

**Caractérisation directe d'un état de polarisation à l'aide des mesures
faibles temporelles**

Thèse présentée à la faculté des sciences de l'université de Moncton
pour l'obtention du grade de
maîtrise ès sciences et spécialisation physique (M. Sc.)

Shane Gervais

A00198792

Département de physique et d'astronomie

Université de Moncton

19 Novembre 2025

Composition du jury

Président du jury : Alexandre Melanson

Professeur,

Université de Moncton

Examinateur interne : Normand Beaudoin

Professeur,

Université de Moncton

Examinateur externe : Guillaume Thekkadath

Agent de recherche,

Conseil national de recherches Canada

Directeur de thèse : Lambert Giner

Professeur,

Université de Moncton

Remerciements

Sommaire

Pour le développement des nouvelles technologies quantiques, telles que les ordinateurs quantiques, des capteurs quantiques pour la métrologie quantique, ou effectuant des télécommunications quantiques, il est essentiel de pouvoir caractériser les états quantiques des systèmes quantiques. La caractérisation des états quantiques est un domaine de recherche actif, car elle permet de comprendre, mesurer et manipuler les systèmes quantiques.

Les méthodes de caractérisation traditionnelles, telles que la tomographie quantique, reconstruisent l'état du système quantique en effectuant des mesures projectives sur le système, suivies d'une reconstruction de l'état à l'aide de la matrice densité. Cependant, cette approche est une méthode indirecte qui nécessite de nombreuses mesures projectives et ne permet pas de suivre l'évolution temporelle de l'état quantique en temps réel car elle requiert l'utilisation d'un algorithme informatique. De plus, elle est limitée par la complexité croissante des systèmes quantiques à dimension élevée, rendant la reconstruction de l'état du système de plus en plus difficile et coûteuse en ressources expérimentales. Elle ne convient pas aux systèmes nécessitant une caractérisation en temps réel, où l'évolution temporelle de l'état est cruciale, que ce soit pour la métrologie quantique ou pour la détection d'erreurs dans les ordinateurs quantiques pendant les calculs.

Une méthode alternative, comme les mesures faibles, présente un bon potentiel pour la caractérisation directe de l'état quantique, sans effondrement complet du système ; toutefois, dans sa forme actuelle, elle n'est pas intégrable aux technologies quantiques. Cette thèse vise à explorer les degrés de libertés qui seraient compatibles avec des systèmes quantiques pour identifier la manière de rendre les mesures faibles intégrables dans les technologies quantiques futures et dans nos infrastructures photoniques existantes.

Nous proposons de réaliser des mesures faibles temporelles en exploitant le domaine temporel de la propagation des photons pour caractériser des états de polarisation en concevant un dispositif expérimental facile à implémenter dans un laboratoire d'optique commun et rentable en ressources. Cela permettrait une intégration directe dans notre infrastructure photonique existante et dans les technologies quantiques en permettant de déterminer directement, en temps réel, l'évolution temporelle d'un état quantique tout en minimisant la perte d'information grâce aux mesures faibles.

Abstract

For the development of new quantum technologies, such as quantum computers, quantum sensors for quantum metrology, or quantum telecommunications, it is essential to be able to characterize the quantum states of a system. The characterization of quantum states is an active area of research, as it allows for understanding, measuring and manipulating quantum systems.

Traditional characterization methods, such as quantum state tomography, reconstructs a quantum system's state by performing projective measurements on the system, followed by a reconstruction of the state using the density matrix. However, this approach is an indirect method that requires many projective measurements and does not allow for real-time tracking of the quantum state evolution, as it requires the use of a computational algorithm. Furthermore, it is limited by the increasing complexity of high-dimensional quantum systems, making the reconstruction of the system's state increasingly difficult and resource-intensive. Thus, it is not suitable for systems requiring real-time characterization, where the temporal evolution of a state is crucial, such as in quantum metrology or for error detection in quantum computers during computational processes.

An alternative method, such as weak measurements, is a promising approach for the direct characterization of quantum states, without complete collapse of the system ; however, in its current form, it is not integrable into quantum technologies. In this thesis, we aim to explore the different degrees of freedom that would allow weak measurements to be compatible with future quantum technologies and our existing photonic infrastructures.

We design an experimental apparatus to perform temporal weak measurements by exploiting the temporal domain of photons as our pointer variable. This approach al-

lows for the direct characterization of quantum states that can enable direct real-time tracking of the temporal evolution of a quantum state while minimizing information loss through the weak measurement regime. This would allow for direct implementation into our existing photonic infrastructures and future quantum technologies, such as in error detection in quantum computers or in quantum metrology.

Table des matières

Page titre	i
Composition du jury	ii
Remerciements	iii
Sommaire	v
Abstract	vii
Liste des tableaux	x
Liste des figures	xvi
Liste des symboles	xvii
1 INTRODUCTION AUX PROCÉDURES DIRECTES POUR LES MESURES QUANTIQUES	1
1.1 Introduction	1
1.2 Motivation de la thèse	5
2 LES MESURES FAIBLES TEMPORELLES D'UN SYSTÈME QUANTIQUE	8
2.1 La tomographie quantique	8
2.2 Introduction aux mesures faibles	17
2.3 Fondamentaux théoriques des mesures faibles	21
2.4 Proposition d'une procédure directe avec une mesure faible temporelle	29
2.4.1 La partie réelle du système	30
2.4.2 La partie imaginaire du système	34
2.5 Proposition expérimentale pour la caractérisation de la valeur faible .	36
3 MESURE EXPÉRIMENTALE DIRECTE D'UN ÉTAT DE POLARISATION EN UTILISANT UNE MESURE FAIBLE TEMPORELLE	40
3.1 Mesure de délais temporels ultra courts	41
3.1.1 Notes sur l'importances de l'acquisition des données	43
3.1.2 Analyse et résultats de l'expérience de la vitesse d'un signal électrique dans un câble BNC	47
3.1.3 Analyse et résultats de l'expérience de mesure de la vitesse de la lumière	58
3.2 Caractérisation de la partie réelle de la valeur faible	68
3.2.1 Montage et étapes de préparation	69
3.2.2 Mesure faible temporelle	78
3.3 Caractérisation de la partie imaginaire de la valeur faible	80
3.3.1 Montage proposé	81

3.3.2 Résultats attendus théoriques de la partie imaginaire de la valeur faible	84
4 RÉSULTATS ET DISCUSSION	86
4.1 Analyse des résultats expérimentaux pour la partie réelle de la valeur faible	86
4.1.1 La partie réelle	87
4.1.2 Caractérisation des amplitudes de probabilité à partir de la partie réelle de la valeur faible	92
4.1.3 Discussion sur les résultats expérimentaux de la partie réelle .	95
4.2 La partie imaginaire	101
4.2.1 Vérification de la partie imaginaire	101
4.2.2 Tentatives de mesurer la partie imaginaire	105
4.2.3 Implications pour la partie imaginaire	109
5 CONCLUSION	110
5.1 Conclusion sur la thèse	110
5.2 Applications et projets futurs	111
ANNEXE A	120

Liste des tableaux

2	Résultats des temps d'arrivée et écart-type de différents ajustements de courbe pour l'expérience de la vitesse d'un signal dans un câble BNC. Plus de chiffres significatifs ont été ajoutés pour les ajustements de courbe pour qu'ils soient compatibles avec l'écart-type.	51
3	Mesure de la vitesse d'un signal électrique dans les câbles BNC pour différents ajustements de courbe (vitesse théorique 197863022 m/s [45])	55
4	Résultats des temps d'arrivée mesurés selon différentes distances de parcours des impulsions et types d'ajustement avec leurs écarts-types pour l'expérience de la vitesse de la lumière	58
5	Mesure de la vitesse de la lumière pour différents ajustements de courbe (vitesse théorique 299406042 m/s [34, 47])	66
6	Tableau récapitulatif des pics de puissance dans le spectre de puissance, avec les états d'entrée, les fréquences mesurées et les déplacements fréquentiels. Les fréquences sont mesurées en mégahertz (MHz) et les déplacements fréquentiels en kilohertz (kHz) par rapport à l'état $ R\rangle$	103

Table des figures

1	Envisageons maintenant que nous lancions un dé. Avant de lancer un dé, nous supposons qu'il se trouve dans un état de superposition $ \text{dé}\rangle = c_1 1\rangle + c_2 2\rangle + c_3 3\rangle + c_4 4\rangle + c_5 5\rangle + c_6 6\rangle$, où tous les états propres possibles $\{ 1\rangle, 2\rangle, 3\rangle, 4\rangle, 5\rangle, 6\rangle\}$ et leurs paramètres de probabilité $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6$ se trouvent dans notre main. Une fois lancés sur la table et en observant leur résultat, nous disons que le système s'effondre vers l'une de ses valeurs possibles, comme l'état $ 5\rangle$, qui a une probabilité de $ c_5 ^2$ de se produire. Une fois qu'il s'est effondré, les mesures ultérieures du système restent les mêmes. L'objectif des mesures quantiques est de caractériser complètement l'état du système quantique. Comme nous sommes limités aux mesures projectives, nous discuterons des techniques possibles, telles que l'effondrement continu du système via la tomographie et la reconstruction indirecte de l'état quantique, ainsi que notre méthode alternative utilisant la mesure faible pour la caractérisation directe de l'état quantique.	4
2	La sphère Poincaré est une représentation géométrique des états de polarisation. Un point sur la surface de la sphère représente un état de polarisation complètement polarisé, alors qu'un point situé à l'intérieur de la sphère représente un état de polarisation partiellement polarisé. Les états de polarisation $ H\rangle, V\rangle, D\rangle$ et $ A\rangle$ sont situés sur l'équateur de la sphère, tandis que les états $ R\rangle$ et $ L\rangle$ sont situés aux pôles nord et sud respectivement. Les axes sont orientés selon les paramètres de Stokes S_1, S_2 et S_3	16
3	Dans le régime des mesures fortes, une voiture de Formule 1 peut être décrite comme un système faiblement couplé au départ, avec l'indicateur de vitesse comme pointeur. Une fois que le conducteur interagit avec le système, le pointeur est déplacé et il est possible de lire la vitesse sur l'indicateur.	18
4	Considérons qu'un pointeur possède une forme gaussienne avec une position moyenne, représentée par la ligne pointillée, avec une distribution de probabilité σ dans l'état $ \psi_i\rangle = a H\rangle + b V\rangle$ et un coefficient d'interaction δ qui décrivent la force de séparation des états. a) Mesure forte : une interaction forte impliquerait un effondrement complet de l'état séparant complètement les états de base. Ici, cet effondrement est représenté par la séparation des composantes H et V de l'état par un délai plus grand que la largeur de l'impulsion $\delta \gg \sigma$. Par conséquent, nous mesurerions l'un ou l'autre via une mesure projective. b) Mesure faible : Elle consiste en une interaction faible avec le système qui permet aux deux états de base de se chevaucher, de sorte que, lors d'une mesure projective, nous obtenions en retour un état qui comprend essentiellement l'état initial du système. Cela se produit lorsque $\delta \ll \sigma$	20

- 5 Représentation de notre dispositif expérimental pour évaluer la précision de nos mesures temporelles en mesurant la vitesse d'un signal dans des câbles BNC et la vitesse de la lumière. L'impulsion du laser est d'abord réglée en intensité par une lame demi-onde et un séparateur de faisceau polarisant (PBS) qui divise les états de polarisation horizontaux et verticaux en deux voies orthogonales. Le faisceau réfléchi, représenté par l'état de base de polarisation verticale $|V\rangle$, sera notre signal de référence pour déclencher l'oscilloscope. Le faisceau transmis, correspondant à un état de polarisation horizontal $|H\rangle$ est le faisceau que nous allons mesurer, le signal expérimental. Il passe par un autre séparateur de faisceau polarisant (PBS) qui le divise en deux voies, la voie réfléchie ne sera pas mesurée car elle ne présente pas d'intérêt, tandis que la voie transmise est dirigée vers un miroir qu'on déplace selon les différentes distances à évaluer. Il est ensuite converti en un état de polarisation verticale à l'aide d'une lame quart d'onde pour être réfléchi vers le photodétecteur pour mesurer son temps d'arrivée. Pour l'expérience de la vitesse d'un signal dans un câble BNC, nous utilisons simplement différentes longueurs de câble attachés sur notre photodétecteur, désignées par ΔL . Pour l'expérience de la vitesse de la lumière, nous plaçons le miroir à des différentes distances, désignée par Δx 42
- 6 Diagramme illustrant le fonctionnement du mode d'échantillonnage en temps équivalent de l'oscilloscope [43]. Cet appareil collecte un petit nombre d'échantillons au moment où l'événement de déclenchement se produit, ce qui lui permet d'obtenir le signal complet de notre impulsion. Le taux d'échantillonnage est supérieur à celui du mode en temps réel. L'oscilloscope en mode temps équivalent effectue un échantillon à chaque déclenchement du signal de référence. Il enregistre un certain nombre d'échantillons d'acquisition, puis combine plusieurs échantillons d'un signal répétitif en cours d'acquisition. Il régule ensuite la fréquence d'échantillonnage du signal d'entrée pour un enregistrement du signal complet. 45
- 7 Profil temporel typique de notre impulsion laser ultra-courte [40], mesurée avec un photodétecteur à base de Si [41] et acquise à l'aide du mode d'acquisition temporelle EQ-time de l'oscilloscope [43]. 48
- 8 Données de la dérivée des impulsions de chaque longueur de câble BNC RG-58, avec les ajustements paramétriques de type *poly4* représentés par les lignes pointillées. La position temporelle du pic de la dérivée de l'impulsion est utilisée pour déterminer le temps d'arrivée du signal. 49

9	Détermination de la vitesse d'un signal électrique dans un câble BNC RG-58 où τ est le temps de propagation et ΔL est la variation des longueurs de câble. Les points représentent les délais mesurés pour chaque longueur de câble BNC, tandis que la ligne représente l'ajustement linéaire des données. Les barres d'erreur horizontales représentent l'incertitude de nos câbles BNC, environ $\pm 2\%$ par le manufacturier. Les barres d'erreurs verticales correspondent à l'erreur de l'ajustement <i>poly4</i> basé sur la variation de la position du pic de la dérivée de l'impulsion pour chaque longueur de câble, soit $\pm 2 \text{ ps}$. Ils sont trop petits pour être visibles sur la figure.	57
10	Profil temporel de la dérivée des données d'impulsion pour chacune des distances mesurées et ajustement de la courbe pour l'expérience de la vitesse de la lumière avec un miroir ajustable.	65
11	Détermination de la vitesse de la lumière à partir des délais mesurés τ pour différentes parcours Δx des impulsions avec un miroir ajustable. Les valeurs de l'ajustement linéaire sont en ns/cm pour la pente et en ns pour l'ordonnée à l'origine. La ligne représente l'ajustement linéaire des données. Les barres d'erreur horizontales représentent l'incertitude de nos mesures de la distance, soit $\pm 2 \mu m$. Les barres d'erreurs verticales correspondent à l'erreur de l'ajustement <i>poly4</i> basé sur l'expérience de la vitesse du signal électrique dans les câbles BNC (voir figure 9). Ils sont trop petits pour être visibles sur la figure.	67
12	Dispositif expérimental pour caractériser la partie réelle de la valeur faible. L'impulsion du laser est réglée en intensité par une lame demi-onde et un PBS qui divise les états de polarisation horizontaux et verticaux de base de l'impulsion d'entrée en deux voies orthogonales. Celui qui est réfléchi sera notre signal de référence (ou signal de déclenchement) pour déclencher l'oscilloscope et l'autre sera caractérisé à l'aide d'une mesure faible. Différents états sont préparés en combinant différentes lames. Lors de la mesure faible, le couplage faible temporel est réalisé en introduisant une différence de parcours entre la voie transmise et réfléchie du deuxième PBS. Le faisceau réfléchi représente l'état de base de polarisation verticale $ V\rangle$ de l'état d'entrée $ \psi\rangle$, tandis que le faisceau transmis correspond à l'état de base horizontal $ H\rangle$. Le miroir de la voie de l'état vertical est considéré sans délai et il se trouve à $10,5 \text{ cm}$ du PBS. Le miroir de la voie de l'état horizontal est positionné à la même distance, mais avec le délai que nous ajusterons. Les deux voies subissent une rotation de leur polarisation réalisée avec des lames quart-d'onde et sont recombinées sur un PBS. L'état recombiné qui a subit la mesure faible subit une postsélection réalisée par une lame demi-onde inclinée à 45 degrés par rapport à un polariseur. Cela crée une projection sur l'état $ D\rangle$ qui permet d'extraire le chevauchement des états $ H\rangle$ et $ V\rangle$. Ensuite, le signal expérimental est détecté avec un photodétecteur et acquis par l'oscilloscope.	70

13	Schéma du trajet $ H\rangle \rightarrow D\rangle \rightarrow V\rangle \rightarrow A\rangle \rightarrow H\rangle$ utilisant seulement une lame demi-onde dans la préparation de l'état initial. Ici, un état de polarisation horizontal vecteur (10) en représentation de Jones est représenté par le vecteur (100) en représentation de Stokes sur la sphère de Poincaré. Un état de polarisation diagonal (010) et un état de polarisation circulaire gauche (00 - 1) sont également représentés.	73
14	Schéma du trajet $ H\rangle \rightarrow R\rangle \rightarrow V\rangle \rightarrow L\rangle \rightarrow H\rangle$ utilisant seulement une lame demi-onde et une lame quart d'onde à 0 degré dans la préparation de l'état initial.	75
15	Schéma du trajet $ R\rangle \rightarrow A\rangle \rightarrow L\rangle \rightarrow D\rangle \rightarrow R\rangle$ utilisant une lame demi-onde et une lame quart d'onde à 45 degrés dans la préparation de l'état initial	77
16	Dispositif expérimental pour la caractérisation de la partie imaginaire de la valeur faible. Cette configuration utilise le dispositif de la partie réelle dans un interféromètre de Mach-Zehnder. Un séparateur de faisceau non polarisant (NPBS) est utilisé avant l'étape de préparation de l'état pour diviser le faisceau en deux voies. La voie réfléchie sert de signal d'interférence pour interférer avec la voie transmise, qui subit une mesure faible (signal expérimental). Une lame demi-onde a été placée sur le trajet de ce signal d'interférence afin de modifier son état de polarisation pour permettre des interférences avec le signal expérimental.	81
17	Spectre de visibilité de notre laser. La visibilité obtenue est d'environ 0,7877. On constate que le pic de visibilité à 0 cm correspond à l'état de polarisation verticale $ V\rangle$, tandis que le pic à 1,2039 cm correspond à l'état de polarisation horizontale $ H\rangle$ avec une visibilité de 0,5318 . Le pic à 0,5943 cm est dû à l'état de superposition donc à l'interférence entre les deux états de polarisation, avec une visibilité de 0,6654. . . .	82
18	Résultats expérimentaux pour la partie réelle de la valeur faible du trajet de polarisation $ H\rangle \rightarrow D\rangle \rightarrow V\rangle \rightarrow A\rangle \rightarrow H\rangle$. Rappelez-vous que nous avons défini l'angle θ de sorte que $\theta \leftarrow 2\theta_{\text{phys}}$, où θ_{phys} est l'angle physique de la lame demi-onde. Les barres d'erreurs horizontales représentent l'erreur de la position de l'angle induite par notre support de rotation motorisé de $\pm 0.3^\circ$ [50]. Elles ne sont pas visibles, car elles sont trop petites pour être prises en considération, alors nous les avons négligées. Les barres verticales représentent l'incertitude de la partie réelle. Chaque point est la moyenne de 5 mesures pour chaque état d'entrée. Les données sont normalisées par le délai de référence τ de 167 ps.	88
19	Résultats expérimentaux pour la partie réelle de la valeur faible du trajet de polarisation $ H\rangle \rightarrow R\rangle \rightarrow V\rangle \rightarrow L\rangle \rightarrow H\rangle$	89
20	Résultats expérimentaux pour la partie réelle de la valeur faible du trajet de polarisation $ R\rangle \rightarrow A\rangle \rightarrow L\rangle \rightarrow D\rangle \rightarrow R\rangle$. La courbe théorique est une constante de 1/2.	91

