

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

### Вариант 1

1. Вычислить двойной интеграл:

- 1)  $\iint_D (x-2y) dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $y = x^2$ ,  $y = \frac{1}{4}x$ ,  $x = 2$ ;
- 2)  $\int_{-\sqrt{5}}^{\sqrt{5}} \left( \int_0^{\sqrt{5-x^2}} e^{-2(x^2+y^2)} dy \right) dx$ , используя полярные координаты.

2. Вычислить:

- 1) тройной интеграл  $\iiint_V (x - y^2 + 2yz) dx dy dz$  по области  $V$ :  $0 \leq x \leq 3$ ,  $-1 \leq y \leq 0$ ,  $-1 \leq z \leq 2$ ;
- 2) объем тела, ограниченного заданными поверхностями:  $z = 4x^2 + y^2$ ,  $2x + y = 2$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$ .

3. Вычислить:

- 1) криволинейный интеграл  $\int_L y dl$ , где  $L$  – дуга параболы  $y^2 = 2x$ , отсеченная параболой  $x^2 = 2y$ ;
- 2) поверхностный интеграл первого рода  $\iint_S (x+z) dS$  по поверхности  $S$ , где  $S$  – часть плоскости  $x - 2y + z = 1$ , отсеченная координатными плоскостями.

4. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}(M) = (z+2x)\vec{i} + (z^2+y)\vec{j} + (5z-x^3)\vec{k}$  через внешнюю поверхность тела, ограниченного поверхностями:  $3x + y + 2z = 12$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ , используя формулу Остроградского-Гаусса.

5. Исследовать на сходимость ряд:

- 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{4^n \cdot n}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left( \frac{n}{3n-1} \right)^n$ ; 3)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{4^n + 3}$ ; 4)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left( \frac{2n}{2n-1} \right)^n$ .

6. Определить область сходимости ряда: 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n \cdot x^n}{(2n+1)^2}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \cdot (x-2)^n}{\sqrt[3]{n^2}}$ .

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

### Вариант 2

1. Вычислить двойной интеграл:

1)  $\iint_D (y - 4xy^3) dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  
 $y = 2x, y = -2x, y = 2$ ;

2)  $\int_{-\sqrt{3}}^0 \left( \int_{-\sqrt{3-x^2}}^0 \sqrt{2+x^2+y^2} dy \right) dx$ , используя полярные координаты.

2. Вычислить:

1) тройной интеграл  $\iiint_V (xy + yz - z) dx dy dz$  по области  $V: -1 \leq x \leq 2,$   
 $0 \leq y \leq 2, -2 \leq z \leq 0$ ;

2) объем тела, ограниченного заданными поверхностями:  $z = 4 - x^2 - 4y^2,$   
 $x + y = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ .

3. Вычислить:

1) криволинейный интеграл  $\int_L (x^2 + y^2)^2 dl$ , где  $L$  – окружность  $x = 3 \cos t,$   
 $y = 3 \sin t$ ;

2) поверхностный интеграл первого рода  $\iint_S (x - 2y - z) dS$  по поверхности  $S$ ,  
где  $S$  – часть плоскости  $2x + 2y + z = 4$ , отсеченная координатными плоскостями.

4. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}(M) = (9y + 5z)\vec{i} + (2y - z)\vec{j} + (x - 8y)\vec{k}$   
через внутреннюю поверхность тела, ограниченного поверхностями:  
 $y^2 - 2y + z^2 = 3, x = 2, x = 4$ , используя формулу Остроградского-Гаусса.

5. Исследовать на сходимость ряд:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n (n+1)!}$ ;    2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n}{8n+1} \right)^n$ ;    3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n \cdot \sqrt{n} + 4}$ ;    4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(n+1) \cdot 7^n}$ .

6. Определить область сходимости ряда: 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \cdot x^n}{\sqrt[3]{n^2}}$ ;    2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{n \cdot (2n+1)}$ .

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

### Вариант 3

1. Вычислить двойной интеграл:

1)  $\iint_D (x^2 y - 2y) dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $y = 2x^2$ ,  $y = 8$ .

2)  $\int_0^{\sqrt{2}} \left( \int_{-\sqrt{2-x^2}}^0 (1 + x^2 + y^2) dy \right) dx$ , используя полярные координаты.

2. Вычислить:

1) тройной интеграл  $\iiint_V (3x - 2yz + 2z) dx dy dz$  по области  $V$ :  $-2 \leq x \leq 0$ ,  $0 \leq y \leq 1$ ,  $0 \leq z \leq 3$ ;

2) объем тела, ограниченного заданными поверхностями:  $z = 1 - 2x^2$ ,  $2x + 3y = 6$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$ .

3. Вычислить:

1) криволинейный интеграл  $\int_{L_{AB}} x dl$ , где  $L_{AB}$  – дуга параболы  $y = x^2$  от точки  $A(2;4)$  до точки  $B(1;1)$ ;

2) поверхностный интеграл первого рода  $\iint_S (2z - x + 1) dS$  по поверхности  $S$ , где  $S$  – часть плоскости  $x - 2y - 2z = -4$ , отсеченная координатными плоскостями.

4. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}(M) = (z^2 + 2x)\vec{i} + (3z - x)\vec{j} + 2\vec{k}$  через внешнюю поверхность тела, ограниченного поверхностью  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ , используя формулу Остроградского-Гаусса.

5. Исследовать на сходимость ряд:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot (n+2)!}{2^n}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2+2n}{3n+2} \right)^n$ ; 3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3n^2 - n + 8}$ ; 4)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{3n+1}}$ .

6. Определить область сходимости ряда: 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{4^n (n+1)}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^5 (x-5)^{2n}}{2n+1}$ .

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

### Вариант 4

1. Вычислить двойной интеграл:

1)  $\iint_D (x^3 - 2xy) dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $y = 1 - x^2$ ,  
 $y = 0$ , при  $x \geq 0$ .

2)  $\int_{-R}^R \left( \int_{-\sqrt{R^2 - x^2}}^0 e^{-2(x^2 + y^2)} dy \right) dx$ , используя полярные координаты.

