

به نام خدا

نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها- بهار ۱۴۰۲

تمرین شماره ۴

دستیار آموزشی این مجموعه: مجید فریدفر

[majid.faridfar@gmail.com](mailto:majid.faridfar@gmail.com)

تاریخ تحویل: ۲۳ فروردین



(1) برای هر کدام از زبان‌های زیر، یک گرامر مستقل از متن بنویسید.

a)  $L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid 2n_a(w) = n_b(w) + n_c(w)\}$

b)

زبانی شامل رشته‌هایی شامل حروف a و b، به طوری که کاراکترهایی که در جایگاه فرد قرار دارند، باهم برابرند و کاراکترهایی که در جایگاه زوج قرار دارند، باهم.

c)  $b(bc + a) * a(a + b) * c *$

d)  $L = \{a^n b^m \mid n \leq m + 3\}$

e)  $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid 2n_a(w) = n_b(w)\}$

(2) برای زبان‌های زیر، ابتدا اتوماتون معادل آن را رسم کنید و سپس گرامر مستقل از متنش را بنویسید.

a)  $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid n_a(w) * n_b(w) \equiv 1 \pmod{2}\}$

b)

زبانی که رشته‌هایش، شامل aba نمی‌شوند.

(3) گرامری بنویسید که تمام production ruleهای گرامری را تولید بکند که شامل terminalهای a و b و c و همین طور non-terminalهای A و B و C و D می‌شود.

سپس تمام مراحل اشتقاق رشته‌ی زیر را با گرامری که نوشته‌اید، بنویسید.

$$A \rightarrow BCa|aA|\varepsilon$$

**توضیح بیشتر:** برای مثال می‌توان " $A \rightarrow B|C$ " را مثل یک رشته نگاه کرد. که کاراکتر اول آن 'A'، کاراکتر دوم '→'، کاراکتر سوم 'B'، کاراکتر چهارم '| ' و کاراکتر پنجم 'C' است. خواسته‌ی سوال این است که گرامری بنویسید که بتواند چنین رشته‌هایی را تولید بکند (که بتوان آن را بعنوان یک قانون در نظر گرفت).

(4) گرامر زیر را در نظر بگیرید:

$$S \rightarrow A|aB$$

$$A \rightarrow aSa|SB|a$$

$$B \rightarrow AS$$

a) نشان دهید که این گرامر ابهام دارد. (یعنی رشته‌ای پیدا کنید که برای آن دو درخت اشتقاق مختلف به دست می‌آید. این دو درخت را هم رسم کنید).

b) آیا این گزاره صحیح است؟

با توجه به این که زبان این گرامر معادل زبان  $aa^*$  است، پس می‌توان گرامر را به این صورت بازنویسی کرد:

$$S \rightarrow aS|a$$

(c) گرامر  $S \rightarrow aS|aSbS|c$  را رفع ابهام کنید (نیازی به اثبات مبهم بودن آن نیست).

(5) الگوریتمی برای تبدیل گرامر خطی چپ به گرامر خطی راست ارائه دهید.

(6) (امتیازی) فرض کنید گرامر زیر، زبان  $L_2$  را توصیف می‌کند:

$$A \rightarrow bAA | AbA | AAb | a$$

همچنین زبان  $L_1$  به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid n_a(w) = n_b(w) + 1\}$$

ثابت کنید:

$$L_1 = L_2$$

راهنمایی: روی طول رشته‌ها، استقرای قوی بزنید.