شهزاد ممیز

۸۱۰۱۰۰۲۷۲

تکلیف شماره ۴ نظریه زبان‌ها

سوال ①.

a) $S \rightarrow aSbSc \mid aScSb \mid bSaSc \mid bScSa \mid cSaSb \mid cSbSa$

$S \rightarrow aScSc \mid cSaSc \mid cScSa$

$S \rightarrow aSbSb \mid bSaSb \mid bSbSa$

$S \rightarrow \varepsilon$

b) $S \rightarrow A \mid B \mid C \mid D$

$A \rightarrow abA \mid a \mid \varepsilon$

$B \rightarrow baB \mid b \mid \varepsilon$

$C \rightarrow aC \mid \varepsilon$

$D \rightarrow bD \mid \varepsilon$

مثال هایی که برای خودمان می‌زنیم:

abab ...

یا

baba ...

aaaa

bbbb

c) $S \rightarrow bRakT$

$R \rightarrow bcR \mid aR \mid \varepsilon$

$K \rightarrow aK \mid bK \mid \varepsilon$

$T \rightarrow cT \mid \varepsilon$

d) $n=3$ . $n=0,1,\dots$ aaab... بازمثال می‌زنیم:

$S \rightarrow aaaA$

$A \rightarrow aAb \mid Ab \mid \varepsilon$

e) مثال می‌زنیم: $0, abb, bab, bba \in L$

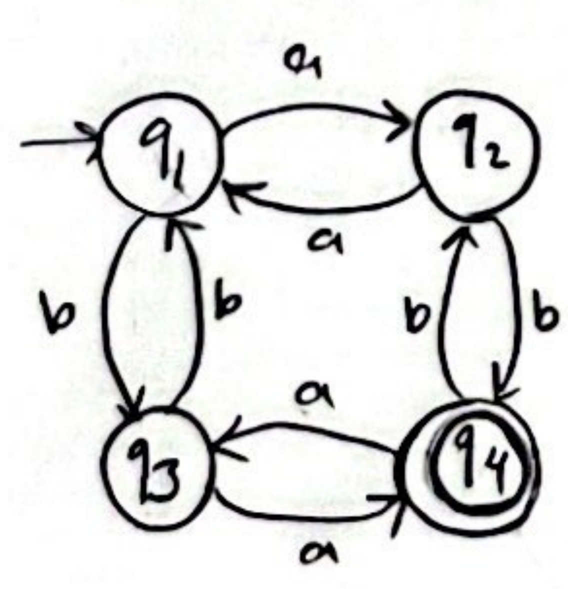
$S \rightarrow aSbSb \mid bSaSb \mid bSbSa \mid \varepsilon$

سوال ②.

(a

یعنی باید تعداد a , b فرد باشد چون باقی‌مانده آن‌ها بر ۲ برابر ۱ می‌باشد.

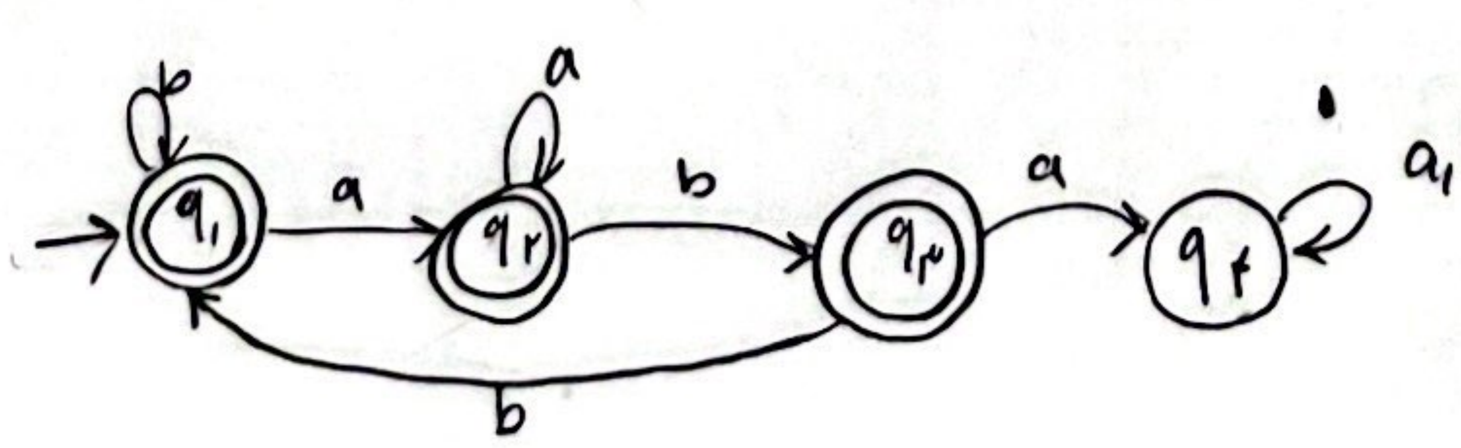
چند مثال می‌زنیم: ab , ba , aaab , abaa .




