

**Министерство науки и высшего образования Российской
Федерации**
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
"НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО"

Отчёт
По дисциплине «Программирование систем управления»
Вариант №1

Выполнили: Боев Глеб
Шабанов Кирилл
Шамраев Алексей
Преподаватель: Томашевич С.И.

Санкт-Петербург
2021 г.

Условие:

$$u(t) = 3 \cos(0.1t + 1)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1.5 & -5 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), y = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$

Задание:

1. Преобразовать модели объекта управления в представление Вход-Состояние-Выход.
2. Дискретизировать полученную модель объекта управления с шагами дискретизации 5, 25, 100 Гц.
3. Преобразовать задающий сигнал в динамическую систему и повторить предыдущие пункты.
4. Реализовать класс интегратора в *.cpp и *.h файлах
5. Привести задающее воздействие в виде модели с использованием интегратора.
6. Программно реализовать отдельными классами четыре случая объектов (непрерывный и три дискретных). Для дискретных случаев сделать реализацию с использованием разностных уравнений ($x_{k+1} = Ax_k$), то есть интегратор заменяется на элемент памяти.
7. Добавить реализованные классы в предоставленную программу для QtCreator.
8. Поочередно провести сравнение поведений реализованных непрерывных моделей с дискретными моделями с соответствующими шагами дискретизации. Шаг дискретизации меняется в представленной программе. В результате должно получиться три пары сравнений.

Ход работы

Представим заданную модель объекта в виде вход-состояние-выход

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1.5 & -5 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = [0.5 \ 0 \ 0]$$

Построение модели системы:

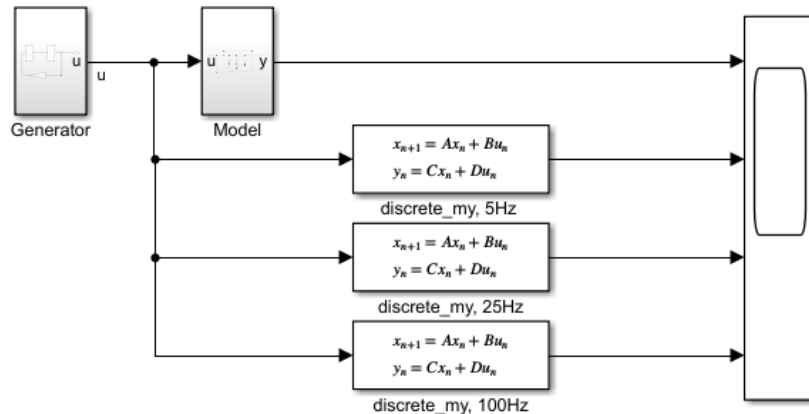


Рисунок 1 - Построенная модель системы с учетом дискретизации

Параметры A, B, C, D блока дискретного пространства состояний

5Hz:

$A = [0.998202651696995, 0.193916933610120, 0.017293453834547; -0.025940180751820, 0.911735382524261, 0.159330025941027; -0.238995038911540, -0.822590310456952, 0.593075330642208]$

$B = [0.001198232202004; 0.017293453834547; 0.159330025941027]$

$C = [0.500000000000000, 0, 0]$

$D = 0$

25Hz:

$A = [0.999984321191040, 0.039947579871491, 7.785688852478380e-04; -0.001167853327872, 0.996091476764801, 0.038390442100995; -0.057585663151493, -0.193120063832848, 0.919310592562810]$

$B = [1.045253930676698e-05; 7.785688852478380e-04; 0.038390442100995]$

$C = [0.500000000000000, 0, 0]$

$D = 0$

100Hz:

$A = [0.999999751251228, 0.009999170214929, 4.966625873189509e-05; -7.449938809784263e-05, 0.999751419957569, 0.009899837697465; -0.014849756546198, -0.049573687875425, 0.979951744562638]$

$B = [1.658325145259543e-07; 4.966625873189509e-05; 0.009899837697465]$

$C = [0.500000000000000, 0, 0]$

$D = 0$

Содержание блока Generator:

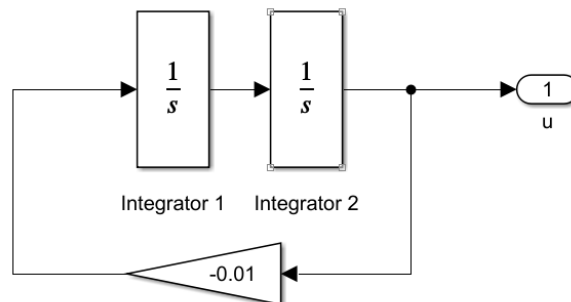


Рисунок 2 - Синтез генератора

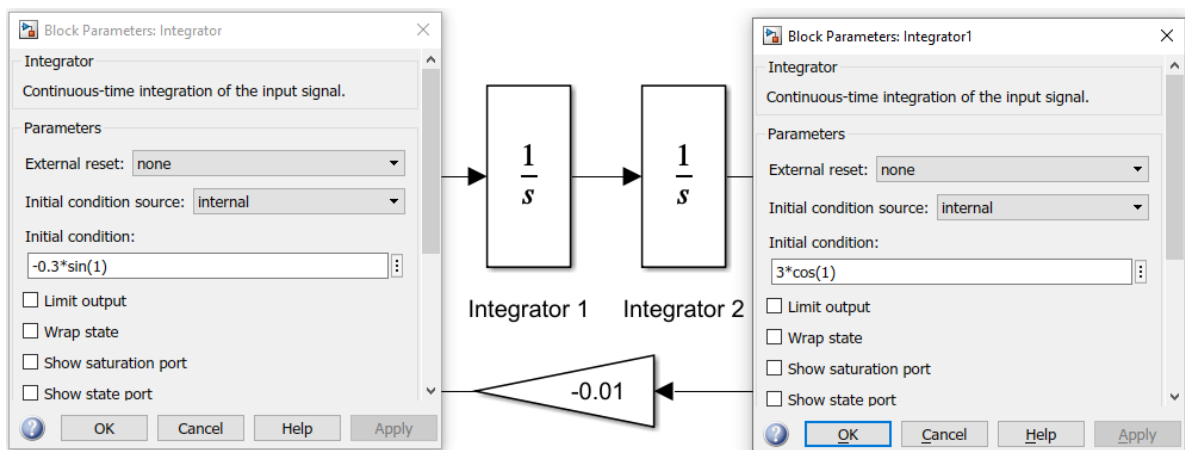


Рисунок 3 - Параметры элементов генератора (левый блок параметров - для интегратора 1, правый - для интегратора 2)

Выходной сигнал генератора:

