

правительства и ОАО РЖД всех без исключения регионов Российской Федерации по поддержке становления системы железнодорожных пригородных перевозок позволили всем пригородным компаниям завершить 2011 год без убытков.

Однако субъекты Российской Федерации не оправдывают возложенных на них обязанностей по регулированию этой сферы деятельности на своей территории. Из этого следует, что необходим федеральный закон, четко регулирующий обязанности федерального центра и субъектов Федерации в отношении пригородных железнодорожных перевозок. В каждом регионе Российской Федерации должны действовать программы по развитию пригородно-городских перевозок, основанные на принципах взаимодействия, взаимодополнения различных видов транспорта. Минимизация пересадок, стабильность тарифа, снижение затрат времени на поездку, комфорт и удобство – вот критерии эффективности работы единой пассажирской транспортной системы региона.

Библиографический список

1. **Экономическая** теория : учебник для вузов / М. А. Сажина, Г. Г. Чибриков. – М. : Норма, 2001. – 456 с.
2. **Транспортный маркетинг** : учебник / В. Г. Галабурда. – М. : Учебно-методический центр по образованию на железнодорожном транспорте, 2011. – 452 с.
3. **Логистика** пассажирских перевозок на железнодорожном транспорте / С. М. Резер. – М. : ВИНТИ РАН, 2007. – 515 с.
4. **Экономика** железнодорожного транспорта : учебник / Н. П. Терешина, Б. М. Лапидус, М. Ф. Трихункова. – М. : УМК МПС России, 2001. – 600 с.
5. **Железные** дороги России и государство / В. И. Якунин. – М. : Научный эксперт, 2010. – 432 с.
6. **Материалы** слушаний комиссии по региональному развитию и местному самоуправлению и комиссии по экономическому развитию и поддержке предпринимательства (Общественная палата РФ, 30 августа 2011 г.). – М., 2011.

УДК 681.883

М. Б. Гладких, А. В. Сапрыкин

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича

Ю. С. Доценко

Санкт-Петербургский политехнический университет

ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОЦЕДУР ПРОГНОЗА

Описан статистический подход к прогнозированию временных рядов, представленных выборкой данных с постоянным временным шагом. Процедуру целесообразно использовать в областях оптимизации промышленных процессов в экономике, планирования объемов выпуска продукции, оценки импульсных характеристик динамических систем, приближения выхода регулирующих систем к заданным эталонам и т. д.

прогноз, прогнозирование, временной ряд, модель, эффективность, кватернионизация.

Введение

Процедура прогноза временного ряда включает операции представления и проверки адекватности модели формирования экспериментальных данных. При этом эффективность прогнозирующих процедур оценивается дисперсией ошибки прогнозирующих алгоритмов. При решении задач прогноза для представления данных используют теорию симметричных конфигураций (симметрий), описываемых методами алгебры.

1 Методы прогноза

В основе методов прогноза данных, как правило, лежит гипотеза стационарности анализируемых процессов, рассматриваемых аддитивно вместе с низкочастотной детерминированной компонентой. При дальнейшем совершенствовании моделей используют статистические характеристики процесса, инвариантные относительно группы AB линейных преобразований времени: $t \rightarrow \alpha t + \tau$. Включение дополнительной симметрии сжатия/расширения $t \rightarrow \alpha t$ в процедуру преобразования $t \rightarrow t + \tau$ дает возможность получения дополнительной априорной информации в статистическом процессе.

Модель системы можно представить в виде левой свертки:

$$s(g) \otimes_l h(g) = \int_G s(y) h(y^{-1}x) dy, \quad (1)$$

где $s(g)$ – сигнал от источника; $h(g)$ – импульсная характеристика системы; (g) – взаимная корреляционная функция.