$S \rightarrow TaTbT \mid TbTaT$

$T \rightarrow aaT \mid bbT \mid \varepsilon$

(b




$U = \{V, \Sigma, R, S\}$

$w = (a^*bb + b)^* a^* (b+\varepsilon)$

$S \rightarrow TRM$

$T \rightarrow bT \mid RbbT$

$R \rightarrow aR \mid T$

$M \rightarrow b \mid \varepsilon$

S → V "→" L
Z → "a" | "c" | "b"
V → "A" | "B" | "c" | "D"
X → VX | V
M → ZM | Z
E → "ε"
T → XMT | MXT | XM | MX | X | M
L → T | T "|" L | E

سوال ③.

A → BCa | aA | ε

S → V "→" L
V → "A"
L → T "|" L
T → XM
M → Z
Z → "a"
X → VX
V → "B"
X → V
V → "C"

L → T "|" L
T → ZX
Z → "a"
X → V
V → "A"

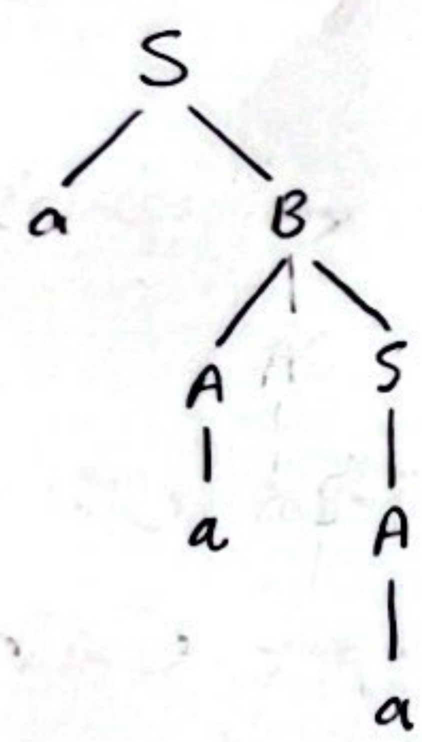
سوال ④.

a) طبق تعریف گرامر مبهم، با مثال ورودی متوجه می‌شویم که این گرامر مبهم است.

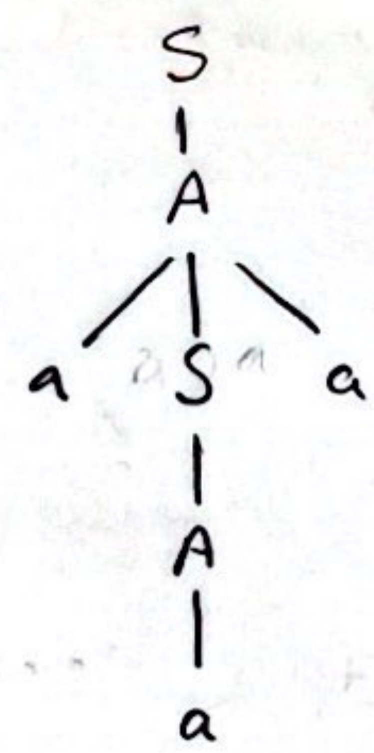
I) S → aB → aAS → aaS → aaA → aaa

II) S → A → aSa → aAa → aaa

I) درخت اشتقاق



II) درخت اشتقاق



با رسم درخت اشتقاق رشته aaa می‌بینیم که ۲ درخت اشتقاق مختلف برای یک رشته "aaa" وجود دارد. پس گرامر مبهم است.

b) گرامر را ساده می‌کنیم

S → A | aB
A → aSa | SB | a
B → AS

به جای B، AS می‌گذاریم →

S → A | aAS
A → aSa | SAS | a

گزاره داده شده غلط است. زیرا گرامر داده شده امکان تولید رشته "aa" وجود ندارد. پس نمی‌توان گرامر را به صورت aa* یا S → aS | a بازنویسی کرد.

c)

S → aS | aSbS | c

S → aB | c
B → SbS | S

Scanned with CamScanner

سوال ۵ .