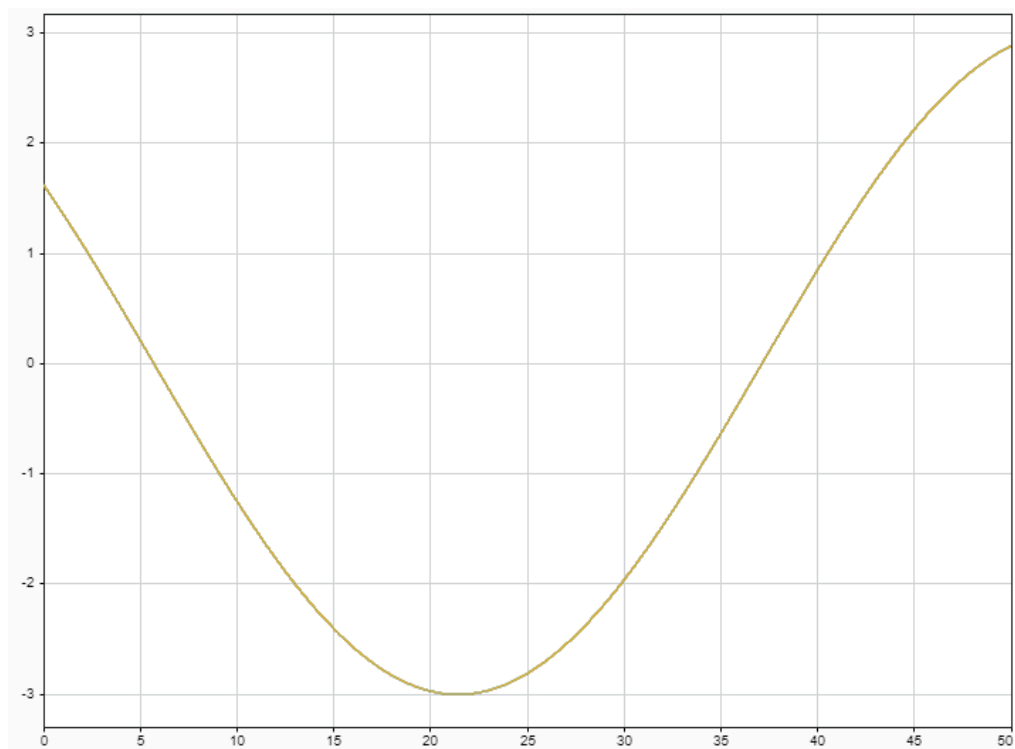


Рисунок 4 - Выходной сигнал генератора

Содержание блока Model:

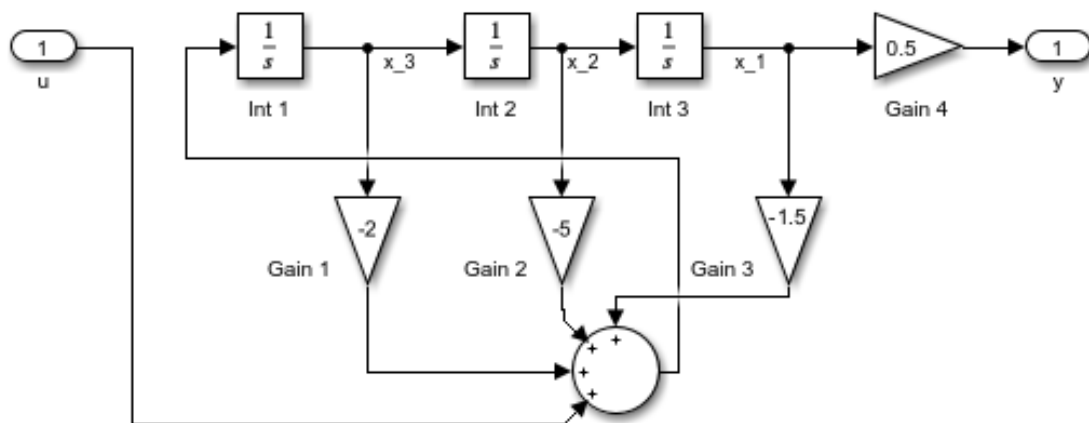


Рисунок 5 - Блок Model

Полученный выходной сигнал системы с учетом дискретизации:

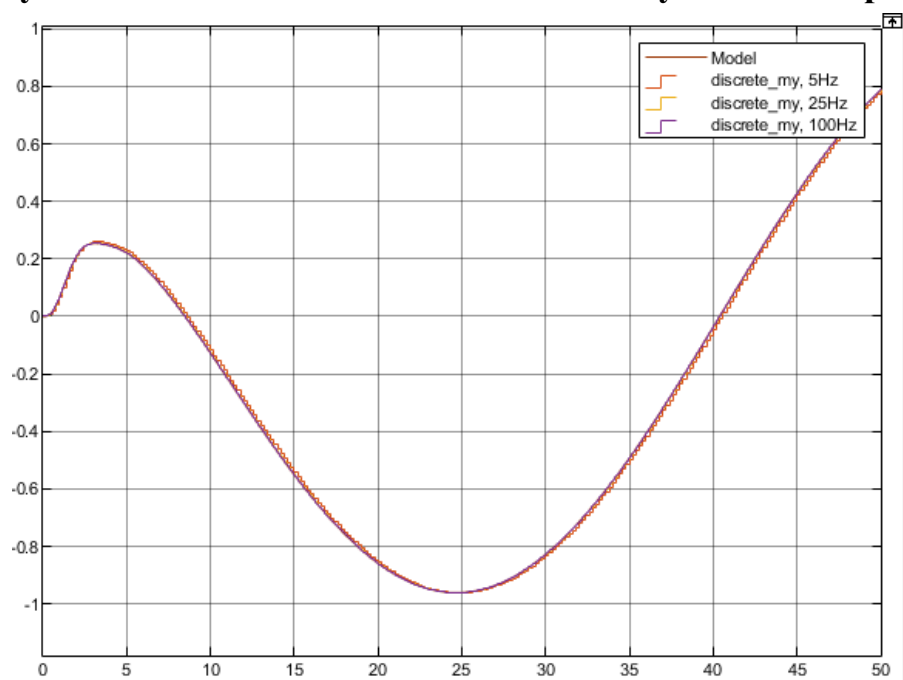


Рисунок 6 - Выходной сигнал системы

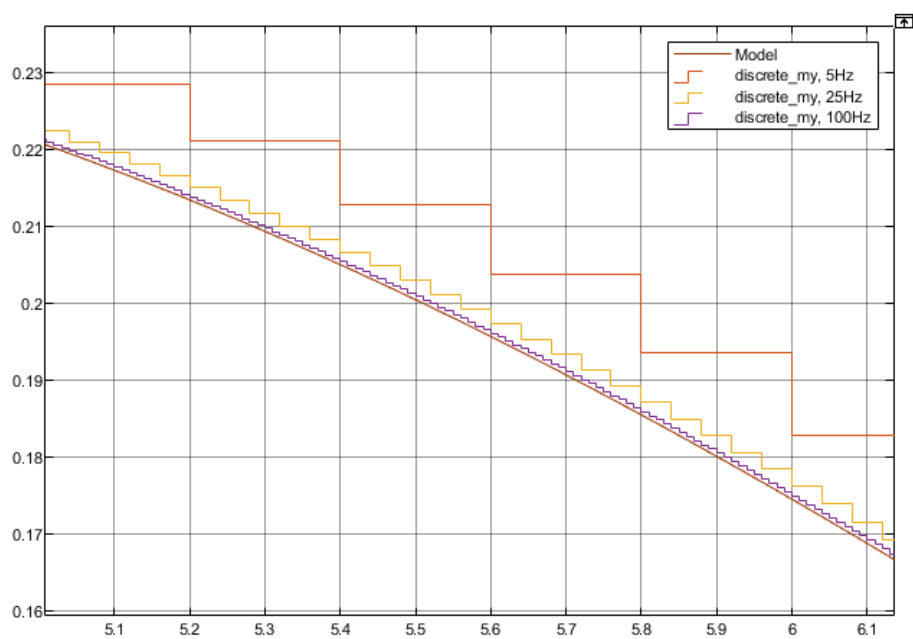


Рисунок 7 - Выходной сигнал системы в приближении

Программирование динамической системы в Qt

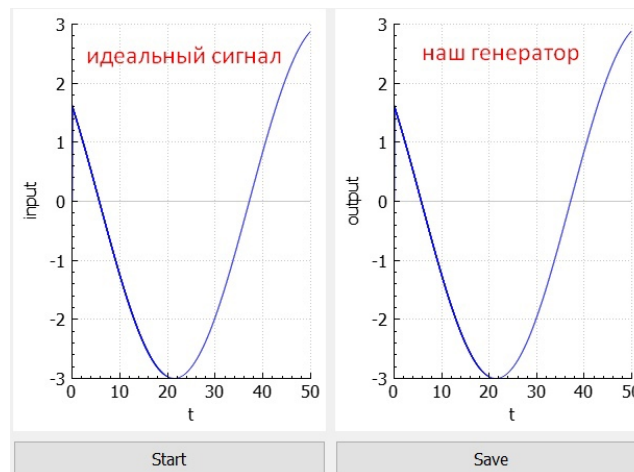


Рисунок 8 - Сравнение сигналов в Qt: отладка генератора

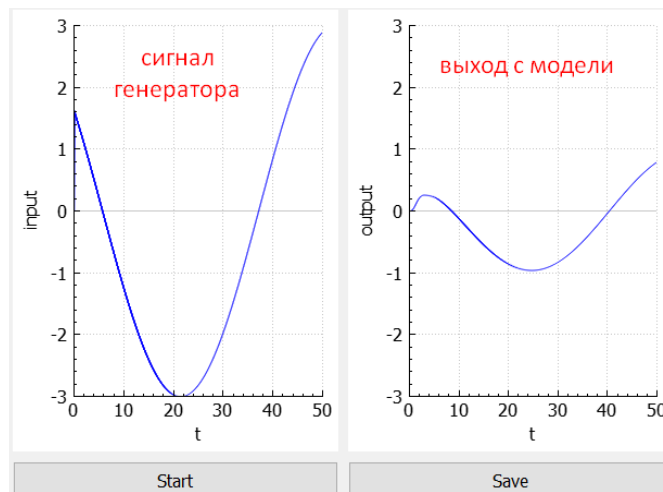


Рисунок 9 - Преобразование сигнала в Qt

Общий вид дискретной системы в пространстве состояний:

$$x[k + 1] = A_d x[k] + B_d u[k], \quad y[k] = C_d x[k] + D_d u[k]$$

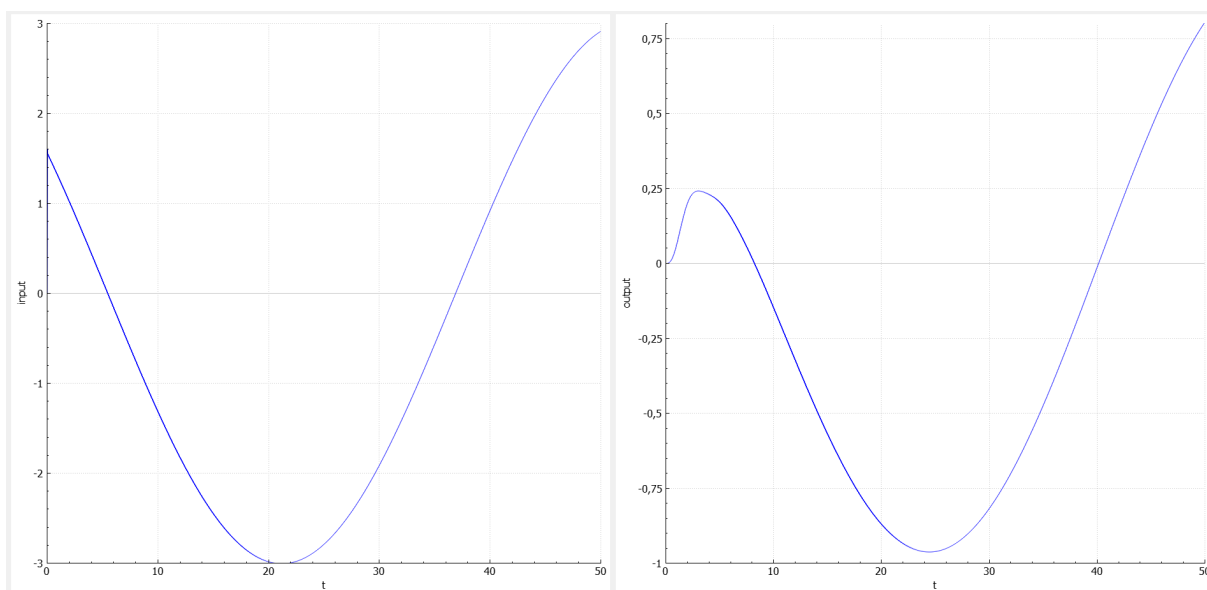


Рисунок 10 - Входной (слева) и выходной (справа) сигналы для непрерывной модели в Qt при частоте тактирования 200 Гц

Как видно из рисунка 11 для микроконтроллера на невысокой частоте (5 Гц) предпочтительнее использовать дискретную систему, т.к. в непрерывной системе интегрирование будет неточным.