2. Вычислить:

1) тройной интеграл  $\iiint_V (xz - y^2 + yz) dx dy dz$  по области  $V$ :  $2 \leq x \leq 3$ ,

$1 \leq y \leq 2$ ,  $0 \leq z \leq 1$ ;

2) объем тела, ограниченного заданными

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

### Вариант 5

1. Вычислить двойной интеграл:

1)  $\iint_D (3x^2 - y) dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $y = x^2 - 1$ ,  $y = 1 - x^2$ .

2)  $\int_{-\sqrt{3}}^0 \left( \int_{-\sqrt{3-x^2}}^{\sqrt{3-x^2}} \frac{x}{x^2 + y^2} dy \right) dx$ , используя полярные координаты.

2. Вычислить:

1) тройной интеграл  $\iiint_V (x - xy + yz) dx dy dz$  по области  $V$ :  $0 \leq x \leq 2$ ,  $-2 \leq y \leq 0$ ,  $-1 \leq z \leq 2$ ;

2) объем тела, ограниченного заданными поверхностями:  $z = 16 - 2x^2 - y^2$ ,  $2x + y = 4$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$ .

3. Вычислить:

1) криволинейный интеграл  $\int_L x^2 dl$ , где  $L$  – дуга верхней половины окружности  $x^2 + y^2 = 4$ ;

2) поверхностный интеграл первого рода  $\iint_S (x + 3y + z - 5) dS$  по поверхности  $S$ , где  $S$  – часть плоскости  $2x + 3y + z = 6$ , отсеченная координатными плоскостями.

4. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}(M) = -8x\vec{i} + (z - 5x)\vec{j} + (2z + 1)\vec{k}$  через внутреннюю поверхность тела, ограниченного поверхностями:  $x - 3y + z = 3$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ , используя формулу Остроградского-Гаусса.

5. Исследовать на сходимость ряд:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(2n+1)!}{(3n)!}$ ;    2)  $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n \left( \frac{n}{n+2} \right)^{n^2}$ ;    3)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n}{n^3 + n + 8}$ ;    4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cdot n}{6n + 4}$ .

6. Определить область сходимости ряда: 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot (3n+1)}$ ;    2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^{n+1}}{2 \cdot n^3}$ .

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

### Вариант 6

1. Вычислить двойной интеграл:

1)  $\iint_D (x^2 + y) dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $y = x^2$ ,  $x = y^2$ ;

2)  $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} \left( \int_0^{\sqrt{2-x^2}} e^{-(x^2+y^2)} dy \right) dx$ , используя полярные координаты.

2. Вычислить:

1) тройной интеграл  $\iiint_V (x - y - z) dx dy dz$  по области  $V$ :  $0 \leq x \leq 3$ ,

$0 \leq y \leq 1$ ,  $-2 \leq z \leq 1$ ;

2) объем тела, ограниченного заданными поверхностями:  $z = 2x^2 + 4y^2$ ,  $x + y = 1$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$ .

3. Вычислить:

1) криволинейный интеграл  $\int_L (x^2 + y^2 + z^2) dl$ , где  $L$  – первый виток винтовой линии  $x = 4 \cos t$ ,  $y = 4 \sin t$ ,  $z = 3t$ ;

2) поверхностный интеграл первого рода  $\iint_S (7x + y + 2z) dS$  по поверхности  $S$ , где  $S$  – часть плоскости  $3x - 2y + 2z = 6$ , отсеченная координатными плоскостями.

4. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}(M) = (2y - 4z)\vec{i} + (4y + 2x)\vec{j} + (15x - 8y)\vec{k}$  через внешнюю поверхность тела, ограниченного поверхностями:  $y^2 + z^2 = 1$ ,  $x = 1$ ,  $x = 3$ , используя формулу Остроградского-Гаусса.

5. Исследовать на сходимость ряд:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \sqrt{2n+5}}{2^n}$ ;    2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n+2}{5n+1} \right)^{n^2}$ ;    3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{n^2 + 1}$ ;    4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^3}$ .

6. Определить область сходимости ряда: 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2 \cdot n^2}$ ;    2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{(n+1) \cdot \ln(n+1)}$ .

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

### Вариант 7

1. Вычислить двойной интеграл:

1)  $\iint_D xy^2 dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $y = x^2$ ,  $y = 2x$ ;

2)  $\int_0^R \left( \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} \sin(x^2 + y^2) dy \right) dx$ , используя полярные координаты.

2. Вычислить:

1) тройной интеграл  $\iiint_V (x + y^2 - 2z) dx dy dz$  по области  $V$ :  $1 \leq x \leq 2$ ,  $-2 \leq y \leq 3$ ,  $0 \leq z \leq 1$ ;

2) объем тела, ограниченного заданными поверхностями:  $z = 2 - (x^2 + y^2)$ ,  $x + 2y = 1$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$ .

3. Вычислить:

1) криволинейный интеграл  $\int_L y dl$ , где  $L$  – дуга параболы  $y^2 = 6x$ , отсеченная параболой  $x^2 = 6y$ ;

2) поверхностный интеграл первого рода  $\iint_S (2x + 3y + z) dS$  по поверхности  $S$ , где  $S$  – часть плоскости  $2x + 2y + z = 2$ , отсеченная координатными плоскостями.

4. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}(M) = (z^2 + 2x)\vec{i} + (3z - x)\vec{j} + 2\vec{k}$  через внутреннюю поверхность тела, ограниченного поверхностью  $x^2 + 4x + y^2 + z^2 = 5$ , используя формулу Остроградского-Гаусса.

5. Исследовать на сходимость ряд:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n \cdot (2n+1)!}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n \left( \frac{n}{n+2} \right)^{n^2}$ ; 3)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n + 1}$ ; 4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2 + 1}$ .

6. Определить область сходимости ряда: 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n \cdot 10^n}}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{2 \cdot n^2}$ .

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

### Вариант 8

1. Вычислить двойной интеграл:

1)  $\iint_D (x+y) dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $y^2 = x$ ,  $y = x$ ;

2)  $\int_0^R \left( \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} \frac{\operatorname{tg} \sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} dy \right) dx$ , используя полярные координаты.

2. Вычислить:

1) тройной интеграл  $\iiint_V (x+y+z^2) dx dy dz$  по области  $V$ :  $-1 \leq x \leq 0$ ,

$0 \leq y \leq 1$ ,  $2 \leq z \leq 3$ ;

2) объем тела, ограниченного заданными поверхностями:  $z = x^2$ ,  $x - 2y + 2 = 0$ ,  $x + y - 7 = 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$ .

