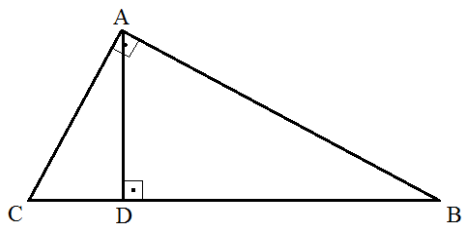
גיאומטריה – תרגול מסכם

.1 משולש ABC הינו משולש ישר זווית. נתון: AB= 8 ס"מ, AC= 6 ס"מ, $ADB = 90^0$

מהו אורכה של הצלע AD?



(1) 10 ס"מ

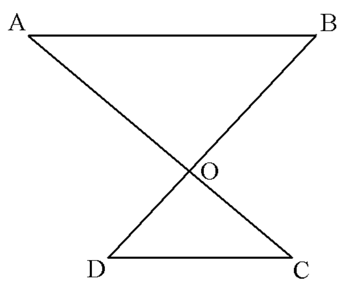
(2) 4.8 ס"מ

(3) 5 ס"מ

(4) לא ניתן לדעת

.2 הישר AB מקביל לישר- DC. נתון: AO=6 ס"מ, OC=2 ס"מ.

מהו היחס בין שטח משולש DOC לבין שטח הצורה כולה?



(1) $1:9$

(2) $1:3$

(3) $1:4$

(4) $1:10$

.3 שני ישרים נפגשים בשתי נקודות שונות.

מה נכון בהכרח?

(1) לישרים אין נקודת מפגש שלישית

(2) הישרים מאונכים זה לזה

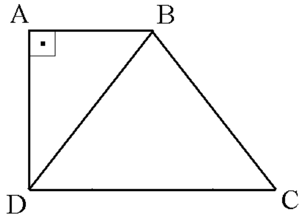
(3) הישרים מתמזגים זה עם זה

(4) אף תשובה אינה נכונה

.4 DCB הוא משולש שווה צלעות שאורך צלעו 5 ס"מ.

AB מקביל ל- DC.

מהו היקף הצורה הגדולה (בס"מ)?



(1) $12.5+2.5\sqrt{3}$

(2) $15\sqrt{3}$

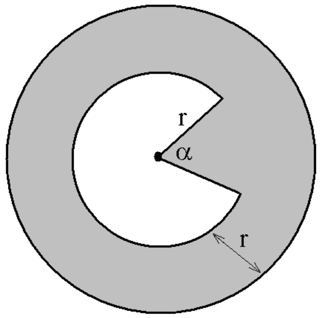
(3) $5(1+\sqrt{3})$

(4) $17.5+2.5\sqrt{3}$

כל הזכויות שמורות
E.Z WAY השיטה להצליח בפסיכומטרי

5. נתונים מעגל גדול ומעגל קטן בעלי מרכז משותף.

$\alpha = 60^0$ למה שווה היחס : $\frac{\text{השטח האפור}}{\text{השטח הלבן}}$?



(1) $24:5$

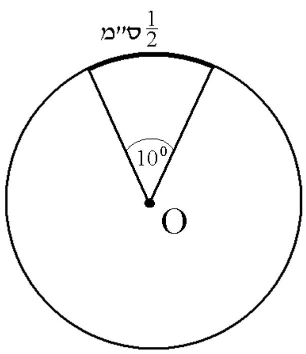
(2) $4:1$

(3) $5:1$

(4) $19:5$

6. נתון מעגל שמרכזו O. אורך הקשת המודגשת $\frac{1}{2}$ ס״מ.

מהו היקף המעגל?



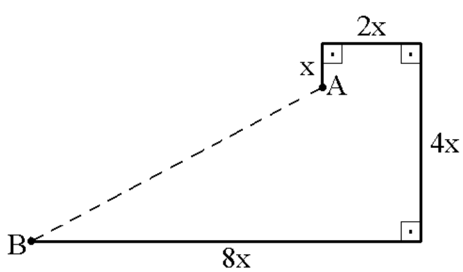
(1) $\frac{3}{\pi}$

(2) $\frac{9}{\pi}$

(3) 3π

(4) 18

7. על פי נתוני הסרטוט, מהו אורך קטע AB?



