شهرزاد ممیز ۸۱۰۱۰۰۲۷۲

نظریه زبان ها و ماشین ها

سوال ۱.

الف) $(b+c)^* \quad (a(b+c)^* a (b+c)^*)^* a (b+c)^*$

ب) برای شامل اعداد زوج که بزرگتر از ۸ را شامل نشویم

1010 , 1000

پاسخ: $(0+1)^*1(0+1)^* \quad (1+0)(1+0)\ 0$

ج) $(c^*b^* + a)^*$

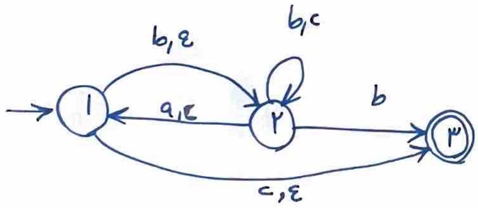
د) $(a+\varepsilon)(ba+ab+bb)^*(a+\varepsilon)$

هـ) $(a+b+\varepsilon)^*(aa)(a+b+\varepsilon)^*(aa)(a+b+\varepsilon)^*$

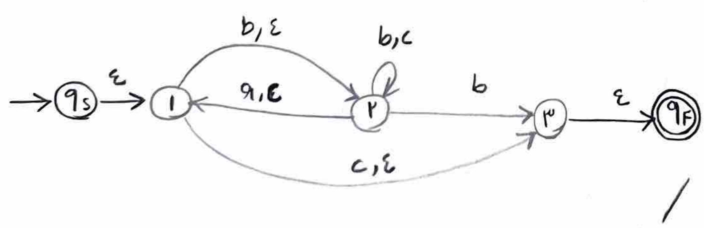
و) (اختیاری!) $((1(0+(00)^*)1)^*\ 000(00)^*1(1(0+(00)^*)1)^*000(00)^*1)^*$
$(10+(00)^*)1)^*(0+(00)^*)$

سوال ۲.

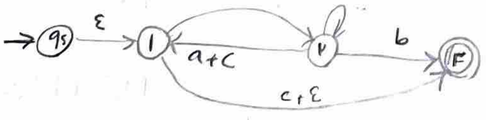
الف)



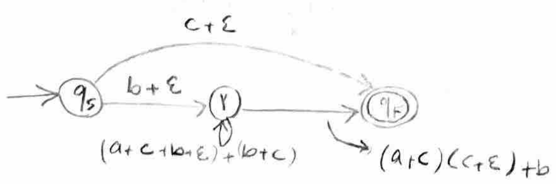
در مرحله اول NFA را به gNFA تبدیل می‌کنیم.

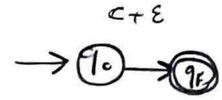


در مرحله اول state ۳ را حذف می‌کنیم.



۱ را حذف می‌کنیم.



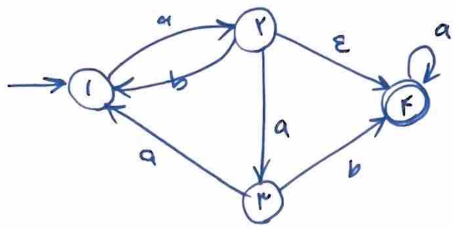


حال ۲ را حذف می‌کنیم

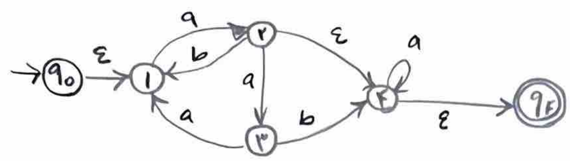
$$(b+\varepsilon)\big((a+c)(b+\varepsilon)+b+c\big)^*\big((a+c)(c+\varepsilon)+b\big)$$

پاسخ نهایی : $c+\varepsilon + (b+\varepsilon)\big((a+c)(b+\varepsilon)+b+c\big)^*\big((a+c)(c+\varepsilon)+b\big)$

ب)



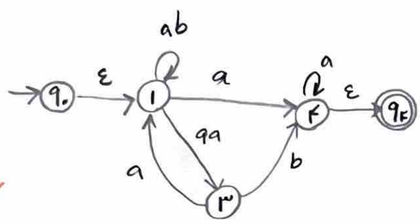
۱



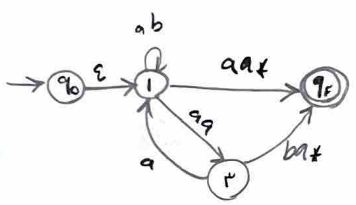
در مرحله اول ۲ را حذف می‌کنیم.

در مرحله بعدی ۴ را حذف می‌کنیم.