3. Вычислить:

1) криволинейный интеграл  $\int_L \frac{dl}{x^2 + y^2 + z^2}$ , где  $L$  – первый виток винтовой линии  $x = 5 \cos t$ ,  $y = 5 \sin t$ ,  $z = t$ ;

2) поверхностный интеграл первого рода  $\iint_S (3x + 8y + 8z) dS$  по поверхности  $S$ , где  $S$  – часть плоскости  $x + 4y + 2z = 8$ , отсеченная координатными плоскостями.

4. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}(M) = (z-y)\vec{i} + (6x+y)\vec{j} + 3x\vec{k}$  через внешнюю поверхность тела, ограниченного поверхностями:  $4z^2 = y^2 + x^2$ ,  $z = 0$ ,  $z = 1$ , используя формулу Остроградского-Гаусса.

5. Исследовать на сходимость ряд:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n \cdot (3n+1)}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{n+1} \left( \frac{n}{n+1} \right)^{n^2}$ ; 3)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2 + n + 1}}$ ; 4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot 2^n}$ .

6. Определить область сходимости ряда: 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3 \cdot n^2}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n \cdot 7^n}$ .



## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

### Вариант 9

1. Вычислить двойной интеграл:

1)  $\iint_D x^2 y dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $y = 2 - x$ ,  $y = x$ ,  $x \geq 0$ ;

2)  $\int_0^1 \left( \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \frac{\ln(1 + \sqrt{x^2 + y^2})}{\sqrt{x^2 + y^2}} dy \right) dx$ , используя полярные координаты.

2. Вычислить:

1) тройной интеграл  $\iiint_V (x + y^2 - z^2) dx dy dz$  по области  $V$ :  $-2 \leq x \leq 0$ ,

$1 \leq y \leq 2$ ,  $0 \leq z \leq 5$ ;

2) объем тела, ограниченного заданными поверхностями:  $z = 2x^2 + 3y^2$ ,  $y = x^2$ ,  $y = x$ ,  $z \geq 0$ .

3. Вычислить:

1) криволинейный интеграл  $\int_{L_{AB}} \frac{dl}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ , где  $L_{AB}$  – отрезок прямой, соединяющий точки  $A(0; -2)$  и  $B(4; 0)$ ;

2) поверхностный интеграл первого рода  $\iint_S (3x - 2y + 6z) dS$  по поверхности  $S$ , где  $S$  – часть плоскости  $2x + y + 2z = 2$ , отсеченная координатными плоскостями.

4. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}(M) = (y^2 + 2z)\vec{i} + (4y - 9x)\vec{j} + (z - x)\vec{k}$  через внешнюю поверхность тела, ограниченного поверхностями:  $6x - 2y + z = 6$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ , используя формулу Остроградского-Гаусса.

5. Исследовать на сходимость ряд:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{7^n}$ ;      2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n-1}{n+2} \right)^{3n}$ ;      3)

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

### Вариант 10

1. Вычислить двойной интеграл:

1)  $\iint_D (x^3 - 2y) dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $y = x^2 - 1$ ,  $x \geq 0$ ,  
 $y \leq 0$ ;

2)  $\int_0^2 \left( \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \cos \sqrt{x^2 + y^2} dy \right) dx$ , используя полярные координаты.

2. Вычислить:

1) тройной интеграл  $\iiint_V (x + yz) dx dy dz$  по области  $V$ :  $0 \leq x \leq 1$ ,  
 $-1 \leq y \leq 4$ ,  $0 \leq z \leq 2$ ;

2) объем тела, ограниченного заданными поверхностями:  $z = 2x^2 + y^2$ ,  $y = x$ ,  
 $y = 3x$ ,  $x = 2$ ,  $z \geq 0$ .

3. Вычислить:

1) криволинейный интеграл  $\int_L \frac{z^2 dl}{x^2 + y^2}$ , где  $L$  – первый виток винтовой линии  
 $x = 4 \cos t$ ,  $y = 4 \sin t$ ,  $z = 4t$ ;

2) поверхностный интеграл первого рода  $\iint_S (9x + 2y + z) dS$  по поверхности  $S$ ,  
где  $S$  – часть плоскости  $2x + y + z = 4$ , отсеченная координатными плоскостями.

4. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}(M) = 5z\vec{i} + (6y + z)\vec{j} + (5x - 8z)\vec{k}$  через  
внутреннюю поверхность тела, ограниченного поверхностями:  $x^2 + y^2 = 16$ ,  
 $z = 2$ ,  $z = 4$ , используя формулу Остроградского-Гаусса.

5. Исследовать на сходимость ряд:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n \cdot 3^n}$ ;    2)  $\sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{n-1}{3n+2} \right)^n$ ;    3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 3n}{n \cdot \sqrt{n}}$ ;    4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)!}$ .

6. Определить область сходимости ряда:    1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{5^n (n+1)}$ ;    2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{\sqrt{2^n}}$ .

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

### Вариант 11

1. Вычислить двойной интеграл:

- 1)  $\iint_D (y-x) dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $y = x$ ,  $y = x^2$ ;
- 2)  $\int_0^3 \left( \int_0^{\sqrt{9-x^2}} \ln(1+x^2+y^2) dy \right) dx$ , используя полярные координаты.

2. Вычислить:

- 1) тройной интеграл  $\iiint_V xyz^2 dx dy dz$  по области  $V$ :  $0 \leq x \leq 2$ ,  $-1 \leq y \leq 0$ ,  $0 \leq z \leq 4$ ;
- 2) объем тела, ограниченного заданными поверхностями:  $z = 9 - x^2$ ,  $y = x$ ,  $y = 2x$ ,  $x = 2$ ,  $z \geq 0$ .

3. Вычислить:

- 1) криволинейный интеграл  $\int_{L_{AB}} \frac{dl}{x-z}$ , где  $L_{AB}$  – отрезок прямой
- $$\begin{cases} x = t, \\ y = 0, \\ z = -0,5(t-4), \end{cases} \quad t \in [0, 4], \text{ соединяющий точки } A(0;0;2) \text{ и } B(4;0;0);$$
- 2) поверхностный интеграл первого рода  $\iint_S (2x+5y+z) dS$  по поверхности  $S$ , где  $S$  – часть плоскости  $x+y+2z=2$ , отсеченная координатными плоскостями.

4. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}(M) = (y^2 - 3x)\vec{i} + (3y - z)\vec{j} + 4z\vec{k}$  через внешнюю поверхность тела, ограниченного поверхностью  $x^2 + y^2 - 6y + z^2 = -8$ , используя формулу Остроградского-Гаусса.

5. Исследовать на сходимость ряд:

- 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{8^n}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left( \frac{n-2}{4n-1} \right)^n$ ; 3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{\sqrt[3]{n^2}}$ ; 4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2(n^2+1)}$ .

6. Определить область сходимости ряда: 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot x^n}{\sqrt{n}}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n \cdot 5^n}$ .

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

### Вариант 12

1. Вычислить двойной интеграл:

1)  $\iint_D (1+y) dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $y^2 = x$ ,  $5y = x$ ;

2)  $\int_{-2}^2 \left( \int_0^{\sqrt{4-x^2}} (x^2 + y^2) e^{x^2+y^2} dy \right) dx$ , используя полярные координаты.

2. Вычислить:

1) тройной интеграл  $\iiint_V xy^2z dx dy dz$  по области  $V$ :  $-2 \leq x \leq 1$ ,  
 $0 \leq y \leq 2$ ,  $0 \leq z \leq 3$ ;

2) объем тела, ограниченного заданными поверхностями:  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = x$ ,  
 $x + y + z = 2$ ,  $z \geq 0$ .

3. Вычислить:

1) криволинейный интеграл  $\oint_L (x-y) dl$ , где  $L$  – окружность  $x^2 + y^2 = 2x$ ;

2) поверхностный интеграл первого рода  $\iint_S (x+2y+3z) dS$  по поверхности  $S$ ,  
где  $S$  – часть плоскости  $x + y + z = 2$ , отсеченная координатными плоскостями.

4. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}(M) = (y+4x)\vec{i} + (z-y)\vec{j} + (2z+4)\vec{k}$  через внешнюю поверхность тела, ограниченного поверхностью  $(y+2)^2 = x^2 + z^2$ ,  $y = 0$ , используя формулу Остроградского-Гаусса.

5. Исследовать на сходимость ряд:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+2)!}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \left( \frac{n}{n+2} \right)^{n^2}$ ; 3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{n(n+1)}$ ; 4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot 2^n}{n^4}$ .

6. Определить область сходимости ряда: 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n(2n+1)}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot (x-2)^n}{\sqrt{n}}$ .

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

### Вариант 13

1. Вычислить двойной интеграл:

1)  $\iint_D (x+y) dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $y = x^2 - 1$ ,  $y = -x^2 + 1$ ;

2)  $\int_{-1}^1 \left( \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{1+x^2+y^2} dy \right) dx$ , используя полярные координаты.

2. Вычислить:

1) тройной интеграл  $\iiint_V x^3 y z dx dy dz$  по области  $V$ :  $-1 \leq x \leq 2$ ,

$1 \leq y \leq 3$ ,  $0 \leq z \leq 1$ ;

2) объем тела, ограниченного заданными поверхностями:  $y = 1 - x^2$ ,  $x + y + z = 3$ ,  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$ .

3. Вычислить:

1) криволинейный интеграл  $\int_L (x+z) dl$ , где  $L$  – дуга кривой  $x = t$ ,  $y = \frac{3}{\sqrt{2}} t^2$ ,  $z = t^3$ ,  $0 \leq t \leq 1$ ;

2) поверхностный интеграл первого рода  $\iint_S (3x + 10y - z) dS$  по поверхности  $S$ , где  $S$  – часть плоскости  $x + 3y + 2z = 6$ , отсеченная координатными плоскостями.

4. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}(M) = y\vec{i} + (y + 7x)\vec{j} + (x - 4z)\vec{k}$  через внутреннюю поверхность тела, ограниченного поверхностями:  $4 + 2y + z = 8$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ , используя формулу Остроградского-Гаусса.

5. Исследовать на сходимость ряд:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{3^n}$ ;    2)  $\sum_{n=1}^{\infty} 4^{n+1} \left( \frac{n+2}{n+3} \right)^{n^2}$ ;    3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^n}$ ;    4)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2+1}{n^3}$ .

6. Определить область сходимости ряда: 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \cdot x^n}{5^n}$ ;    2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-7)^{2n}}{\sqrt{n} \cdot 16^n}$ .

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

### Вариант 14

1. Вычислить двойной интеграл:

1)  $\iint_D x(y-x)dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $y = 5x$ ,  $y = x$ ,  $x = 3$ ;

2)  $\int_{-R}^0 \left( \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} \sin(x^2 + y^2) dy \right) dx$ , используя полярные координаты.

2. Вычислить:

1) тройной интеграл  $\iiint_V (xy - z^3) dx dy dz$  по области  $V$ :  $0 \leq x \leq 1$ ,  $-1 \leq y \leq 2$ ,  $0 \leq z \leq 3$ ;

2) объем тела, ограниченного заданными поверхностями:  $z = 2x^2 + y^2$ ,  $x + y = 4$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$ .

3. Вычислить:

1) криволинейный интеграл  $\int_{L_{AB}} \frac{dl}{x-y}$ , где  $L_{AB}$  – отрезок прямой, заключенный между точками  $A(4;0)$  и  $B(6;1)$ ;

2) поверхностный интеграл первого рода  $\iint_S (2x + 5y - z) dS$  по поверхности  $S$ , где  $S$  – часть плоскости  $x + 2y + z = 2$ , отсеченная координатными плоскостями.

4. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}(M) = (2x - z)\vec{i} + (4y + 8x)\vec{j} + (x - 2z)\vec{k}$  через внешнюю поверхность тела, ограниченного поверхностями:  $x^2 + z^2 = 16$ ,  $y = -1$ ,  $y = 2$ , используя формулу Остроградского-Гаусса.

5. Исследовать на сходимость ряд:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{(n+2)!}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left( \frac{n+2}{n} \right)^{n^2}$ ; 3)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)}$ ; 4)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left( \frac{3n}{3n-1} \right)^n$ .

6. Определить область сходимости ряда: 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot (n+1)}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+4)^n}{\sqrt[3]{n+1}}$ .