(1) $x\sqrt{48}$

(2) $3x\sqrt{5}$

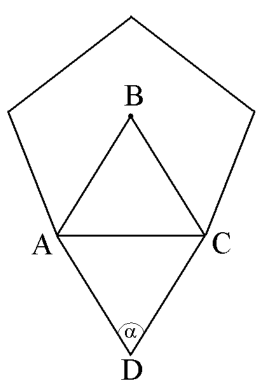
(3) $5x^2$

(4) $5\sqrt{3x}$

8. צלעו של מחומש משוכלל משמשת כאלכסונו של המעוין ABCD.

קודקוד המעוין B הוא מרכז המחומש.

למה שווה זווית α ?



(1) 72^0

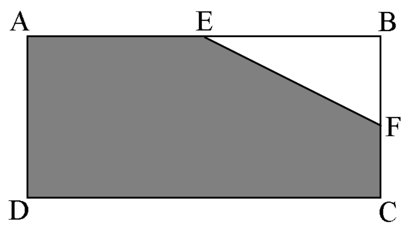
(2) 108^0

(3) 60^0

(4) 45^0

9. ABCD הוא מלבן ששטחו 48 סמ"ר. נקודה E היא אמצע צלע AB.

נקודה F היא אמצע צלע BC. מהו גודל השטח המושחר?



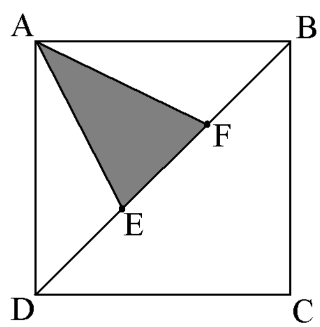
(1) 6 סמ"ר

(2) 24 סמ"ר

(3) 36 סמ"ר

(4) 42 סמ"ר

10. ABCD הוא ריבוע שאורך צלעו a. הנקודות E ו- F מחלקות את אלכסון BD לשלושה חלקים באופן שווה. מהו שטחו של המשולש האפור?



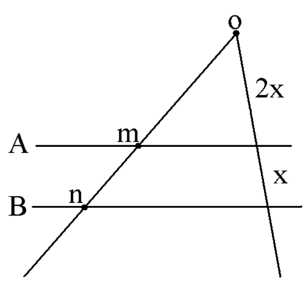
(1) $\frac{a^2}{3}$

(2) $\frac{a^2}{6}$

(3) $\frac{2a^2}{3}$

(4) $\frac{a^2}{12}$

11. הישרים המקבילים A ו- B חותכים את הישר היוצא מנקודה o בנקודות m ו- n. ידוע כי אורך הקטע on הוא 36 ס"מ. מהו אורך הקטע mn?



(1) 12 ס"מ

(2) 24 ס"מ

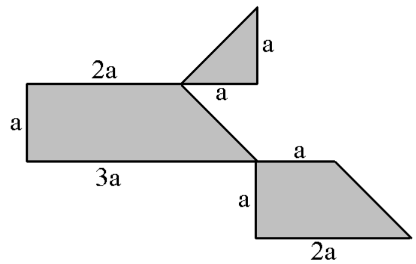
(3) 18 ס"מ

(4) לא ניתן לדעת

כל הזכויות שמורות

E.Z WAY השיטה להצליח בפסיכומטרי

.12 נתונים בסרטוט משולש ישר זווית ושני טרפזים ישרי זווית.
מהו גודל השטח הכולל של שלוש הצורות?