21	Résultats de l'amplitude de probabilité pour le trajet de polarisation $ H\rangle \rightarrow R\rangle \rightarrow V\rangle \rightarrow L\rangle$. Les données sont calculées à partir de la partie réelle de la valeur faible par les équations 126 et 127. Les courbes théoriques provenant des amplitudes de probabilités de l'équation 153.	93
22	Résultats de l'amplitude de probabilité pour le trajet de polarisation $ R\rangle \rightarrow A\rangle \rightarrow L\rangle \rightarrow D\rangle \rightarrow R\rangle$. Les données sont calculées à partir de la partie réelle de la valeur faible par les équations 126 et 127. Les courbes théoriques provenant de les amplitudes de probabilités de l'équation 154 soit $1/\sqrt{2}$ pour $ a $ et $ b $	94
23	Effet de la visibilité de l'interférence sur la partie réelle de la valeur faible pour le trajet de polarisation linéaire. Les valeurs démontrées sont $\mathcal{V} = 1, 0.5, 0.1, 0.01$	96
24	Trajet de polarisation $ H\rangle \rightarrow D\rangle \rightarrow V\rangle \rightarrow A\rangle \rightarrow H\rangle$ avec ajustement paramétrique pour le terme d'interférence. La valeur de visibilité obtenue est de $\mathcal{V} = 0.11$	97
25	Résultats de l'amplitude de probabilité pour le trajet de polarisation $ H\rangle \rightarrow D\rangle \rightarrow V\rangle \rightarrow A\rangle \rightarrow H\rangle$. Les données sont calculées à partir de la partie réelle de la valeur faible par les équations 126 et 127 . . .	98
26	Effet de la visibilité de l'interférence sur la partie réelle de la valeur faible pour le trajet de polarisation en superposition. Les valeurs démontrées sont $\mathcal{V} = 1, 0.5, 0.1, 0.01$	99
27	Trajet de polarisation $ R\rangle \rightarrow A\rangle \rightarrow L\rangle \rightarrow D\rangle \rightarrow H\rangle$ avec ajustement paramétrique pour le terme d'interférence. La valeur de visibilité obtenue est de $\mathcal{V} = 0.09$	100
28	DSP totale résultant d'une mesure faible temporelle. Ici, les lignes verticales représentent la position des pics de puissance dans le spectre. La fréquence centrale est de $703,12\text{ MHz}$ pour une durée spectrale de $1,4062\text{ GHz}$ avec une résolution temporelle de 4 ps . La figure 29 montre un zoom sur le pic de puissance à $175,8\text{ MHz}$	102
29	Zoom sur le pic de puissance à $175,8\text{ MHz}$. On peut observer la présence de plusieurs pics de puissance, avec leur ajustements de paramétriques polynomiales du quatrième ordre pour déterminer chaque position fréquentielle des états d'entrée.	104
30	Déplacement fréquentiel mesuré pour les trajets de polarisation $ H\rangle \rightarrow R\rangle \rightarrow V\rangle \rightarrow L\rangle \rightarrow H\rangle$, avec un délai de $180,71\text{ ps}$ et une durée d'impulsion de 10 ns . Les barres d'erreur verticales représentent l'incertitude de la mesure, calculée à partir de la variation des fréquences mesurées pour chaque état d'entrée. Les déplacements sont mesurés en kilohertz (kHz) par rapport à l'état $ V\rangle$. La courbe en tirets représente la valeur absolue de la prédition théorique (le signe n'est pas accessible avec notre méthode de centroïde basée sur l'intensité spectrale seule).	106

31	La partie imaginaire des amplitudes de probabilité mesurées pour le trajet de polarisation $ H\rangle \rightarrow R\rangle \rightarrow V\rangle \rightarrow L\rangle \rightarrow H\rangle$. Les barres d'erreur sont propagées à partir de l'incertitude de la mesure des déplacements fréquentiels de la partie imaginaire de ce trajet de polarisation. Ces amplitudes proviennent d'une mesure de la valeur absolue de la partie imaginaire ; le signe est perdu dans notre procédure actuelle.	108
32	Ensemble du spectre obtenu de l'oscilloscope pendant l'effet Doppler .	123
33	Agrandissement du spectre à 1MHz de la figure 32	124

Liste des symboles

Symbol	Description	Chapitre
$ 0\rangle$	Qubit dans l'état 0	1
$ 1\rangle$	Qubit dans l'état 1	1
$ \uparrow\rangle$	Spin vers le haut	1
$ \downarrow\rangle$	Spin vers le bas	1
$ H\rangle$	Polarisation horizontale	1
$ V\rangle$	Polarisation verticale	1
n	Nombre de qubits	1
$ d\rangle$	État d'un dé	1
$ H\rangle$	Polarisation horizontale $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	2
$ V\rangle$	Polarisation verticale $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	2
$ D\rangle$	Polarisation diagonale $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	2
$ A\rangle$	Polarisation anti-diagonale $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	2
$ R\rangle$	Polarisation circulaire droite $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$	2
$ L\rangle$	Polarisation circulaire gauche $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$	2
$ \psi\rangle$	État de polarisation	2
ρ	Matrice densité d'un système	2
ψ	Fonction d'onde d'un état quantique	2
$S_{0,1,2,3}$	Paramètres de Stokes	2
$\sigma_{x,y,z}$	Matrices de Pauli	2
\hat{S}	Opérateur arbitraire du système	2
$ \psi_i\rangle$	État initial arbitraire	2
$ \psi_f\rangle$	État final arbitraire	2
$\langle \hat{S} \rangle_w$	Valeur faible du système	2
\hat{p}	Observable du système	2
\hat{q}	Observable conjuguée de celle du système	2
σ	Écart-type de la distribution du pointeur	2
i	Nombre imaginaire $\sqrt{-1}$	2
S	Base du système	2
P	Base du pointeur	2
g	Force de couplage entre le système et le pointeur	2
$ \bar{p}\rangle$	Position moyenne de l'observable du pointeur	2
$ s\rangle$	Valeur ou vecteur propre du système	2
\hbar	Constante de Planck	2
\hat{U}	Opérateur d'interaction de von Neumann	2
\mathcal{O}	Ordre analytique d'une série	2

$ \varphi\rangle$	État de projection	2
$ \Psi\rangle$	État total incluant le système et le pointeur	2
$\langle\hat{\pi}\rangle_W$	Valeur faible de polarisation	2
a	Amplitude de probabilité pour l'état horizontal	2
b	Amplitude de probabilité pour l'état vertical	2
$ \xi\rangle$	Distribution du pointeur	2
$ t\rangle$	Domaine temporel du pointeur	2
$ \xi(t)\rangle$	Fonction temporelle du pointeur	2
\hat{U}^H	Interaction de von Neumann appliquée à H	2
\mathcal{H}	Hamiltonien du système	2
$\hat{\pi}$	Observable de polarisation	2
\hat{E}	Opérateur d'énergie	2
t	Temps	2
τ	Délai temporel	2
$ \varsigma\rangle$	État de projection de polarisation	2
μ	Amplitude de probabilité de l'état horizontal projeté	2
ν	Amplitude de probabilité de l'état vertical projeté	2
$\langle\hat{t}\rangle$	Position temporelle moyenne	2
ω	Fréquence angulaire	2
f	Fréquence	2
$\langle\hat{\omega}\rangle$	Position fréquentielle moyenne	2
A	μ^*a	2
B	ν^*b	2
$F(\omega)$	Fonction du domaine fréquentiel du pointeur	2
c	Vitesse de la lumière	3
a_0, b_0, c_0	Paramètres d'ajustement	3
T	Matrice de Jones pour une lame d'onde	3
θ	Orientation physique d'une lame demi-onde	3
ϕ	Orientation physique d'une lame quart d'onde	3
θ	Angle de polarisation (2 fois l'angle d'une lame demi-onde)	4
σ_α	Incertitude d'une composante α	4
\mathcal{V}	Visibilité des franges d'interférence	4
P	Puissance de l'état de polarisation à une fréquence donnée f	4
$f_{cent.}$	Fréquence du centroïde de l'état de polarisation	4
f_0	Fréquence incidente	A
Δf	Shift fréquentiel causé par l'effet Doppler	A
v_s	Vitesse de la source du signal	A
v_r	Vitesse du récepteur du signal	A
Δv	Différence de vitesse entre la v_r et v_s	A
f	Nouvelle fréquence observée	A

1 INTRODUCTION AUX PROCÉDURES DIRECTES POUR LES MESURES QUANTIQUES

1.1 Introduction

À l'heure actuelle, de grandes entreprises technologiques, telles que Google et IBM, développent des ordinateurs quantiques ; même des entreprises, telles que Xanadu, basées au Canada, travaillent sur des systèmes photoniques pour les ordinateurs quantiques. Ces ordinateurs quantiques utilisent les propriétés fondamentales de la mécanique quantique (comme la superposition, l'intrication, etc.) pour résoudre des problèmes complexes [1, 2]. Contrairement aux ordinateurs classiques, un ordinateur quantique repose sur des bits quantisés appelés qubits, soit $|0\rangle$ et $|1\rangle$, qui forment un ensemble binaire de deux ou plusieurs états physiques possibles du système utilisé, comme le spin d'une particule $|\uparrow\rangle$ et $|\downarrow\rangle$ ou la polarisation d'un photon $|H\rangle$ et $|V\rangle$ par exemple. Les lois de la mécanique quantique permettent à un état d'être dans une combinaison linéaire des deux états à la fois, également appelée superposition, telle que $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$. Cela signifie qu'un ordinateur quantique peut contenir simultanément 2^n états possibles, où n est le nombre de qubits. Cette capacité de superposition permet aux ordinateurs quantiques de traiter des informations de manière exponentiellement plus efficace que les ordinateurs classiques.

Cette utilisation des propriétés physiques de la mécanique quantique est également exploitée pour développer des systèmes de communication quantique [3]. Ces systèmes utilisent un état quantique pour stocker des informations ou des messages afin d'envoyer des messages cryptés de manière ultra sécurisée via une clé de distribution quantique, ce qui permet également de détecter toute écoute clandestine. Cette ultra sécurité est rendue possible par le fait que la simple observation d'un état quantique le perturbe, ce qui rend impossible de copier un état quantique contenant un message privé (théorème de non-clonage [4]). Des travaux sont également menés sur des

capteurs quantiques capables de détecter des changements infimes dans les champs gravitationnels, ce qui permet de mieux cartographier les ressources souterraines [5]. Dans le même domaine, les gyroscopes quantiques peuvent être utilisés pour des systèmes de navigation sans avoir besoin d'un système de positionnement global (GPS) [6]. Sans aborder les autres applications des technologies quantiques, nous constatons qu'elles peuvent avoir un impact considérable sur le monde moderne.

Cependant, pour que ces technologies quantiques soient mises en œuvre, il est essentiel de pouvoir mesurer et caractériser les états quantiques de manière précise et fiable, telles que le résultat d'une opération quantique ou l'état d'un qubit [7, 6]. Les mesures quantiques sont un aspect fondamental de la mécanique quantique, car elles permettent d'extraire des informations sur l'état d'un système quantique. Dans ce contexte, le domaine de la photonique quantique occupe une place centrale grâce aux propriétés remarquables des photons. Les photons se distinguent par leur faible décohérence, divers degrés de liberté (polarisation, domaine positionnel, quantité de mouvement, temporel et fréquentiel), et leur intégration naturelle dans les infrastructures optiques existantes [8, 9]. L'état de polarisation des photons, sous forme de qubit, possède des caractéristiques idéales pour de nombreuses applications, notamment la télécommunication quantique sécurisée, l'imagerie quantique à haute résolution, la métrologie quantique et d'autres encore, comme mentionné [3, 5, 6, 10, 11, 12]. Par conséquent, il est crucial d'effectuer des mesures afin de caractériser avec précision les états quantiques pour soutenir ces diverses technologies. Cependant, effectuer des mesures quantiques pose un défi en raison de la nature probabiliste de la théorie. En effet, il est impossible de mesurer simultanément deux variables complémentaires (ex : le moment d'arrivée et la fréquence spectrale d'une particule) avec une précision absolue décrite par le principe d'incertitude d'Heisenberg. Dans ce cadre, on décrit que l'état du système comme se trouvant dans une superposition de tous ses états possibles. Une mesure ou une interaction avec le sys-

tème quantique cause une perturbation qui fait s'effondrer l'état dans l'un de ses états propres possibles. Une fois que le système est effondré dans une de ces valeurs propres, des mesures ultérieures sur le système donneront toujours le même résultat. La figure 1 ci-dessous illustre le concept de superposition quantique et son effondrement lors d'une mesure. Une fois que le dé est lancé et que le résultat est observé, le système démeure dans cet état spécifique pour les mesures ultérieures (par exemple, l'état $|5\rangle$). Donc, pour obtenir d'autre informations sur l'état initial du système, il est nécessaire d'effectuer plusieurs mesures sur des copies identiques du système et reconstruire l'état quantique à partir des statistiques obtenues.

C'est ici que les techniques conventionnelles, comme la tomographie quantique, permettent une reconstruction complète des états à l'aide de plusieurs mesures projectives prédéterminées. Soit que mesurer l'état de polarisation d'un photon, par exemple, nécessite de projeter l'état du photon sur plusieurs bases de mesure spécifiques et d'effectuer ces mesures sur des copies identiques du système pour recueillir suffisamment de statistiques pour une reconstruction complète de l'état. Toutefois, elles deviennent rapidement inadaptées aux systèmes de grande dimension en raison de leur coût computationnel et expérimental exponentiel. Comme ces techniques reposent sur un grand nombre de mesures de projection, ceci les rend inadaptées à certaines applications nécessitant des mesures en temps réel.

Une approche alternative consiste à utiliser des mesures faibles qui permettent d'extraire des informations sur un état quantique directement sans entraîner son effondrement complet. Ce dernier repose sur le modèle de mesure quantique de von Neumann [13] et exploite un pointeur couplé au système, dont le déplacement minimal appliqué sur le système est proportionnel à une observable complexe nommée la «valeur faible». Cette technique a été introduite par Aharonov, Albert et Vaidman (AAV) [14]. Bien que les mesures faibles aient été largement étudiées en théorie, leur mise en

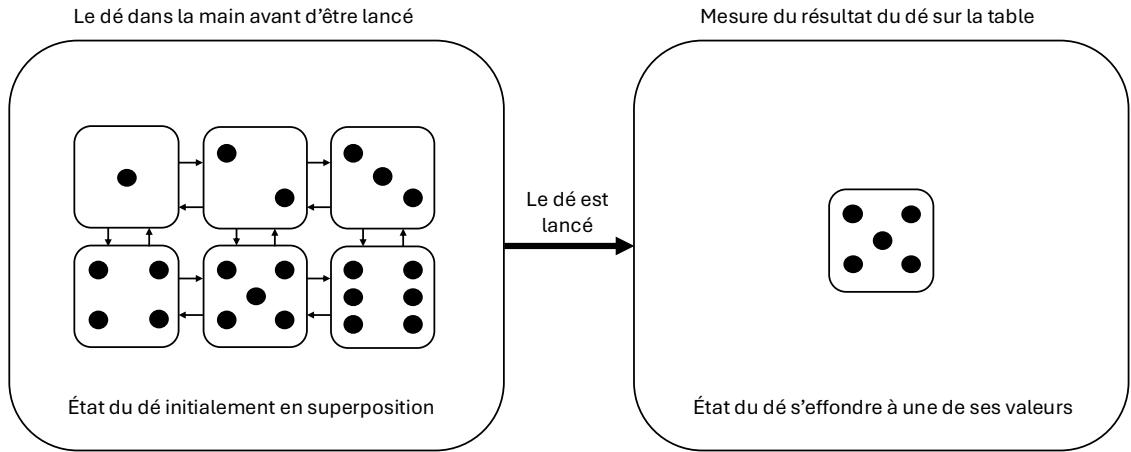


FIGURE 1 – Envisageons maintenant que nous lancions un dé. Avant de lancer un dé, nous supposons qu'il se trouve dans un état de superposition $|\text{dé}\rangle = c_1|1\rangle + c_2|2\rangle + c_3|3\rangle + c_4|4\rangle + c_5|5\rangle + c_6|6\rangle$, où tous les états propres possibles $\{|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle, |4\rangle, |5\rangle, |6\rangle\}$ et leurs paramètres de probabilité $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6$ se trouvent dans notre main. Une fois lancés sur la table et en observant leur résultat, nous disons que le système s'effondre vers l'une de ses valeurs possibles, comme l'état $|5\rangle$, qui a une probabilité de $|c_5|^2$ de se produire. Une fois qu'il s'est effondré, les mesures ultérieures du système restent les mêmes. L'objectif des mesures quantiques est de caractériser complètement l'état du système quantique. Comme nous sommes limités aux mesures projectives, nous discuterons des techniques possibles, telles que l'effondrement continu du système via la tomographie et la reconstruction indirecte de l'état quantique, ainsi que notre méthode alternative utilisant la mesure faible pour la caractérisation directe de l'état quantique.

œuvre expérimentale dans le domaine temporel des photons est relativement peu explorée, en particulier dans le contexte d'applications pratiques pour des technologies quantiques.

1.2 Motivation de la thèse

Les recherches et applications sur les mesures faibles ont démontré leur potentiel, notamment en ce qui concerne : la théorie des mesures quantiques, l'informatique quantique, la télécommunication optique et la métrologie quantique [10, 11, 15, 16, 17, 18, 19]. Elles peuvent même se révéler plus efficaces que les méthodes traditionnelles en certains cas. Dans l'étude [20], ils comparent les mesures faibles à l'interférométrie standard pour mesurer de petits décalages de phase longitudinaux. La partie imaginaire de la valeur faible contient l'information complexe du système quantique, soit l'ellipticité d'un état de polarisation. Cette méthode permet de mesurer directement cette information, ce qui s'avère plus efficace que l'interférométrie standard. De plus, d'autres études montrent que les mesures faibles peuvent surpasser des méthodes traditionnelles [21, 22].

Cette thèse se concentre sur la caractérisation d'un état de polarisation dans un système photonique en s'appuyant sur les travaux : [23, 24, 25, 26]. Ils ont démontré la faisabilité de cette approche en utilisant des mesures faibles, en exploitant le mode spatial et/ou quantité de mouvement des photons comme pointeur. Leur méthode repose sur l'observation de ces variables complémentaires du pointeur (position et quantité de mouvement) permettant d'extraire respectivement les parties réelles et imaginaire de la valeur faible pour caractériser des états de polarisation complètement et directement.

Toutefois, ces méthodes présentent certaines limites, en vue d'applications et d'in-

tégration dans des technologies photoniques quantiques exigeant une configuration en espace libre. Elles reposent généralement sur l'utilisation de cristaux BBO (bêta-borate de baryum) de taille spécifique pour implémenter l'interaction faible [25, 26, 27]. Cette exigence rend leur mise en œuvre difficile pour s'adapter à divers systèmes intégrés. Pour surmonter cette limitation, on vise à explorer les degrés de libertés qui seraient compatibles avec des systèmes quantiques pour identifier la manière de rendre intégrable les mesures faibles. En explorant différents degrés de liberté, nous pouvons identifier les variables qui sont compatibles avec des systèmes quantiques et qui peuvent être intégrées dans des technologies quantiques [28, 29].

Comme les photons possèdent différents degrés de liberté, nous proposons d'utiliser le mode temporel comme pointeur pour la caractérisation de l'état de polarisation à l'aide de méthodes interférométriques. Cette approche offre une implémentation plus facile, puisqu'elle ne nécessite pas de composants optiques spécifiques, tels qu'un cristal. Il ne faut qu'un interféromètre pour réaliser les mesures de manière contrôlable et reproductible.

Notre objectif pour effectuer cette caractérisation est d'évaluer directement les composantes réelle et imaginaire de la valeur faible provenant d'un pointeur temporel, ce qui permet une description directe de l'état de polarisation. Cette méthode utilise la polarisation comme base quantique, car elle est facile à contrôler et à mettre en pratique en laboratoire. Bien que certaines études aient déjà exploré des mesures faibles dans ce régime, elles se sont principalement concentrées à partir d'un décalage fréquentiel [30, 31, 17, 32]. Cette thèse vise à améliorer la méthode de caractérisation directe des états quantiques, contribuant ainsi à l'avancement des technologies quantiques et à l'exploration de nouvelles opportunités dans les domaines scientifique et industriel.

Pour résumer, on propose une nouvelle méthode de mesure faible qui exploite le mode

temporel des photons pour caractériser des états de polarisation. Cette méthode offre un cadre plus intégrable pour incorporer des mesures faibles dans des technologies quantiques. Dans la suite de cette thèse, nous explorerons notre compréhension des mesures faibles, de leur réalisation expérimentale et les résultats obtenus. Nous commencerons par une analyse des principes fondamentaux des mesures quantiques. Ensuite, nous discuterons les approches tomographiques et des mesures faibles en termes de leurs avantages et limites. Nous présenterons ensuite une méthode innovante, spécialement conçue pour les systèmes photoniques, qui permettra de collecter le plus d'information possible sur l'état quantique tout en limitant l'influence de la mesure (interaction) sur le système. Cette méthode sera évaluée à travers des expériences en laboratoire. Ensuite, nous discuterons des résultats et travaux futurs.

2 LES MESURES FAIBLES TEMPORELLES D'UN SYSTÈME QUANTIQUE

Dans ce chapitre, nous nous concentrerons sur les fondements théoriques des mesures quantiques, en ce qui concerne la tomographie quantique et les mesures faibles. Nous commencerons avec une tomographie quantique pour des états de polarisation dans le cadre de [33], puis introduirons une méthode alternative, les mesures faibles, selon le formalisme proposé par Aharonov, Albert et Vaidman (AAV) [14], ainsi que dans le cadre expérimental développé dans [15]. Nous démontrerons ensuite comment la valeur faible est liée à la fonction d'onde d'un état quantique à partir d'une interaction faible avec un pointeur, comme présenté dans [24]. Enfin, nous allons proposer un cadre théorique pour les mesures faibles temporelles et les prédictions théoriques pour les valeurs moyennes des observables expérimentales du système qui pourraient être mesurées directement dans notre laboratoire.

2.1 La tomographie quantique

Traditionnellement, la tomographie quantique est utilisée pour reconstruire la fonction d'onde d'un état quantique à partir d'un ensemble de mesures projectives. En photonique quantique, ce processus consiste à effectuer des mesures de projection sur divers états quantiques en utilisant des bases orthogonales sélectionnées, soit $\{|H\rangle, |V\rangle\}$, $\{|D\rangle, |A\rangle\}$ et $\{|R\rangle, |L\rangle\}$, (polarisation horizontale, verticale) (diagonale, anti-diagonale) et (circulaire droite, gauche) respectivement. Ensuite, les résultats obtenus sont analysés par un algorithme qui reconstruit implicitement la matrice densité de l'état quantique. La matrice densité représente un opérateur hermitien qui renferme toutes les informations sur l'état quantique. Elle se présente sous la forme $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$ pour un état $|\psi\rangle$ et on peut facilement vérifier sa pureté en prenant la trace de ρ^2 , $Tr(\rho^2) = 1$.

