Отчет по лабораторной работе №2

Задача о погоне - вариант 23

Файзуллоев Шахрон НПИбд-02-19

Содержание

List of Figures

1 Цель работы

Построения математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска. Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтоб нагнать лодку.

2 Задание

1. Провести необходимые рассуждения и вывод дифференциальных уравнений, если скорость катера больше скорости лодки в n раз.
2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Определить по графику точку пересечения катера и лодки.

3 Выполнение лабораторной работы

Принимаем за $t_0 = 0, X_0 = 0$ - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, $X_0 = k$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров $x_0 = 0 (\theta = x_0 = 0)$, а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны.

Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x, а катер $x - k$ (или $x + k$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как $\frac{x}{v}$ или $\frac{x+k}{v}$ (для второго случая $\frac{x-k}{v}$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения: $\frac{x}{v} = \frac{x+k}{v}$ - в первом случае, $\frac{x}{v} = \frac{x-k}{v}$ во втором случае.

Отсюда мы найдем два значения x_1 и x_2, задачу будем решать для двух случаев.

$x_1 = \frac{k}{n+1}$,при $\theta = 0$

$x_2 = \frac{k}{n-1}$,при $\theta = -\pi$

После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v. Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r - радиальная скорость и v_t- тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса $\upsilon_r = \frac{dr}{dt}$. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем $\upsilon = \frac{dr}{dt}$. Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости $\frac{d\theta}{dt}$ на радиус r, $\upsilon r = r\frac{d\theta}{dt}$ Найдем тангенциальную скорость для нашей задачи $\upsilon_t = r\frac{d\theta}{dt}$. Вектора образуют прямоугольный треугольник, откуда по теореме Пифагора можно найти тангенциальную скорость $\upsilon_t = \sqrt{n^2\upsilon_r^2 - \upsilon^2}$. Поскольку, радиальная скорость равна υ, то тангенциальную скорость находим из уравнения $\upsilon_t = \sqrt{n^2\upsilon^2 - \upsilon^2}$. Следовательно, $\upsilon_\tau = \upsilon\sqrt{n^2 - 1}$.

Тогда получаем $r\frac{d\theta}{dt} = \upsilon\sqrt{n^2 - 1}$

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = \upsilon \\ r\frac{d\theta}{dt} = \upsilon\sqrt{n^2 - 1} \end{cases}$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = \frac{k}{n+1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \frac{k}{n-1} \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по t, можно перейти к следующему уравнению: $\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{n^2-1}}$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах. Теперь, когда нам известно все, что нам нужно, построим траекторию движения катера и лодки для двух случаев.

3.1 Условие задачи

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 9,8 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3,8 раза больше скорости браконьерской лодки.

3.2 Код программы

```
from math import *
import numpy as np
from scipy. integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plot

d = 9.8
c = 3.8

fi = pi * 3/4

def cat(tetha,res):
    rt = res/sqrt(c**2 - 1)
    return rt

def brak(t):
    xt = tan(pi+fi)*t
    return xt

ex1 = d/(c+1)
```

```
tetha = np.arange(0,2*pi,0.01)
res = odeint(cat,ex1,tetha)
t = np.arange(0.00000000000001,20)
lot = np.sqrt(t**2 + brak(t)**2)
tetha1 = np.arctan(brak(t)/t)

plot.rcParams["figure.figsize"] = (10,10)
plot.polar(tetha,res,'blue',label = "Катер")
plot.polar(tetha1,lot,'red',label = "Лодка")

tmp = 0
for i in range (len(tetha)):
    if round(tetha[i],2) == round(fi+pi,2):
        tmp = i
print("Tetha:",tetha[tmp])
print("res:",res[tmp][0])
print("X:",res[tmp]/sqrt(2),"Y:",-res[tmp][0]/sqrt(2))
plot.legend()
plot.savefig("01.png",dpi=400)

ex2 = d/(c-1)
tetha = np.arange(0,2*pi,0.01)
res = odeint(cat,ex2,tetha)
t = np.arange(0.00000000000001,20)
lot = np.sqrt(t**2 + brak(t)**2)
tetha1 = np.arctan(brak(t)/t)

plot.rcParams["figure.figsize"] = (10,10)
plot.polar(tetha,res,'blue',label = "Катер")
```

```
plot.polar(tetha1,lot,'red',label = "Лодка")

tmp = 0
for i in range (len(tetha)):
    if round(tetha[i],2) == round(fi+pi,2):
        tmp = i
print("Tetha:",tetha[tmp])
print("res:",res[tmp][0])
print("X:",res[tmp]/sqrt(2),"Y:",-res[tmp][0]/sqrt(2))
plot.legend()
plot.savefig("02.png",dpi=400)
```