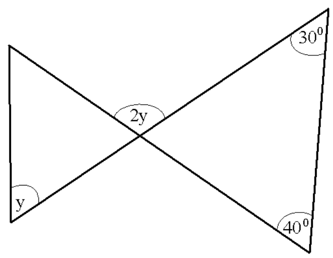
(1) $4\frac{1}{2}a^2$

(2) $3a^2$

(3) $5a^2$

(6) $9a^2$

.13 נתונות הזוויות שבסרטוט.
מהו גודלה של הזווית y?



(1) 30^0

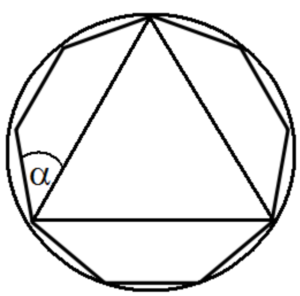
(2) 40^0

(3) 35^0

(4) 70^0

.14 משולש שווה צלעות ומתושע משוכלל
חסומים בתוך מעגל.

$\alpha = ?$



(1) 30^0

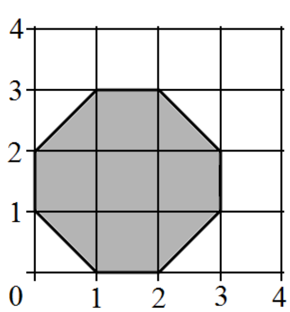
(2) 40^0

(3) 50^0

(4) 60^0

.15 נתון מתומן במערכת צירים כבסרטוט.
(המידות נתונות על גבי הצירים בסמ"ר).

מה מהבאים **אינו נכון**?



(1) שטחו של המתומן הוא 7 סמ"ר

(2) מרכזו של המתומן נמצא בנקודה $(1\frac{1}{2},1\frac{1}{2})$

(3) המתומן הוא מתומן משוכלל

(4) האלכסון הגדול ביותר במתומן שווה $\sqrt{10}$

גיאומטריה – פתרונות והסברים

1. (2) - 4.8

על פי הנתונים - AB= 8 ס"מ, AC= 6 ס"מ. מכאן שצלע CB שווה 10 ס"מ (הרחבה של השלשה - 3,4,5).

אנו צריכים למצוא את אורכה של הצלע AD שהיא גובה במשולש ABC.

מכיוון ש-ABC הינו משולש ישר זווית אנחנו יכולים לחשב את שטחו על פי מכפלת הניצבים.

נחשב את שטחו: $\frac{6\cdot 8}{2}=24$

כעת, נציב את השטח בנוסחת השטח של המשולש, רק שהפעם נשתמש בצלע BC ובגובה AD:

$$\frac{AD\cdot BC}{2}=24\rightarrow AD\cdot 10=48\rightarrow AD=4.8$$

2. (4) - $1:10$

מכיוון שהישרים מקבילים: $\angle C=\angle A$ וגם $\angle B=\angle D$. ולכן נוכל להסיק שהשמשולשים ABO ו-OCD דומים. נרשום את היחס בין הצלעות (היחס הקווי)

היחס בין OC לבין AO: $2:6$, נצמצם ונקבל - $1:3$

מכאן שיחס השטחים בין המשולשים הוא $(1:3)^2=(1:9)$

ביקשו שנחשב את היחס בין משולש OCD לבין הצורה כולה. הצורה כולה שווה לסכום שני השטחים - $1+9=10$

מכאן שהיחס הוא $1:10$

3. (3) - הישרים מתמזגים זה עם זה

בין שתי נקודות עובר רק קו ישר אחד, ולכן, שני ישרים החולקים שתי נקודות הם בעצם אותו הישר.

4. (1) - $12.5+2.5\sqrt{3}$

BC וCD הן צלעות במשולש שווה הצלעות ולכן אורך כל אחת מהן 5 ס"מ. מכיוון שAB וCD מקבילים: $\angle ABD=\angle BDC=60^{\circ}$, ומכאן שמשולש ABD הוא משולש זהב. אנחנו יודעים שהיתר שווה ל-5 ס"מ ולכן נחשב ששני הניצבים שווים ל- 2.5 ס"מ ול- $2.5\sqrt{3}$ ס"מ.

