Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики

Задача №1 по практикуму

Отчёт
О выполненном задании

Выполнил:
студент 323 группы
Латыпов Ш. И.

Москва
2022

Содержание

Описание задачи

Задача состоит в том, что необходимо решить систему линейных уравнений $Ax = b$ с использовнием техологии OpenMP.

Для этого используется метод приведения матрицы к верхнетреугольному виду методом отражений Хаусхолдера. Далее применяется метод обратного хода Гаусса для нахождения решения.

Метод отражений Хаусхолдера состоит из последоватльного умножения матрицы разложения на плотную матрицу A и на вектор в правой части. При этом алгоритм подразумевает хранение лишь одного вектора Хаусхолдера для эффективной работы кеша, поэтому матрица A хранится по столбцам.

Алгоритм программы

Первых делом программа создает случайными числами матрицу A, а вектор b генерируется как построчная сумма чисел в матрице. Это нужно для того, чтобы решение имело вид в виде единичного вектора x. Благодаря этому можно посчитать норму разницы между полученным и точным решением $\|x - solution\|$. В программе время разложение матрицы и время решением Гаусса замеряется через бибилотеку std::chrono, общее же время работы программы считается как сумма этих двух времён. Проверка результатов проиводится через невязку решения $\|Ax - b\|$.

Тестирование программы выполнялось на параллельной вычислительной системе *Polus*: 3 вычислительных узла, 2 десятиядерных процессора IBM POWER8. Использовался компилятор xlc++, флаги компиляции -qsmp=omp и -std=c++14.

Запуски проводились через планировщик IBM Spectrum LSF. Файл конфигурации имеет вид, представленный ниже на фотографии. Программа запускалась для матриц размером 1000×1000, 3000×3000 и 6000×6000 с использованием 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 нитей.

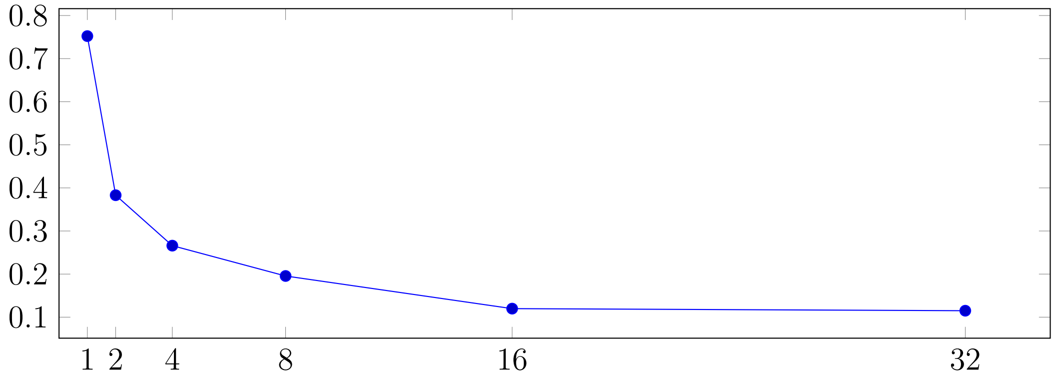
```
#BSUB -n 1
#BSUB -W 00:15
#BSUB -o "my_job.%J.out"
#BSUB -e "my_job.%J.err"
OMP_NUM_THREADS=1 ./a.out
OMP_NUM_THREADS=2 ./a.out
OMP_NUM_THREADS=4 ./a.out
OMP_NUM_THREADS=8 ./a.out
OMP_NUM_THREADS=16 ./a.out
OMP_NUM_THREADS=32 ./a.out
OMP_NUM_THREADS=64 ./a.out
OMP_NUM_THREADS=128 ./a.out
```