Для группы преобразований времени AB левую свертку сигналов $s_1(t, \Delta) \otimes s_2(t, \Delta)$ можно записать в виде четырех эквивалентных параметрических форм:

$$\begin{aligned} s_1(t, \Delta) \otimes_l s_2(t, \Delta) &= \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} s_1(\Delta_1, t_1) s_2\left(\frac{\Delta}{\Delta_1}, \frac{(t-t_1)}{\Delta_1}\right) \frac{d\Delta_1 dt_1}{\Delta_1^2} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} s_1(\Delta\Delta_1, \Delta t_1 + t) s_2\left(\frac{1}{\Delta_1}, -\frac{t_1}{\Delta_1}\right) \frac{d\Delta_1 dt_1}{\Delta_1^2} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} s_1\left(\frac{\Delta}{\Delta_1}, t - \frac{\Delta \cdot t_1}{\Delta_1}\right) s_2(\Delta_1, t_1) \frac{d\Delta_1 dt_1}{\Delta_1} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} s_1\left(\frac{1}{\Delta_1}, -\frac{t_1}{\Delta_1}\right) s_2(\Delta\Delta_1, \Delta_1 t + t_1) \frac{d\Delta_1 dt_1}{\Delta_1}. \quad (2) \end{aligned}$$

Для реализации свертки и взаимной корреляционной функции, работы с параметрическими формами вводят понятие масштабно-временного сигнала [1, 2]:

$$\begin{aligned} \Gamma_h \{s(t)\} &= s_h(\Delta, t) = \\ &= \int_0^{\infty} S(f) H(\Delta f) \exp(-i2\pi f t) \frac{df}{f}, \quad (3) \end{aligned}$$

где $S(f) = F\{s(t)\}$ – спектральная функция Фурье; $F\{\dots\}$ – оператор преобразования Фурье.

Заметим, что интегральный оператор имеет меру df/f , а действие группы преобразований AB на масштабно-временной сигнал оператором $T(g_0)$ задается соотношением:

$$\begin{aligned} T(g_0) s_h(g) &= T(\Delta_0, t_0) s_h(\Delta, t) = \\ &= s_h(g_0^{-1}g) = s_h\left(\frac{\Delta}{\Delta_0}, \frac{t-t_0}{\Delta_0}\right) = \\ &= \int_0^{\infty} S(f) H\left(\frac{\Delta f}{\Delta_0}\right) \exp\left(-i2\pi f \left(\frac{t-t_0}{\Delta_0}\right)\right) \frac{df}{f}. \end{aligned}$$

Покажем, что операторы $T(g_0)$ и Γ_h коммутируют друг с другом, т. е.

$$\Gamma_h T(g_0) = T(g_0) \Gamma_h.$$

Действительно,

$$\begin{aligned} \Gamma_h T\{g_0\} s(t) &= \Gamma_h \left\{ s\left\{ \frac{t-t_0}{\Delta_0} \right\} \right\} = \\ &= \int_0^{\infty} S(f) H\left(\frac{\Delta f}{\Delta_0}\right) \exp\left(-i2\pi f \left(\frac{t-t_0}{\Delta_0}\right)\right) \frac{df}{f} = \quad (4) \\ &= T\{g_0\} s_h(\Delta, t) = T\{g_0\} \Gamma_h \{s(t)\}. \end{aligned}$$

Как видно, масштабно-временной сигнал можно рассматривать как функцию, заданную на группе, и как функцию, аналитическую в верхней (нижней) полуплоскости. Видно, что масштабно-временное представление сигнала имеет более симметричную природу, чем временное представление.

2 Процедура кватернионизации

Рассмотрим вещественную выборку чисел, относящихся к экономическим показателям, техническим характеристикам, изменениям параметров, развитие которых необходимо спрогнозировать. Ясно, что эффективность прогнозирующих методов зависит от размеров выборки, т. е. чем больше выборка, тем точнее прогноз.

Выборку можно изменить, преобразовав вещественные числа в кватернионы [3, 4]. Соответственно прогноз будет осуществляться не по четырем потокам данных, а по одному, представленному над алгеброй кватернионов. Сократив без потери информации данные четырех выборок до одной выборки, представим данные в более симметричной форме и тем самым уменьшим ошибку прогнозирования.

Таким образом, базовой процедурой, уменьшающей дисперсию ошибок, является операция представления масштабно-временного процесса не над полем вещественных чисел, а над алгеброй кватернионов.

Кватернионы – это четырехмерная ассоциативная алгебра с делением над полем вещественных чисел. Однако эта алгебра не является коммутативной. Кватернионы можно определить как формальную сумму $a + ib + jc + kd$, где a, b, c, d – вещественные числа, а i, j, k – мнимые единицы со следующим свойством: $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$. Таким образом, таблица умножения базисных кватернионов $\{1, i, j, k\}$ показана ниже (см. табл.).