Pour approfondir nos connaissances, considérons un exemple arbitraire. Supposons un photon préparé dans l'état de polarisation suivant :

$$|\psi\rangle = a|H\rangle + b|V\rangle \quad (1)$$

où $a, b \in \mathcal{C}$, $|a|^2 + |b|^2 = 1$ et dans la base $\{|H\rangle, |V\rangle\}$. La matrice densité de cet état, que l'on retrouvera prochainement dans cet exemple, s'écrit comme suit :

$$\rho = \begin{pmatrix} |a|^2 & ab^* \\ a^*b & |b|^2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

L'objectif d'une tomographie quantique est de déterminer les coefficients de la matrice. Pour ce faire, il faut effectuer un ensemble de mesures projectives prédéterminées à l'avance pour obtenir les probabilités ou intensités de détection dans différentes bases de polarisation. La fraction de photons détectés en sortie $|H\rangle$ correspond alors à $|a|^2$ et en sortie $|V\rangle$ correspond à $|b|^2$. Pour accéder aux termes d'interférence, comme ab^* , il faut réaliser des mesures dans des bases complémentaires, telles que $\{|D\rangle, |A\rangle\}$ qui sont les polarisations diagonale et antidiagonale, et/ou $\{|R\rangle, |L\rangle\}$ qui sont les polarisations circulaires. Les variations d'intensité observées dans ces différentes configurations de mesure projective permettent de reconstruire les éléments de la matrice densité à l'aide d'un algorithme de maximum de vraisemblance.

En photonique quantique, cette matrice densité peut également être exprimée en termes des paramètres de Stokes [33]. Ces derniers décrivent complètement l'état de polarisation et ils sont liés aux probabilités de détection dans différentes bases de polarisation [34]. Avec ces paramètres, nous pouvons reconstruire la matrice densité à partir des probabilités de détection dans les différentes bases et ainsi visualiser l'état

de polarisation sur la sphère de Poincaré. Les paramètres de Stokes sont définis par :

$$S = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{|H\rangle} + P_{|V\rangle} \\ P_{|H\rangle} - P_{|V\rangle} \\ P_{|D\rangle} - P_{|A\rangle} \\ P_{|R\rangle} - P_{|L\rangle} \end{pmatrix} \quad (3)$$

où $P_{|H\rangle}$ est la probabilité de détection pour l'état de polarisation horizontale $|H\rangle$ et $P_{|V\rangle}$ la probabilité de détection pour l'état de polarisation verticale $|V\rangle$. Ainsi, le paramètre de Stokes S_0 représente l'intensité ou probabilité totale du faisceau, S_1 représente la différence de probabilités entre les polarisations $|H\rangle$ et $|V\rangle$, S_2 représente la différence de probabilités entre les polarisations $|D\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle)$ et $|A\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle - |V\rangle)$ et S_3 représente la différence de probabilités entre les polarisations $|R\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + i|V\rangle)$ et $|L\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle - i|V\rangle)$. En notant les probabilités de mesure pour chacune de ces bases, on reconstruit la matrice densité à partir de la relation suivante [33] :

$$\rho = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^3 S_i \hat{\sigma}_i \quad (4)$$

où les $\hat{\sigma}_i$ sont les matrices de Pauli définies comme suit :

$$\hat{\sigma}_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \hat{\sigma}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \hat{\sigma}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \hat{\sigma}_3 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

En utilisant l'état arbitraire que nous avons mentionné à l'équation 1, nous trouvons la matrice densité avec les paramètres de Stokes. Commençons par réécrire la matrice

densité, selon l'équation 4, comme suit :

$$\rho = \frac{1}{2}(S_0\hat{\sigma}_0 + S_1\hat{\sigma}_1 + S_2\hat{\sigma}_2 + S_3\hat{\sigma}_3) \quad (6)$$

Ensuite, trouvons chacun des paramètres de Stokes. Les deux premiers paramètres S_0 et S_1 sont simples ; trouvons les probabilités $P_{|H\rangle}$ et $P_{|V\rangle}$ en projetant les différentes bases sur l'état de polarisation.

$$P_{|H\rangle} = |\langle H|\psi \rangle|^2 = (a\langle H|H \rangle + b\langle H|V \rangle)(a^*\langle H|H \rangle + b^*\langle H|V \rangle) \quad (7)$$

$$= |a|^2 \quad (8)$$

$$P_{|V\rangle} = |\langle V|\psi \rangle|^2 = (a\langle V|H \rangle + b\langle V|V \rangle)(a^*\langle V|H \rangle + b^*\langle V|V \rangle) \quad (9)$$

$$= |b|^2 \quad (10)$$

Les paramètres de stokes S_0 et S_1 sont donc les suivants :

$$S_0 = P_{|H\rangle} + P_{|V\rangle} = |a|^2 + |b|^2 = 1 \quad (11)$$

$$S_1 = P_{|H\rangle} - P_{|V\rangle} = |a|^2 - |b|^2 \quad (12)$$

Pour les deux paramètres suivants S_2 et S_3 , nous devons exprimer les états projetés dans nos états de base $\{|H\rangle, |V\rangle\}$.

$$P_{|D\rangle} = |\langle D|\psi \rangle|^2 = \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(a\langle H|H \rangle + a\langle V|H \rangle) \right) \right. \quad (13)$$

$$\left. + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}(b\langle H|V \rangle + b\langle V|V \rangle) \right) \right] \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(a^*\langle H|H \rangle + a^*\langle V|H \rangle) \right) \right. \quad (14)$$

$$\left. + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}(b^*\langle H|V \rangle + b^*\langle V|V \rangle) \right) \right] = \frac{1}{2}(a+b)(a^*+b^*) \quad (15)$$

$$= \frac{1}{2}(|a|^2 + ab^* + a^*b + |b|^2) \quad (16)$$

$$P_{|A\rangle} = |\langle A|\psi \rangle|^2 = \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(a\langle H|H \rangle - a\langle V|H \rangle) \right) \right. \quad (17)$$

$$\left. + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}(b\langle H|V \rangle - b\langle V|V \rangle) \right) \right] \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(a^*\langle H|H \rangle - a^*\langle V|H \rangle) \right) \right. \quad (18)$$

$$\left. + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}(b^*\langle H|V \rangle - b^*\langle V|V \rangle) \right) \right] = \frac{1}{2}(a-b)(a^*-b^*) \quad (19)$$

$$= \frac{1}{2}(|a|^2 - ab^* - a^*b + |b|^2) \quad (20)$$

$$S_2 = P_{|D\rangle} - P_{|A\rangle} = ab^* + a^*b = 2\mathcal{R}(ab^*) \quad (21)$$

On répète la même technique pour S_3 :

$$P_{|R\rangle} = |\langle R|\psi\rangle|^2 = \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(a\langle H|H\rangle + ia\langle V|H\rangle) \right) \right. \quad (22)$$

$$\left. + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}(b\langle H|V\rangle + ib\langle V|V\rangle) \right) \right] \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(a^*\langle H|H\rangle + ia^*\langle V|H\rangle) \right) \right. \quad (23)$$

$$\left. + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}(b^*\langle H|V\rangle + ib^*\langle V|V\rangle) \right) \right] = \frac{1}{2}(a+ib)(a^*+ib^*) \quad (24)$$

$$= \frac{1}{2}(|a|^2 + iab^* + ia^*b - |b|^2) \quad (25)$$

$$P_{|L\rangle} = |\langle L|\psi\rangle|^2 = \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(a\langle H|H\rangle - ia\langle V|H\rangle) \right) \right. \quad (26)$$

$$\left. + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}(b\langle H|V\rangle - ib\langle V|V\rangle) \right) \right] \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(a^*\langle H|H\rangle - ia^*\langle V|H\rangle) \right) \right. \quad (27)$$

$$\left. + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}(b^*\langle H|V\rangle - ib^*\langle V|V\rangle) \right) \right] = \frac{1}{2}(a-ib)(a^*-ib^*) \quad (28)$$

$$= \frac{1}{2}(|a|^2 - iab^* - ia^*b - |b|^2) \quad (29)$$

$$S_3 = P_{|R\rangle} - P_{|L\rangle} = i(ab^* + a^*b) = 2\mathcal{I}(ab^*) \quad (30)$$

Ensuite, écrivons nous résultats dans notre matrice densité :

$$\rho = \frac{1}{2}(S_0\hat{\sigma}_0 + S_1\hat{\sigma}_1 + S_2\hat{\sigma}_2 + S_3\hat{\sigma}_3) \quad (31)$$

$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} S_0 + S_1 & S_2 - S_3 \\ S_2 + S_3 & S_0 - S_1 \end{pmatrix} \quad (32)$$

$$= \begin{pmatrix} |a|^2 & \mathcal{R}(ab^*) - i\mathcal{I}(ab^*) \\ \mathcal{R}(a^*b) - i\mathcal{I}(a^*b) & |b|^2 \end{pmatrix} \quad (33)$$

$$= \begin{pmatrix} |a|^2 & ab^* \\ a^*b & |b|^2 \end{pmatrix} \quad (34)$$

Nous avons maintenant reconstruit notre matrice densité à partir d'un état de polarisation arbitraire en utilisant les paramètres de Stokes.

Pour un état pur, comme notre exemple, on a la propriété $Tr(\rho^2) = 1$, ce qui se traduit par une cohérence quantique maximale. En revanche, un état mixte se caractérise par une matrice densité statistique, qui est une somme pondérée d'états purs :

$$\rho_{mixte} = \sum_i^N p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i| \quad (35)$$

Nous avons N états, chacun étant associé à une probabilité p_i , de sorte que $\sum_i^N p_i = 1$. Chaque état $|\psi_i\rangle$ correspond à un état pur dont la matrice densité mixte ρ_{mixte} correspond à un mélange statistique de chacun de ces états. Dans ce contexte, $Tr(\rho_{mixte}^2) < 1$. Cela signifie que la pureté d'une matrice densité peut être mesurée par sa trace. Un état pur possède une cohérence parfaite, tandis qu'un état mixte résulte d'un mélange statistique d'états. Il est aussi possible d'évaluer la pureté d'un

état à l'aide des paramètres de Stokes, avec la relation suivante (en supposant une normalisation avec $S_0 = 1$) :

$$\sqrt{\sum_{i=1}^3 S_i^2} = \text{DOP} \quad (36)$$

où DOP, le dégré de polarisation, peut être soit 1 pour un état pur (entièrement polarisé) ou strictement inférieur à 1 pour un état mixte (partiellement polarisé). Il est possible de visualiser l'état de polarisation sur la sphère de Poincaré (figure 2) qui offre une représentation tridimensionnelle où chaque axe correspond à un paramètre de Stokes, excluant ainsi S_0 . Chaque point sur cette surface représente un état distinct d'une polarisation pure.

Enfin, les protocoles de tomographie quantique permettent de déterminer empiriquement ces coefficients de la matrice densité, à partir des paramètres de Stokes, et peuvent donc reconstruire et caractériser entièrement la matrice densité d'un état de polarisation. Toutefois, cette méthode présente un inconvénient majeur : elle nécessite un grand nombre de mesures projectives pour obtenir une estimation précise de la matrice densité. En effet, la tomographie quantique est une méthode indirecte pour caractériser un état quantique [23] car elle repose sur la reconstruction de la matrice densité à partir de mesures projectives dans différentes bases. De plus, elle ne permet pas d'accéder facilement à des éléments individuels de la matrice densité, car elle se repose sur une reconstruction globale [26]. Ces limitations rendent la tomographie peu adaptée aux applications nécessitant un accès direct ou simultané à certains paramètres de la matrice densité, ou des mesures en temps réel [35]. **Étant donné que les photons ont un grand nombre de dimensions à caractériser, telles que leurs différents états de polarisation, cela nécessiterait un grand nombre de mesures projectives pour qu'une tomographie quantique puisse caractériser l'état du système.**

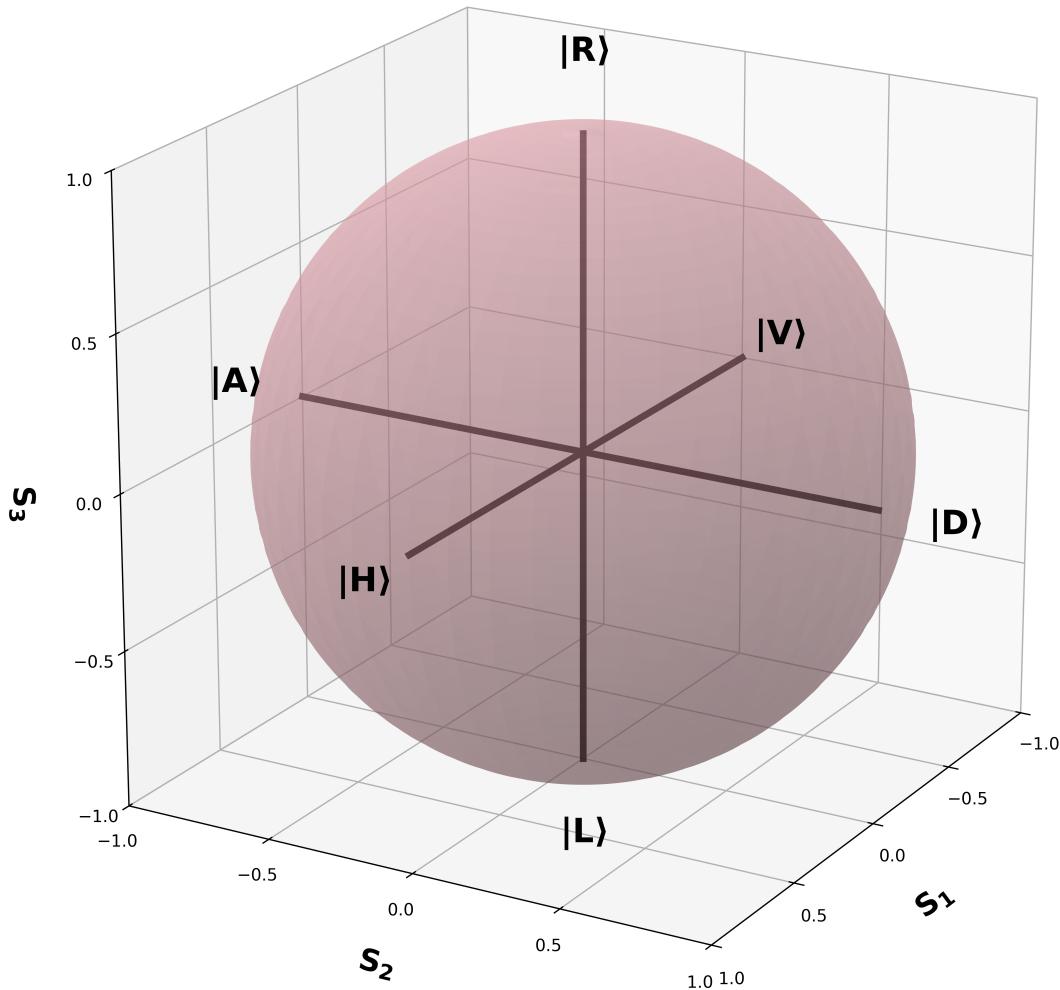


FIGURE 2 – La sphère Poincaré est une représentation géométrique des états de polarisation. Un point sur la surface de la sphère représente un état de polarisation complètement polarisé, alors qu'un point situé à l'intérieur de la sphère représente un état de polarisation partiellement polarisé. Les états de polarisation $|H\rangle$, $|V\rangle$, $|D\rangle$ et $|A\rangle$ sont situés sur l'équateur de la sphère, tandis que les états $|R\rangle$ et $|L\rangle$ sont situés aux pôles nord et sud respectivement. Les axes sont orientés selon les paramètres de Stokes S_1 , S_2 et S_3 .

Cela rendrait cette technique impraticable dans un contexte d'application.

2.2 Introduction aux mesures faibles

Une alternative intéressante consiste à utiliser des mesures faibles, une méthode permettant d'accéder à la fonction d'onde d'un système quantique directement. AAV ont proposé cette méthode dans leur article « How the result of a measurement of a component of the spin of a spin-1/2 particle can turn out to be 100 » (Comment le résultat de la mesure de la composante spin d'une particule ayant un spin-1/2 peut devenir 100) en 1988 [14]. Cette méthode s'inspire du modèle de von Neumann [13], dans lequel un système faiblement lié à un « pointeur » subit une interaction (perturbation) faible. La mesure du résultat est représentée par un déplacement du pointeur proportionnel à ce que l'on appelle la « valeur faible ».

Le modèle von Neumann des mesures quantiques sert de fondement théorique pour comprendre les mesures faibles. Dans ce modèle, le système quantique et ce qu'on appelle un « pointeur » (nommé en référence à l'aiguille d'un instrument de mesure [13]) sont enchevêtrés (couplés) par un opérateur d'interaction faible, permettant ainsi d'extraire des informations sur la fonction d'onde. Le pointeur indique l'état de la mesure résultante de l'appareil de mesure [13].

La figure 3 illustre une métaphore de ce modèle pour décrire comment le système est couplé à un pointeur et comment le pointeur est déplacé en fonction de l'interaction avec le système. Considérons une voiture de Formule 1 comme le système, avec le conducteur qui interagit avec le système en appuyant sur l'accélérateur. L'indicateur de vitesse agit comme un pointeur, initialement réglé sur zéro. Notre but est de caractériser les différentes vitesses possibles de la voiture (les différentes valeurs possibles du système). Quand le conducteur appuie sur l'accélérateur (intéragit avec

le système), le pointeur est alors déplacé décrit par l'opérateur d'interaction \hat{U} . Cette interaction déplace le pointeur grandement, permettant ainsi de lire la vitesse de la voiture sur l'indicateur mais pas sur ces autres valeurs possibles du système. On notons que dans ce cas, l'interaction forte sur ce système ne découpant pas le système au pointeur, ce qui n'est pas le cas dans un régime quantique. Ce modèle illustre comment une interaction forte entre le système et le pointeur effectue une grande perturbation sur le système, ce qui permet de lire une de ces valeurs possibles dont qu'en effectuant plusieurs mesures, on peut obtenir toutes les valeurs possibles pour reconstruire la fonction d'onde de ce système. Notons que cette métaphore est similaire à une tomographie quantique, car elle nécessite plusieurs mesures projectives pour reconstruire la fonction d'onde. Cependant, ce type d'interaction nous force à effectuer plusieurs mesures fortes pour reconstruire la fonction d'onde d'une façon indirecte. Si nous voulons accéder directement à la fonction d'onde, nous devons utiliser une approche différente, comme les mesures faibles [23].

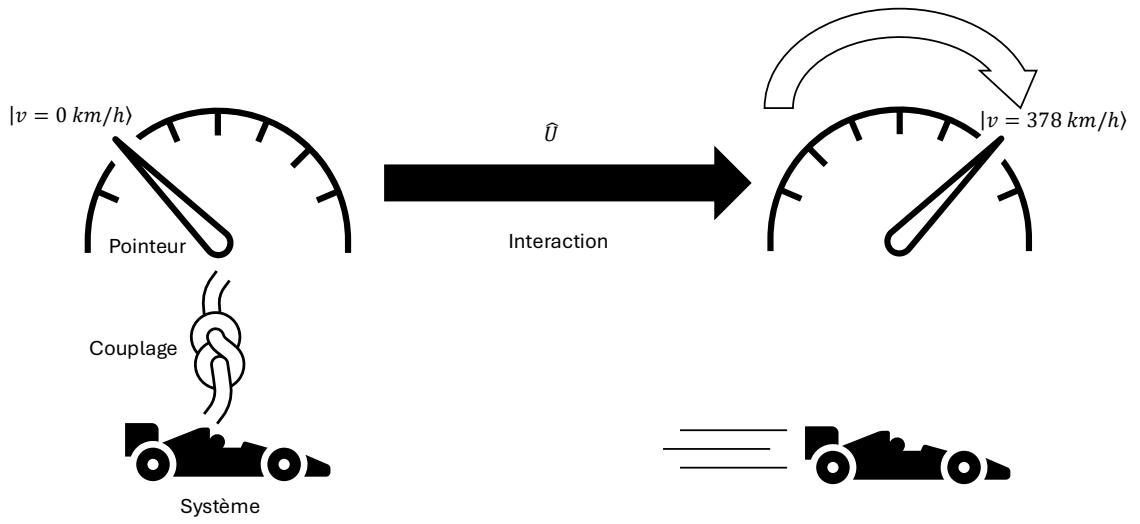


FIGURE 3 – Dans le régime des mesures fortes, une voiture de Formule 1 peut être décrite comme un système faiblement couplé au départ, avec l'indicateur de vitesse comme pointeur. Une fois que le conducteur interagit avec le système, le pointeur est déplacé et il est possible de lire la vitesse sur l'indicateur.

Contrairement aux mesures fortes, qui provoquent un effondrement complet de la fonction d'onde en détruisant la superposition quantique des états de base et le couplage entre le système et le pointeur, une mesure faible préserve cette superposition et couplage en minimisant la perturbation du système.