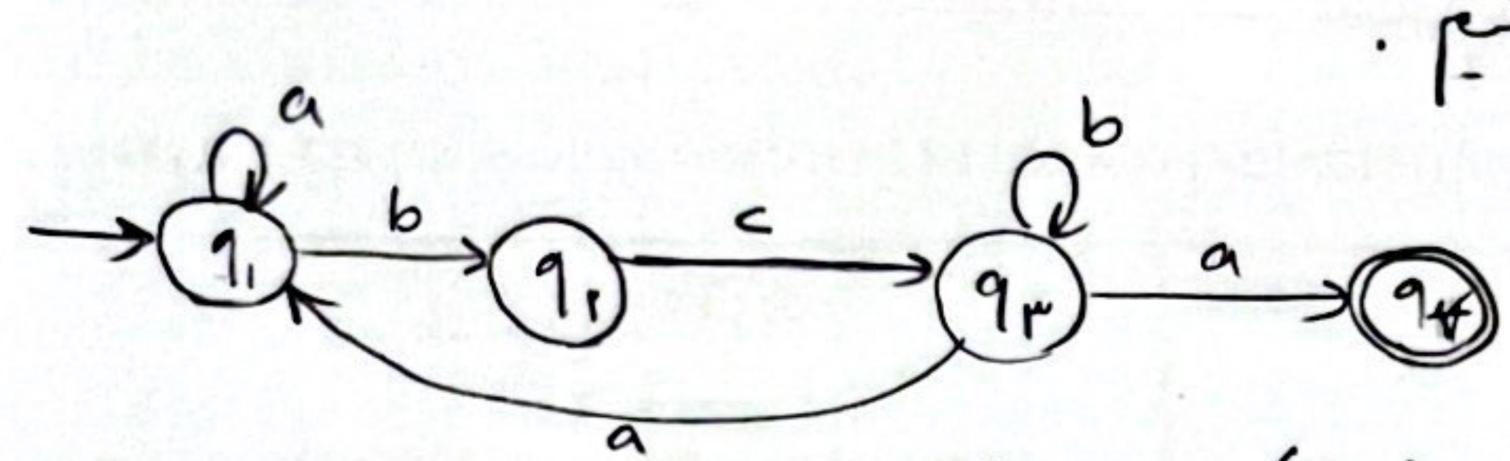
می خواهیم یک گرامر خطی چپ را، گرامر خطی راست تبدیل کنیم.

برای درک بهتر موضوع از یک مثال شروع می کنیم:

$S \rightarrow Sa \mid Abc$

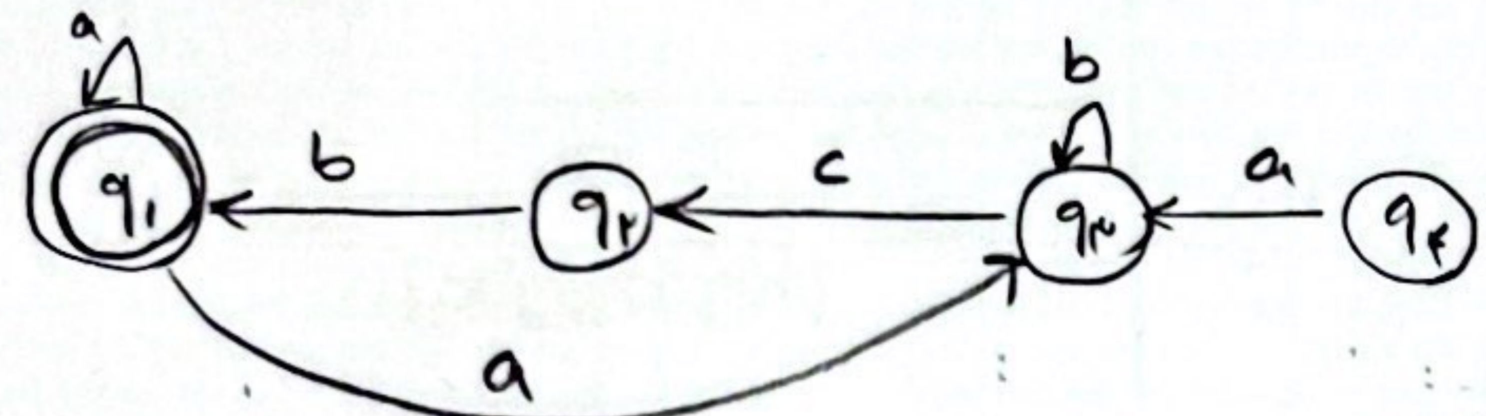
$A \rightarrow Sa \mid Ab \mid a$

در گام اول، گرامر خطی چپ را به DFA تبدیل می کنیم.