۲

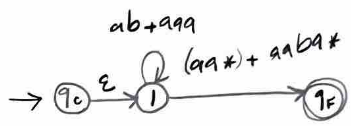


۳



حال state ۴ را حذف می‌کنیم

۴

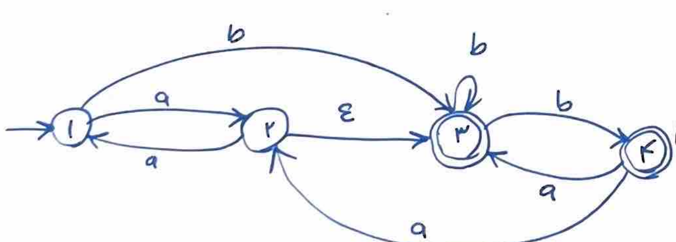


۱ را حذف می‌کنیم

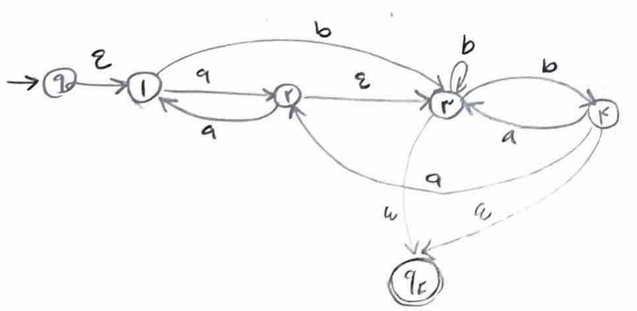
پاسخ نهایی : $(a(b+aa))^*(aa^*+aaba^*)$

خلاصه‌تر ← $(a(b+aa))^*a(a^*aba^*)$

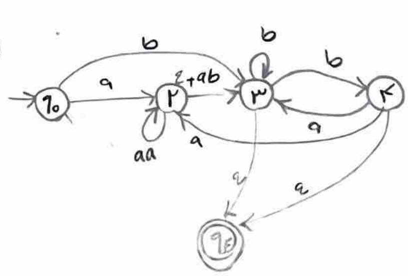
ج)



به gNFA تبدیل می‌کنیم

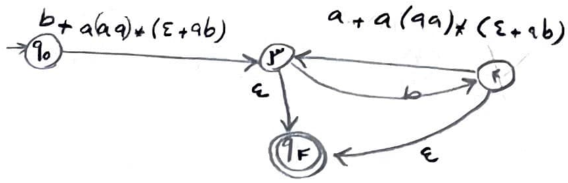


۱ را حذف می‌کنیم

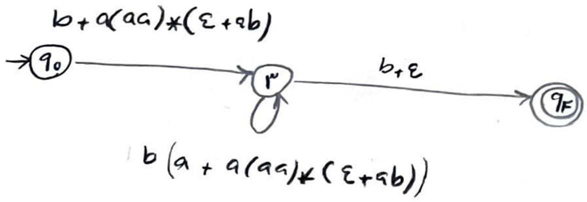


ادامه بخش ج :

② را حذف می‌کنیم



④ را حذف می‌کنیم



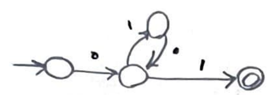
③ را حذف می‌کنیم

پاسخ: $b+a(aa)^*(\varepsilon+ab)\left(b\left(a+a(aa)^*(\varepsilon+ab)\right)\right)^*(b+\varepsilon)$

سوال ۳.

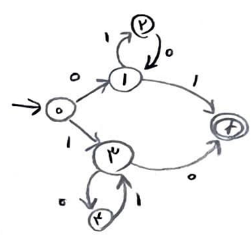
الف)

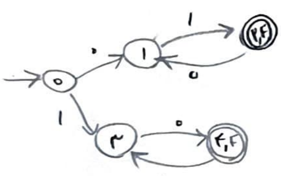
$0(10)^*1$



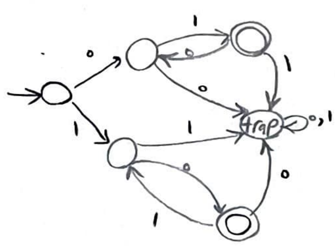
$1(01)^*0$

$0(10)^*1+1(01)^*0$





NFA → DFA

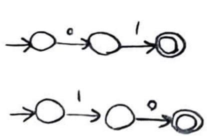


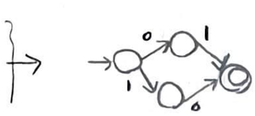
پاسخ نهایی =

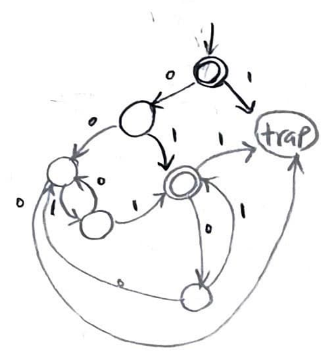
ب)

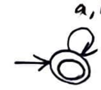
$(0(01+10)^*1)^*$

$01+10$





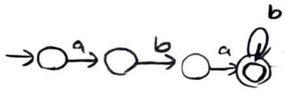




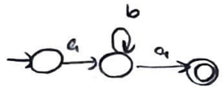
ج) $((a*b)*(b*a)*)*$

د) $abab*(ab*a)*$ (اشتباهی!)