Pour illustrer la différence entre une mesure forte et faible, on peut représenter celle-ci par un pointeur ayant une forme gaussienne couplée à un état $|\psi\rangle$ où les états de base sont soit fortement, soit faiblement séparés. La figure 4 illustre la différence entre mesure faible et mesure forte. Dans le cas d'une mesure forte, le pointeur est décalé d'une largeur plus grande que la largeur du pointeur. Dans le cadre d'une mesure faible, le pointeur est décalé d'une largeur plus petite que la largeur du pointeur.

Dans le contexte des mesures faibles, la voiture de Formule 1 de notre métaphore précédente (voir la figure 3) interagit faiblement avec le système, de sorte que l'indicateur de vitesse (pointeur) est légèrement déplacé, mais pas suffisamment pour lire la vitesse exacte. L'aiguille est plus large que le déplacement causé par l'interaction, rendant ainsi la lecture de la vitesse imprécise. Cependant, en répétant cette interaction plusieurs fois et en moyennant les résultats, on peut obtenir une estimation précise de la vitesse moyenne.

Dans ce régime, la force de l'interaction, soit δ , est choisie pour que le déplacement du pointeur soit inférieur à la largeur de la distribution des probabilités. Cette méthode permet ainsi de mesurer directement le déplacement du pointeur après une mesure projective et d'en obtenir la valeur faible. La valeur faible $\langle \hat{S} \rangle_W$, dont l'indice W signifie «Weak» cet-à-dire faible en anglais pour la base des mesures faibles [15]. Cette dernière est définie comme la valeur moyenne d'une observable \hat{S} du système, mesuré dans un état d'entrée $|\psi_i\rangle$ et un état de mesure projective $|\psi_f\rangle$, qui est le résultat d'une mesure faible et est définie par : **FIX ME** :

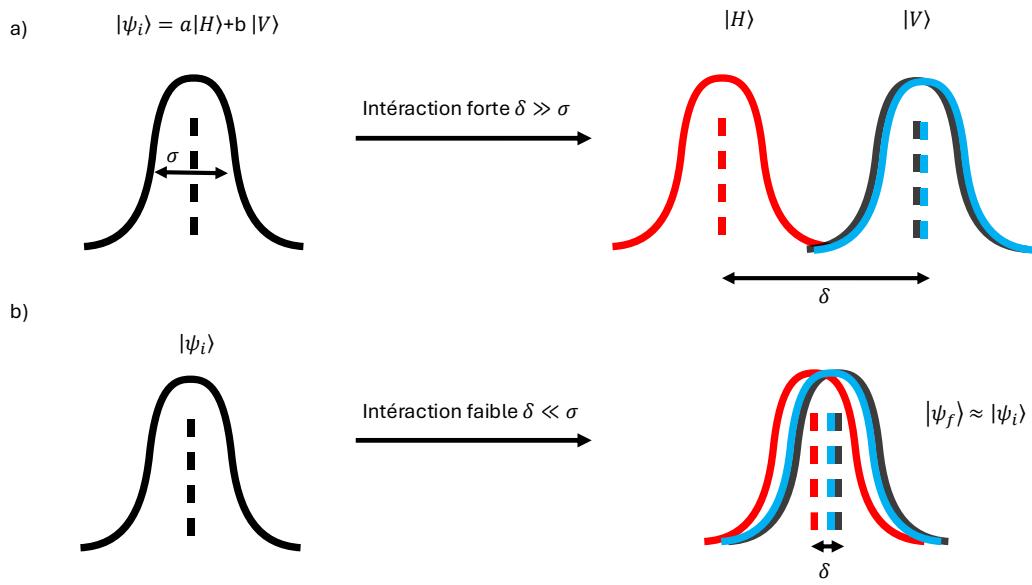


FIGURE 4 – Considérons qu'un pointeur possède une forme gaussienne avec une position moyenne, représentée par la ligne pointillée, avec une distribution de probabilité σ dans l'état $|\psi_i\rangle = a|H\rangle + b|V\rangle$ et un coefficient d'interaction δ qui décrivent la force de séparation des états. a) Mesure forte : une interaction forte impliquerait un effondrement complet de l'état séparant complètement les états de base. Ici, cet effondrement est représenté par la séparation des composantes H et V de l'état par un délai plus grand que la largeur de l'impulsion $\delta \gg \sigma$. Par conséquent, nous mesurerions l'un ou l'autre via une mesure projective. b) Mesure faible : Elle consiste en une interaction faible avec le système qui permet aux deux états de base de se chevaucher, de sorte que, lors d'une mesure projective, nous obtenions en retour un état qui comprend essentiellement l'état initial du système. Cela se produit lorsque $\delta \ll \sigma$.

$$\langle \hat{S} \rangle_w = \frac{\langle \psi_f | \hat{S} | \psi_i \rangle}{\langle \psi_f | \psi_i \rangle} \quad (37)$$

La valeur faible est une variable complexe composée d'une partie réelle et imaginaire [14, 15]. Ces composantes renferment des informations sur l'observable de la variable du pointeur \hat{p} ainsi que sur sa variable conjuguée \hat{q} , permettant une caractérisation complète [24].

$$\langle \hat{S} \rangle_w = \frac{1}{\delta} \left(\langle \hat{p} \rangle - i4\sigma^2 \langle \hat{q} \rangle \right) \quad (38)$$

Les mesures faibles servent d'œil de Judas au monde quantique [36]. Cela nous permet de perturber le système le moins possible pour obtenir de l'information sur le système quantique. L'adoption des mesures faibles repose sur plusieurs avantages clés : elles réduisent les perturbations induites sur le système, préservent la cohérence quantique et permettent une approche directe et intuitive pour caractériser des états quantiques [37].

2.3 Fondamentaux théoriques des mesures faibles

Tout d'abord, nous aborderons les principes théoriques sous-jacents aux mesures faibles, en expliquant comment la valeur faible est liée à la fonction d'onde de l'état quantique et peut être mesurée directement. Ces mesures sont une étape clé dans la procédure décrite par l'AAV [14] et dans [15], qui se compose des éléments suivants. Voici les étapes de la procédure à suivre :

- Interaction faible, sujet de discussion dans la section présente.
- Postsélection (mesure projective), souvent réalisée sur un état possédant une quantité égale des deux états de base de l'état initial.

Dans cette section, nous nous attarderons sur l'étape de l'interaction faible, qui correspond à une perturbation faible de l'état quantique. Comme cela a été mentionné précédemment, cette procédure directe via des mesures faibles s'appuie sur le modèle de von Neumann pour les mesures quantiques. Ce modèle implique un système quantique composé de deux objets : le système à mesurer S et l'appareil de mesure (pointeur) P . Ces deux objets sont traités comme des objets de la mécanique quantique couplés dans un système total T [13]. Le système total T est défini comme le produit tensoriel du système S et du pointeur P . Lorsqu'un état quantique est soumis à une mesure, il se trouve initialement dans un état superposé inconnu, noté $|\psi\rangle_S = \sum_j^N c_j |s_j\rangle_S$, dont les composantes sont des combinaisons linéaires de vecteurs propres $|s_j\rangle_S$, d'une observable du système \hat{S} , avec des valeurs propres s_j (avec coefficients complexes), et N est le nombre d'états de base du système, qui est couplé à un pointeur initialement dans l'état $|\bar{p} = 0\rangle_P$ dans la base P où \bar{p} est la position moyenne de la variable du pointeur p , qui est initialement à zéro [25, 13]. L'état du système total T est alors écrit comme suit :

$$|\Psi^i\rangle_T = |\psi\rangle_S \otimes |\bar{p} = 0\rangle_P \quad (39)$$

L'interaction sur le système S et le pointeur P est décrite par l'opérateur d'interaction de von Neumann, qui est appliqué à l'état initial du système total T [13]. Cet opérateur d'interaction est responsable de la perturbation du système quantique et de la translation du pointeur en fonction de la force d'interaction δ (voir figure 4), dont l'état finale du pointeur est $|\bar{p} = \delta\rangle_P$, appelée la valeur moyenne faible dont l'état finale se trouve $|\Psi^f\rangle_T$ [24, 25, 13]. La quantification de cette interaction se définit à travers un opérateur d'interaction \hat{U} , communément désigné sous le nom d'opérateur d'interaction de von Neumann. Ce dernier est exprimé comme suit :

$$\hat{U} \equiv \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int \mathcal{H} dt\right) \quad (40)$$

Il s'agit d'un opérateur d'évolution temporelle, où dt représente le temps d'interaction avec le système, \hbar la constante de Planck et \mathcal{H} le hamiltonien du système total T , qui est défini comme suit :

$$\mathcal{H} \equiv g(t)(\hat{S} \otimes \hat{q}) \quad (41)$$

où $g(t)$ est la constante de couplage, qui doit être réelle pour que le hamiltonien soit hermitien, \hat{S} l'opérateur de mesure et \hat{q} la variable conjuguée du pointeur. Dans un régime de mesures faibles, où l'interaction est plus faible que la distribution de probabilité du pointeur, c'est-à-dire $\delta \ll \sigma$, le système mesuré est faiblement couplé avec le pointeur, entraînant ainsi un effondrement minimal préservant la superposition (voir figure 4). La force de l'interaction est définie par $\delta \equiv \frac{\int g(t)dt}{\hbar} = \frac{gt}{\hbar}$ [15, 18], donc l'opérateur d'interaction de von Neumann est écrit comme suit :

$$\hat{U} = e^{-i\delta(\hat{S} \otimes \hat{q})} \quad (42)$$

Alors, au cours de l'interaction, l'opérateur d'interaction de von Neumann est appliqué à l'état initial du système total T comme ce suit :

$$\hat{U} |\Psi^i\rangle_T = \hat{U} \left[|\psi\rangle_S \otimes |\bar{p}=0\rangle_P \right] \quad (43)$$

$$= e^{-i\delta(\hat{S} \otimes \hat{q})} \left[|\psi\rangle_S \otimes |\bar{p}=0\rangle_P \right] \quad (44)$$

où nous allons maintenant examiner une étude plus approfondie sur cette interaction en récrivant l'opérateur d'interaction de von Neumann sous la forme d'une série de Taylor :

$$\hat{U} |\Psi^i\rangle_T = (\mathbb{1} - i\delta(\hat{S} \otimes \hat{q}) + \mathcal{O}(\delta^2)) [|\psi\rangle_S \otimes |\bar{p}=0\rangle_P] \quad (45)$$

$$= |\psi\rangle_S \otimes |\bar{p}=0\rangle_P - i\delta \hat{S} |\psi\rangle_S \otimes \hat{q} |\bar{p}=0\rangle_P + \mathcal{O}(\delta^2) \quad (46)$$

où $\mathbb{1}$ est l'opérateur d'identité et $\mathcal{O}(\delta^2)$ correspond aux ordres plus élevés de la série de Taylor, que nous négligeons. En suivant la procédure de mesure faible, nous devons effectuer une postsélection ultérieure sur le système avec l'état $|\varphi\rangle_S$, qui a les mêmes états de base que $|\psi\rangle_S$:

$$|\varphi\rangle_S \langle \varphi|_S \hat{U} |\Psi^i\rangle_T = |\varphi\rangle_S \langle \varphi|_S |\psi\rangle_S \otimes |\bar{p}=0\rangle_P - i\delta |\varphi\rangle_S \langle \varphi|_S \hat{S} |\psi\rangle_S \otimes \hat{q} |\bar{p}=0\rangle_P \quad (47)$$

en normalisant l'état du système total avec le module de la probabilité $\langle \varphi|_S |\psi\rangle_S = \sqrt{Prob}$, où $Prob \equiv |\langle \varphi|_S |\psi\rangle_S|^2$ est la probabilité de trouver l'état $|\psi\rangle_S$ dans l'état $|\varphi\rangle_S$ [15, 18, 32] :

$$|\varphi\rangle_S \frac{\langle \varphi|_S \hat{U} |\Psi^i\rangle_T}{\langle \varphi|_S |\psi\rangle_S} = |\varphi\rangle_S \frac{\langle \varphi|_S |\psi\rangle_S}{\langle \varphi|_S |\psi\rangle_S} \otimes |\bar{p}=0\rangle_P - i\delta |\varphi\rangle_S \frac{\langle \varphi|_S \hat{S} |\psi\rangle_S}{\langle \varphi|_S |\psi\rangle_S} \otimes \hat{q} |\bar{p}=0\rangle_P \quad (48)$$

$$= |\varphi\rangle_S \otimes |\bar{p}=0\rangle_P - i\delta |\varphi\rangle_S \frac{\langle \varphi|_S \hat{S} |\psi\rangle_S}{\langle \varphi|_S |\psi\rangle_S} \otimes \hat{q} |\bar{p}=0\rangle_P \quad (49)$$

Dans l'expression 48, nous avons divisé par $\langle \varphi|_S |\psi\rangle_S$, dans le but de normaliser l'état du système total. Dans ce cas, le $\frac{\langle \varphi|_S |\psi\rangle_S}{\langle \varphi|_S |\psi\rangle_S}$ sur le côté droit est annulé et nous déplaçons le $\frac{1}{\langle \varphi|_S |\psi\rangle_S}$ du côté gauche vers le côté droit. L'état final est maintenant le suivant :

$$|\Psi^f\rangle_T \equiv |\varphi\rangle_S \langle \varphi|_S \hat{U} |\Psi^i\rangle \quad (50)$$

$$\simeq \langle \varphi|_S |\psi\rangle_S \left[|\bar{p} = 0\rangle_P - i\delta \frac{\langle \varphi|_S \hat{S} |\psi\rangle_S}{\langle \varphi|_S |\psi\rangle_S} \hat{q} |\bar{p} = 0\rangle_P \right] \otimes |\varphi\rangle_S \quad (51)$$

Les crochets représentent l'état final du pointeur, c'est-à-dire le déplacement du pointeur après l'interaction faible s'écrivant comme suit :

$$|\bar{p} = \delta s_j\rangle_P \equiv |\bar{p} = 0\rangle_P - i\delta \frac{\langle \varphi|_S \hat{S} |\psi\rangle_S}{\langle \varphi|_S |\psi\rangle_S} \hat{q} |\bar{p} = 0\rangle_P \quad (52)$$

Nous observons que la position finale du pointeur est proportionnelle à ce qui suit :

$$\langle \hat{S} \rangle_w \equiv \frac{\langle \varphi|_S \hat{S} |\psi\rangle_S}{\langle \varphi|_S |\psi\rangle_S} \quad (53)$$

Il s'agit de la valeur faible dérivée pour la première fois par AAV, une valeur qui peut être complexe c'est-à-dire composée d'une partie réelle et d'une partie imaginaire. Cette valeur correspond au décalage de la variable du pointeur p et à son décalage par rapport à sa variable conjuguée q . En d'autres termes, si une particule présente un décalage dans sa position, il y aura également un décalage dans sa quantité de mouvement. Par exemple, le temps d'arrivée d'un photon et sa fréquence centrale varieront l'une par rapport à l'autre lors d'une interaction. Si l'interaction est faible, il est possible de mesurer ces valeurs décalées individuellement lors d'une procédure

directe via une mesure faible [25, 15, 23, 26]. Pour conclure, écrivons l'état final avec cette valeur :

$$|\Psi^f\rangle_T = \langle\varphi|_S |\psi\rangle_S \left[|\bar{p} = 0\rangle_P - i\delta \langle\hat{S}\rangle_W \hat{q} |\bar{p} = 0\rangle_P \right] \otimes |\varphi\rangle_S \quad (54)$$

$$= \langle\varphi|_S |\psi\rangle_S \left[1 - i\delta \langle\hat{S}\rangle_W \hat{q} \right] |\bar{p} = 0\rangle_P \otimes |\varphi\rangle_S \quad (55)$$

$$= \langle\varphi|_S |\psi\rangle_S e^{-i\delta\langle\hat{S}\rangle_W \hat{q}} |\bar{p} = 0\rangle_P \otimes |\varphi\rangle_S \quad (56)$$

$$= |\psi\rangle_S e^{-i\delta\langle\hat{S}\rangle_W \hat{q}} |\bar{p} = 0\rangle_P \quad (57)$$

Nous observons que si nous avons une mesure faible parfaite, en prenant la limite que $\delta \rightarrow 0$, nous avons essentiellement l'état initial $|\Psi^f\rangle_T \approx |\Psi^i\rangle_T$. Cependant, si nous avons une mesure faible non parfaite, nous avons un état final qui est légèrement décalé par rapport à l'état initial, ce qui nous permet de mesurer la valeur faible S_W et de caractériser l'état quantique du système.

Nous pouvons même mesurer et caractériser l'état quantique directement sans aucune reconstruction algorithmique à l'aide des composantes réelles et imaginaires de la valeur faible comme mentionné dans l'équation 38. Démontrons cela en mesurant les observables \hat{p} et \hat{q} comme dans [18, 15]. Commençons avec $\langle\hat{p}\rangle$ **CORRECTION** :

$$\langle\bar{p} = \delta s_j | \hat{p} | \bar{p} = \delta s_j\rangle = \langle\bar{p} = 0 | \left(e^{-i\delta\langle\hat{S}\rangle_W \hat{q}} \right)^\dagger \hat{p} \left(e^{-i\delta\langle\hat{S}\rangle_W \hat{q}} \right) | \bar{p} = 0\rangle \quad (58)$$

$$= \langle\bar{p} = 0 | \left(1 + i\delta \langle\hat{S}\rangle_W^* \hat{q} \right) \hat{p} \left(1 - i\delta \langle\hat{S}\rangle_W \hat{q} \right) | \bar{p} = 0\rangle \quad (59)$$

$$= \langle\bar{p} = 0 | \hat{p} | \bar{p} = 0\rangle + i\delta \langle\hat{S}\rangle_W^* \langle\bar{p} = 0 | \hat{q} \hat{p} | \bar{p} = 0\rangle \quad (60)$$

$$- i\delta \langle\hat{S}\rangle_W \langle\bar{p} = 0 | \hat{p} \hat{q} | \bar{p} = 0\rangle + \mathcal{O}(\delta^2) \quad (61)$$

En négligeant les termes d'ordre supérieur et sachant que $\langle \bar{p} = 0 | \hat{p} | \bar{p} = 0 \rangle = 0$, nous obtenons :

$$\langle \bar{p} = \delta s_j | \hat{p} | \bar{p} = \delta s_j \rangle = -i\delta \left\langle \hat{S} \right\rangle_W^* \langle \bar{p} = 0 | \hat{q}\hat{p} | \bar{p} = 0 \rangle \quad (62)$$

$$+ i\delta \left\langle \hat{S} \right\rangle_W \langle \bar{p} = 0 | \hat{p}\hat{q} | \bar{p} = 0 \rangle \quad (63)$$

$$= -i\delta \left(\mathcal{R} \left(\left\langle \hat{S} \right\rangle_W \right) - i\mathcal{I} \left(\left\langle \hat{S} \right\rangle_W \right) \right) \langle \bar{p} = 0 | \hat{q}\hat{p} | \bar{p} = 0 \rangle \quad (64)$$

$$+ i\delta \left(\mathcal{R} \left(\left\langle \hat{S} \right\rangle_W \right) + i\mathcal{I} \left(\left\langle \hat{S} \right\rangle_W \right) \right) \langle \bar{p} = 0 | \hat{p}\hat{q} | \bar{p} = 0 \rangle \quad (65)$$

$$= -\delta \mathcal{R} \left(\left\langle \hat{S} \right\rangle_W \right) (\langle \bar{p} = 0 | \hat{p}\hat{q} | \bar{p} = 0 \rangle - \langle \bar{p} = 0 | \hat{q}\hat{p} | \bar{p} = 0 \rangle) \quad (66)$$

$$+ i\delta \mathcal{I} \left(\left\langle \hat{S} \right\rangle_W \right) (\langle \bar{p} = 0 | \hat{p}\hat{q} | \bar{p} = 0 \rangle + \langle \bar{p} = 0 | \hat{q}\hat{p} | \bar{p} = 0 \rangle) \quad (67)$$

$$= -i\delta \mathcal{R} \left(\left\langle \hat{S} \right\rangle_W \right) (\langle \bar{p} = 0 | \hat{p}\hat{q} - \hat{q}\hat{p} | \bar{p} = 0 \rangle) \quad (68)$$

$$+ \delta \mathcal{I} \left(\left\langle \hat{S} \right\rangle_W \right) (\langle \bar{p} = 0 | \hat{p}\hat{q} + \hat{q}\hat{p} | \bar{p} = 0 \rangle) \quad (69)$$

$$= -i\delta \mathcal{R} \left(\left\langle \hat{S} \right\rangle_W \right) \langle \bar{p} = 0 | [\hat{p}, \hat{q}] | \bar{p} = 0 \rangle \quad (70)$$

$$+ \delta \mathcal{I} \left(\left\langle \hat{S} \right\rangle_W \right) \langle \bar{p} = 0 | \{\hat{p}, \hat{q}\} | \bar{p} = 0 \rangle \quad (71)$$

En utilisant les relations de commutation $[\hat{p}, \hat{q}] = i$ et l'anticommuteur $\{\hat{p}, \hat{q}\} = -i$, nous obtenons :

$$\langle \bar{p} = \delta s_j | \hat{p} | \bar{p} = \delta s_j \rangle = \delta \mathcal{R} \left(\left\langle \hat{S} \right\rangle_W \right) = \langle \hat{p} \rangle \quad (72)$$