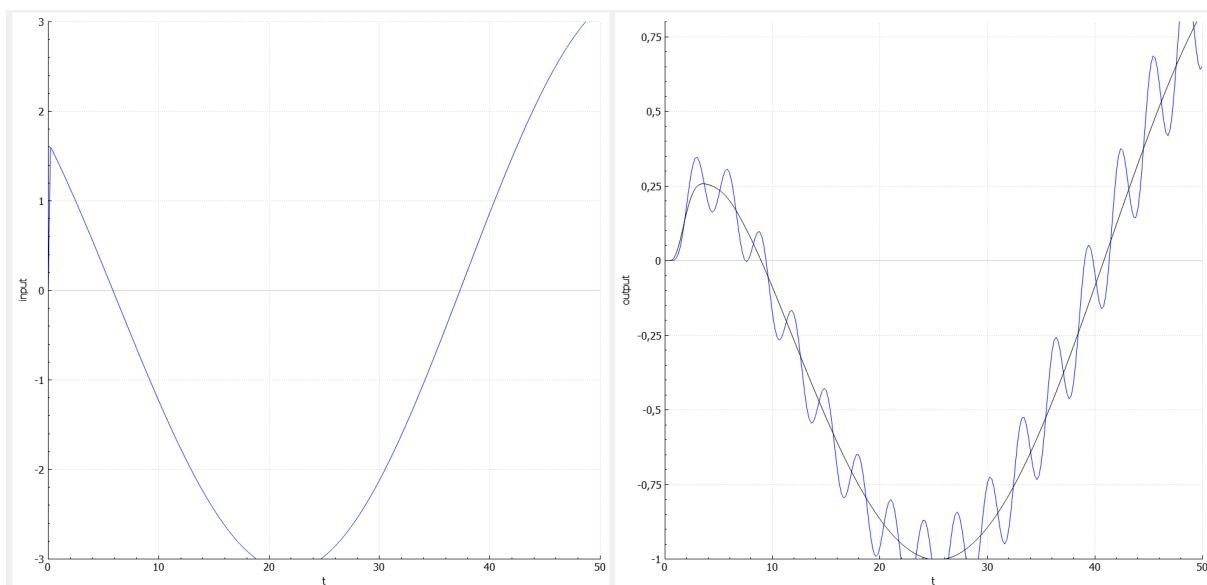


Рисунок 11 - Входной (слева) и выходной (справа) сигналы для непрерывной (синим) и 5 Гц дискретной (черным) моделях в Qt при частоте тактирования 5 Гц

На рисунке 12 изображена динамика системы при частоте 25 Гц, видно, что непрерывная система приближается к дискретной.

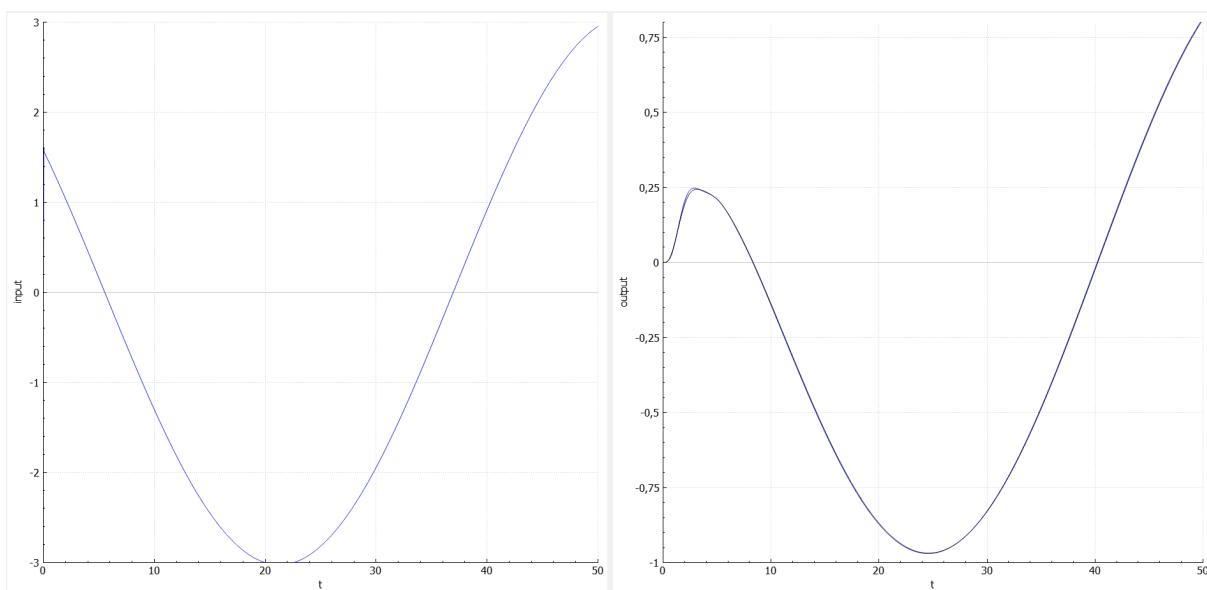


Рисунок 12 - Входной (слева) и выходной (справа) сигналы для непрерывной (синим) и 25 Гц дискретной (черным) моделях в Qt при частоте тактирования 25 Гц