Рис. 1: Файл конфигурации LSF

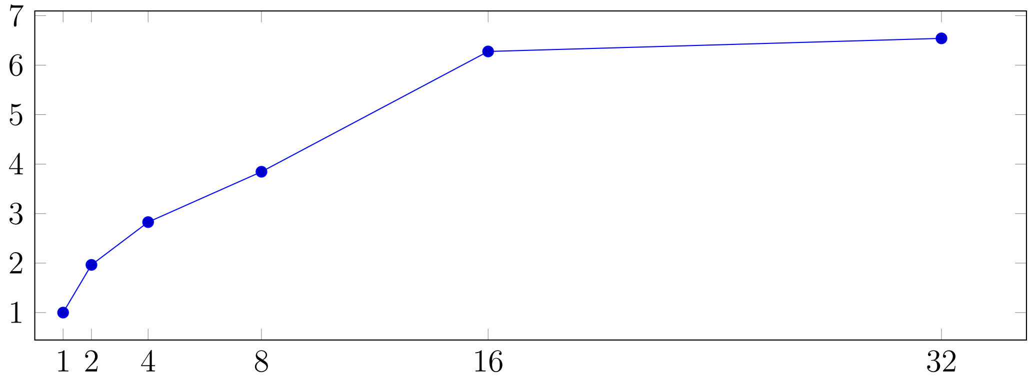
Работа программы

1. Матрица 1000×1000

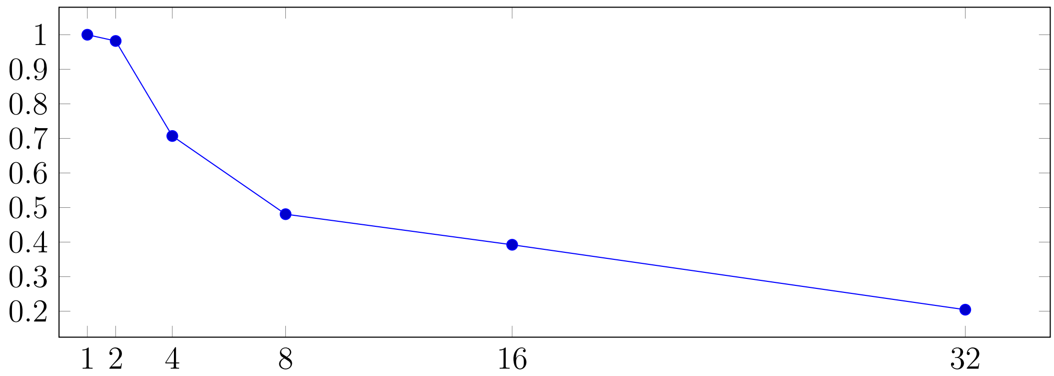
Зависимость времени работы (ось y) от количества нитей процесса (ось x)



Ускорение программы



Эффективность программы

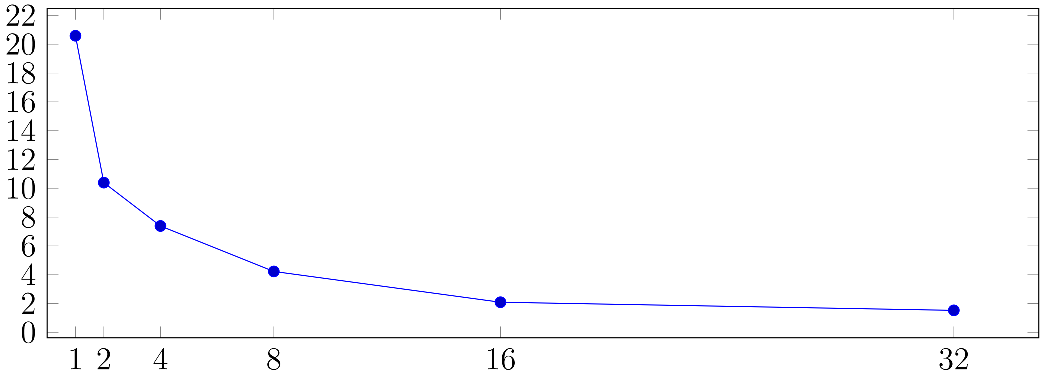


Для матрицы размером 1000×1000 почти максимальное ускорение достигается уже при 16 нитях работы. При этом эффективность начинает активно падать уже после 4-ми нитей. Это связано с издержками на распределение вычислительных ядер в процессоре, так как при большом количестве нитей на одно ядро приходится по несколько процессов.