Ensuite, répétons les mêmes étapes pour $\langle \hat{q} \rangle$:

$$\langle \bar{p} = \delta s_j | \hat{q} | \bar{p} = \delta s_j \rangle = \langle \bar{p} = 0 | \left(e^{-i\delta \langle \hat{S} \rangle_W \hat{q}} \right)^\dagger \hat{q} \left(e^{-i\delta \langle \hat{S} \rangle_W \hat{q}} \right) | \bar{p} = 0 \rangle \quad (73)$$

$$= \langle \bar{p} = 0 | \left(1 + i\delta \langle \hat{S} \rangle_W^* \hat{q} \right) \hat{q} \left(1 - i\delta \langle \hat{S} \rangle_W \hat{q} \right) | \bar{p} = 0 \rangle \quad (74)$$

$$= \langle \bar{p} = 0 | \hat{q} | \bar{p} = 0 \rangle + i\delta \langle \hat{S} \rangle_W^* \langle \bar{p} = 0 | \hat{q} \hat{q} | \bar{p} = 0 \rangle \quad (75)$$

$$- i\delta \langle \hat{S} \rangle_W \langle \bar{p} = 0 | \hat{q} \hat{q} | \bar{p} = 0 \rangle + \mathcal{O}(\delta^2) \quad (76)$$

En négligeant les termes d'ordre supérieur et sachant que $\langle \bar{p} = 0 | \hat{q} | \bar{p} = 0 \rangle = 0$, nous obtenons :

$$\langle \bar{p} = \delta s_j | \hat{q} | \bar{p} = \delta s_j \rangle = i\delta \langle \hat{S} \rangle_W^* \langle \bar{p} = 0 | \hat{q} \hat{q} | \bar{p} = 0 \rangle \quad (77)$$

$$- i\delta \langle \hat{S} \rangle_W \langle \bar{p} = 0 | \hat{q} \hat{q} | \bar{p} = 0 \rangle \quad (78)$$

$$= i\delta \left(\mathcal{R} \left(\langle \hat{S} \rangle_W \right) - i\mathcal{I} \left(\langle \hat{S} \rangle_W \right) \right) \langle \bar{p} = 0 | \hat{q} \hat{q} | \bar{p} = 0 \rangle \quad (79)$$

$$- i\delta \left(\mathcal{R} \left(\langle \hat{S} \rangle_W \right) + i\mathcal{I} \left(\langle \hat{S} \rangle_W \right) \right) \langle \bar{p} = 0 | \hat{q} \hat{q} | \bar{p} = 0 \rangle \quad (80)$$

$$= i\delta \mathcal{R} \left(\langle \hat{S} \rangle_W \right) (\langle \bar{p} = 0 | \hat{q}^2 | \bar{p} = 0 \rangle - \langle \bar{p} = 0 | \hat{q}^2 | \bar{p} = 0 \rangle) \quad (81)$$

$$- i\delta \mathcal{I} \left(\langle \hat{S} \rangle_W \right) (\langle \bar{p} = 0 | \hat{q}^2 | \bar{p} = 0 \rangle + \langle \bar{p} = 0 | \hat{q}^2 | \bar{p} = 0 \rangle) \quad (82)$$

$$= i\delta \mathcal{R} \left(\langle \hat{S} \rangle_W \right) (\langle \bar{p} = 0 | \hat{q}^2 - \hat{q}^2 | \bar{p} = 0 \rangle) \quad (83)$$

$$- i\delta \mathcal{I} \left(\langle \hat{S} \rangle_W \right) (\langle \bar{p} = 0 | \hat{q}^2 + \hat{q}^2 | \bar{p} = 0 \rangle) \quad (84)$$

En utilisant la relation $\langle \bar{p} = 0 | \hat{q}^2 | \bar{p} = 0 \rangle = \frac{1}{8\sigma^2}$, nous obtenons :

$$\langle \bar{q} = \delta s_j | \hat{q} | \bar{p} = \delta s_j \rangle = \frac{\delta}{4\sigma^2} \mathcal{I}\left(\langle \hat{S} \rangle_W\right) = \langle \hat{q} \rangle \quad (85)$$

Ensemble, la valeur faible s'écrit :

$$\langle \hat{S} \rangle_W = \frac{1}{\delta} \left(\langle \hat{p} \rangle - i4\sigma^2 \langle \hat{q} \rangle \right) \quad (86)$$

En démontrant que la valeur faible est proportionnelle à la fonction d'onde (l'état quantique), comme dans [23, 18, 15], ainsi on peut en déduire directement les valeur moyenne des observables du système quantique, qu'ils sont en fait les composantes réelles et imaginaires de la valeur faible. Nous pouvons caractériser l'état de polarisation du système en mesurant la valeur faible sans avoir besoin de reconstruire la matrice densité. Cette approche directe permet de surmonter les limitations de la tomographie quantique traditionnelle, qui nécessite un grand nombre de mesures projectives pour obtenir une estimation précise de la matrice densité. En conséquence, nous avons ouvert un tout nouveau domaine dans les mesures quantiques et une alternative à la tomographie quantique traditionnelle [23, 26].

2.4 Proposition d'une procédure directe avec une mesure faible temporelle

Les mesures faibles temporelles exploitent les propriétés temporelles et fréquentielles d'une impulsion lumineuse pour caractériser un état quantique. Cette approche repose sur le postulat selon lequel les délais temporels peuvent être directement liés aux composantes réelles et imaginaires de la valeur faible. Dans les sections suivantes et dans ce projet de thèse, nous nous concentrerons sur la mesure

de la valeur faible à partir d'une faible interaction temporelle. Nous effectuerons des mesures faibles répétées sur un grand ensemble d'impulsions identiquement préparées dans un système photonique quantique.

2.4.1 La partie réelle du système

Nous voulons caractériser l'état de polarisation avec une mesure faible temporelle. Pour ce faire, il est nécessaire de calculer les composantes de la valeur faible $\langle \hat{\pi} \rangle_W$ du système attendue que nous allons implémenter. Pour y parvenir, nous devons d'abord analyser chaque composante de cette valeur. Tout d'abord, examinons la partie réelle en définissant les paramètres de l'expérience potentielle que nous souhaitons éventuellement réaliser. L'état de polarisation du système que nous souhaitons mesurer est défini comme suit :

$$|\psi\rangle \equiv a|H\rangle + b|V\rangle \quad (87)$$

où a et b sont les amplitudes de probabilité associées aux états de polarisation $|H\rangle$ et $|V\rangle$, respectivement, avec $|a|^2 + |b|^2 = 1$, ainsi que $\langle H|\psi\rangle = a$ et $\langle V|\psi\rangle = b$. Le pointeur du système utilisé possède un profil temporel gaussien pour un faisceau, caractérisé par une variable temporelle t et une largeur temporelle σ . Le profil temporel du pointeur s'écrit comme suit :

$$|\xi(t)\rangle = \langle t|\xi\rangle \equiv \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)^{1/2}} e^{-\frac{t^2}{4\sigma^2}} \quad (88)$$

Ensemble, l'état initial total s'écrit :

$$|\Psi(t)^i\rangle \equiv |\psi\rangle \otimes |\xi(t)\rangle \quad (89)$$

Procérons à une faible interaction temporelle sur l'état $|H\rangle$ avec l'opérateur de von Neumann \hat{U}^H , dont l'indice H indique qu'il translate la composante horizontale. L'opérateur d'interaction de von Neumann peut être étudié sous la forme $\hat{U} = \exp(-\frac{i}{\hbar} \int \hat{\mathcal{H}} dt)$, où $\hat{\mathcal{H}} \equiv g(t)(\hat{\pi} \otimes \hat{E})$, avec $\hat{\pi}$ l'observable du système (l'état de polarisation), \hat{E} la variable conjuguée du pointeur et $g(t)$ la force de couplage. Nous voulons appliquer l'opérateur sur un état de base unique, donc l'observable du système $\hat{\pi}$ devient $|J\rangle \langle J|$, où $J \equiv H, V$ [24]. La variable conjuguée de la variable du pointeur est l'énergie \hat{E} , puisque, en mécanique quantique, le temps et l'énergie se comportent réciproquement [38, 39]. L'opérateur d'énergie s'écrit ainsi :

$$\hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad (90)$$

L'interaction de von Neumann pour une interaction temporelle s'écrit alors comme ceci :

$$\hat{U}^H = \exp\left(-i\tau |H\rangle \langle H| \otimes \frac{\partial}{\partial t}\right) \quad (91)$$

où $\int g(t)dt = \tau$ est le temps d'interaction appliqué sur le système et se trouve dans le régime de mesures faibles, c'est-à-dire que le temps d'interaction est beaucoup plus court que la largeur temporelle du pointeur $\tau \ll \sigma$ (voir figure 4). Nous l'appliquons à la partie horizontale de l'état $|H\rangle$ désignée par l'indice H sur l'opérateur, ce qui entraîne un décalage du pointeur $\exp\left(-\tau \frac{\partial}{\partial t}\right) \xi(t) = \xi(t - \tau)$. L'état évolue ensuite de cette manière :

$$\hat{U}^H |\Psi(t)^i\rangle = \hat{U}^H [|\psi\rangle \otimes |\xi(t)\rangle] \quad (92)$$

$$= \hat{U}^H [a|H\rangle \otimes |\xi(t)\rangle + b|V\rangle \otimes |\xi(t)\rangle] \quad (93)$$

$$= a|H\rangle \otimes \hat{U}^H |\xi(t)\rangle + b|V\rangle \otimes |\xi(t)\rangle \quad (94)$$

$$= a|H\rangle \otimes |\xi(t-\tau)\rangle + b|V\rangle \otimes |\xi(t)\rangle \quad (95)$$

Comme nous l'avons mentionné précédemment, l'interaction faible préserve la superposition des états de polarisation et n'effondre pas l'état complètement en comparaison d'une mesure forte (voir la figure 4). Pour en extraire des informations sur l'état quantique, nous réalisons une postsélection à l'aide d'un état superposé $|\varsigma\rangle = \mu|H\rangle + \nu|V\rangle$. Les paramètres ν et μ représentent les amplitudes de probabilités respectives des états $|H\rangle$ et $|V\rangle$ de l'état de projection et que $|\mu|^2 + |\nu|^2 = 1$. L'état s'écrit :

$$|\Psi(t)^f\rangle = |\varsigma\rangle \langle \varsigma| \hat{U}^H |\Psi(t)^i\rangle \quad (96)$$

$$= [\bar{\mu}\langle H| + \bar{\nu}\langle V|] [a|H\rangle \otimes |\xi(t-\tau)\rangle + b|V\rangle \otimes |\xi(t)\rangle] \otimes |\varsigma\rangle \quad (97)$$

$$= [\bar{\mu}a|\xi(t-\tau)\rangle + \bar{\nu}b|\xi(t)\rangle] \otimes |\varsigma\rangle \quad (98)$$

$$= F(t) \otimes |\varsigma\rangle \quad (99)$$

où $F(t) \equiv A|\xi(t-\tau)\rangle + B|\xi(t)\rangle$, $A \equiv a\bar{\mu}$ et $B \equiv b\bar{\nu}$. Trouvons la valeur moyenne de la position du pointeur $\langle \hat{t} \rangle$:

$$\langle \hat{t} \rangle = \langle \Psi(t)^f | \hat{t} | \Psi(t)^f \rangle \quad (100)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} F(t)^* t F(t) dt \quad (101)$$

Ensuite, nous pouvons le normaliser en divisant par $\frac{1}{\langle \Psi(t)^f | \Psi(t)^f \rangle}$:

$$\langle \hat{t}^{norm} \rangle = \frac{\langle \Psi(t)^f | \hat{t} | \Psi(t)^f \rangle}{\langle \Psi(t)^f | \Psi(t)^f \rangle} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} I(t) t dt}{\int_{-\infty}^{\infty} I(t) dt} \quad (102)$$

$$= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |A|^2 \Xi(t - \tau) t + |B|^2 \Xi(t) t + A\bar{B}\Xi(t, \tau) t + \bar{A}B\Xi(t, \tau) t dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |A|^2 \Xi(t - \tau) + |B|^2 \Xi(t) + A\bar{B}\Xi(t, \tau) + \bar{A}B\Xi(t, \tau) dt} \quad (103)$$

où $\Xi(t) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$ et $\Xi(t, \tau) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{t^2+(t-\tau)^2}{4\sigma^2}}$. Remarquons qu'en raison d'une interaction faible avec le système, il existe une superposition entre le pointeur et les composantes de polarisation horizontale et verticale. Les solutions de chaque intégrale sont énumérées ci-dessous :

$$\begin{array}{ll} \int_{-\infty}^{\infty} \Xi(t - \tau) t dt = \tau & \int_{-\infty}^{\infty} \Xi(t) dt = 1 \\ \int_{-\infty}^{\infty} \Xi(t - \tau) dt = 1 & \int_{-\infty}^{\infty} \Xi(t, \tau) t dt = \frac{\tau}{2} e^{-\frac{\tau^2}{8\sigma^2}} \\ \int_{-\infty}^{\infty} \Xi(t) t dt = 0 & \int_{-\infty}^{\infty} \Xi(t, \tau) dt = e^{-\frac{\tau^2}{8\sigma^2}} \end{array}$$

Ensuite, nous allons reprendre notre analyse de la partie réelle de la valeur faible à partir de l'expression (103) et avec ces solutions dérivées, la partie réelle se trouve :

$$\langle \hat{t}^{norm} \rangle = \tau \frac{|A|^2 + (A\bar{B} + \bar{A}B)e^{-\frac{\tau^2}{8\sigma^2}}}{|A|^2 + |B|^2 + (A\bar{B} + \bar{A}B)e^{-\frac{\tau^2}{8\sigma^2}}} \quad (104)$$

Comme nous sommes dans le régime des mesures faibles, prenons la limite où $\tau \ll \sigma$:

$$\lim_{\frac{\tau}{\sigma} \rightarrow 0} \langle \hat{t}^{norm} \rangle = \tau \frac{|A|^2 + A\bar{B} + \bar{A}B}{|A|^2 + |B|^2 + A\bar{B} + \bar{A}B} \quad (105)$$

$$\equiv \tau \mathcal{R}(\langle \hat{\pi} \rangle_W) \quad (106)$$

Ce terme représente la position moyenne temporelle du pointeur lors d'une mesure.

Il s'agit de la partie réelle de la valeur faible $\langle \hat{\pi} \rangle_W$.

2.4.2 La partie imaginaire du système

Comme nous l'avons déjà évoqué, un déplacement de la variable du pointeur, tel qu'un décalage τ de sa position temporelle t , devrait entraîner un déplacement de son spectre fréquentiel ω , car $\hat{E} = \hbar\hat{\omega}$ [38, 39]. Vérifions-le en calculant la partie imaginaire de la valeur faible $\langle \hat{\pi} \rangle_W$. Tout d'abord, effectuons la transformation de Fourier de la fonction temporelle $F(t)$ de l'état quantique $|\Psi(t)^f\rangle$:

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(t) e^{-i\omega t} dt \quad (107)$$

$$= \frac{\sqrt[4]{2}\sqrt{\sigma}}{\sqrt[4]{\pi}} (A + Be^{i\omega\tau}) e^{-\omega^2\sigma^2 - i\omega\tau} \quad (108)$$

Avec ce dernier, l'état quantique s'écrit :

$$|\Psi(\omega)^f\rangle = F(\omega) \otimes |\varsigma\rangle \quad (109)$$

Ensuite, déterminons la valeur moyenne de la position fréquentielle en suivant les mêmes étapes que celles pour la partie réelle :

$$\langle \hat{\omega} \rangle = \langle \Psi(\omega)^f | \hat{\omega} | \Psi(\omega)^f \rangle \quad (110)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)^* \omega F(\omega) d\omega \quad (111)$$

Normalisons cette expression en divisant par $\frac{1}{\langle \Psi(\omega)^f | \Psi(\omega)^f \rangle}$:

$$\langle \hat{\omega}^{norm} \rangle = \frac{\sqrt{2}\sigma}{\sqrt{\pi}} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |A|^2 \omega e^{i\omega\tau} + |B|^2 \omega e^{i\omega\tau} + A\bar{B}\omega + \bar{A}Be^{2i\omega\tau} \omega d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |A|^2 e^{i\omega\tau} + |B|^2 e^{i\omega\tau} + A\bar{B} + \bar{A}Be^{2i\omega\tau} d\omega} e^{-2\omega^2\sigma^2 - i\omega\tau} \quad (112)$$

En utilisant des méthodes d'intégration similaires, nous arrivons à :

$$\langle \hat{\omega}^{norm} \rangle = \frac{i\tau}{4\sigma^2} \frac{(B\bar{A} - A\bar{B})e^{-\frac{\tau^2}{8\sigma^2}}}{|A|^2 + |B|^2 + \bar{A}B + A\bar{B}} \quad (113)$$

Prenons encore la limite dont $\tau \ll \sigma$, qui s'applique au domaine des mesures faibles :

$$\lim_{\frac{\tau}{\sigma} \rightarrow 0} \langle \hat{\omega}^{norm} \rangle = \frac{i\tau}{4\sigma^2} \frac{B\bar{A} - A\bar{B}}{|A|^2 + |B|^2 + \bar{A}B + A\bar{B}} \quad (114)$$

$$\equiv \frac{\tau}{4\sigma^2} \mathcal{I}(\langle \hat{\pi} \rangle_W) \quad (115)$$

Ce terme correspond à la partie imaginaire de la valeur faible attendue $\langle \hat{\pi} \rangle_W$.

2.5 Proposition expérimentale pour la caractérisation de la valeur faible

Nous continuons avec notre système photonique quantique, en nous appuyant sur nos résultats théoriques concernant la partie réelle et imaginaire de la valeur faible. Pour un état d'entrée quelconque :

$$|\psi^i\rangle = a|H\rangle + b|V\rangle \quad (116)$$

puisque a et b sont des amplitudes de probabilité associées aux états de base $|H\rangle$ et $|V\rangle$ respectivement (c'est-à-dire $a = \langle H|\psi^i\rangle$ et $b = \langle V|\psi^i\rangle$) et encore que $|a|^2 + |b|^2 = 1$, on peut, en pratique, calculer directement ces amplitudes de probabilités en fonction des parties de la valeur faible mesurée. Cette possibilité découle du fait que la valeur faible est proportionnelle à l'état quantique, comme nous l'avons démontré. Pour caractériser l'état de polarisation d'un système quantique, il s'agit de mesurer faiblement $\hat{\pi}^J = |J\rangle\langle J|$ soit $J = H, V$ [25, 23, 24], puis de mesurer par projection sur un état intermédiaire tel que $|D\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle)$. Avec cette mesure, nous pouvons obtenir un ensemble restreint d'essais dont la moyenne des résultats expérimentaux (tels que les déplacements temporels ou fréquentiels du pointeur) sera proportionnelle à la partie réelle ou imaginaire de la valeur faible :

$$\langle \hat{\pi}^J \rangle_W = \frac{\langle D | \hat{\pi}^J | \psi^i \rangle}{\langle D | \psi^i \rangle} = \sqrt{N} \langle J | \psi^i \rangle \quad (117)$$

où N est une constante de normalisation indépendante de J . On peut écrire l'état quantique d'entrée, après avoir subit une mesure directe, en fonction de la valeur faible mesurée [23] :

$$|\psi^f\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \left(\langle \hat{\pi}^H \rangle_W |H\rangle + \langle \hat{\pi}^V \rangle_W |V\rangle \right) \quad (118)$$

Puisque N est une constante de normalisation telle que

$$N = \left| \langle \hat{\pi}^H \rangle_W \right|^2 + \left| \langle \hat{\pi}^V \rangle_W \right|^2 \quad (119)$$

$$= \left| \langle \hat{\pi}^H \rangle_W \right|^2 + \left| 1 - \langle \hat{\pi}^H \rangle_W \right|^2 \quad (120)$$

nous pouvons récrire l'état quantique sous la forme suivante :

$$|\psi^f\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \left(\langle \hat{\pi}^H \rangle_W |H\rangle + \left(1 - \langle \hat{\pi}^H \rangle_W \right) |V\rangle \right) \quad (121)$$

Ce dernier est l'état d'entrée que nous pouvons reconstruire à partir de la valeur faible, où $a = \frac{\langle \hat{\pi}^H \rangle_W}{\sqrt{N}}$ et $b = \frac{1 - \langle \hat{\pi}^H \rangle_W}{\sqrt{N}}$. En d'autres termes, nous pouvons reconstruire directement l'état d'entrée à partir de la valeur faible mesurée sans ambiguïté. Certains fixent la phase globale [25], qui varierait selon l'état d'entrée, nous supposons que a est toujours réel ; donc l'ellipticité (ou la phase) se trouve dans b et sera dépendante de la partie imaginaire.

