305}$  و  $a_{306}$  و  $a_{307}$  و  $a_{308}$  و  $a_{309}$  و  $a_{310}$  و  $a_{311}$  و  $a_{312}$  و  $a_{313}$  و  $a_{314}$  و  $a_{315}$  و  $a_{316}$  و  $a_{317}$  و  $a_{318}$  و  $a_{319}$  و  $a_{320}$  و  $a_{321}$  و  $a_{322}$  و  $a_{323}$  و  $a_{324}$  و  $a_{325}$  و  $a_{326}$  و  $a_{327}$  و  $a_{328}$  و  $a_{329}$  و  $a_{330}$  و  $a_{331}$  و  $a_{332}$  و  $a_{333}$  و  $a_{334}$  و  $a_{335}$  و  $a_{336}$  و  $a_{337}$  و  $a_{338}$  و  $a_{339}$  و  $a_{340}$  و  $a_{341}$  و  $a_{342}$  و  $a_{343}$  و  $a_{344}$  و  $a_{345}$  و  $a_{346}$  و  $a_{347}$  و  $a_{348}$  و  $a_{349}$  و  $a_{350}$  و  $a_{351}$  و  $a_{352}$  و  $a_{353}$  و  $a_{354}$  و  $a_{355}$  و  $a_{356}$  و  $a_{357}$  و  $a_{358}$  و  $a_{359}$  و  $a_{360}$  و  $a_{361}$  و  $a_{362}$  و  $a_{363}$  و  $a_{364}$  و  $a_{365}$  و  $a_{366}$  و  $a_{367}$  و  $a_{368}$  و  $a_{369}$  و  $a_{370}$  و <

۱۱  
۵ ۶

رایج است، هر یک از آنها کمتر باشد، جواب آن است. اما برای آن بود که  $a_1 < a_2$  <sup>وسط</sup>

وین این اهمیت ندارد کدام را انتخابی کنیم

$b_2 + a_2 = b_1 + a_1$  و از تعریف دانسته  
 $|a_1 - a_i| = |b_1 + a_1 - b_2 - a_2|$

$$|x_n - x_i - 1| = b_1 + a_1 + a_1$$

۹ کترین فاضل با مقایسه ۹۱ و ۹۲ پیدا می شد

$i = 1$        $\frac{1 + n}{2} = \text{middle}$       while ( $i \leq n$ ) [ if ( $a[i] < \text{middle}$ )

```
continue; else
```

```

        } else if (arr[i] < arr[i-1] & arr[i] < arr[i+1]) return arr[i];
    }
}

```

```

    if (arr[i] == arr[i-1] || arr[i] == arr[i+1]) return false;
    else return true;
}

```

سوال ۱۲ صفحہ ۱۱۳  
 میں دارالیم ضرب کردہ داخل قدر معلوق، مقدار کل قدر معلوق را عوض نہ کنند

چون  $|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2| \geq 0$  هر ۲ مانفی اند پس باید هر ۲ صریق باشند  $x_1 = x_2$  و  $y_1 = y_2$

\_\_\_\_\_

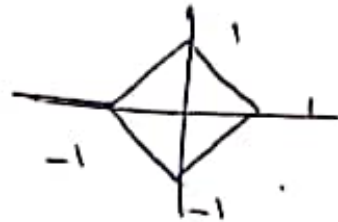
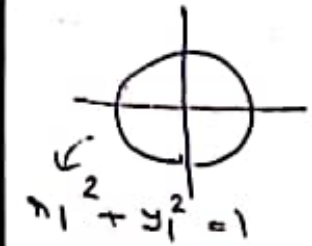
چون  $|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2| \geq 0$  هر ۲ مانفی اند پس باید هر ۲ صریق باشند  $x_1 = x_2$  و  $y_1 = y_2$

\_\_\_\_\_

b Euclidean distance  $\sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = 1$   $x^2 + y^2 = 1$

مجموعه نقاط محیط دایره به شعاع ۱ و مرکز (۰،۰)

$$|x| + |y| = 1 \quad \begin{cases} (0,1) & (0,-1) \\ (1,0) & (-1,0) \end{cases}$$

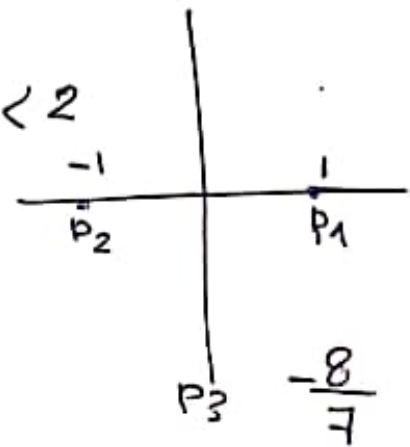


$$|(x_1 - x_3) + (y_3 - y_2)| \leq |x_1 - x_3| + |y_1 - y_3| \quad \text{طبقه همار}$$