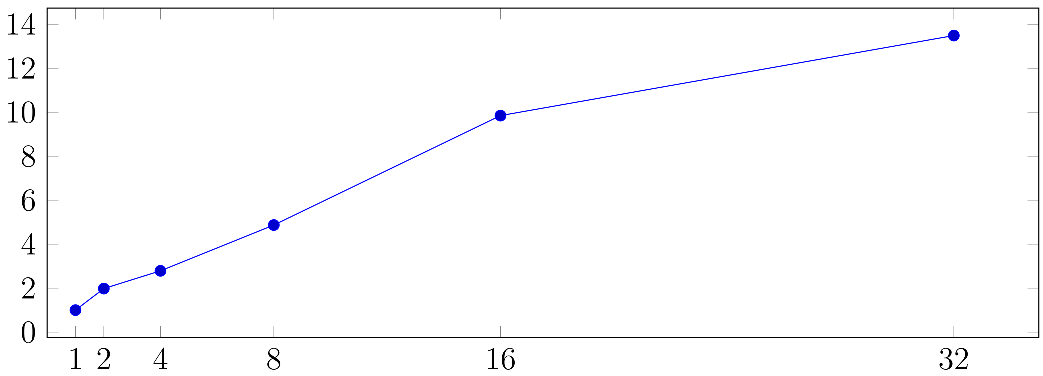
Среднее значение Нормы Невязки $\|Ax - b\| \approx 1,55e - 10$, Норма разности решений $\approx 2e - 11$

2. Матрица 3000×3000

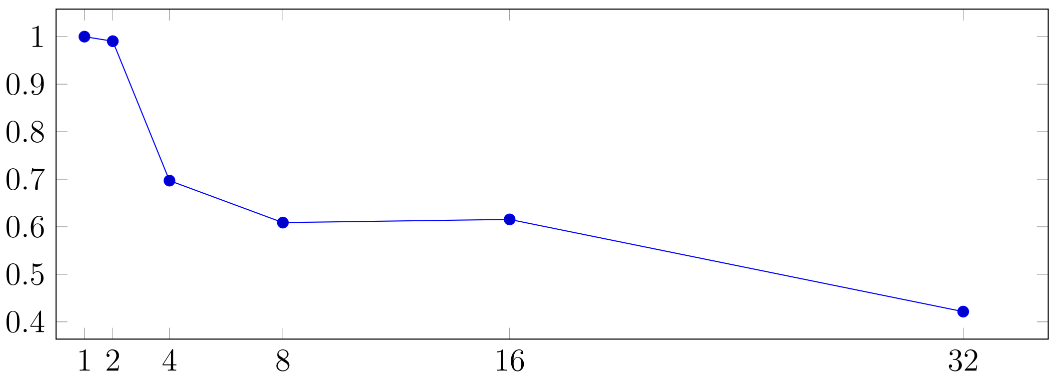
Зависимость времени работы (ось y) от количества нитей процесса (ось x)



Ускорение программы



Эффективность программы

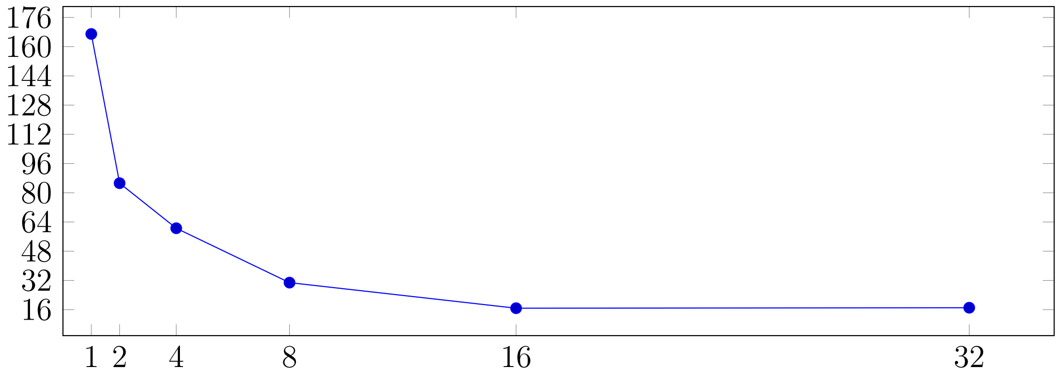


В этом случае ускорение программы наиболее высокое уже при работе программы на 32-х нитях. Но эффективность также продолжает сильно падать после 4-х нитей работы. Изменение ускорения программы связано с тем, что в матрицах бо́льшего размера растет и размер данных, который паралеллится в нитях.