En performant une mesure faible sur $|\psi^i\rangle$, décrit par l'opérateur $\hat{\pi}^H = |H\rangle\langle H|$, avec un délai τ , nous pouvons reconstruire l'état à partir des données expérimentales des deux valeurs moyennes $\langle \hat{t} \rangle$ et $\langle \hat{\omega} \rangle$ et calculer directement les amplitudes de probabilité. En utilisant les équations (117), (104) et (115), nous obtenons les relations suivantes :

pour le cas générale où $a, b \in \mathcal{C}$, nous avons :

$$\mathcal{R}(a) = \mathcal{R}(\langle \hat{\pi}^H \rangle_W) = \frac{\langle \hat{t} \rangle}{\tau} \quad (122)$$

$$\mathcal{I}(a) = \mathcal{I}(\langle \hat{\pi}^H \rangle_W) = -\frac{4\sigma^2 \langle \hat{\omega} \rangle}{\tau} \quad (123)$$

$$\mathcal{R}(b) = 1 - \mathcal{R}(\langle \hat{\pi}^H \rangle_W) = 1 - \frac{\langle \hat{t} \rangle}{\tau} \quad (124)$$

$$\mathcal{I}(b) = -\mathcal{I}(\langle \hat{\pi}^H \rangle_W) = \frac{4\sigma^2 \langle \hat{\omega} \rangle}{\tau} \quad (125)$$

et pour le cas où $a \in \mathcal{R}$ et $b \in \mathcal{I}$, nous avons :

$$a = \sqrt{\mathcal{R}(\langle \hat{\pi}^H \rangle_W)} = \sqrt{\frac{\langle \hat{t} \rangle}{\tau}} \quad (126)$$

$$|b| = \sqrt{1 - |a|^2} \quad (127)$$

$$\mathcal{R}(b) = 0 \quad (128)$$

$$\mathcal{I}(b) = \frac{\mathcal{I}(\langle \hat{\pi}^H \rangle_W)}{\sqrt{\mathcal{R}(\langle \hat{\pi}^H \rangle_W)}} = \frac{4\sigma^2 \langle \hat{\omega} \rangle}{\sqrt{\tau \langle \hat{t} \rangle}} \quad (129)$$

Donc, en variant l'état d'entrée avec un délai τ fixé et connue, ainsi que la largeur temporelle et l'état de postsélection, nous pouvons mesurer le déplacement temporel du pointeur et le décalage fréquentiel, qui sont proportionnels à la partie réelle et

imaginaire de la valeur faible, respectivement. En utilisant les équations 126 et 127, nous pouvons reconstruire l'état d'entrée $|\psi^i\rangle$ en fonction de la valeur faible mesurée de façon directe, sans avoir besoin de reconstruire la matrice densité.

Ce chapitre a posé les bases théoriques des mesures faibles temporelles et leur potentiel pour les systèmes photoniques. En s'appuyant sur des techniques innovantes et des travaux antérieurs, cette thèse vise à démontrer l'utilité des mesures faibles temporelles pour caractériser directement les états quantiques. Le prochain chapitre abordera les aspects expérimentaux de la mise en œuvre de ces méthodes.

3 MESURE EXPÉRIMENTALE DIRECTE D'UN ÉTAT DE POLARISATION EN UTILISANT UNE MESURE FAIBLE TEMPORELLE

Pour caractériser les états de polarisation avec une mesure faible temporelle, nous devons d'abord tester notre capacité à mesurer des délais ultra-courts avec une précision fiable afin de pouvoir caractériser l'état de polarisation d'un signal. Le premier objectif de ce chapitre est de déterminer le modèle d'ajustement permettant de mesurer des délais le plus précisément possible, tout en restant indépendant de tout paramètre spécifique au montage. Pour ce faire, nous allons réaliser des expériences en mesurant la vitesse d'un signal électrique se propageant sur différentes longueurs de câbles BNC, un système isolé dont on peut aisément changer les délais électriques et dont l'analyse est indépendante de facteurs extérieurs. Cette expérience nous permettra de déterminer le modèle d'ajustement le plus précis pour mesurer des délais ultra-courts. Nous testerons ensuite la précision de cette méthode dans une expérience de mesure de la vitesse de la lumière en mesurant différents parcours de la lumière dans un système photonique, afin de vérifier que la méthode s'applique bien aux impulsions lumineuses. Par la suite, nous mettrons en place un dispositif expérimental intégrant un interféromètre de polarisation réalisant une mesure faible temporelle. Avec la méthode établie pour mesurer des délais, nous pourrons caractériser la partie réelle de la valeur faible pour différents trajets de polarisation. Nous définirons ces trajets de polarisation et calculerons la partie réelle attendue de la valeur faible, utilisée pour relier le décalage temporel mesuré à l'observable de polarisation. Pour accéder à la partie imaginaire de la valeur faible, nous insérerons notre dispositif de mesure faible temporelle dans un interféromètre de Mach-Zehnder. Nous décrirons la procédure de mesure de la partie imaginaire de la valeur faible et calculerons les valeurs attendues pour les différents trajets de polarisation.

3.1 Mesure de délais temporels ultra courts

Nous souhaitons évaluer notre capacité à mesurer des délais temporels avec précision. À cet effet, nous allons déterminer notre précision de mesure temporelle en mesurant la vitesse d'un signal électrique qui se déplace dans un câble BNC de différentes longueurs. Nous utiliserons ensuite cette méthode pour mesurer la vitesse de la lumière dans un système photonique, qui nous permettra de tester notre précision de mesure temporelle dans un système plus complexe. Ces expériences nous permettront de caractériser notre capacité à mesurer des délais temporels avec précision, ce qui est essentiel pour la caractérisation des états de polarisation avec une mesure faible temporelle. Dans la figure 5, nous présentons le dispositif expérimental que nous utiliserons pour les deux prochaines expériences.

Notre laser est une source diode émettant des impulsions avec une durée réglable de 5 à 39 ns [40]. Nous utilisons une impulsion de 10 ns pour nos expériences, car les intervalles de temps plus longs rendent la mesure moins précise. Cette perte de précision se présente dans la mesure de la partie imaginaire. À ces longueurs d'impulsion, la distribution temporelle du signal devient plus similaire à celle d'une fonction porte [40]. Or, les discontinuités de cette fonction entraînent la présence de bruit à hautes fréquences ce qui rend l'analyse moins facile. Donc, nous avons opté à identifier le temps d'arrivée de l'impulsion comme la variable temporelle moyenne du pointeur pour éviter ce bruit et faciliter l'analyse. Le laser possède une longueur d'onde comprise entre $640 \pm 10 \text{ nm}$, avec une énergie d'impulsion maximale de 2,0 nJ . Sa puissance de crête s'élève à un maximum de 50 mW avec une puissance moyenne de 20 mW . Nous fixons le taux de répétition à 1 MHz , pour avoir un temps suffisamment long entre les impulsions.

Nous recueillons les données à l'aide d'un photodétecteur rapide à base de Si [41], qui possède une bande passante de 2 GHz , ce qui est suffisant pour mesurer les

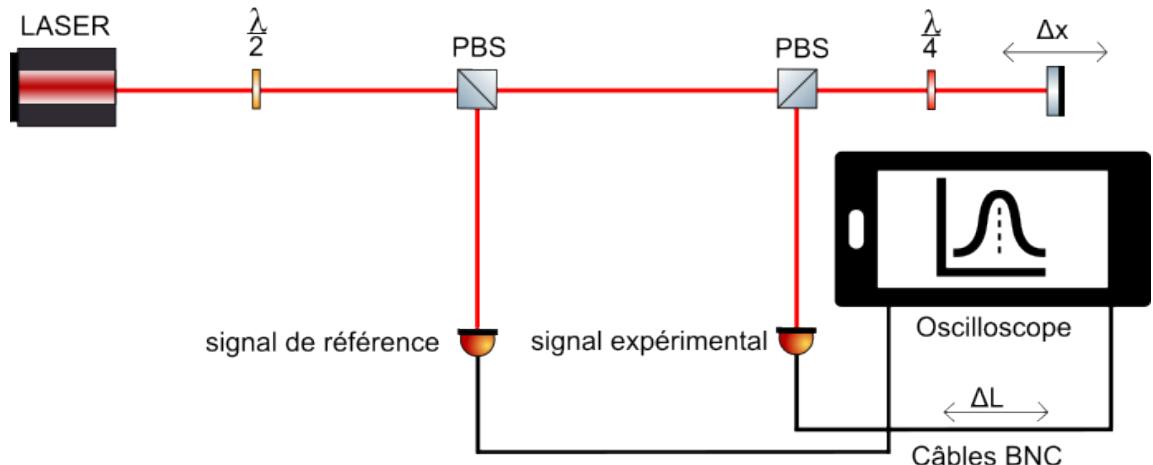


FIGURE 5 – Représentation de notre dispositif expérimental pour évaluer la précision de nos mesures temporelles en mesurant la vitesse d'un signal dans des câbles BNC et la vitesse de la lumière. L'impulsion du laser est d'abord réglée en intensité par une lame demi-onde et un séparateur de faisceau polarisant (PBS) qui divise les états de polarisation horizontaux et verticaux en deux voies orthogonales. Le faisceau réfléchi, représenté par l'état de base de polarisation verticale $|V\rangle$, sera notre signal de référence pour déclencher l'oscilloscope. Le faisceau transmis, correspondant à un état de polarisation horizontal $|H\rangle$ est le faisceau que nous allons mesurer, le signal expérimental. Il passe par un autre séparateur de faisceau polarisant (PBS) qui le divise en deux voies, la voie réfléchie ne sera pas mesurée car elle ne présente pas d'intérêt, tandis que la voie transmise est dirigée vers un miroir qu'on déplace selon les différentes distances à évaluer. Il est ensuite converti en un état de polarisation verticale à l'aide d'une lame quart d'onde pour être réfléchi vers le photodétecteur pour mesurer son temps d'arrivée. Pour l'expérience de la vitesse d'un signal dans un câble BNC, nous utilisons simplement différentes longueurs de câble attachés sur notre photodétecteur, désignées par ΔL . Pour l'expérience de la vitesse de la lumière, nous plaçons le miroir à des différentes distances, désignée par Δx .

impulsions de 10 ns . Le photodéTECTeur est connecté à un câble BNC de $50\text{ }\Omega$ [42] qui est ensuite connecté à un oscilloscope pour l'enregistrement des données. Nous utilisons un oscilloscope Tektronix TDS 5000 [43], qui est un oscilloscope capable d'acquérir des signaux à des vitesses allant jusqu'à 500 GS/s (gigéchantillons par seconde), et qui possède une bande passante de 500 MHz . Ensuite, nous analysons les données avec MATLAB et PYTHON pour en tirer des conclusions sur la précision de nos mesures temporelles.

3.1.1 Notes sur l'importance de l'acquisition des données

La façon dont nous acquérons nos données est importante, car nous devons nous assurer que nous utilisons la méthode la plus précise pour déterminer la position temporelle moyenne de l'état en vue d'une analyse ultérieure. Des implications importantes à considérer pour la précision de nos mesures est la façon dont l'oscilloscope est configuré : mode d'acquisition des données, résolution temporelle et mode de déclenchement.

Pour mesurer des délais temporels, nous avons besoin d'un signal de référence et un signal expérimental. Nous obtenons ce signal en prélevant une partie du signal du laser à l'aide d'un PBS (voir la figure 5). Le signal de référence est envoyé à un photodéTECTeur rapide, qui est utilisé pour déclencher l'oscilloscope. Le signal expérimental est envoyé à un autre photodéTECTeur rapide, qui est utilisé pour mesurer le délai temporel par rapport au signal de référence. Le signal de référence est déclenché sur son front montant et est connecté à l'entrée auxiliaire afin de ne pas affecter le taux d'échantillonnage de l'oscilloscope. Nous avons établi qu'il fallait au moins $30\text{ }\mu W$ d'intensité de signal pour déclencher l'oscilloscope sur ce port [43]. Nous déterminons le délai de chaque acquisition par rapport à une référence, qui correspond à la longueur initiale du câble ou la position initiale du miroir. De cette manière, nous

isolons l'expérience pour observer uniquement ce qui se produit lorsqu'on modifie la longueur du câble ou lorsqu'on déplace le miroir.

Le mode d'acquisition est un paramètre crucial pour la résolution des données. Notre oscilloscope possède plusieurs modes d'acquisition : échantillonnage direct, détection de pic, enveloppe, haute résolution et moyennage. Nous choisissons le mode d'acquisition moyen, car il permet de réduire le bruit dans la prise de données. Ce réglage effectue la moyenne sur N signaux expérimentaux générant un signal moyenné. Pour obtenir un signal clair et éliminer le bruit de fond, nous devions effectuer la moyenne sur 1000 signaux expérimentaux.

Le mode d'échantillonnage est un autre paramètre important pour la façon dont l'oscilloscope collecte des données. Ces modes sont l'échantillonnage en temps réel, interpolation et en temps équivalent («Equivalent-time sampling» en anglais). En mode d'échantillonnage en temps réel, l'oscilloscope numérise tous les points après un événement déclencheur. Ce mode d'échantillonnage est principalement utilisé pour les mesures ponctuelles où les variations du signal en temps réel sont importantes [43]. Le mode d'interpolation crée des points intermédiaires entre les points d'échantillonnage, ce qui permet de combler les éventuelles lacunes. Les options d'interpolation sont linéaire ou sinusoïdale entre les points, ce qui rend la courbe plus lisse [43]. Cependant, la résolution temporelle est insuffisante pour nos mesures. Le mode d'échantillonnage en temps équivalent permet d'augmenter numériquement le taux d'échantillonnage au-delà du taux d'échantillonnage maximum de l'oscilloscope. La figure 6 illustre le fonctionnement de ce mode.

Dans ce mode, il est possible d'obtenir le taux d'échantillonnage complet de 500 GS/s (gigéchantillons par seconde) et un taux d'échantillonnage électronique maximum de 20 GS/s . Si le déclenchement n'est pas en mode externe et que le signal de référence se trouve sur un port, le taux d'échantillonnage maximal sera désormais divisé par deux.

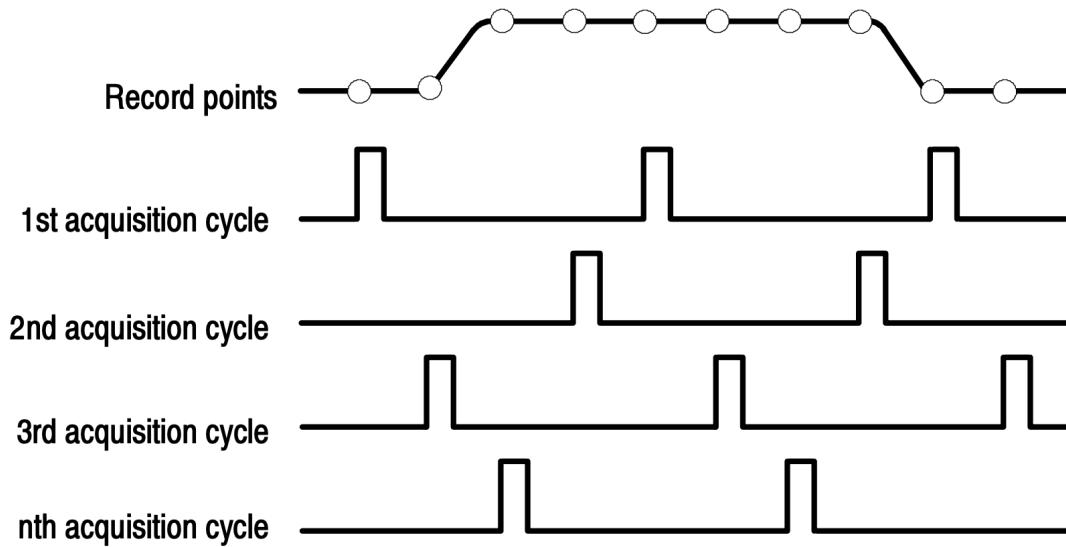


FIGURE 6 – Diagramme illustrant le fonctionnement du mode d'échantillonnage en temps équivalent de l'oscilloscope [43]. Cet appareil collecte un petit nombre d'échantillons au moment où l'événement de déclenchement se produit, ce qui lui permet d'obtenir le signal complet de notre impulsion. Le taux d'échantillonnage est supérieur à celui du mode en temps réel. L'oscilloscope en mode temps équivalent effectue un échantillon à chaque déclenchement du signal de référence. Il enregistre un certain nombre d'échantillons d'acquisition, puis combine plusieurs échantillons d'un signal répétitif en cours d'acquisition. Il régule ensuite la fréquence d'échantillonnage du signal d'entrée pour un enregistrement du signal complet.

L'échantillonnage maximal est crucial pour l'oscilloscope, car il permet d'atteindre une résolution temporelle maximale de $4 \pm 2 \text{ ps}$. Cela nous assure des mesures temporelles précises.

Avec ces paramètres, nous avons la meilleure résolution possible avec l'équipement servant à collecter des données sur notre signal. Nous enregistrons ensuite les signaux d'onde de sortie au format CSV. Une mesure d'acquisition prend environ trois minutes et nous prenons 10 différentes acquisitions pour chaque différent délai. Nous mesurons la vitesse d'un signal dans un câble BNC RG-58 [42] avec des délais temporels implémentés en faisant parcourir le signal expérimental à travers des câbles de différentes longueurs. Cette expérience facilite nos mesures, car les câbles ont une longueur déterminée par le fabricant. Le délai est lié aux variations de longueur entre les différentes longueurs de câbles ΔL . Ces dernières sont de 172, 270, 522, 1032 et 3000 mm (avec $\pm 2\%$ d'erreur de fabrication [42]). Les délais commencent par une mesure avec un câble possédant la longueur la plus courte ; dans ce cas, le miroir ajustable est fixe. Pour l'expérience de mesure de la vitesse de la lumière, nous introduisons un délai en déplaçant le miroir à différentes distances $\Delta x : 2,52-5,48 \text{ cm} \pm 2 \mu\text{m}$ (converti à partir des pouces, car notre platine de translation linéaire manuelle utilise des unités impériales [44]) et 10,10-20,19-30,29-40,38-50,48 et 65,62 cm $\pm 2 \text{ mm}$. Les deux premières distances sont mesurées avec une platine de translation linéaire manuelle, tandis que les autres sont mesurées avec une règle d'un mètre de longueur. La platine est à 0,00 cm lorsque le miroir est à la position initiale, les autres distances sont mesurées par rapport à cette position. L'incertitude des distances mesurées avec la règle est de 2 mm, car nous prenons en compte le positionnement de la règle à la position initiale et à la position à mesurer. Le miroir est déplacé manuellement à chaque fois que nous voulons mesurer un nouveau délai. Comme le montre la figure 5, la lumière doit parcourir une distance double car elle parcourt deux fois la distance entre le PBS et le miroir qui se déplace. Ensuite, les données

sont analysées afin de trouver le délai obtenu pour chaque distance du miroir.

3.1.2 Analyse et résultats de l'expérience de la vitesse d'un signal électrique dans un câble BNC

Maintenant, analysons nos données de l'expérience de la vitesse d'un signal électrique à travers un câble BNC à partir des délais d'impulsion. Nous avons configuré l'oscilloscope en mode EQ-time (temps équivalent) et acquérons des données sur une durée de 100 ns (lors des expériences de mesures faibles, nous constaterons que nous n'avons pas besoin d'une telle durée), avec une longueur d'enregistrement de 10000 points, une résolution temporelle de 4 ps , moyennée sur 1000 signaux experimentaux et moyennée sur 10 différentes prises de données. La figure 7 montre le profil temporel typique de notre impulsion laser d'une série de données avec ces paramètres.

Le profil temporel des impulsions n'est pas une fonction gaussienne, mais plutôt une fonction de porte. En allongeant la durée de l'impulsion du laser, l'impulsion ressemble de plus en plus à une fonction porte au fur et à mesure [41]. Pour préciser la position temporelle de l'impulsion, nous allons effectuer la dérivée de la fonction d'amplitude du signal pour identifier le temps d'arrivée du signal représenté par la position temporelle du pic maximal de la dérivée. La figure 8 montre le profil temporel de la dérivée des données d'impulsion pour l'expérience des câbles BNC RG-58 avec chacun de ses ajustements de courbe. Nous avons effectué ces ajustements pour déterminer la position temporelle du pic de la dérivée de l'impulsion ce qui nous permet de déterminer le temps d'arrivée du signal avec une précision maximale. Nous avons utilisé MATLAB pour effectuer ces ajustements.

Nous avons essayé plusieurs types d'ajustements, notamment des polynômes de dif-

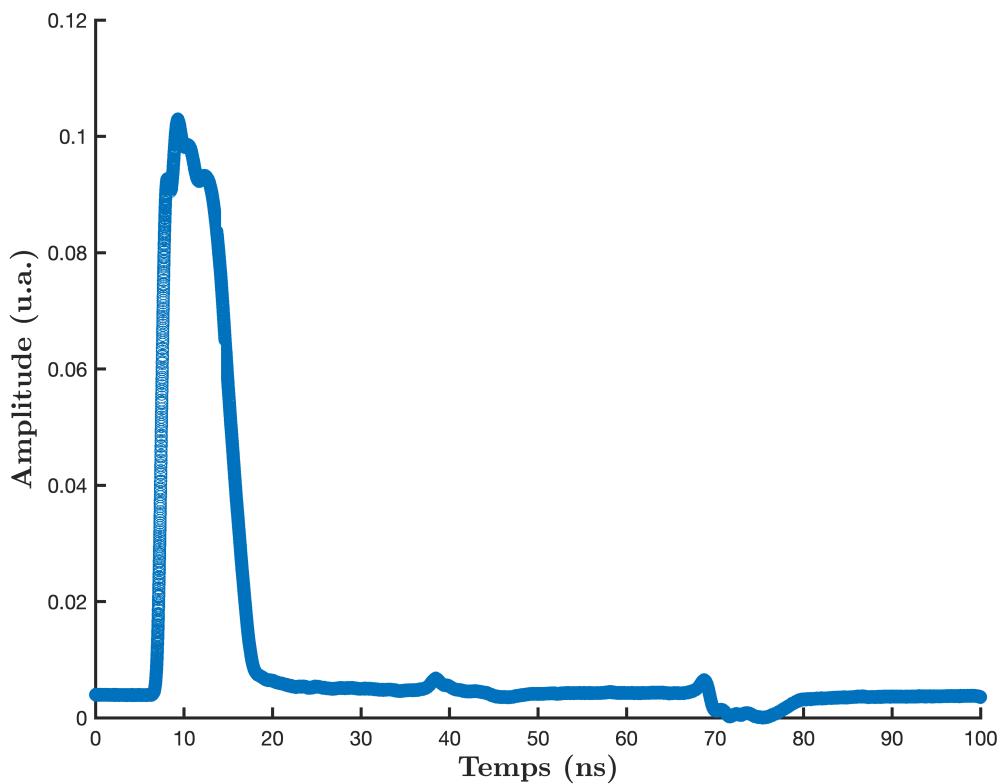


FIGURE 7 – Profil temporel typique de notre impulsion laser ultra-courte [40], mesurée avec un photodétecteur à base de Si [41] et acquise à l'aide du mode d'acquisition temporelle EQ-time de l'oscilloscope [43].

