**Математическое и имитационное моделирование**

**Лабораторная работа №2**

**Хусаинов Ренат, 4 группа**

**Вариант 15**

**Тема:** Решение краевой задачи для ОДУ второго порядка методом конечных разностей.

**Постановка задач:**

1) Решить краевую задачу для ОДУ второго порядка методом конечных разностей с точностью .

2) Построить график полученного решения и оценить погрешность.

**Метод решения:**

Дано ОДУ второго порядка



Запишем исходную задачу в конечно-разностном виде



После элементарных преобразований получим



Подставив исходные данные и вычислив коэффициенты, получим систему линейных алгебраических уравнений , где матрица  – трехдиагональная,  – вектора-столбцы. Решив данную систему любым из известных методов, получим решение поставленной задачи.

**Расчет работы по данным исходной задачи:**

1) Аппроксимация области дифференциального уравнения и граничных условий.

Найти приближенное решение обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка при заданных начальных условиях

Положим, что число разбиений отрезка равно тогда .Запишем исходную задачу в конечно-разностном виде:

,

2) Запись исходной задачи в виде системы алгебраических уравнений.

Подставив исходные данные



и вычислив ,



получим систему линейных алгебраических уравнений , где матрица А трехдиагональная, Y, F – вектор – столбцы.



3) Решение системы алгебраических уравнений.

Решив данную систему следующим образом: , получим решение поставленной задачи



4) Проверка выполнения граничных условий.

Подставив найденные значения  в аппроксимацию граничных условий



получим

т.е. граничные условия выполняются.

5) Оценим погрешность полученного приближенного решения.

Для оценки погрешности найденного решения можно использовать известное соотношение , где  - погрешность округления,  - число уравнения в системе . При заданной точности можно положить

Из последнего соотношения можно найти число верных знаков в приближенном решении искомой задачи  где положительная степень десяти.

Имеем , поэтому 

Округлим решение до верных знаков



Число верных знаков для приближенного решения  из аналогичных выкладок составит . Получим



Число верных знаков для приближенного решения из аналогичных выкладок составит . Получим



Число верных знаков для приближенного решения из аналогичных выкладок составит . Получим



Число верных знаков для приближенного решения из аналогичных выкладок составит . Получим



Число верных знаков для приближенного решения из аналогичных выкладок составит .

Из равенства следует, что последнее приближение записано только верными цифрами.

Таким образом, имеем следующее приближенное решение исходной задачи.



**Тестовый пример:**

Дано ДУ второго порядка

Решением данного уравнения будет функция.

Положим, что число разбиений отрезка равно  тогда

Запишем исходную задачу в конечно-разностном виде:

Подставив исходные данные



и вычислив ,



получим систему линейных алгебраических уравнений .



Решив данную систему следующим образом: , получим решение поставленной задачи



Для оценки погрешности найденного решения можно использовать известное соотношение , где  - погрешность округления,  - число уравнения в системе . При заданной точности можно положить 

Из последнего соотношения можно найти число верных знаков в приближенном решении искомой задачи  где положительная степень десяти.

Имеем , поэтому 

Округлим решение до верных знаков



Число верных знаков для приближенного решения  из аналогичных выкладок составит . Получим



Число верных знаков для приближенного решения  из аналогичных выкладок составит .

Из равенства следует, что последнее приближение записано только верными цифрами.

Таким образом, имеем следующее приближенное решение исходной задачи.



Для данного примера известно точное решение, поэтому можно оценить погрешность решения задачи