حال state ابتدایی (q1) و state نهایی (q4) - Final state - را جابجا می کنیم

وجهت همه فلش ها را عوض می کنیم.




در گام آخر، با توجه به finite automata بدست آمده،

گرامر را می نویسیم

$C \rightarrow aA$

$A \rightarrow bA \mid cb$

$S \rightarrow aS$

---

با ارائه مثالی دیگر، توضیح می دهیم:

گرامر خطی چپ به صورت روبرو داده شده،

$S \rightarrow Sab \mid Sbb \mid X \mid \varepsilon$

$X \rightarrow Xa \mid a$

---

non-deterministic ها را در گام اول حذف می کنیم

$S \rightarrow SY \mid X \mid \varepsilon$

$Y \rightarrow ba \mid bb$

$X \rightarrow Xa \mid a$

---

بنابراین گرامر خطی راست به صورت زیر حاصل می شود.

$S \rightarrow XS' \mid S'$

$S' \rightarrow baS' \mid bbS' \mid \varepsilon$

$B \rightarrow aB'$

$B' \rightarrow \varepsilon \mid aB'$

* اگر لازم به توضیح اضافه تر هست، در ادامه بهتر توضیح دادم

۱) گام ۱: ترتیب production ها را عوض می کنیم.

مثلاً اگر داریم $A \rightarrow aB'$ آن را به $B \rightarrow Aa'$ تغییر می دهیم.

ادامه سوال ۵.

③ $P_6^{'''}$ : ترتیب symbol های چپ هر production را با راست جابجا می‌کنیم:
مثلا اگر داشته باشیم $A \to aB$ آن را به صورت $A \to Ba^*$ می‌نویسیم.

③ $P_6^{''}$ : ترتیب symbol ها را تغییر می‌دهیم.
$A \to aBC$ را به صورت $A \to CBa$ بازنویسی می‌کنیم.

با انجام ۳ تبدیل بالا گرامر خطی راست بدست می‌آوریم.

سوال ۶. (امتیازی!)

$L_2: \quad A \to bAA \mid AbA \mid AAb \mid a$

$L_1 = \{ w \in \{a,b\}^* \mid n_a(w) = n_b(w) + 1 \}$

طبق راهنمایی گفته شده، با استقرا سعی می‌کنیم اثبات کنیم.

• فرض استقرا: (برای $|w| = 1$ string length)

$L_2 = "a"$
$L_1 = "a"$ } $\to L_1 = L_2$ ✓

برای استقرای قوی ← فرض استقرای قوی: حکم برای $g \le n$ برقرار است.

حکم استقرای قوی ← $g = n+1$

با توجه به فرض، می‌دانیم در $L_2$ برای رشته‌هایی که طول آنها ... $n-1$ ... است: $n_a(w) = n_b(w)+1$
حال برای اثبات حکم، لازم است یک رشته به طول $n+1$ بسازیم. واضح است که رشته $L_2$ به طول $n-1$ و $n \ge 2$ حداقل یک رشته "a" دارد (زیرا از رشته‌های $bAA \mid AbA \mid AAb$ تشکیل شده که هر کدام حداقل ۲ a دارند) پس تا اینجا از رشته $n$ تایی، ۲ تا از a را کم کردیم و به رشته $n-2$ تایی رسیدیم.
حال، به جای یکی از a ها، یکی از عبارات $bAA \mid AbA \mid AAb$ را اضافه می‌کنیم و به جای A، a می‌گذاریم.
همچنین در این حالت، تمام حالت‌های $bAA \mid AbA \mid AAb$ بررسی شده اند و فاصله $n_a(w)$ ها از $n_b(w)$ ها یکی بیشتر است.

که می‌دانستیم در $L_1$ چنین شرطی برقرار بود که: $n_a(w) = n_b(w)+1$ پس با توجه به بررسی انجام شده توسط استقرا، متوجه می‌شویم که $L_1 = L_2$ است. که این موضوع در تمامی حالات گفته شده برقرار است.

پایان ☺