Пусть для некоторого вещественного сигнала s у нас есть множество значений $\{x_i\}_{i=0}^{N-1}$. Опишем алгоритм преобразования данного вещественного сигнала в сигнал со значениями в алгебре кватернионов.

ТАБЛИЦА. Таблица умножения базисных кватернионов

	l	i	j	K
l	l	i	j	K
I	i	$-I$	k	$-j$
J	j	$-k$	$-I$	I
K	k	j	$-i$	$-I$

Сначала преобразуем исходный сигнал в сигнал со значениями в комплексном поле:

$$a_k + ib_k, \quad k = 0, \dots, \frac{N}{2} - 1,$$

где

$$a_k = x_{2k} \cos\left(2k \frac{\pi}{2}\right), \quad k = 0, \dots, \frac{N}{2} - 1; \quad (5)$$

$$b_k = x_{2k+1} \sin\left((2k+1) \frac{\pi}{2}\right), \quad k = 0, \dots, \frac{N}{2} - 1. \quad (6)$$

Далее выполним такое же преобразование для $\{a_i\}_{i=0}^{\frac{N}{2}-1}$ и $\{b_i\}_{i=0}^{\frac{N}{2}-1}$ по отдельности:

$$u_n^1 + iu_n^2, \quad n = 0, \dots, \frac{N}{4} - 1,$$

где

$$u_n^1 = a_{2n} \cos\left(2n \frac{\pi}{2}\right), \quad n = 0, \dots, \frac{N}{4} - 1;$$

$$u_n^2 = a_{2n+1} \sin\left((2n+1) \frac{\pi}{2}\right), \quad n = 0, \dots, \frac{N}{4} - 1;$$

$$u_n^3 + iu_n^4, \quad n = 0, \dots, \frac{N}{4} - 1;$$

где

$$u_n^3 = b_{2n} \cos\left(2n \frac{\pi}{2}\right), \quad n = 0, \dots, \frac{N}{4} - 1;$$

$$u_n^4 = b_{2n+1} \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right), \quad n = 0, \dots, \frac{N}{4} - 1.$$

Подставляя в эти соотношения формулы, получаем итоговый вариант преобразования:

$$u_m^1 + iu_m^2 + ju_m^3 + ku_m^4, \quad m = 0, \dots, \frac{N}{4} - 1,$$

где

$$u_m^1 = x_{4m} \cos\left(4m\frac{\pi}{2}\right) \cos\left(2m\frac{\pi}{2}\right),$$

$$m = 0, \dots, \frac{N}{4} - 1;$$

$$u_m^2 = x_{4m+2} \cos\left((4m+2)\frac{\pi}{2}\right) \sin\left((2m+1)\frac{\pi}{2}\right),$$

$$m = 0, \dots, \frac{N}{4} - 1;$$

$$u_m^3 = x_{4m+1} \sin\left((4m+1)\frac{\pi}{2}\right) \cos\left(2m\frac{\pi}{2}\right),$$

$$m = 0, \dots, \frac{N}{4} - 1;$$

$$u_m^4 = x_{4m+3} \sin\left((4m+3)\frac{\pi}{2}\right) \sin\left((2m+1)\frac{\pi}{2}\right),$$

$$m = 0, \dots, \frac{N}{4} - 1.$$

Здесь выполняется операция кватернионизации с использованием комплексификации, что позволяет утверждать, что качества комплексификации сохраняются и при кватернионизации.

Теперь для каждого из процессов u^1 , u^2 , u^3 , u^4 можно выполнить вещественнозначное прогнозирование и полученный прогноз обратить с помощью преобразования, описанного ниже.

Аналогично выпишем формулы для обратного преобразования. Пусть задано семейство кватернионов $\{u_m^1 + iu_m^2 + ju_m^3 + ku_m^4\}_{m=0}^{\frac{N}{4}-1}$, тогда можно восстановить изначальное се-

