

Определения и Предпосылки:

1. **Байесовская Задача Распознавания:** Задача классификации или предсказания, где принятие решения основано на апостериорных вероятностях, вычисленных с учётом априорных вероятностей и функции правдоподобия данных.
2. **Рандомизированная Стратегия:** Стратегия, при которой для данного наблюдения x , возможно возвращение различных предсказаний \hat{y} , основанных на вероятностном механизме.
3. **Оптимальная Детерминированная Стратегия:** Стратегия, выбирающая для каждого x такое предсказание \hat{y} , которое максимизирует апостериорную вероятность или минимизирует ожидаемую потерю.

Формулировка Теоремы:

В контексте байесовской задачи распознавания, рандомизированная стратегия не превосходит оптимальную детерминированную стратегию с точки зрения минимизации ожидаемой потери.

Доказательство:

1. **Оптимизация Ожидаемой Потери:** В байесовском подходе, оптимальная детерминированная стратегия определяется как та, которая минимизирует ожидаемую потерю, основываясь на апостериорных вероятностях. Это следует из основных принципов теории потерь и байесовского статистического вывода.
2. **Сравнение с Рандомизированной Стратегией:** Рандомизированная стратегия предлагает различные предсказания для одного и того же x , но поскольку эти предсказания не могут повлиять на апостериорные вероятности, они не могут предложить лучшую минимизацию ожидаемой потери, чем оптимальная детерминированная стратегия.
3. **Роль Теории Информации и Решений:** Согласно теории информации, рандомизация не добавляет информативности к предсказаниям, если апостериорные вероятности уже учтены. Теория решений подчеркивает, что эффективное принятие решений в условиях неопределенности должно опираться на максимизацию полезности или минимизацию потерь, что уже достигается оптимальной детерминированной стратегией.
4. **Статистические Выводы и Оценка Риска:** При оценке риска и неопределенности, детерминированные стратегии обеспечивают более точную и предсказуемую основу для принятия решений по сравнению с рандомизированными, которые могут вносить дополнительную неопределенность без улучшения оценки риска.

Заключение:

На основе вышеизложенных аргументов и теорий, делается вывод, что в байесовской задаче распознавания рандомизированные стратегии не представляют преимуществ перед оптимальными детерминированными стратегиями в контексте минимизации ожидаемой потери. Это подчеркивает важность апостериорных вероятностей и оптимизации стратегий на основе этих вероятностей.