



به نام خدا

نظریه زبان ها و ماشین ها - بهار ۱۴۰۱

پاسخ تمرین شماره سه

:ایمیل دستیار آموزشی این مجموعه

f24moh@gmail.com



- در مواردی که خواسته شده نامنظم بودن یا نبودن زبان ها را اثبات کنید، نامنظم بودن هیچ زبانی را به صورت پیش فرض در نظر نگیرید.
- یکی از اهداف این تمرین یادگیری "لم تزریق" میباشد، در صورتی که از روش دیگری برای نشان دادن نامنظم بودن زبانها استفاده کنید نمره ای به حل شما تعلق نمیگیرد.
- برای نشان دادن منظم بودن زبان ها کافی است DFA آنرا رسم کنید و توجه کنید DFA به صورت کمینه شده تنها قابل قبول است.

1) نامنظم بودن زبان های زیر را اثبات کنید. (25 نمره)

a) $L_1 = \{0^i 1^j \mid \gcd(i, j) = 1\}$

(9 نمره)

b) $L_2 = \{(ab)^n a^k : n > k, k \geq 0\}$

(8 نمره)

c) $L_3 = \{w \mid w \in \{a, b, c\}^* \text{ and } n_a(w) \leq n_b(w) \leq n_c(w)\}$

(8 نمره)

2) منظم بودن یا نامنظم بودن زبان های زیر را مشخص کنید. (پاسخ خود را اثبات کنید). (24 نمره)

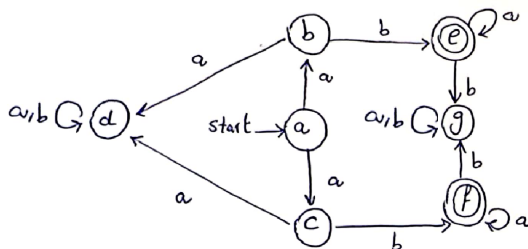
a) $L_1 = \{w_1 w_2 \mid w_1, w_2 \in \{0, 1\}^* \text{ and } |w_1| = 2|w_2|\}$

b) $L_2 = \{a^n b^m c^k \mid n = m \text{ and } n \neq k\}$

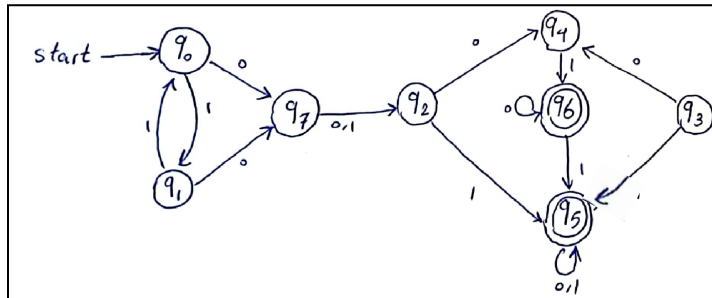
c) $L_3 = \{w \mid w \in \{a, b, c\}^*, |w| \text{ is prime number}\}$

3) DFA های داده شده را کمینه کنید. (27 نمره)

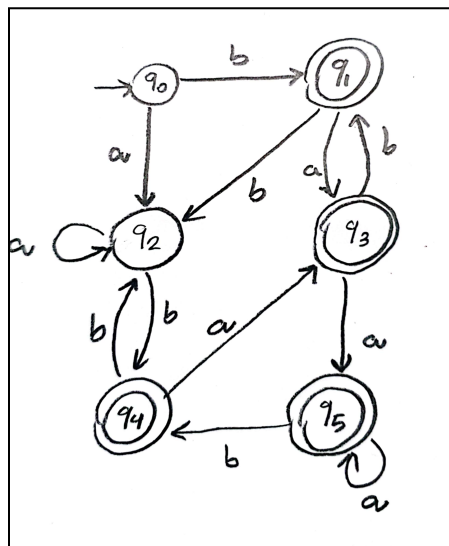
a) $\Sigma = \{a, b\}$



b) $\Sigma = \{0, 1\}$



c) $\Sigma = \{a, b\}$



4) یک دانشجو علاقمند به مباحث تئوری علوم کامپیوتر با استفاده از لم تزریق میخواهد اثبات کند که این زبان نامنظم است:

$$L = w_1 w_2 \mid w_i \in \{a, b\}^*, n_a(w_1) = n_b(w_2)\}$$

پاسخ این دانشجو به صورت زیر است:

1. حریف مقدار $p \geq 1$ انتخاب میکند
2. من رشته $w = a^p b^p$ را انتخاب میکنم
3. حریف رشته w را به صورت xyz تقسیم بندی میکند و چون طول xy کمتر p باید باشد، y حتما به صورت a^p میباشد.
4. اگر من $i = 0$ قرار بدهم، تعداد a ها کمتر از تعداد b ها میشود و دیگر این رشته متعلق به زبان نمیباشد، پس زبان نامنظم است.

یا از نظر شما این استدلال صحیح است ؟

اگر خیر اشکال کار کجاست؟

(اگر فکر میکنید زبان منظم است کافی است DFA مربوط به زبان را رسم کنید) (10 نمره)

5) زبان $L_{p(n)}$ به صورت زیر تعریف میشود، به این صورت که $p(n)$ یک چند جمله ای با ضرایب طبیعی باشد.

$$L_{p(n)} = \{w \mid w = 0^{p(n)}, n > 0, n \notin N\}$$

ثابت کنید زبان $L_{p(n)}$ منظم است اگر و تنها اگر درجه چند جمله ای $p(n)$ برابر صفر یا یک باشد. (14 نمره)

6) (امتیازی) زبان $L(K)$ را به صورت زیر تعریف میکنیم:

$$L(K) = \{w_1 w_2 \mid w_i \in (0 + 1)^*, |w_2| = m, w_1 \text{ ends with } 0\}$$

اثبات کنید DFA کمینه حداقل 2^{m+1} استتیت دارد. (10 نمره)