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

### Вариант 15

1. Вычислить двойной интеграл:

- 1)  $\iint_D (x-2) y dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $y = x$ ,  $y = \frac{1}{2}x$ ,  $x = 2$ ;
- 2)  $\int_{-R}^0 \left( \int_{-\sqrt{R-x^2}}^0 \cos(x^2 + y^2) dy \right) dx$ , используя полярные координаты.

2. Вычислить:

- 1) тройной интеграл  $\iiint_V (3x^2 + 2y + z) dx dy dz$  по области  $V$ :  $0 \leq x \leq 1$ ,  $0 \leq y \leq 1$ ,  $-1 \leq z \leq 3$ ;
- 2) объем тела, ограниченного заданными поверхностями:  $z = 4 - x^2$ ,  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$ .

3. Вычислить:

- 1) криволинейный интеграл  $\int_L (2z - \sqrt{x^2 + y^2}) dl$ , где  $L$  – первый виток конической винтовой линии  $x = t \cos t$ ,  $y = t \sin t$ ,  $z = 1$ ;
- 2) поверхностный интеграл первого рода  $\iint_S (6x - y + 8z) dS$  по поверхности  $S$ , где  $S$  – часть плоскости  $x + y + 2z = 2$ , отсеченная координатными плоскостями.

4. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}(M) = (z - x)\vec{i} + (3y - x^2)\vec{j} + \vec{k}$  через внутреннюю поверхность тела, ограниченного поверхностью  $x^2 + y^2 - 8y + z^2 = 25$ , используя формулу Остроградского-Гаусса.

5. Исследовать на сходимость ряд:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n}{(2n)!}$ ;    2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n(n+1)}$ ;    3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{\sqrt{n^3}}$ ;    4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(n+1) \cdot 3^n}$ .

2. Определить область сходимости ряда:    1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \cdot x^n}{(2n+1)^2}$ ;    2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{2^n \cdot (1+n)}$ .

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

### Вариант 16

1. Вычислить двойной интеграл:

1)  $\iint_D (x - y^2) dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $y = x^2$ ,  $y = 1$ ;

2)  $\int_{-3}^3 \left( \int_{-\sqrt{9-x^2}}^0 \frac{xy}{x^2 + y^2} dy \right) dx$ , используя полярные координаты.

2. Вычислить:

1) тройной интеграл  $\iiint_V (x + 2y + 3z^2) dx dy dz$  по области  $V$ :  $-1 \leq x \leq 2$ ,

$0 \leq y \leq 1$ ,  $1 \leq z \leq 2$ ;

2) объем тела, ограниченного заданными поверхностями:  $2x + 3y - 12 = 0$ ,  $2z = y^2$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$ .

3. Вычислить:

1) криволинейный интеграл  $\int_{L_{AB}} \frac{dl}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ , где  $L_{AB}$  – отрезок прямой, соединяющей точки  $A(1;1;1)$  и  $B(2;2;2)$ ;

2) поверхностный интеграл первого рода  $\iint_S (3y - x - z) dS$  по поверхности  $S$ , где  $S$  – часть плоскости  $x - y + z = 2$ , отсеченная координатными плоскостями.

4. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}(M) = (z - x)\vec{i} + (4x + y)\vec{j} + 3z\vec{k}$  через внешнюю поверхность тела, ограниченного поверхностями:  $9x^2 = y^2 + z^2$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ , используя



## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

### Вариант 17

1. Вычислить двойной интеграл:

1)  $\iint_D x^2 y dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $y = 2x^3$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ;

2)  $\int_{-R}^0 \left( \int_0^{\sqrt{R^2 - x^2}} \frac{\operatorname{tg} \sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} dy \right) dx$ , используя полярные координаты.

2. Вычислить:

1) тройной интеграл  $\iiint_V (x + y - z) dx dy dz$  по области  $V$ :  $0 \leq x \leq 4$ ,  $1 \leq y \leq 3$ ,  $-1 \leq z \leq 5$ ;

2) объем тела, ограниченного заданными поверхностями:  $z = 10 + x^2 + 2y^2$ ,  $y = x$ ,  $x = 1$ ,  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$ .

3. Вычислить:

1) криволинейный интеграл  $\int_L y^2 dl$ , где  $L$  – первая арка циклоиды  $x = t - \sin t$ ,  $y = 1 - \cos t$ ;

2) поверхностный интеграл первого рода  $\iint_S (x + 3y + 2z) dS$  по поверхности  $S$ , где  $S$  – часть плоскости  $2x + y + 2z = 2$ , отсеченная координатными плоскостями.

4. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}(M) = (4y - x)\vec{i} + (7z + y)\vec{j} + (3z - x)\vec{k}$  через внешнюю поверхность тела, ограниченного поверхностями:  $y - 3x + 2z = 6$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ , используя формулу Остроградского-Гаусса.

5. Исследовать на сходимость ряд:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^{3n-1}}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n}{n - \sqrt{n} + 5} \right)^n$ ; 3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{n^3 + 3n - 1}$ ; 4)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln n}$ .

6. Определить область сходимости ряда: 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)^5}{2^{n-1}}$

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

### Вариант 18

1. Вычислить двойной интеграл:

1)  $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $x = y^2$ ,  $x = 1$ ;

2)  $\int_0^2 \left( \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \frac{dy}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right) dx$ , используя полярные координаты.

2. Вычислить:

1) тройной интеграл  $\iiint_V x^2 y z^2 dx dy dz$  по области  $V$ :  $0 \leq x \leq 2$ ,

$1 \leq y \leq 2$ ,  $-1 \leq z \leq 0$ ;

2) объем тела, ограниченного заданными поверхностями:  $z = x^2$ ,  $x + y = 6$ ,  $y = 2x$ ,  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$ .

3. Вычислить:

1) криволинейный интеграл  $\int_L y dl$ , где  $L$  – дуга параболы  $y^2 = 2x$ , отсеченная параболой  $x^2 = 2y$ ;

2) поверхностный интеграл первого рода  $\iint_S (5x + y - z) dS$  по поверхности  $S$ , где  $S$  – часть плоскости  $x + 2y + 2z = 2$ , отсеченная координатными плоскостями.

4. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}(M) = (2y - 4z)\vec{i} + (4y + 2x)\vec{j} + (15x - 8y)\vec{k}$  через внутреннюю поверхность тела, ограниченного поверхностями:  $x^2 + z^2 = 9$ ,  $y = 0$ ,  $y = 1$ , используя формулу Остроградского-Гаусса.

5. Исследовать на сходимость ряд:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^{3n}}{(2n-5)!}$ ;    2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left( \frac{n-2}{3n-1} \right)^n$ ;    3)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n+1}}$ ;    4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cdot n}{6n+5}$ .

6. Определить область сходимости ряда: 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 8^n}$ ;    2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{\sqrt{n} \cdot 4^n}$ .

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

### Вариант 19

1. Вычислить двойной интеграл:

1)  $\iint_D xy dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $y = x^3$ ,  $y = 0$ ,  $x \leq 2$ ;

2)  $\int_{-R}^R \left( \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^0 \frac{\sin^2 \sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} dy \right) dx$ , используя полярные координаты.

2. Вычислить:

1) тройной интеграл  $\iiint_V (2x^2 + y - z^3) dx dy dz$  по области  $V$ :  $0 \leq x \leq 1$ ,

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

### Вариант 20

1. Вычислить двойной интеграл:

1)  $\iint_D (x+y) dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $y = x^3$ ,  $y = 8$ ,  $y = 0$ ,  
 $x = 3$ ;

2)  $\int_0^R \left( \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} \frac{\cos^2 \sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} dy \right) dx$ , используя полярные координаты.

2. Вычислить:

1) тройной интеграл  $\iiint_V (x^3 + y^3 - z) dx dy dz$  по области  $V$ :  $0 \leq x \leq 2$ ,  
 $-1 \leq y \leq 0$ ,  $0 \leq z \leq 1$ ;

2) объем тела, ограниченного заданными поверхностями:  $3y = \sqrt{x}$ ,  $y \leq x$ ,  
 $x + y + z = 10$ ,  $y = 1$ ,  $z = 0$ .

3. Вычислить:

1) криволинейный интеграл  $\int_L \sqrt{2y} dl$ , где  $L$  – первая арка циклоиды  
 $x = 2(t - \sin t)$ ,  $y = 2(1 - \cos t)$ ;

2) поверхностный интеграл первого рода  $\iint_S (4x - y + z) dS$  по поверхности  $S$ ,  
где  $S$  – часть плоскости  $x - y + z = 2$ , отсеченная координатными плоскостями.

4. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}(M) = 3y\vec{i} + (3x + 6y)\vec{j} - 4z\vec{k}$  через внутреннюю поверхность тела, ограниченного поверхностями:  $16y^2 = x^2 + z^2$ ,  
 $y = 0$ ,  $y = -1$ , используя формулу Остроградского-Гаусса.

5. Исследовать на сходимость ряд:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+1)!}{8^n \cdot n^2}$ ;    2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{4+n}{3n+2} \right)^n$ ;    3)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{4^n + 2}$ ;    4)  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n \cdot (n+1)}$ .

6. Определить область сходимости ряда: 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 5^{n+2}}$ ;    2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{2 \cdot n^2}$ .

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

### Вариант 21

1. Вычислить двойной интеграл:

1)  $\iint_D x(2x+y) dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $y = 1 - x^2$ ,  $y \geq 0$ ;

2)  $\int_0^5 \left( \int_{-\sqrt{25-x^2}}^0 \frac{\sin \sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} dy \right) dx$ , используя полярные координаты.

2. Вычислить:

1) тройной интеграл  $\iiint_V (x^3 + yz) dx dy dz$  по области  $V$ :  $-1 \leq x \leq 2$ ,

$0 \leq y \leq 1$ ,  $0 \leq z \leq 1$ ;

2) объем тела, ограниченного заданными поверхностями:  $y^2 = 1 - x$ ,  $x + y + z = 1$ ,  $x = 0$ ,  $z = 0$ .

3. Вычислить:

1) криволинейный интеграл  $\int_{L_{OA}} \frac{dl}{\sqrt{x^2 + y^2 + 4}}$ , где  $L_{OA}$  – отрезок прямой, соединяющий точки  $O(0;0)$  и  $A(1;2)$ ;

2) поверхностный интеграл первого рода  $\iint_S (6x + y + 4z) dS$  по поверхности  $S$ , где  $S$  – часть плоскости  $3x + 3y + z = 3$ , отсеченная координатными плоскостями.

4. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}(M) = -3z\vec{i} + (y + 2x)\vec{j} + (6z + 1)\vec{k}$  через внутреннюю поверхность тела, ограниченного поверхностями:  $5x + y - z = 5$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ , используя формулу Остроградского-Гаусса.

5. Исследовать на сходимость ряд:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(2n+2)}{(3n)!}$ ;      2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n^2 + n}{n^2 + 2} \right)^n$ ;      3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 2n}{n^2 \cdot \sqrt{n}}$ ;      4)  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+5}{3^n}$ .

6. Определить область сходимости ряда: 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2 + 1}$ ;      2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{5^n(n+1)}$ .

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

### Вариант 22

1. Вычислить двойной интеграл:

1)  $\iint_D y(1-x)dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $y^3 = x$ ,  $y = x$ ;

2)  $\int_0^1 \left( \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \frac{dy}{1+\sqrt{x^2+y^2}} \right) dx$ , используя полярные координаты.

2. Вычислить:

1) тройной интеграл  $\iiint_V (xy - z^2) dx dy dz$  по области  $V$ :  $0 \leq x \leq 2$ ,  
 $0 \leq y \leq 1$ ,  $-1 \leq z \leq 3$ ;

2) объем тела, ограниченного заданными поверхностями:  $x^2 = 1 - y$ ,  
 $x + y + z = 3$ ,  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$ .

3. Вычислить:

1) криволинейный интеграл  $\int_L \frac{z^2 dl}{x^2 + y^2}$ , где  $L$  – первый виток винтовой линии  
 $x = 2 \cos t$ ,  $y = 2 \sin t$ ,  $z = 2t$ ;

2) поверхностный интеграл первого рода  $\iint_S (4x - y + 4z) dS$  по поверхности  $S$ ,  
где  $S$  – часть плоскости  $2x + 2y + z = 4$ , отсеченная координатными плоскостями.

4. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}(M) = (5y - 4x)\vec{i} + (6y + 2z)\vec{j} + (12x - y)\vec{k}$  через внешнюю поверхность тела, ограниченного поверхностями:  $x^2 + z^2 + 6z = -8$ ,  $y = 1$ ,  $y = 5$ , используя формулу Остроградского-Гаусса.

5. Исследовать на сходимость ряд:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 5}{2^n}$ ;      2)  $\sum_{n=1}^{\infty} 5^{n+1} \left( \frac{n}{n+3} \right)^{n^2}$ ;      3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 2n}{n \cdot \sqrt{n}}$ ;      4)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{3n-1}$ .

6. Определить область сходимости ряда: 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2 \cdot n^2}$ ;      2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{3^n (4n+1)}$

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

### Вариант 23

1. Вычислить двойной интеграл:

1)  $\iint_D xy^3 dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $y^2 = 1 - x$ ,  $x \geq 0$ ;

2)  $\int_0^2 \left( \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \frac{dy}{1+x^2+y^2} \right) dx$ , используя полярные координаты.

2. Вычислить:

1) тройной интеграл  $\iiint_V (xy + 3z) dx dy dz$  по области  $V$ :  $-1 \leq x \leq 1$ ,

$0 \leq y \leq 1$ ,  $1 \leq z \leq 2$ ;

2) объем тела, ограниченного заданными поверхностями:  $y = x^2$ ,  $x = y^2$ ,  $z = 3x + 2y + 6$ ,  $z = 0$ .

3. Вычислить:

1) криволинейный интеграл  $\int_L \sqrt{x^2 + y^2} dl$ , где  $L$  – окружность  $x^2 + y^2 = 2y$ ;

2) поверхностный интеграл первого рода  $\iint_S (5x - 8y - z) dS$  по поверхности  $S$ , где  $S$  – часть плоскости  $2x - 3y + z = 6$ , отсеченная координатными плоскостями.

4. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}(M) = (6z - 2x)\vec{i} - y\vec{j} + \vec{k}$  через внутреннюю поверхность тела, ограниченного поверхностью  $x^2 - 2x + y^2 + 4y + z^2 = -1$ , используя формулу Остроградского-Гаусса.

5. Исследовать на сходимость ряд:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2^n}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} \left( \frac{n+2}{n-1} \right)^{n^2}$ ; 3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 5n}{n^2 + 3n + 8}$ ; 4)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+1}{2n^2 + n}$ .

6. Определить область сходимости ряда: 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(2n-1)^2}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{4^n (n+1)}$ .

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

### Вариант 24

1. Вычислить двойной интеграл:

1)  $\iint_D x(y+5)dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $y = x + 5$ ,  
 $x + y + 5 = 0$ ,  $x \leq 0$ ;

2)  $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} \left( \int_{-\sqrt{2-x^2}}^0 (1+x^2+y^2) dy \right) dx$ , используя полярные координаты.

2. Вычислить:

1) тройной интеграл  $\iiint_V (x + yz^2) dx dy dz$  по области  $V$ :  $0 \leq x \leq 1$ ,  
 $0 \leq y \leq 2$ ,  $-1 \leq z \leq 3$ ;

2) объем тела, ограниченного заданными поверхностями:  $x = y^2$ ,  $x = 1$ ,  
 $x + y + z = 4$ ,  $z = 0$ .

3. Вычислить:

1) криволинейный интеграл  $\int_L \sqrt{2-z^2} (2z - \sqrt{x^2 + y^2}) dl$ , где  $L$  – дуга кривой  
 $x = t \cos t$ ,  $y = t \sin t$ ,  $z = t$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$ ;

2) поверхностный интеграл первого рода  $\iint_S (4y - x + 4z) dS$  по поверхности  $S$ ,  
где  $S$  – часть плоскости  $x - 2y + 2z = 2$ , отсеченная координатными плоскостями.

4. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}(M) = (z+x)\vec{i} + (3z-y)\vec{j} + 3z\vec{k}$  через  
внешнюю поверхность тела, ограниченного поверхностями:  $z^2 = 9(y^2 + x^2)$ ,  
 $z = 0$ ,  $z = 1$ , используя формулу Остроградского-Гаусса.

5. Исследовать на сходимость ряд:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n + 2}$ ;    2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+5}{3n+2} \right)^n$ ;    3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 2n}{\sqrt{(n+3)^5}}$ ;    4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(n+1) \cdot 3^n}$ .

6. Определить область сходимости ряда: 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt[3]{n+1}}$ ;    2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-7)^n}{4^n}$ .



## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

### Вариант 25

1. Вычислить двойной интеграл:

1)  $\iint_D (x-y) dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $y = x^2 - 1$ ,  $y = 3$ ;

2)  $\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \left( \int_0^{\sqrt{3-x^2}} \sqrt{1+x^2+y^2} dy \right) dx$ , используя полярные координаты.

2. Вычислить:

1) тройной интеграл  $\iiint_V (x+2yz) dx dy dz$  по области  $V$ :  $-2 \leq x \leq 0$ ,  $0 \leq y \leq 1$ ,  $0 \leq z \leq 2$ ;

2) объем тела, ограниченного заданными поверхностями:  $z = 2x^2 + y^2$ ,  $x + y = 1$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$ .

3. Вычислить:

1) криволинейный интеграл  $\oint_L (x^2 + y^2) dl$ , где  $L$  – окружность  $x^2 + y^2 = 4$ ;

2) поверхностный интеграл первого рода  $\iint_S (3y - 2x - 2z) dS$  по поверхности  $S$ , где  $S$  – часть плоскости  $2x - y - 2z = -2$ , отсеченная координатными плоскостями.

4. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}(M) = (5z - 2x)\vec{i} + (x^2 + y)\vec{j} + (5z - x)\vec{k}$  через внешнюю поверхность тела, ограниченного поверхностями:  $-x + 3y + z = 3$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ , используя формулу Остроградского-Гаусса.

5. Исследовать на сходимость ряд:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 2}{2^n (n+1)!}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2+3n}{n+2} \right)^{2n}$ ; 3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n \cdot \sqrt{(n+3)}}$ ; 4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1) \cdot 3^n}$ .

6. Определить область сходимости ряда: 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n} \cdot 4^n}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{2 \cdot n^2}$ .