נחבר את ארבעת הצלעות המרכיבות את היקף הצורה:

$$BC+DC+AB+AD=5+5+2.5+2.5\sqrt{3}=12.5+2.5\sqrt{3}.$$

כל הזכויות שמורות

5. (4) – 19:5

השטח הלבן הוא שטח גזרה במעגל הקטן, הזווית המרכזית של הגזרה היא 300° ($\alpha = 60^\circ$), ולכן

נחשב: $\frac{\pi r^2 \cdot 300}{360}$ נצמצם ב-60 ונקבל: $\frac{\pi r^2 \cdot 5}{6}$.

השטח האפור הוא שטח המעגל הגדול פחות השטח הלבן, ולכן נחשב: $\pi(2r)^2 - \frac{\pi r^2 \cdot 5}{6}$

נפתח סוגריים: $\pi \cdot 4r^2 - \frac{\pi r^2 \cdot 5}{6}$

ניצור מכנה משותף: $\frac{6\pi \cdot 4r^2}{6} - \frac{5\pi r^2}{6}$

נאחד את השברים: $\frac{24\pi r^2 - 5\pi r^2}{6} = \frac{19\pi r^2}{6}$

כעת, נמצא את היחס בין השטחים: $\frac{19\pi r^2}{6} : \frac{5\pi r^2}{6}$ =שטח לבן:שטח אפור

נחלק את שני האגפים ב- $\frac{\pi r^2}{6}$ ונקבל שהיחס הוא 19:5.

6. (4) - 18

נשתמש בנוסחא למציאת אורך קשת ונציב את הנתונים שברשותנו: $\frac{2\pi r \cdot 10}{360} = \frac{1}{2}$

נצמצם: $\frac{20\pi r}{360} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\pi r}{18} = \frac{1}{2}$

נכפול את המשוואה ב-18 ונקבל: $\pi r = 9$

אין צורך למצוא את הרדיוס, ניתן פשוט לכפול את המשוואה ב-2 ולקבל את היקף המעגל:

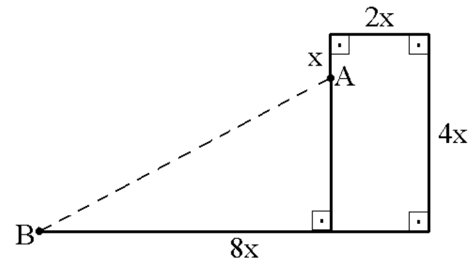
$2\pi r = 18$

דרך נוספת: קשת שהזווית המרכזית שלה היא 10°, מהווה $\frac{10}{360}(= \frac{1}{36})$ מהיקף המעגל.

משמע, $\frac{1}{2}$ ס"מ נכנס בהיקף המעגל בדיוק 36 פעמים, ולכן היקף המעגל שווה ל- $36 \cdot \frac{1}{2} = 18$.

7. (2) – $3x\sqrt{5}$

נוסיף בניית עזר- ישר המחבר את נקודה A עם הישר שאורכו $8x$. הישר שהוספנו מחלק את הצורה למלבן שאורכי צלעותיו $2x$ ו-$4x$, ולמשולש ישר זווית.



ניתן לראות שהניצבים במשולש שווים ל- $3x$ $(4x-x)$ ול- $6x$ $(8x-2x)$.

כעת נשתמש במשפט פיתגורס ונחשב את היתר במשולש- הלא היא AB:

$$(3x)^2+(6x)^2=AB^2 \Rightarrow 9x^2+36x^2=AB^2 \Rightarrow 45x^2=AB^2$$

נוציא שורש משני האגפים: $x\sqrt{45}=AB$

נוציא מהשורש מספר גדול ככל הניתן: $AB=x\sqrt{9\cdot 5}=3x\sqrt{5}$

8. (1) - 72°

הישרים שמחברים את מרכז המחומש (ובעצם, כל צורה משוכללת) עם קודקודיו, הם רדיוסים במעגל החוסם את המחומש.

