



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ  
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Белорусский национальный  
технический университет

---

Кафедра «Высшая математика № 2»

**Методические указания  
и контрольные задания  
по высшей математике**

Минск  
БНТУ  
2013

Методические указания  
и контрольные задания по высшей математике  
для студентов заочного отделения ФТУГ (I курс)  
специальностей 1-26 02 02 «Менеджмент»  
и 1-25 01 07 «Экономика и управление на предприятии»

УДК 51 (075.4)  
ББК 22.1я7  
М54

С о с т а в и т е л и:

*Л.И. Бородич, М.В. Кураленко, Д.А. Нифонтова*

Р е ц е н з е н т ы:

канд. физ.-мат. наук, доцент *А.Н. Адриянчик*;

канд. физ.-мат. наук, доцент *Е.И. Ловенецкая*

Настоящее издание включает в себя программы, и контрольные задания (25 вариантов) по высшей математике по темам «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия», «Введение в анализ», «Дифференциальное исчисление», «Функции многих переменных».

Авторы постарались кратко и доступно изложить в соответствии с программой весь теоретический материал по указанным темам. Основные теоретические положения наглядно проиллюстрированы решением большого числа примеров и задач.

Если в ходе усвоения материала возникнут некоторые вопросы, то их можно задать на консультациях по высшей математике для студентов-заочников, которые проводятся по субботам на кафедре.

Студент должен выполнить контрольное задание по номеру варианта, который совпадает с двумя последними цифрами зачетной книжки (шифра). Если номер шифра больше двадцати пяти, то следует из него вычесть число двадцать пять. Полученный результат будет номером варианта.

Авторы искренне надеются, что данные указания помогут студентам самостоятельно выполнить контрольную работу по математике и хорошо сдать экзамен. Желаем вам успехов!

## Содержание

ПРОГРАММА .....	4
1. МАТРИЦЫ, ОПРЕДЕЛИТЕЛИ, СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ (СЛАУ) .....	6
1.1. Матрицы. Операции над матрицами .....	6
1.2. Определители. Алгебраические дополнения .....	8
1.3. Ранг матрицы .....	10
1.4. Системы линейных уравнений (СЛАУ) .....	11
2. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ .....	13
2.1. Векторы. Операции над векторами .....	13
2.2. Действия над векторами, заданными в координатах .....	15
2.3. Прямая .....	16
2.3.1. Прямая на плоскости. Различные виды прямой .....	16
2.3.2. Прямая в пространстве. Различные виды прямой .....	18
2.4. Плоскость .....	18
2.5. Угол между двумя прямыми на плоскости и в пространстве .....	20
2.6. Угол между прямой и плоскостью в пространстве .....	21
3. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ .....	22
3.1. Функция. Предел функции .....	22
3.2. Основные теоремы о пределах .....	22
3.3. Замечательные пределы .....	24
4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ .....	25
4.1. Основные правила дифференцирования .....	26
4.2. Таблица производных основных элементарных функций .....	27
4.3. Производные высших порядков .....	27
4.4. Неявная функция и ее дифференцирование .....	28
4.5. Дифференциал функции .....	28
4.6. Правило Лопиталю .....	29
5. ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ .....	30
5.1. Основные понятия .....	30
5.2. Частные производные .....	31
5.3. Полный дифференциал функции нескольких переменных .....	32
5.4. Частные производные высших порядков .....	33
5.5. Скалярное поле .....	33
6. НЕОПРЕДЕЛЁННЫЙ ИНТЕГРАЛ .....	35
6.1. Понятие неопределённого интеграла .....	35
6.2. Основные методы интегрирования .....	36
7. ОПРЕДЕЛЁННЫЙ ИНТЕГРАЛ .....	43
7.1. Вычисление определённого интеграла .....	43
7.2. Приложение определённого интеграла .....	44
7.3. Несобственные интегралы .....	45
7.4. Интегралы с бесконечными пределами (I рода) .....	45
ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ .....	46
Литература .....	56

# **ПРОГРАММА**

## **Тема 1. Линейная алгебра**

Матрицы. Линейные операции над матрицами. Умножение матриц. Транспонирование матриц.

Определитель матрицы. Алгебраические дополнения. Обратная матрица. Правило Крамера. Системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными. Ранг матрицы. Методы его вычисления. Теорема Кронекера-Капелли. Метод Гаусса. Системы однородных линейных уравнений.

## **Тема 2. Аналитическая геометрия**

Векторы. Линейные операции над векторами. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов. Векторное и смешанное произведение векторов, их геометрический смысл.

Уравнение прямой на плоскости и в пространстве. Уравнение плоскости. Взаимное расположение прямой и плоскости.

Кривые второго порядка на плоскости: эллипс, гипербола, парабола.

## **Тема 3. Введение в анализ**

Функция. Предел функции. Функция натурального аргумента. Предел числовой последовательности. Основные теоремы о пределах. Раскрытие неопределенностей. Замечательные пределы.

Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых функций.

Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация.

## **Тема 4. Дифференциальное исчисление**

Производная, ее геометрический и физический смысл. Понятие о дифференциале. Правила дифференцирования. Дифференцирование элементарных функций. Предельный анализ в экономике. Уравнения касательной и нормали к плоской кривой. Производные высших порядков. Дифференцирование неявных функций. Теоремы о среднем. Правило Лопиталья.

Исследование функций на экстремум. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Выпуклость и вогнутость. Асимптоты графика функции. Общее исследование функций и построение графиков.

## **Тема 5. Функции многих переменных**

Функции многих переменных. Область определения. Предел. Непрерывность. Частные производные.

Дифференцируемость функции многих переменных, полный дифференциал. Производные от сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Неявные функции и их дифференцирование.

Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл полного дифференциала, функции двух переменных. Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции двух переменных.

Экстремум функции многих переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Производная по направлению. Градиент. Метод наименьших квадратов.

### **Тема 6. Неопределенный интеграл**

Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных интегралов. Замена переменной. Интегрирование по частям.

Основные методы интегрирования: интегрирование простейших дробей; интегрирование рациональных функций; метод рационализации; интегрирование тригонометрических функций; интегрирование простейших иррациональностей.

### **Тема 7. Определенный интеграл. Несобственные интегралы**

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница.

Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Несобственные интегралы.

Приложения определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур в декартовых и полярных координатах. Вычисление объемов и длин дуг. Приближенные методы вычисления определенного интеграла.