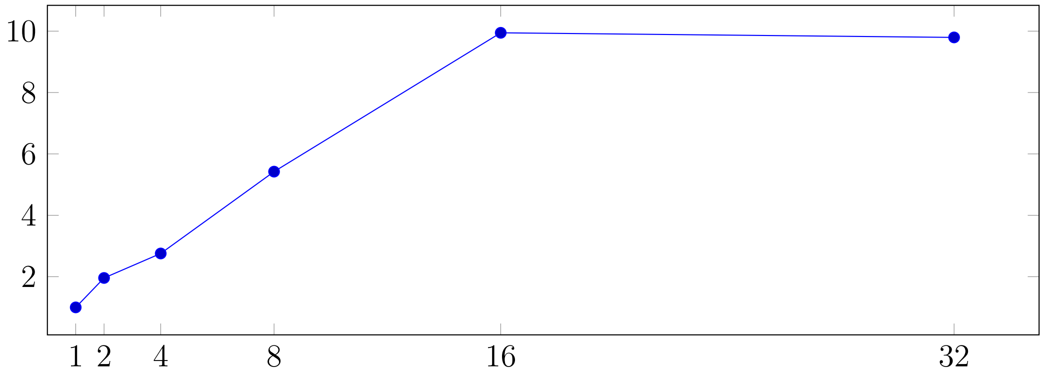
Среднее значение Нормы Невязки $\|Ax - b\| \approx 8,35e - 10$, Норма разности решений $\approx 1,8e - 11$

3. Матрица 6000×6000

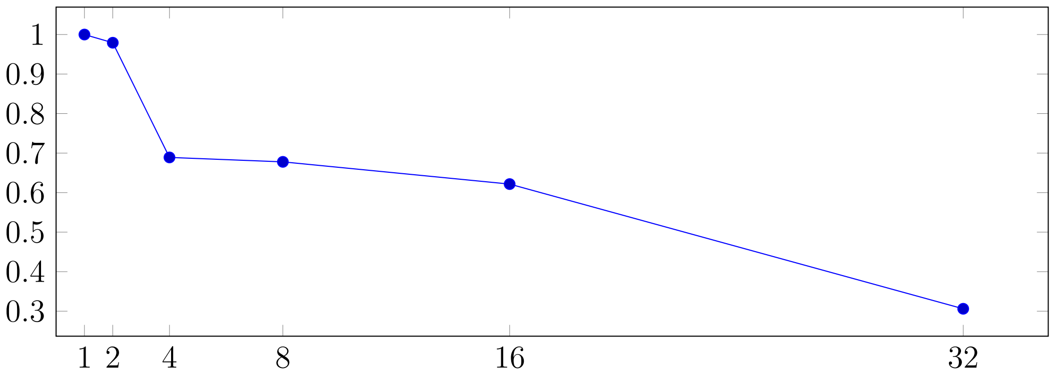
Зависимость времени работы (ось y) от количества нитей процесса (ось x)



Ускорение программы



Эффективность программы



На данных графиках работы с матрицей 6000×6000 ускорение самое лучшее при 16 нитях работы программы. Эффективность сохраняется вплоть до 16-ти нитей, но затем начинает снижаться. Достижение такого ускорения достигается из-за того же, что для больших данных растет ресурс параллелзима, который активно используется. Таким образом можно сделать вывод, что для больших матриц использование большого количества нитей значительно уменьшает время работы программы.

Среднее значение Нормы Невязки $\|Ax - b\| \approx 2,35e - 9$, Норма разности решений $\approx 1,05e - 10$