לכן, $\angle ABC$ היא זווית מרכזית במחומש, והיא שווה ל- $\frac{360^\circ}{5}=72^\circ$.

במעוין, כל זוג זוויות נגדיות שוות זו לזו, ולכן $\angle ABC=\alpha=72^\circ$.

9. (4) - 42 סמ"ר

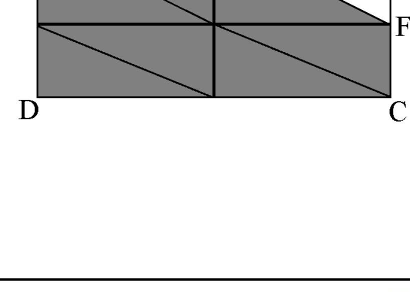
נתון ששטח המלבן הוא 48 ס"מ. ניתן, אם כך, לומר ש $AB\cdot BC=48$.

נחשב את שטח המשולש הלבן EBF: $\frac{\frac{AB}{2}\cdot\frac{BC}{2}}{2}=\frac{AB\cdot BC}{4}\cdot\frac{1}{2}=\frac{AB\cdot BC}{8}$

נציב $AB\cdot BC=48$: שטח המשולש הלבן $=6=\frac{48}{8}$

כעת, נחסר את שטח המשולש הלבן משטח המלבן כדי למצוא את השטח המושחר: $48-6=42$.

דרך נוספת, היא לחלק את המלבן בצורה הבאה:



כל הזכויות שמורות
E.Z WAY
השיטה להצליח בפסיכומטרי

ניתן לראות, שהישרים שהוספנו, מחלקים את המלבן לשמונה משולשים זהים, ושהשטח המושחר מהווה $\frac{7}{8}$ משטח המלבן, ולכן גודלו $42 = 48 \cdot \frac{7}{8}$.

10. (2) - $\frac{a^2}{6}$

ישר היוצא מקודקוד במשולש ומחלק את הצלע אליה הוא מגיע באופן מסוים, מחלק את המשולש לשני שטחים המתייחסים אחד אל השני באותו האופן. מכיוון ש $DE = EF = FB$ ניתן לראות שהישרים AF וAE חוצים את המשולשים AEB וADF לשני שטחים שווים. זאת אומרת, שמשולש AEF הוא $\frac{1}{3}$ ממשולש ADB, ובגלל שהאלכסון DB חוצה את הריבוע, משולש AEF הוא $\frac{1}{6}$ משטח הריבוע כולו, זאת אומרת $\frac{a^2}{6} = \frac{\text{שטח הריבוע}}{6}$.

11. (1) - 12 ס"מ

הישרים המקבילים A וB מחלקים את שני הישרים היוצאים מנקודה O באותו האופן,

ולכן ניתן לומר: $\frac{on}{mn} = \frac{3x}{x}$

נצמצם את X: $\frac{on}{mn} = \frac{3}{1}$

נכפול באלכסון: $on = 3mn$

נציב $on = 36$: $36 = 3mn$

נחלק ב-3 ונקבל: $12 = mn$

12. (1) - $4\frac{1}{2}a^2$

נחשב את שטח המשולש ישר הזווית: $\frac{a \cdot a}{2} = \frac{a^2}{2}$.