При высокой частоте тактирования микроконтроллера интегрирование будет более точным, а следовательно и разница между дискретной системой и непрерывной будет незначительна. Это видно из рисунка 13.

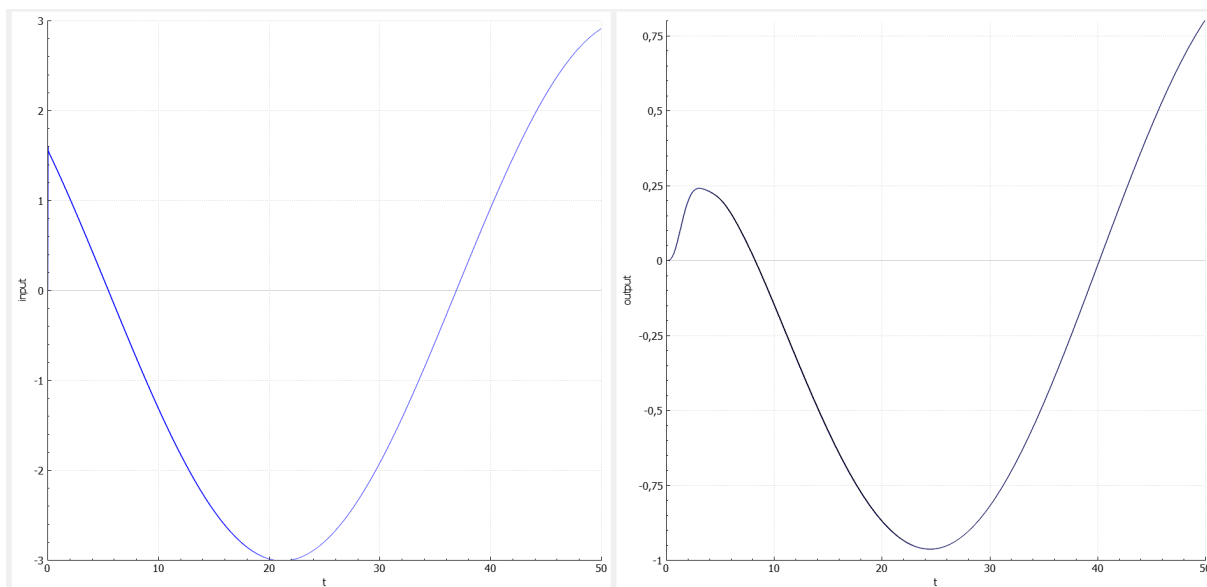


Рисунок 13 - Входной (слева) и выходной (справа) сигналы для непрерывной (синим) и 100 Гц дискретной (черным) моделях в Qt при частоте тактирования 100 Гц