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

### Вариант 26

1. Вычислить двойной интеграл:

1)  $\iint_D (x+1)y^2 dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $y = 3x^2$ ,  $y = 3$ ;

2)  $\int_{-R}^R \left( \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} \sin \sqrt{x^2+y^2} dy \right) dx$ , используя полярные координаты.

2. Вычислить:

1) тройной интеграл  $\iiint_V (x^2 + 2y^2 - z) dx dy dz$  по области  $V$ :  $0 \leq x \leq 1$ ,  
 $0 \leq y \leq 3$ ,  $-1 \leq z \leq 2$ ;

2) объем тела, ограниченного заданными поверхностями:  $y = x^2$ ,  $y = 4$ ,  
 $z = 2x + 5y + 10$ ,  $z \geq 0$ .

3. Вычислить:

1) криволинейный интеграл  $\int_L (x^2 + y^2 + z^2) dl$ , где  $L$  – окружность  $x = \cos t$ ,  
 $y = \sin t$ ,  $z = \sqrt{3} t$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$ ;

2) поверхностный интеграл первого рода  $\iint_S (3x + 2y + 2z) dS$  по поверхности  $S$ ,  
где  $S$  – часть плоскости  $3x + 2y + 2z = 6$ , отсеченная координатными плоскостями.

4. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}(M) = (x + y + z)\vec{i} + 2z\vec{j} + (y - 7z)\vec{k}$  через внешнюю поверхность тела, ограниченного поверхностями:  $2x + 3y + z = 6$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ , используя формулу Остроградского-Гаусса.

5. Исследовать на сходимость ряд:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^{3n}}{(2n-5)!}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left( \frac{4n-2}{n-1} \right)^n; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n \cdot \sqrt{n+1}}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n! \cdot \sqrt{n}}.$$

6. Определить область сходимости ряда: 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n \cdot \ln(1+n)}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{5 \cdot n^2}$ .

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

### Вариант 27

1. Вычислить двойной интеграл:

1)  $\int\limits_D (x^3 - y^3) dx dy$

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

### Вариант 28

1. Вычислить двойной интеграл:

1)  $\iint_D xy^3 dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $y = x^3$ ,  $y \geq 0$ ,  $y = 4x$ ;

2)

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

### Вариант 29

1. Вычислить двойной интеграл:

1)  $\iint_D (x+2y) dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $y = x^2$ ,  $y = 3x$ ,  $x = 2$ ;

2)  $\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \left( \int_{-\sqrt{3-x^2}}^0 \ln(1+x^2+y^2) dy \right) dx$ , используя полярные координаты.

2. Вычислить:

1) тройной интеграл  $\iiint_V (x^2 + y + 2yz) dx dy dz$  по области  $V$ :  $0 \leq x \leq 2$ ,  $-1 \leq y \leq 2$ ,  $0 \leq z \leq 2$ ;

2) объем тела, ограниченного заданными поверхностями:  $z = x^2 + 2y^2$ ,  $x + 2y = 2$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$ .

3. Вычислить:

1) криволинейный интеграл  $\int_L x dl$ , где  $L$  – дуга параболы  $y^2 = 2x$ , отсеченная параболой  $x^2 = 12y$ ;

2) поверхностный интеграл первого рода  $\iint_S (4x - y + 4z) dS$  по поверхности  $S$ , где  $S$  – часть плоскости  $2x - y - 2z = -2$ , отсеченная координатными плоскостями.

4. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}(M) = (z + 2x)\vec{i} + (z^2 - 2y)\vec{j} + (5z + x^3)\vec{k}$  через внешнюю поверхность тела, ограниченного поверхностями:  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $z = 0$ ,  $z = 6$ , используя формулу Остроградского-Гаусса.

5. Исследовать на сходимость ряд:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+3)!}{2^n \cdot (n+1)}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left( \frac{2n+1}{3n} \right)^n$ ; 3)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n + 4}{4^{n+1} + 3}$ ; 4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{5n+4}}$ .

6. Определить область сходимости ряда: 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^{n+1} \cdot x^n}{(3n-1)^2}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{8^n (n^3 + 1)}$ .

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

### Вариант 30

1. Вычислить двойной интеграл:

1)  $\iint_D (x^3 + 2y) dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $y = 1 - x^2$ ,  $x \leq 0$ ,  
 $y \geq 0$ ;

2)  $\int_{-3}^0 \left( \int_0^{\sqrt{9-x^2}} \cos \sqrt{x^2 + y^2} dy \right) dx$ , используя полярные координаты.

2. Вычислить:

1) тройной интеграл  $\iiint_V (xy + yz + 2z) dx dy dz$  по области  $V$ :  $0 \leq x \leq 2$ ,  
 $-2 \leq y \leq 1$ ,  $0 \leq z \leq 4$ ;

2) объем тела, ограниченного заданными поверхностями:  $z = 3x^2 + 3y^2$ ,  $y = x$ ,  
 $y = 3x$ ,  $x = 3$ ,  $z \geq 0$ .

3. Вычислить:

1) криволинейный интеграл  $\int_L \frac{z^2 dl}{x^2 + y^2}$ , где  $L$  – первый виток винтовой линии  
 $x = 6 \cos t$ ,  $y = 6 \sin t$ ,  $z = 6t$ ;

2) поверхностный интеграл первого рода  $\iint_S (6x + 2y - 2z) dS$  по поверхности  $S$ ,  
где  $S$  – часть плоскости  $3x + y + z = 6$ , отсеченная координатными плоскостями.

4. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}(M) = 5z\vec{i} + (6y + z)\vec{j} + (5x - 8z)\vec{k}$  через  
внутреннюю поверхность тела, ограниченного поверхностями:  $x^2 + y^2 = 9$ ,  
 $z = -1$ ,  $z = 3$ , используя формулу Остроградского-Гаусса.

5. Исследовать на сходимость ряд:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+3)!}{n \cdot 6^n}$ ;    2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n+1}{4n+3} \right)^{2n}$ ;    3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 4n}{n \cdot \sqrt{n+1}}$ ;    4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \sqrt{n}}{(2n+1)!}$ .

6. Определить область сходимости ряда:    1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^n}{5^{n-1}(n+1)}$ ;    2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{(3n+4)^2}$ .