נוסחת חישוב שטח טרפז: $\frac{\text{סכום הבסיסים X גובה}}{2}$. מכיוון שאלו טרפזים ישרי זווית, השוק שצמודה לזווית הישרה משמשת כגובה. נחשב את שטח הטרפז הגדול: $\frac{(2a+3a) \cdot a}{2}$

נפתח סוגריים: $\frac{2a^2+3a^2}{2} = \frac{5a^2}{2}$

נחשב את שטח טרפז הקטן: $\frac{(a+2a) \cdot a}{2} = \frac{a^2+2a^2}{2} = \frac{3a^2}{2}$

נחבר את שלושת השטחים: $\frac{a^2}{2}+\frac{5a^2}{2}+\frac{3a^2}{2}=\frac{9a^2}{2}=4\frac{1}{2}a^2$

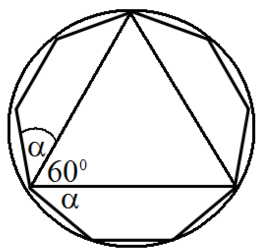
13. (3) - 35°

הזווית המסומנת ב-$2y$ היא זווית חיצונית למשולש הימני, ולכן היא שווה ל-$30^\circ+40^\circ=70^\circ$.

נכניס את הנתונים למשוואה: $2y=70$

נחלק ב-2 ונקבל: $y=35$

14. (2) - 40^0



המשולש מחלק את המתושע לארבעה חלקים:

שלושה טרפזים חופפים ועוד המשולש עצמו כמובן.

זווית בסיס של משולש שווה צלעות שווה 60^0 ומכיוון שהטרפזים חופפים, אפשר לראות שזווית הבסיס של המתושע מורכבת משתי זוויות α ועוד 60^0.

זווית בסיס של מתושע אפשר לחשב על פי הנוסחה לחישוב גודל

זווית בסיס של מצולע בעל n צלעות: $\frac{180(n-2)}{n}$

ונקבל: $\frac{180(9-2)}{9}=20\cdot 7=140^0$

כעת נמצא את גודלה של α: $\frac{140-60}{2}=\frac{80}{2}=40^0$

15. (3) - המתומן הוא מתומן משוכלל

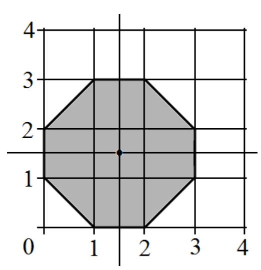
שואלים אותנו: **מה אינו נכון?**

נבדוק את התשובות אחת-אחת ונעבוד באלימינציה:

(1) שטחו של המתומן הוא 7 סמ"ר.

על פי הנתונים במערכת הצירים, שטח כל משבצת שווה 1 סמ"ר.

לפיכך, במתומן יש לנו 5 משבצות שלמות ועוד 4 חצאים, כלומר 7 סמ"ר.



(2) מרכזו של המתומן נמצא בנקודה $(1\frac{1}{2},1\frac{1}{2})$.

צירי הסימטריה של המתומן – האופקי והאנכי,

כפי שניתן לראות בסרטוט, עוברים בדיוק באמצע בין השיעורים

האנכים והאופקיים: 1 ו- 2. לכן ניתן לקבוע שמרכזו של המתומן

נמצא בנקודה $(1\frac{1}{2},1\frac{1}{2})$.

(3) המתומן הוא מתומן משוכלל.

כל הזכויות שמורות
E.Z WAY
השיטה להצליח בפסיכומטרי

לפי הסרטוט, אורך הצלעות המאונכות והאופקיות של המתומן שווה 1 ס"מ.

לעומת זאת, הצלעות האלכסוניות מהוות יתר במשולש כסף (ישר זווית ושווה שוקיים) ולכן גודלן הוא $\sqrt{2}$. מכיוון שלא כל הצלעות במתומן שוות זו לזו, לא ניתן לומר שהוא מתומן משוכלל.

זו התשובה הנכונה.

נמשיך ונבדוק את תשובה (4) לשם התרגול:

(4) האלכסון הגדול ביותר במתומן שווה $\sqrt{10}$

האלכסון הארוך במתומן מהווה יתר במשולש ישר זווית שאורכי צלעותיו הם 1 ס"מ ו- 3 ס"מ. את אורך האלכסון נמצא בעזרת משפט פיתגורס: $\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{1+9}=\sqrt{10}$.