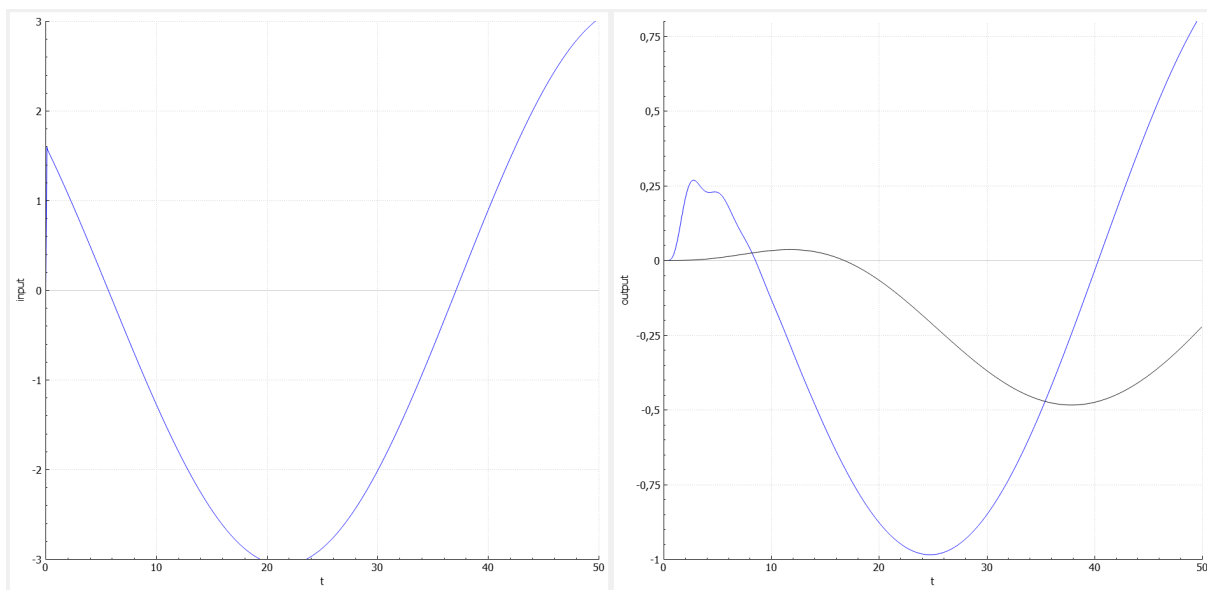


Рисунок 14 - Входной (слева) и выходной (справа) сигналы для непрерывной (синим) и 100 Гц дискретной (черным) моделях в Qt при частоте тактирования 10 Гц

Листинг в MatLab:

```
1 clear all;
```

Система:

```
2 A = [0 1 0;  
3      0 0 1;  
4      -1.5 -5 -2];  
5 B = [0 0 1]';  
6 C = [0.5 0 0];  
7 D = 0;
```

Генератор:

Дискретизация системы

Дискретизируем систему при (5Hz):

```
8 Desc5Hz=Descrz(A,B,C,D,1/5);
```

Дискретизируем систему при (25Hz):

```
9 Desc25Hz=Descrz(A,B,C,D,1/25);
```

Дискретизируем систему при (100Hz):

```
10 Desc100Hz=Descrz(A,B,C,D,1/100);  
11
```

Функция Descrz

```
1 function Descrz = Descrz(A,B,C,D,delta_t)
```

$$A_d = e^{A\Delta t}$$

$$A_d \approx I_n + A\Delta t + \frac{(A\Delta t)^2}{2} + \frac{(A\Delta t)^3}{6} + \frac{(A\Delta t)^4}{24}$$

```
2 In = eye(3);  
3 % Descrz.Ad = In + A*delta_t + (A*delta_t)^2/2 + (A*delta_t)^3/6 + (A*delta_t)^4/24;  
4 Descrz.Ad = In;  
5 for i=1:10  
6 Descrz.Ad = Descrz.Ad + (A*delta_t)^i/(factorial(i));  
7 end
```

$$B_d = A^{-1}(A_d - I_n)B$$

```
8 Descrz.Bd = inv(A)*(Descrz.Ad - In)*B;
```

$$C_d = C, \quad D_d = D$$

```
9 Descrz.Cd = C;  
10 Descrz.Dd = D;  
11 end
```

Листинг программы в Qt creator (а также все материалы по проекту) можно найти по ссылке:
https://github.com/Shamraev/CSP_2021_project

Заключение

В ходе выполнения работы были построены четыре модели, одна непрерывная и три дискретные. Для дискретных моделей были рассчитаны все необходимые параметры. В среде разработки Qt был реализован классы: интегратор, генератор, модель непрерывная и модель дискретная. Были получены и сравнены графики для непрерывной и дискретных систем в двух средах matlab и Qt.

Сделаем вывод: при работе микроконтроллера лучше использовать дискретные системы, потому что для непрерывных ошибка интегрирования может быть значительной (особенно на низких частотах тактирования).