мейство вещественных значений $\{x_i\}_{i=0}^{N-1}$ по формулам:

$$x_{4m} = \frac{u_m^1}{\cos\left(4m\frac{\pi}{2}\right) \cos\left(2m\frac{\pi}{2}\right)},$$

$$m = 0, \dots, \frac{N}{4} - 1;$$

$$x_{4m+2} = \frac{u_m^2}{\cos\left((4m+2)\frac{\pi}{2}\right) \sin\left((2m+1)\frac{\pi}{2}\right)},$$

$$m = 0, \dots, \frac{N}{4} - 1;$$

$$x_{4m+1} = \frac{u_m^3}{\sin\left((4m+1)\frac{\pi}{2}\right) \cos\left(2m\frac{\pi}{2}\right)},$$

$$m = 0, \dots, \frac{N}{4} - 1;$$

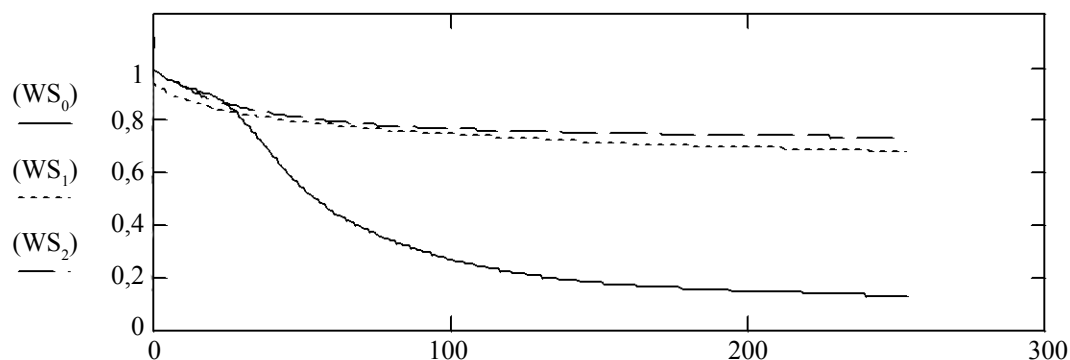
$$x_{4m+3} = \frac{u_m^4}{\sin\left((4m+3)\frac{\pi}{2}\right) \sin\left((2m+1)\frac{\pi}{2}\right)},$$

$$m = 0, \dots, \frac{N}{4} - 1.$$

Для сравнительной оценки эффективности метода представления потока данных над алгеброй кватернионов с известным методом представления данных над полем вещественных чисел и полем комплексных чисел использовался коэффициент корреляции между фактическим значением и прогнозируемым в функции времени.

Результаты сравнительного анализа методов прогноза курса доллара к евро, для 1024 отсчетов в исходных данных, представлены на рисунке, где $WS0$ – классический метод, $WS1$ – комплексный и $WS2$ – кватернионный. Эффективность предложенного метода наглядно видна на этом рисунке.

Эксперимент показал, что кватернионное представление в сравнении с вещественным или комплексным дает лучшую оценку прогноза. Величина коэффициента корреляции



Сравнительные результаты методов классического, комплексного и кватернионного методов

для сравнения с фактическими данными составила 0,8, при прогнозировании по 256 отсчетам, при этом корреляция включала в себя данные по всем предшествующим отсчетам для каждой точки. Заметно также, что накопление ошибок при использовании кватернионов происходит намного медленнее, чем при использовании других методов.

Разбиение сигнала на кватернионы позволяет использовать параллельные вычисления, что уменьшает число операций для каждого потока вычислений. Кроме того, появляется возможность записи потока над алгеброй кватернионов, что важно для задач передачи информации.

Заключение

Таким образом, процедура кватернионизации позволяет повысить точность прогноза, увеличить скорость прогнозирования и добавить новые инструменты для работы с

методами прогнозирования из алгебры кватернионов.

Библиографический список

1. **Применение** гармонического анализа для описания доплеровских и сдвиговых преобразований сигнала / В. А. Сапрыкин, Л. Н. Пронин // Тезисы Первого межотраслевого акустического семинара. — М., 1985. — С. 67–71.
2. **Проблемы** аддитивно-мультипликативной симметрии / В. А. Сапрыкин // Военная радиоэлектроника: опыт использования и проблемы, подготовка специалистов. Ч. 3 : материалы Двенадцатой научно-технической конференции. — Петродворец : Военно-морской институт радиоэлектроники, 2002. — С. 3–10.
3. **О кватернионах** и октавах, об их геометрии, арифметике и симметриях / Дж. Конвей, Д. Смит. — М. : МЦНМО, 2009. — 184 с.
4. **Гиперкомплексные** числа / И. Л. Кантор, А. С. Солодовников. — М. : Наука, 1973. — 144 с.