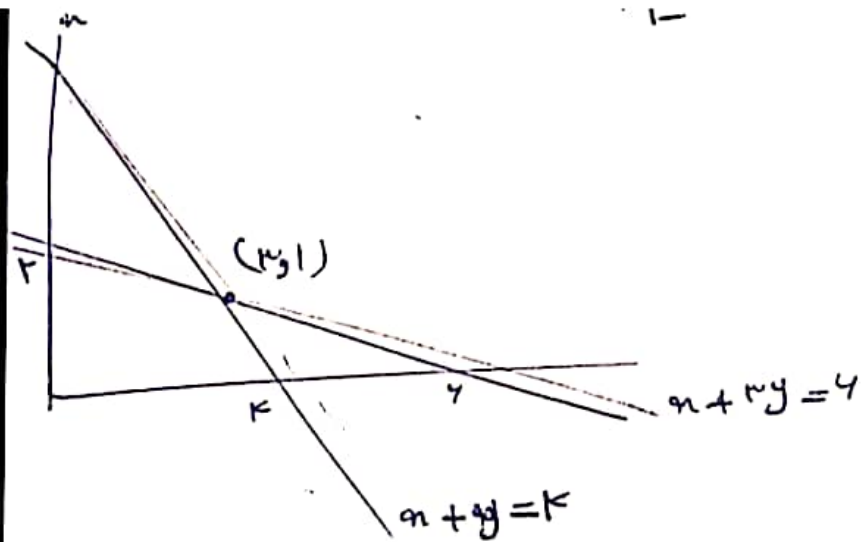
c. استنتاج است  $d_E(P_1, P_2) = 2$   $d_E(P_1, P_3) = \frac{\sqrt{113}}{7}$   $d_E(P_2, P_3) = \frac{\sqrt{113}}{7} < 2$

$$d_M(P_1, P_2) = 2 \quad d_M(P_1, P_3) = \frac{15}{7} \quad d_M(P_3, P_2) = \frac{15}{7} > 2$$

$$d_E(P_1, P_3), d_E(P_2, P_3) < d_M(P_1, P_3), d_M(P_2, P_3)$$







- ب. نقاط بحرانی:  $(0, 0)$ ,  $(4, 0)$ ,  $(2, 2)$ ,  $(0, 4/3)$
- ج. پاسخ:  $(2, 2)$  است و بیشترین مقدار  $3x + 5y$  را می‌دهد.
- د.  $3x + 5y$  را در نقاط بحرانی محاسبه می‌کنیم:
- در  $(0, 0)$ :  $3(0) + 5(0) = 0$
  - در  $(4, 0)$ :  $3(4) + 5(0) = 12$
  - در  $(2, 2)$ :  $3(2) + 5(2) = 14$  ✓✓
  - در  $(0, 4/3)$ :  $3(0) + 5(4/3) = 20/3 \approx 6.67$

سوال ۳ صفحه ۱۲۵ مدار اولی و براساس تعریف ضرایب اولی لیست که درجه ی تمام راس‌ها زوج باشند پس باید برای تک راس‌ها، این مورد بررسی شود. اگر ضرایب راس فرد بود ضرایف دیگر نمی‌تواند اولی باشد و اگر همی رئوس زوج بود، الگوریتم تمام می‌شود و ضرایف او یلی لیست.

شرط اینکه بفهمیم درجه یک راس چقدر است باید تعداد ۱ های ردیف مربوط به آن خط را بشماریم. بنابراین پیچیدگی شمارش ۱ های هر راس  $O(n)$  و باید تک راس‌ها را چک کرد که از  $O(n)$  می‌باشد. بنابراین پیچیدگی کامل الگوریتم  $O(n^2)$  می‌شود.

سوال ۱۲۹ حالت خاص مسئله تخصیص و ماتریکس را در کوچک ترین حالت ممکن در نظر می‌گیریم.

$$P_1 \begin{bmatrix} j_1 & j_2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \langle 1, 2 \rangle \rightarrow \text{person 1} \rightarrow \text{job 1 / person 2} \rightarrow \text{job 2}$$

$$P_2 \begin{bmatrix} 4 & 8 \end{bmatrix} \langle 2, 1 \rangle \rightarrow \text{person 1} \rightarrow \text{job 2 / person 2} \rightarrow \text{job 1}$$

کل تعداد حالت های ممکن مسئله تخصیص

مسئله تخصیص شامل کوچک ترین رقم ماتریس هزینه ها (رقم ۱) نمی شود.

سوال ۱ صند ۱۲۰ هشت وزیر

اگر تنها شرط این باشد که ۲ وزیر در یک خانه نباشند و انتخاب ۸ خانه از ۴۴ خانه موجود است

$$\binom{44}{8} = 4422145828$$

ب. اگر فقط شرط این باشد که در یک ردیف ۲ وزیر یا بیشتر نباشند و باید در هر ردیف یک

وزیر قرار بگیرد که برای هر ردیف ۸ حالت داریم و  $8! = 40320$

ج. اگر هر ۲ شرط ردیف و ستون انجام شود و در ردیف اول ۸ انتخاب داریم و در ردیف

دوم ۷ انتخاب و به همین ترتیب تا ردیف آخر = یک انتخاب داریم.

$$8! = 40320$$

ا. برای حساب کردن  $\binom{44}{8}$  حالت حدوداً ۴۴، هفتمین زمان نیاز است

ب. در این حالت باید  $8!$  حالت ممکن را بررسی کنیم که ۴۰۳۲۰ هفتمین زمان می برد

ج. برای حساب کردن ۴۰۳۲۰ حالت تقریباً ۴ میلی ثانیه طول خواهد کشید.