سوال ①

۱-

$$\forall p(x)\ (\ Q(x) \wedge R(x)\ )$$

$$\begin{cases} p(x) & x \text{ یک پیر مومن است} \\ Q(x) & x \text{ سخت کوش است} \\ R(x) & x \text{ دندان خوب دارد} \end{cases}$$

۲- وجود دارد از بیلین خدماتی بیمارستان برای هر پزشک عضو بیمارستان که : آن پزشک بیماری میلیس را درمان کند؛ آنگاه پزشک خوشحال می‌گردد و حید مریضی که توسط پزشک درمان می‌شود.

سوال ②

$$\begin{cases} p(x) & x \text{ یک پرتقال است} \\ Q(x) & x \text{ گرد است} \\ R(x) & x \text{ ترش است} \end{cases}$$

$$\left.\begin{cases} \forall x\ (\ p(x) \to Q(x)\ ) \\ \exists x\ (\ p(x) \wedge R(x)\ ) \end{cases}\right\} \text{فرض}$$

$$\Big\} \text{ حکم } \quad \exists x\ (\ R(x) \wedge Q(x)\ )$$

۱/	$\exists x\ (\ p(x) \wedge R(x)\ )$	فرض
۲/	$p(a) \wedge R(a)$	حذف برای وجودی
③/	$R(a)$	ساده‌سازی راست
۴/	$p(a)$	ساده‌سازی چپ
۵/	$\forall x\ p(x) \longrightarrow Q(x)$	فرض
۶/	$p(a) \longrightarrow Q(a)$	حذف برای عمومی
۷/	$Q(a)$	قطع (۴،۶) اجرا
۸/	$Q(a) \wedge R(a)$	ترکیب عطفی (۳،۷)
۹/	$\exists x\ (\ R(x) \wedge Q(x)\ )$	تعمیم وجودی

$t \quad s \quad \overset{q}{} \quad$ اسم ... استدلال می ... کنیم ... بیان کرده اند محبوب دارد، وهم الأيام دارد

$$\sim(q \wedge s \wedge t) \longrightarrow \overset{p}{P} \equiv$$

ساده شده نوشته وعبارات
متن ·

$$\sim(\sim(q \wedge s \wedge t)) \vee P \equiv (q \wedge s \wedge t) \vee p$$

$$\left[\left((\overset{z}{\overbrace{p \vee q}} \wedge s) \vee ((p \vee q) \wedge p)\right) \wedge t\right] \vee \left[\left[((p \vee q) \wedge s) \vee ((p \vee q) \wedge p)\right] \wedge p\right]$$

$$\underset{(p \wedge s)}{} \quad \overset{}{\vee} \quad \underset{P \equiv P}{}$$

$$\underset{A}{} \qquad\qquad\qquad \underset{B}{}$$

$$\equiv A \vee B \overset{\text{حذب}}{\equiv} A \vee \left[\left[(\overset{R}{\overbrace{(p \vee q) \wedge s}}) \vee p\right] \wedge p\right] \equiv A \vee \left[[R \vee p] \wedge p\right] \overset{\text{حذب}}{\equiv}$$

$$A \vee P \equiv \left[\left[(z \wedge s) \vee (z \wedge p)\right] \wedge t\right] \vee P \equiv \qquad t \wedge z \wedge (s \vee p)$$

$$\overset{P}{}$$

$$\left[\left[(z \wedge s) \vee \overbrace{(p \vee q) \wedge p}^{\text{حذب}}\right] \wedge t\right] \vee p \equiv$$

$$\overset{P}{}$$

$$\left[\left[((p \vee q) \wedge s) \vee p\right] \wedge t\right] \vee p \equiv$$

$$\left[\left[(s \wedge q) \vee \underbrace{(s \wedge p) \vee p}_{P}\right] \wedge t\right] \vee p \overset{\text{بخشی}}{\equiv}$$

$$\underbrace{\left[(s \wedge q \wedge t) \vee (p \wedge t)\right] \vee p}_{\text{حذب}} \overset{\text{بخشی}}{\equiv} \left[[(s \wedge q \wedge t) \vee p] \vee [\overset{P}{\overbrace{(\varphi \wedge t) \vee p}}]\right] \overset{\text{حذب}}{\equiv}$$

$$\boxed{(s \wedge q \wedge t) \vee p} \longrightarrow$$

ساده شده عبارت راجع

می‌بینم که در مورد ... یک مطلب ... دست است ✓

1) $\left[p \lor (p \land q) , \lor (p \land q \land \sim v) \right] \land \left[(p \land \sim l) \lor l \right] \equiv p \land t$

$\overset{p}{\underset{\text{جذب}}{\underbrace{}}}$

$\equiv \left[p \lor (p \land s) \right] \land \left[(w \land t) \lor t \right] \overset{\text{جذب}}{\equiv} p \land t$ ✓

توزيع

2) $(p \to s) \lor (q \to s) \equiv (p \land q) \to s$

(سمت چپ)

$(\sim p \lor s) \lor (\sim q \lor s) \equiv (\sim p \lor \sim q) \lor s \equiv (p \land q) \to s$ ✓

(سمت راست)

$(p \land q) \to s \equiv \sim (p \land q) \lor s \equiv (\sim p \lor s) \lor (\sim q \lor s) \equiv$

$(p \to s) \lor (q \to s)$ ✓ اثبات شد

3) $(p \to q) \to s \equiv (\sim p \to s) \land (q \to s)$

$\quad\quad\quad\quad\quad\quad p \lor s \quad\quad \sim q \lor s$

(راست) $\sim (\sim p \lor q) \lor s \overset{\text{دمورگان}}{\equiv} (p \land \sim q) \lor s \equiv (p \lor s) \land (\sim q \lor s) \equiv$

$(\sim p \to s) \land (q \to s)$ ✓

(چپ) $(\sim p \to s) \land (q \to s) \equiv (p \lor s) \land (\sim q \lor s) \equiv$

$(p \land \sim q) \lor s \equiv (\sim p \lor q) \to s \equiv (p \to q) \to s$ ✓

اثبات شد

فرض: هاشم = راستگو

بخش سوم ④ اگر زهرا راستگو باشد ← مریم راستگوست
←مریم راستگو نیست ☒

کذب سوم ③ هاشم می‌گوید که مریم دروغگوست (یعنی که مریم راستگوست) ← هاشم دروغگوست ✓

کذب سوم ② مرتضی می‌گوید هاشم راستگوست . کذب سوم یعنی راستگو نیست ← مرتضی دروغگوست ✓
در دروغ کار است

کذب سوم ① می‌بینیم مرتضی دروغگوست ← حمید دروغگوست ✓

کذب سوم ⑤ می‌دانیم حمید دروغگوست پس هم زهرا، هم شایان راستگو هستند ✓

کذب ④ امید راستگوست ☒

کذب ⑤   ←   ...

راستگوها   (دروغگوها)

مریم ✓   هاشم ✓
زهرا ✓   مرتضی ✓
شایان ✓   حمید ✓
امید ✓

سوال ۱