3.3 Решение

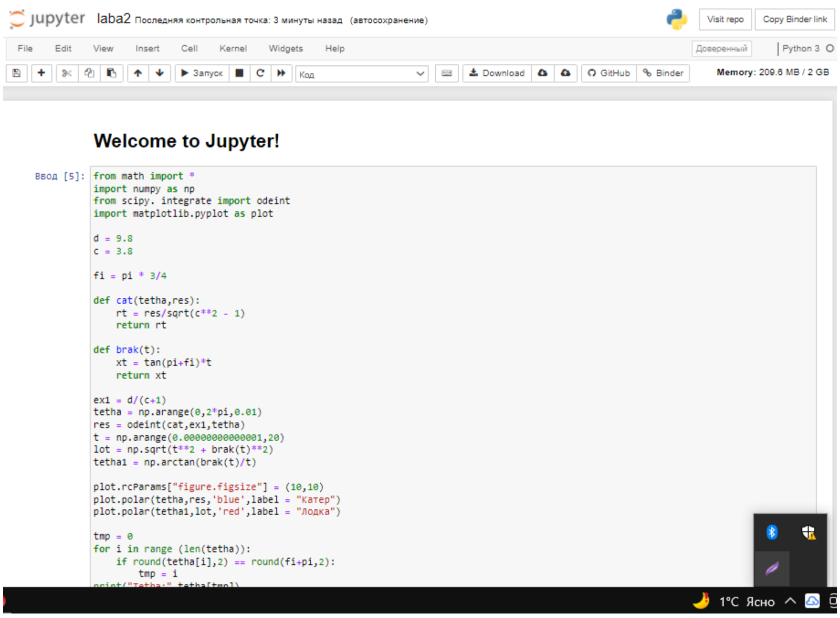

Figure 3.1: Код программы

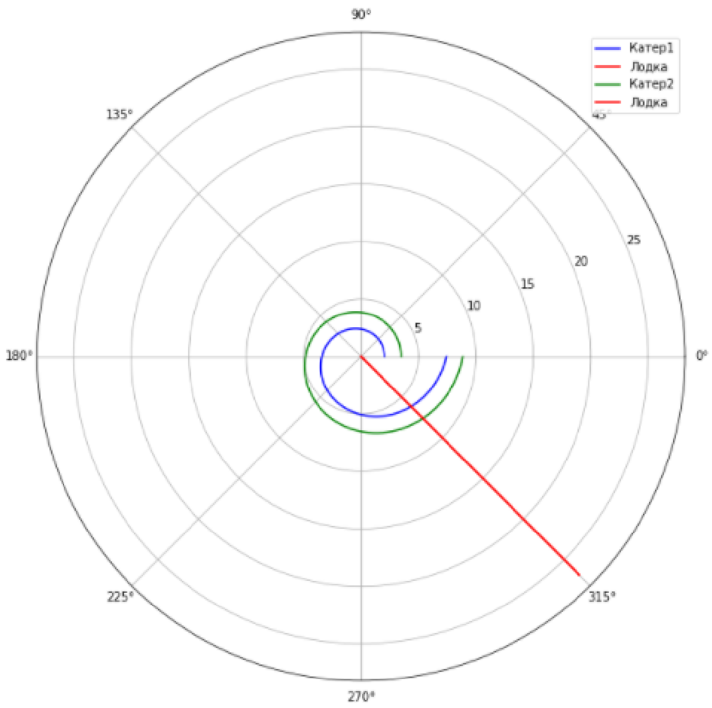

Figure 3.2: траектории движения для обеих случаев

Для первого случая точка пересечения красного и синего графиков - точка пересечения катера и лодки, исходя из графика, имеет координаты

$$\begin{cases} \theta = 315 \\ r = 6.16 \end{cases}$$

Для второго случая точка пересечения красного и зеленого графиков - точка пересечения катера и лодки, исходя из графика, имеет координаты

$$\begin{cases} \theta = 315 \\ r = 7.62 \end{cases}$$

Наблюдаем, что при погоне «по часовой стрелке» для достижения цели потребуется пройти значительно меньшее расстояние.

4 Выводы

Построили математические модели для выбора правильной стратегии при решении задач поиска. Определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтоб нагнать лодку.