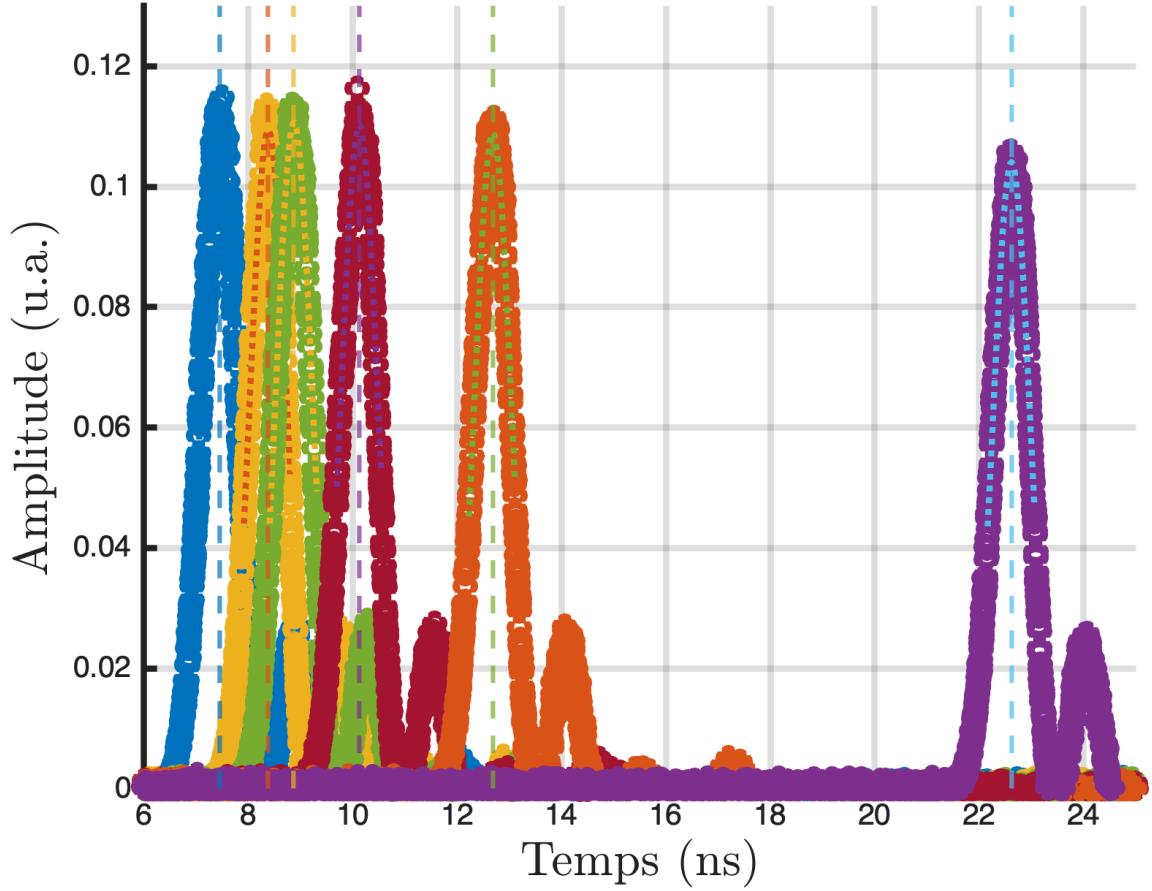


FIGURE 8 – Données de la dérivée des impulsions de chaque longueur de câble BNC RG-58, avec les ajustements paramétriques de type *poly4* représentés par les lignes pointillées. La position temporelle du pic de la dérivée de l’impulsion est utilisée pour déterminer le temps d’arrivée du signal.

férents ordres N , de degré 2 à 9, démarquant par *polyN*,

$$y(t) = a_0 + a_1 T + a_2 t^2 + \dots + a_N t^N \quad (130)$$

où a_i sont les coefficients du polynôme et t est le temps. Des séries de Fourier de degré 1 à 6, démarquant par *fourierN*,

$$y(t) = a_0 + a_1 \cos(\omega t) + a_2 \sin(\omega t) + \dots + a_N \cos(N\omega t) + b_1 \sin(N\omega t) \quad (131)$$

où a_i , b_i **et** ω sont les coefficients de la série de Fourier et t est le temps. Notez que ω est la fréquence fondamentale du signal que le fit cherche à modéliser, cette valeur est donc déterminée par le fit lui-même et n'est pas un paramètre fixe varient selon les données. Et une fonction gaussienne, dénommée par *gauss1* qui est :

$$y(t) = a_0 + a_1 e^{-\frac{(t-t_0)^2}{2\sigma^2}} \quad (132)$$

À partir de ces ajustements paramétriques, nous avons pu déterminer la position temporelle du pic de la dérivée de l'impulsion. Pour chaque longueur de câble (ainsi que pour les différents parcours du miroir pour l'expérience de la vitesse de la lumière), nous avons ajusté les courbes à la dérivée de l'impulsion, en utilisant la fonction *fit* de MATLAB. Ensuite, nous avons utilisé la fonction *polyval* pour évaluer la position temporelle du pic de la dérivée de l'impulsion avec une résolution de $1/10000$ de la résolution de l'oscilloscope correspondant à une résolution de 4×10^{-4} ps. Nous négligeons environ 40% des données d'amplitude initiales afin d'ignorer le deuxième pic de la dérivée (voir la figure 8); l'ajustement était donc susceptible

d'être optimal. Le reste du signal ne présente pas d'intérêt. Nous trouvons le délai en comparant à la position initiale, c'est-à-dire l'expérience réalisée avec le câble le plus court. **Le tableau 2 démontre les temps d'arrivée et l'écart-type pour les différents ajustements que nous avons essayés**; dont le temps d'arrivée est calculé à partir de la position moyenne du pic sur 10 différentes prises de données de la même longueur de câble et l'écart-type est la variation de ses positions temporelles pour chaque prise de données. Nous avons ajouté plus de chiffres significatifs pour les ajustements de courbe pour qu'ils soient compatibles avec l'écart-type.

TABLE 2 – Résultats des temps d'arrivée et écart-type de différents ajustements de courbe pour l'expérience de la vitesse d'un signal dans un câble BNC. Plus de chiffres significatifs ont été ajoutés pour les ajustements de courbe pour qu'ils soient compatibles avec l'écart-type.

Type de fit	Longueur du câble ΔL (mm)	Temps d'arrivée (ns)	Écart-type (ns)
poly2	0	7.44310	0.00068
poly2	172	8.37596	0.00105
poly2	270	8.86583	0.00182
poly2	522	10.12025	0.00104
poly2	1032	12.68037	0.00099
poly2	3000	22.62379	0.00354
poly3	0	7.46342	0.00222
poly3	172	8.39546	0.00278
poly3	270	8.88637	0.00227
poly3	522	10.14113	0.00196
poly3	1032	12.70091	0.00150
poly3	3000	22.64460	0.00396
poly4	0	7.45750	0.00114
poly4	172	8.38888	0.00177
poly4	270	8.88005	0.00136
...			

Type de fit	Longueur du câble ΔL (mm)	Temps d'arrivée (ns)	Écart-type (ns)
poly4	522	10.13472	0.00099
poly4	1032	12.69463	0.00132
poly4	3000	22.63830	0.00336
poly5	0	7.46484	0.00131
poly5	172	8.39631	0.00106
poly5	270	8.88844	0.00185
poly5	522	10.14197	0.00119
poly5	1032	12.70253	0.00211
poly5	3000	22.64039	0.00294
poly6	0	7.46521	0.00202
poly6	172	8.39659	0.00153
poly6	270	8.88736	0.00307
poly6	522	10.14084	0.00182
poly6	1032	12.69214	0.00663
poly6	3000	22.29098	0.18052
poly7	0	7.33751	0.03120
poly7	172	8.21566	0.13047
poly7	270	8.52569	0.11581
poly7	522	9.72629	0.12391
poly7	1032	12.23442	0.00780
poly7	3000	22.16566	0.01151
poly8	0	6.99619	0.00997
poly8	172	7.92408	0.01360
poly8	270	8.41125	0.01215
poly8	522	9.66966	0.01255
poly8	1032	12.23447	0.00776
poly8	3000	22.16570	0.01148
poly9	0	6.99605	0.00983
poly9	172	7.92413	0.01359
...			

Type de fit	Longueur du câble ΔL (mm)	Temps d'arrivée (ns)	Écart-type (ns)
poly9	270	8.41132	0.01220
poly9	522	9.66971	0.01257
poly9	1032	12.23498	0.00810
poly9	3000	22.16569	0.01146
fourier1	0	7.44586	0.00075
fourier1	172	8.37913	0.00125
fourier1	270	8.86896	0.00128
fourier1	522	10.12332	0.00084
fourier1	1032	12.68338	0.00115
fourier1	3000	22.62676	0.00359
fourier2	0	7.46383	0.00189
fourier2	172	8.39629	0.00139
fourier2	270	8.88716	0.00276
fourier2	522	10.14204	0.00308
fourier2	1032	12.70221	0.00217
fourier2	3000	22.64465	0.00462
fourier3	0	7.41817	0.06115
fourier3	172	8.37827	0.00987
fourier3	270	8.87882	0.01193
fourier3	522	10.12619	0.01515
fourier3	1032	12.68675	0.01349
fourier3	3000	22.61673	0.00260
fourier4	0	7.42123	0.00635
fourier4	172	8.34673	0.00717
fourier4	270	8.84979	0.00872
fourier4	522	10.10293	0.00667
fourier4	1032	12.66846	0.00449
fourier4	3000	22.60242	0.00497
fourier5	0	7.42623	0.00692
...			

Type de fit	Longueur du câble ΔL (mm)	Temps d'arrivée (ns)	Écart-type (ns)
fourier5	172	8.36756	0.05475
fourier5	270	8.85968	0.01496
fourier5	522	10.10500	0.00430
fourier5	1032	12.67241	0.00725
fourier5	3000	22.52103	0.19931
fourier6	0	7.43023	0.01046
fourier6	172	8.41189	0.06274
fourier6	270	8.85976	0.01835
fourier6	522	10.19384	0.19938
fourier6	1032	12.76117	0.19404
fourier6	3000	22.52226	0.19765
gauss1	0	7.44584	0.00059
gauss1	172	8.37897	0.00111
gauss1	270	8.86887	0.00131
gauss1	522	10.12319	0.00082
gauss1	1032	12.68330	0.00116
gauss1	3000	22.62690	0.00346

La vitesse est déterminée en effectuant un ajustement linéaire des valeurs moyennes du temps d'arrivée, pour chaque longueur de câble. Nous comparons ensuite ces données à la valeur théorique, qui est d'environ $0,66c$ [45]. Le tableau 3 présente les résultats de la vitesse mesurée dans les câbles BNC pour chaque type d'ajustement de courbe. Il inclut les différents ajustements, vitesse mesurée et l'erreur en pourcentage. Nous avons utilisé la vitesse théorique de 197863022 m/s comme référence, qui est la vitesse d'un signal électrique dans un câble BNC [45, 46].

TABLE 3 – Mesure de la vitesse d'un signal électrique dans les câbles BNC pour différents ajustements de courbe (vitesse théorique 197863022 m/s [45])

Type de fit	Vitesse mesurée (m/s)	Erreur (%)
poly2	197394356	0.2369
poly3	197387263	0.2405
poly4	197394687	0.2367
poly5	197450416	0.2085
poly6	201496092	1.8362
poly7	203679907	2.9399
poly8	197533854	0.1664
poly9	197529188	0.1687
fourier1	197389806	0.2392
fourier2	197386245	0.2410
fourier3	196958823	0.4570
fourier4	197340398	0.2641
fourier5	198306506	0.2241
fourier6	197820685	0.0214
gauss1	197388576	0.2398

Le tableau 3 démontre que les ajustements polynomiaux de degré 2 à 5, les séries de Fourier de degré 1 et 4, ainsi que l'ajustement gaussien donnent des résultats très proches de la vitesse théorique, avec des erreurs en pourcentage inférieures à 0,2%. Les ajustements polynomiaux de degré 5 et supérieur, ainsi que les séries de Fourier de degré 5 et supérieur, donnent des résultats moins précis, avec des erreurs en pourcentage supérieures à 0,7%. Notons qu'on peut voir selon la figure 8 que la

dérivée de l'impulsion est bien ajustée par un polynôme du quatrième ordre et selon les deux tableaux, le meilleur ajustement possible est ce type de polynôme. Une série de Fourier du premier ordre et du deuxième ordre, ainsi qu'un ajustement gaussien sont également très bons cependant, nous avons choisi de continuer avec le polynôme du quatrième ordre, car il est légèrement plus précis que les autres ajustements avec un écart-type très faible et possède une forme plus simple. Cet ajustement de la courbe s'écrit comme suit :

$$y(t) = a_0 + b_0 t^2 + c_0 t^3 + d_0 t^4 \quad (133)$$

où a_0 , b_0 , c_0 et d_0 sont les paramètres d'ajustement du polynôme, y représente la dérivée de nos données et t représente le temps. La figure 9 montre les délais mesurés pour chaque longueur de câble BNC ainsi que leur ajustement de courbe.

On peut voir que les délais mesurés sont linéaires en fonction de la distance, ce qui est conforme à nos attentes. L'ajustement linéaire des données nous donne une pente de $0,00506615 \text{ ns/mm}$ qui correspond à $\frac{3}{2c}$ (à raffiner en fonction de la formule) et un coefficient de corrélation R^2 de 0,9999, ce qui indique que les données sont bien ajustées par une droite. Notre résultat pour la vitesse d'un signal électrique dans un câble BNC est $197388575 \pm 0,0008 \text{ m/s}$, ce qui représente une erreur en pourcentage de 0,2367% par rapport à la vitesse du signal dans un câble BNC qui est environ 0,66 par rapport à c (voir le tableau 3) ce qui est réaliste et cohérent avec l'erreur observée lors de l'expérience précédente. En effet, nous avons démontré notre capacité à mesurer des délais très précis. C'est un élément essentiel pour pouvoir commencer à mesurer de petits délais entre des impulsions de lumière, qui est l'objectif de la prochaine expérience.

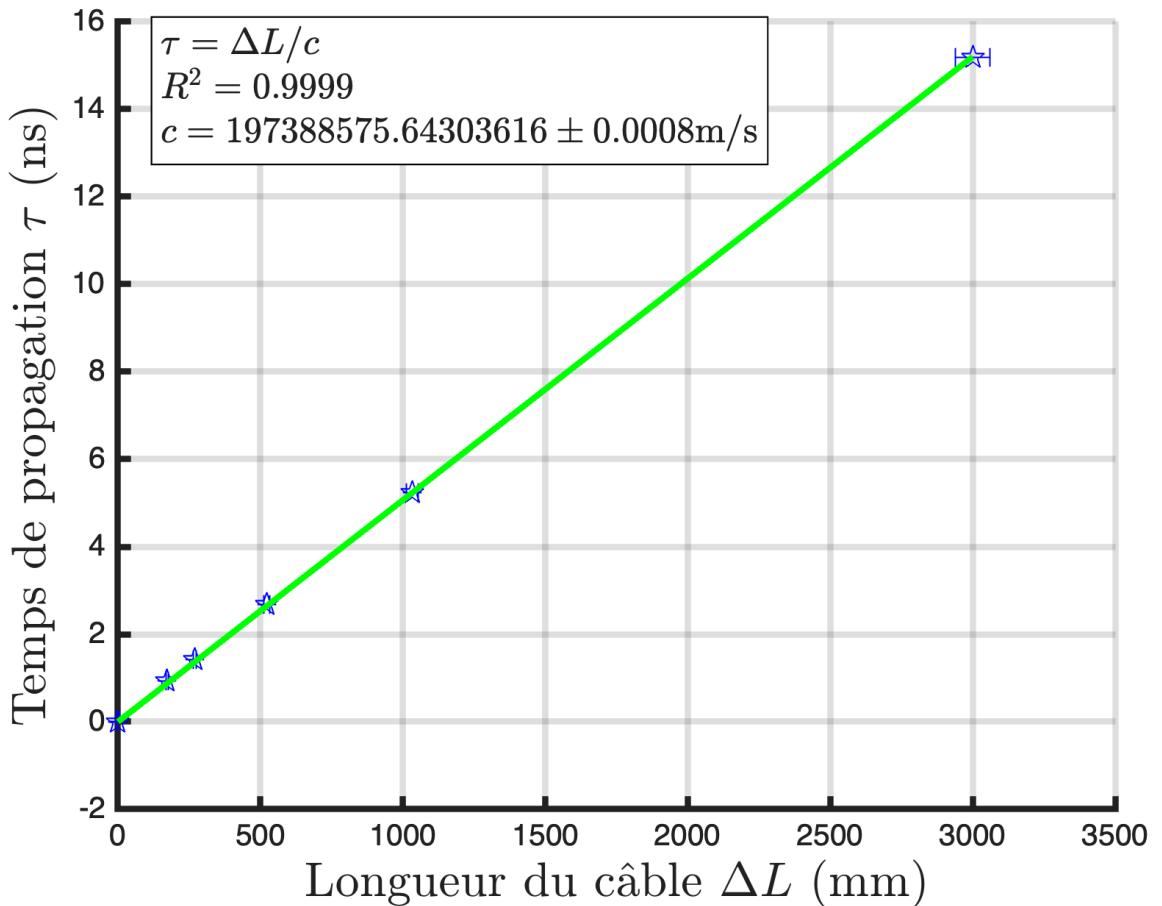


FIGURE 9 – Détermination de la vitesse d'un signal électrique dans un câble BNC RG-58 où τ est le temps de propagation et ΔL est la variation des longueurs de câble. Les points représentent les délais mesurés pour chaque longueur de câble BNC, tandis que la ligne représente l'ajustement linéaire des données. Les barres d'erreur horizontales représentent l'incertitude de nos câbles BNC, environ $\pm 2\%$ par le manufacturier. Les barres d'erreurs verticales correspondent à l'erreur de l'ajustement *poly4* basé sur la variation de la position du pic de la dérivée de l'impulsion pour chaque longueur de câble, soit $\pm 2 \text{ ps}$. Ils sont trop petits pour être visibles sur la figure.

3.1.3 Analyse et résultats de l'expérience de mesure de la vitesse de la lumière

Nous savons mesurer des délais sur des impulsions électriques, nous souhaitons démontrer que nous sommes capables de mesurer des délais sur des impulsions lumineuses. Pour ce faire, nous allons vérifier notre capacité à mesurer la vitesse de la lumière. Le dispositif expérimental (voir figure 5) peut être utilisé pour mesurer la vitesse de la lumière en utilisant un miroir ajustable pour créer un délai temporel. Cela se fait en déplaçant le miroir ajustable, ce qui modifie la distance parcourue par le signal. En mesurant le temps que met le signal à parcourir cette distance, nous pouvons calculer la vitesse de la lumière dans notre système. Nous allons maintenant présenter les résultats de cette expérience.

Nous analysons les données de l'expérience en utilisant la méthode que nous avons acquise précédemment, en effectuant un ajustement de la courbe de la dérivée de l'impulsion mesurée. Cette approche permet de déterminer le temps d'arrivée des impulsions. Le tableau 4 présente les résultats de l'expérience, qui présente les temps d'arrivée mesurés pour différentes distances parcourues par les impulsions, ainsi que les écarts-types.

TABLE 4 – Résultats des temps d'arrivée mesurés selon différentes distances de parcours des impulsions et types d'ajustement avec leurs écarts-types pour l'expérience de la vitesse de la lumière

Type de fit	Parcours Δx (cm)	Temps d'arrivée (ns)	Écart-type (ns)
poly2	0	4.71330	0.00540
poly2	5.08	4.89050	0.00260
poly2	10.16	5.06520	0.00270
...			

Type de fit	Parcours	Temps d'arrivée (ns)	
		Δx (cm)	Écart-type (ns)
poly2	20.32	5.39390	0.00350
poly2	40.64	6.07950	0.00302
poly2	60.96	6.76310	0.00531
poly2	81.28	7.44000	0.00568
poly2	101.60	8.11440	0.00226
poly2	121.92	8.79660	0.00352
poly3	0	4.72475	0.01273
poly3	5.08	4.90564	0.00548
poly3	10.16	5.07506	0.00277
poly3	20.32	5.41906	0.00608
poly3	40.64	6.08960	0.00444
poly3	60.96	6.76516	0.01389
poly3	81.28	7.45457	0.01290
poly3	101.60	8.12238	0.01007
poly3	121.92	8.80146	0.01551
poly4	0	4.72134	0.00366
poly4	5.08	4.89551	0.00187
poly4	10.16	5.07134	0.00393
poly4	20.32	5.31017	0.21437
poly4	40.64	6.08475	0.00196
poly4	60.96	6.76839	0.00235
poly4	81.28	7.44816	0.00308
poly4	101.60	8.11833	0.00449

...