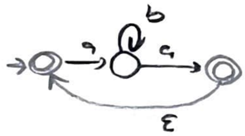
$abab*$:

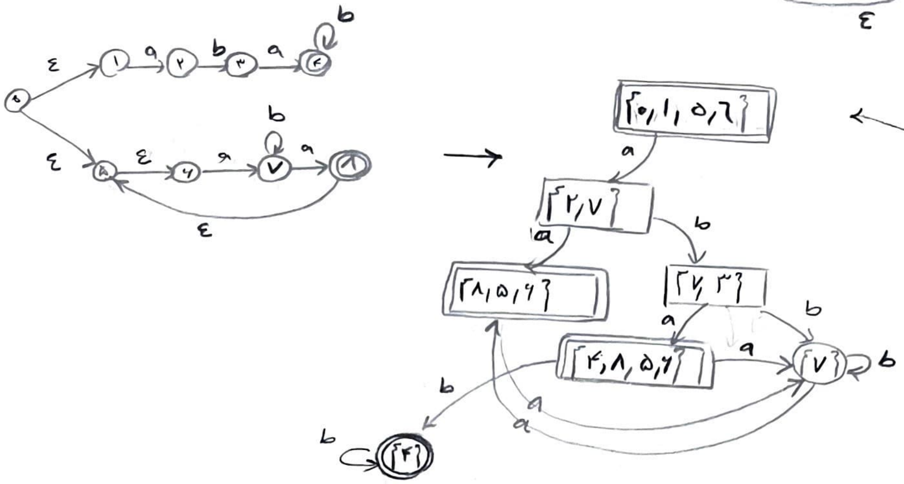


$ab*a$:



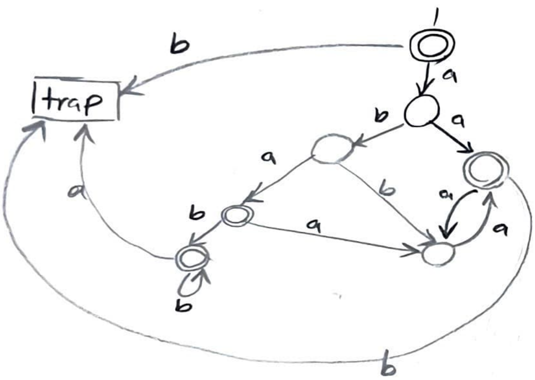
$(ab*a)*$:





ابتدا آنهایی که با ε به هم وصل می‌شوند را یکی کنیم.

پاسخ نهایی :



: DFA

سوال ۴.

الف) نادرست است. → مثال نقض

L_2 را زبان شامل تک رشته $\{01\}$ و L_1 را $\{010^{2n} \mid n \in N\}$ در نظر می‌گیریم. $L_1 \cap L_2 = \{01\}$ و زبانی منتظم است. ولی می‌دانیم L_1 زبان منتظم نیست.

ب) نادرست است → مثال نقض

$\boxed{L = a^{2^n}}$ تعریف می‌کنیم و $L^* = (a^{2n})^*$ است. L^* در اینجا منتظم است ولی L منتظم نیست.

ج) درست است → اثبات: می‌دانیم L_1 / L_2 برابر است با $L_1 - L_2 = L_1 \cap \overline{L_2}$

حال می‌دانیم زبان منتظم روی معکوس بسته است پس نتیجه می‌گیریم حاصل این عملیات نیز بسته است و حاصل زبان منتظم است

یادآوری: طبق قضیه می‌دانیم regular Lan ها بر عملیات های معکوس و تقسیم بسته اند.

$L_1 \cap L_2 = L_1 \cap \overline{L_2}$ $\quad$ $\overline{L_2} \rightarrow$ منظم $\quad$ $L_1 \cap \overline{L_2} \rightarrow$ منظم

د) درست است ✓ ← اثبات

حال برای رسم NFA زبان L باید starting state را در حالت accepted قرار دهیم که ε را بپذیرد. پس برای L یک NFA رسم می‌کنیم و عبارت درست می‌باشد. $L/\{\varepsilon\}$ منظم است یعنی می‌توان یک NFA برای آن رسم نمود؛

هـ) نادرست است ✗ ← مثال نقض

$L_1 = \{01, 11\}$ منظم و $L_2 = \{0^n 1^n \mid n \in N\}$ و نامنظم است.

⑤

A یک زبان منظم است پس یک DFA وجود دارد که زبان A را می‌پذیرد.

فرض می‌کنیم: $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

برای آن که ثابت کنیم L یک زبان منظم است یک DFA باید بسازیم که L را بپذیرد. این DFA را با نام M' می‌سازیم.

$M' = (Q', \Sigma', \delta', q_0', F')$

$Q' = Q$

$\Sigma' = \Sigma$

$q_0' = q_0$

$F' = \{q \in Q \mid \exists x \in B : \hat{\delta}(q, x) \in F\}$