Type de fit	Parcours	Temps d'arrivée (ns)	
		Δx (cm)	Écart-type (ns)
poly4	121.92	8.80287	0.00408
<hr/>			
poly5	0	4.72634	0.00810
poly5	5.08	4.80277	0.20913
poly5	10.16	4.99172	0.18918
poly5	20.32	5.11453	0.26545
poly5	40.64	6.08785	0.00248
poly5	60.96	6.96124	0.26574
poly5	81.28	7.35435	0.21549
poly5	101.60	8.12024	0.00382
poly5	121.92	8.80513	0.00999
<hr/>			
poly6	0	4.72661	0.00817
poly6	5.08	4.97781	0.18094
poly6	10.16	5.07586	0.00696
poly6	20.32	5.40079	0.00798
poly6	40.64	6.08851	0.00310
poly6	60.96	6.86658	0.21361
poly6	81.28	7.35519	0.21417
poly6	101.60	8.12101	0.00479
poly6	121.92	8.80259	0.00943
<hr/>			
poly7	0	4.71966	0.01125
poly7	5.08	4.81158	0.19912
poly7	10.16	5.07004	0.00832
<hr/>			
...			

Type de fit	Parcours	Temps d'arrivée (ns)	
		Δx (cm)	Écart-type (ns)
poly7	20.32	5.40111	0.00790
poly7	40.64	6.08673	0.00729
poly7	60.96	6.67275	0.21349
poly7	81.28	7.44627	0.00925
poly7	101.60	8.11835	0.00488
poly7	121.92	8.81123	0.30484
poly8	0	4.72029	0.01048
poly8	5.08	4.81604	0.19913
poly8	10.16	5.07020	0.00792
poly8	20.32	5.40480	0.00838
poly8	40.64	6.08686	0.00920
poly8	60.96	6.67051	0.19889
poly8	81.28	7.43096	0.33318
poly8	101.60	7.92769	0.20935
poly8	121.92	8.42229	0.13732
poly9	0	4.72486	0.33006
poly9	5.08	4.70720	0.22780
poly9	10.16	4.88903	0.22563
poly9	20.32	5.20094	0.25460
poly9	40.64	5.80773	0.23018
poly9	60.96	6.38899	0.10911
poly9	81.28	7.09352	0.15865
poly9	101.60	7.69569	0.08447

...

Type de fit	Parcours	Temps d'arrivée (ns)	
		Δx (cm)	Écart-type (ns)
poly9	121.92	8.38099	0.05428
<hr/>			
fourier1	0	4.71572	0.00457
fourier1	5.08	4.89408	0.00229
fourier1	10.16	5.06706	0.00226
fourier1	20.32	5.39963	0.00321
fourier1	40.64	6.08169	0.00254
fourier1	60.96	6.76347	0.00355
fourier1	81.28	7.44291	0.00361
fourier1	101.60	8.11617	0.00191
fourier1	121.92	8.79741	0.00198
<hr/>			
fourier2	0	4.72877	0.01125
fourier2	5.08	4.89736	0.00518
fourier2	10.16	4.99303	0.19275
fourier2	20.32	5.40637	0.00155
fourier2	40.64	6.08968	0.00487
fourier2	60.96	6.77192	0.00455
fourier2	81.28	7.45179	0.00598
fourier2	101.60	7.93620	0.25209
fourier2	121.92	8.89100	0.19440
<hr/>			
fourier3	0	4.63993	0.18354
fourier3	5.08	4.89476	0.00496
fourier3	10.16	5.07082	0.01047
<hr/>			
...			

Type de fit	Parcours	Temps d'arrivée (ns)	
		Δx (cm)	Écart-type (ns)
fourier3	20.32	5.30076	0.21511
fourier3	40.64	6.08743	0.00893
fourier3	60.96	6.76993	0.00735
fourier3	81.28	7.44726	0.01016
fourier3	101.60	8.12069	0.01187
fourier3	121.92	8.71801	0.19372
fourier4	0	4.72830	0.01700
fourier4	5.08	4.82117	0.19003
fourier4	10.16	5.16231	0.16442
fourier4	20.32	5.32363	0.21445
fourier4	40.64	6.18942	0.19740
fourier4	60.96	6.85717	0.18283
fourier4	81.28	7.47014	0.00785
fourier4	101.60	8.01239	0.20774
fourier4	121.92	8.80669	0.04605
fourier5	0	4.71827	0.03783
fourier5	5.08	4.81994	0.18129
fourier5	10.16	4.99705	0.21753
fourier5	20.32	5.30335	0.20536
fourier5	40.64	6.09325	0.01973
fourier5	60.96	6.60507	0.26801
fourier5	81.28	7.44084	0.06341
fourier5	101.60	7.96551	0.26103

...

Type de fit	Parcours	Temps d'arrivée (ns)		Écart-type (ns)
		Δx (cm)		
fourier5	121.92	8.70882		0.22482
fourier6	0	4.67487		0.21258
fourier6	5.08	4.87912		0.30044
fourier6	10.16	5.01425		0.15367
fourier6	20.32	5.40065		0.04759
fourier6	40.64	6.02640		0.20386
fourier6	60.96	6.82890		0.21281
fourier6	81.28	7.56540		0.18348
fourier6	101.60	8.01208		0.20554
fourier6	121.92	8.67386		0.20449
gauss1	0	4.71424		0.00450
gauss1	5.08	4.89228		0.00232
gauss1	10.16	5.06612		0.00245
gauss1	20.32	5.39707		0.00293
gauss1	40.64	6.08066		0.00273
gauss1	60.96	6.76292		0.00380
gauss1	81.28	7.44163		0.00415
gauss1	101.60	8.11554		0.00192
gauss1	121.92	8.79674		0.00190

Nous remarquons que les ajustements de courbe sont de bonne qualité, avec des résultats (ajustement sur les données) similaires à celle de l'expérience précédente. Les écarts-types sont également faibles, ce qui suggère que les mesures

sont précises et répétables. La figure 10 présente les ajustements de courbe *poly4* pour les données d’impulsion mesurées dans l’expérience de la vitesse de la lumière.

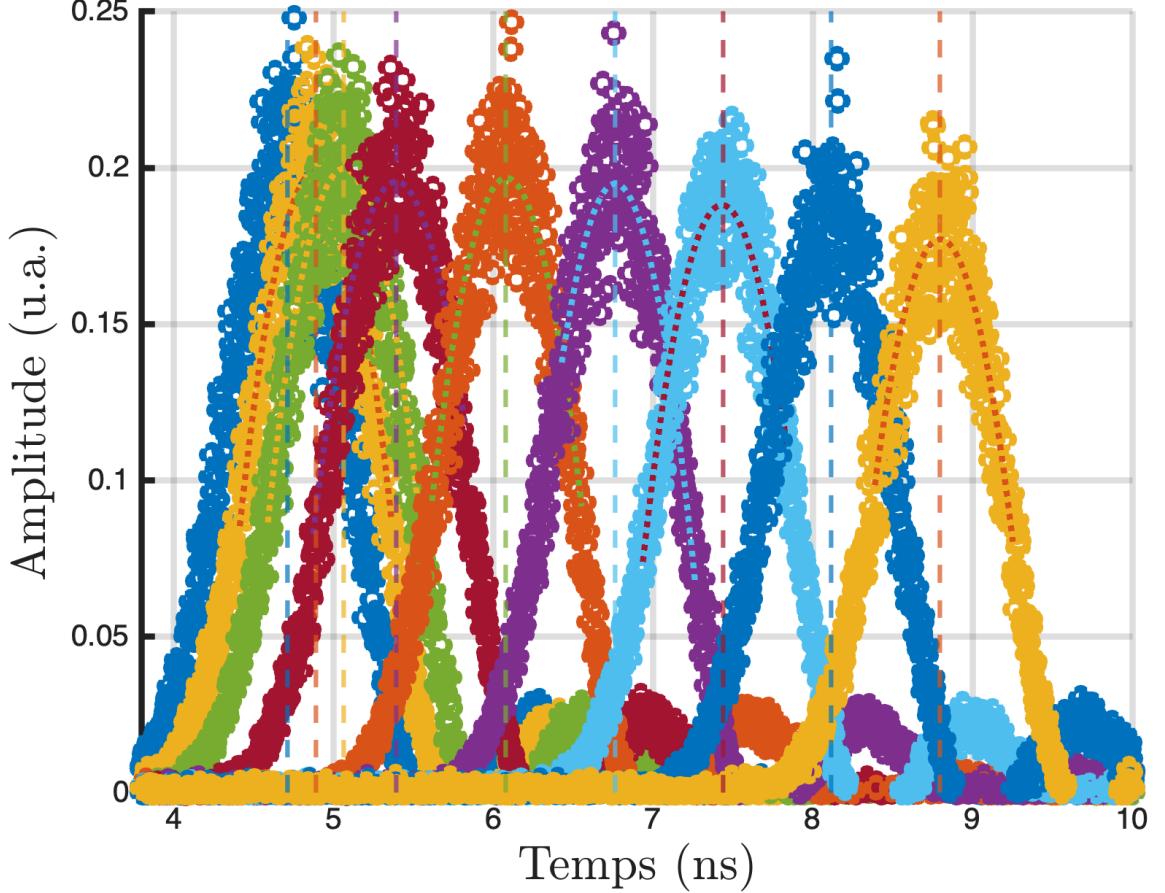


FIGURE 10 – Profil temporel de la dérivée des données d’impulsion pour chacune des distances mesurées et ajustement de la courbe pour l’expérience de la vitesse de la lumière avec un miroir ajustable.

Le tableau 5 présente les résultats de la mesure de la vitesse de la lumière pour différents ajustements de courbe. Les valeurs mesurées sont comparées à la vitesse théorique de la lumière dans l’air (l’indice de refraction dans l’air : $n_{air} \approx 1.00129382$ [47]), qui est de $\sim 0.9998 c$ [48, 34].

TABLE 5 – Mesure de la vitesse de la lumière pour différents ajustements de courbe (vitesse théorique 299406042 m/s [34, 47])

Type de fit	Vitesse mesurée (m/s)	Erreur (%)
poly2	298332866	0.46696
poly3	298627177	0.36877
poly4	298995966	0.24573
poly5	299645898	0.02889
poly6	299281573	0.15044
poly7	299644656	0.02931
poly8	316855417	5.71273
poly9	343748684	14.68516
fourier1	298400345	0.44445
fourier2	301184431	0.48441
fourier3	293000217	2.24610
fourier4	299256846	0.15869
fourier5	308064592	2.77984
fourier6	297571744	0.72089
gauss1	298340041	0.46457

Les temps d'arrivée mesurés sont comparés à celui obtenu lorsque le miroir est fixe, permettant ainsi de déterminer les délais associés à chaque position. Ces délais sont ensuite utilisés pour calculer la vitesse de la lumière à l'aide d'une régression linéaire.

La figure 11 présente les résultats de notre expérience.

L'ajustement linéaire des données nous donne une pente de 0,03344527 ns/cm qui

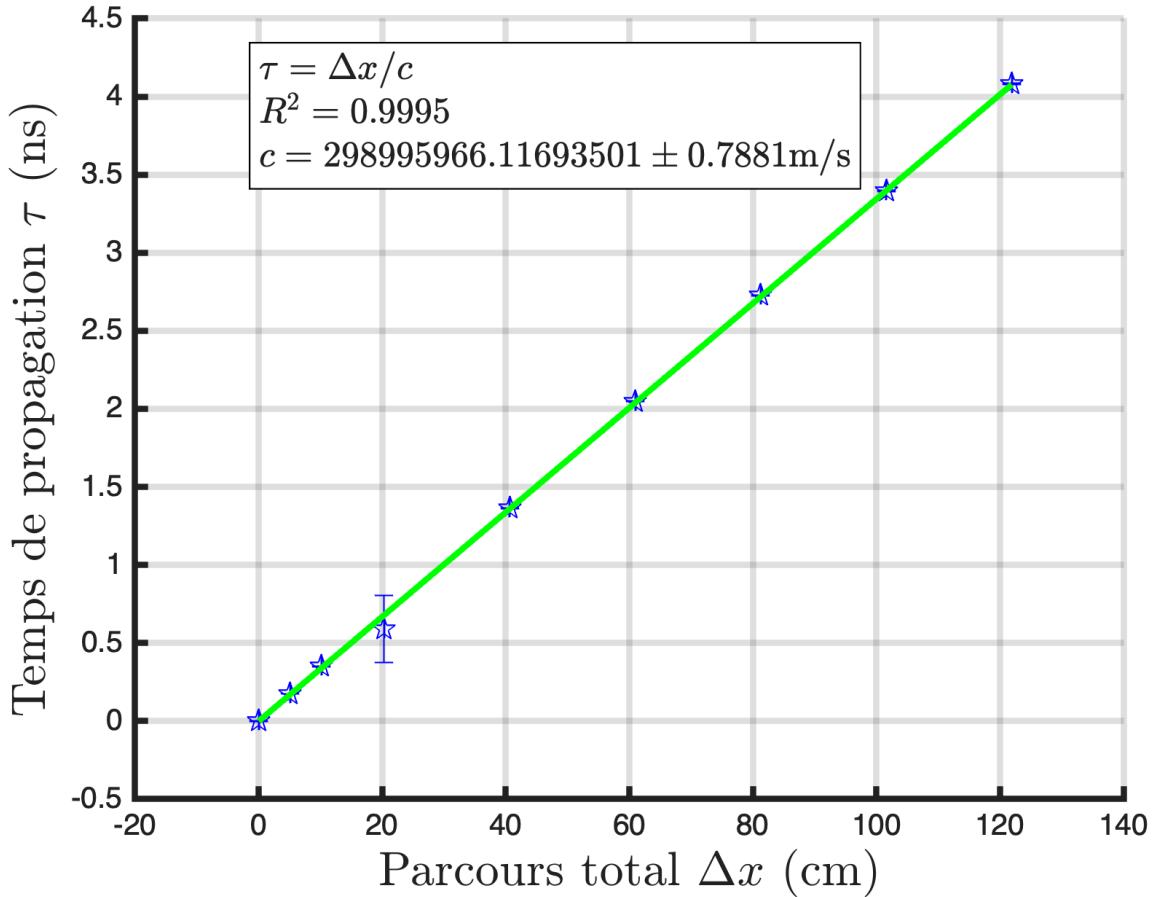


FIGURE 11 – Détermination de la vitesse de la lumière à partir des délais mesurés τ pour différentes parcours Δx des impulsions avec un miroir ajustable. Les valeurs de l'ajustement linéaire sont en ns/cm pour la pente et en ns pour l'ordonnée à l'origine. La ligne représente l'ajustement linéaire des données. Les barres d'erreur horizontales représentent l'incertitude de nos mesures de la distance, soit $\pm 2 \mu\text{m}$. Les barres d'erreurs verticales correspondent à l'erreur de l'ajustement *poly4* basé sur l'expérience de la vitesse du signal électrique dans les câbles BNC (voir figure 9). Ils sont trop petits pour être visibles sur la figure.

correspond à $\frac{1}{c}$ (à raffiner en fonction de la formule) et un coefficient de corrélation R^2 de 0,9994, ce qui indique que les données sont bien ajustées par une droite. En utilisant les résultats de cette expérience, nous avons pu mesuré la vitesse de la lumière, avec une valeur de $298995966 \pm 0,7881 \text{ m/s}$, ce qui correspond à un écart-type de $\sim 0.246\%$ par rapport à la valeur théorique de la vitesse de la lumière dans l'aire. Également la vitesse d'un signal électrique dans un câble BNC, avec une valeur de $198117476 \pm 0,0008 \text{ m/s}$, correspondant à un erreur pourcentage de $\sim 0,237\%$, nous permet de confirmer que nous sommes capables de mesurer des délais très courts dans l'ordre des picosecondes.

En conclusion, nous avons démontré que nous sommes capables de mesurer des délais temporels très courts sur des impulsions lumineuses, en utilisant notre dispositif expérimental et les méthodologies que nous avons développées dans les sections précédentes. Les sections suivantes seront consacrées à la caractérisation des états de polarisations en utilisant des délais temporels du pointeur.

3.2 Caractérisation de la partie réelle de la valeur faible

Pour caractériser la partie réelle de la valeur faible, nous introduisons une interaction faible entre les états de base de la polarisation $|H\rangle$ et $|V\rangle$ via un délai temporel. Ce délai doit être inférieur à la largeur à mi-hauteur de l'impulsion du laser $\sigma \ll \tau$ [14, 15]. On suppose que l'exponentielle dans l'équation 104 est négligeable, ce qui signifie que l'interaction est faible. En effet, si l'interaction est faible, la valeur de l'exponentielle est proche de 1, ce qui signifie que l'interaction n'a pas d'effet significatif sur l'état quantique. En revanche, si l'interaction est forte, la valeur de l'exponentielle peut être significativement différente de 1, ce qui signifie que l'interaction a un effet significatif sur l'état quantique. Dans le régime des mesures faibles, l'état de polarisation est perturbé de manière minimale, ce qui permet d'avoir un

chevauchement évident entre les états $|H\rangle$ et $|V\rangle$, ce qui permet d'extraire significativement l'état de polarisation de l'état d'entrée (voir la figure 4). Pour l'interaction faible, nous introduisons un délai temporel suffisamment court entre les deux états de polarisation $|H\rangle$ et $|V\rangle$ avec un interféromètre de polarisation. Nous supposons que, pour être dans le régime des mesures faibles, au moins 90% du chevauchement entre les états de base est suffisant. Pour ce faire, l'un de ses bras est légèrement plus long que l'autre. Ensuite, pour mesurer l'état directement, nous devons déterminer le délai moyen que l'état a subit en traversant l'interféromètre de polarisation. Pour ce faire, nous effectuons une postsélection qui est une mesure projective permettant de faire interférer les composantes $|H\rangle$ et $|V\rangle$ de la polarisation. Si l'état n'a subit aucun délai, cela correspond à $|V\rangle$. Si l'état est maximalement retardé, cela correspond à $|H\rangle$. Et, pour les autres états, nous comparons le délai à un étalon afin de pouvoir associer délai à son état de polarisation correspondant. La section suivante décrit le dispositif expérimental que nous avons utilisé pour caractériser la partie réelle de la valeur faible.

3.2.1 Montage et étapes de préparation

Notre dispositif expérimental, représenté à la figure 12, est composé du laser pulsé et possède une configuration similaire à celle de notre montage précédent (figure 5). Après le premier séparateur de faisceau polarisant, l'état de polarisation d'entrée est préparé à l'aide de lame d'ondes et ensuite soumis à une mesure faible en introduisant un court délai de 167 ps avec une différence de parcours de 5 cm entre les deux composantes H et V . Finalement, la postsélection est effectuée pour une caractérisation complète et directe.

Une fois de plus, nous utilisons le signal de référence comme signal déclencheur de l'oscilloscope en le branchant sur l'entrée externe, car nous voulons bénéficier de la

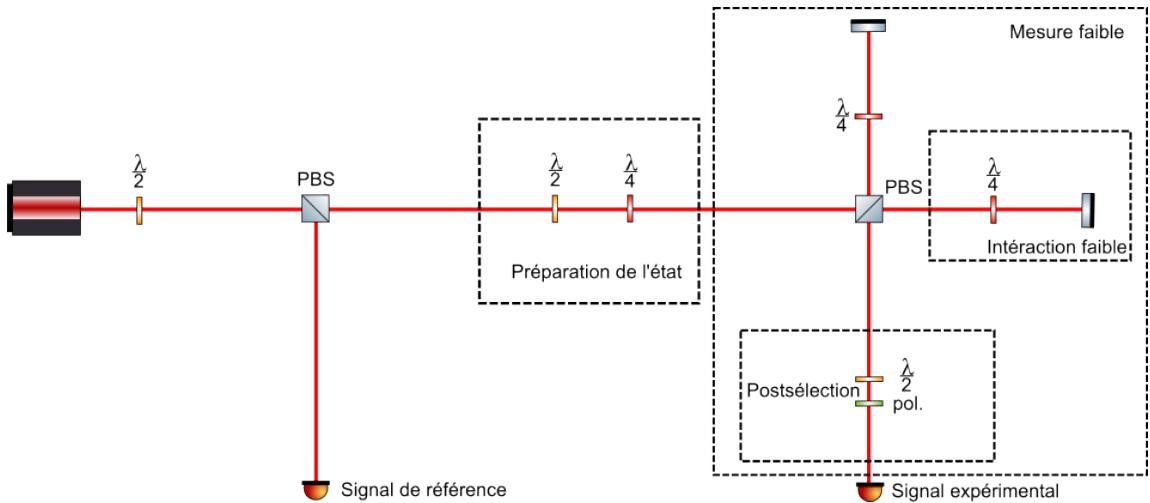


FIGURE 12 – Dispositif expérimental pour caractériser la partie réelle de la valeur faible. L’impulsion du laser est réglée en intensité par une lame demi-onde et un PBS qui divise les états de polarisation horizontaux et verticaux de base de l’impulsion d’entrée en deux voies orthogonales. Celui qui est réfléchi sera notre signal de référence (ou signal de déclenchement) pour déclencher l’oscilloscope et l’autre sera caractérisé à l’aide d’une mesure faible. Différents états sont préparés en combinant différentes lames. Lors de la mesure faible, le couplage faible temporel est réalisé en introduisant une différence de parcours entre la voie transmise et réfléchie du deuxième PBS. Le faisceau réfléchi représente l’état de base de polarisation verticale $|V\rangle$ de l’état d’entrée $|\psi\rangle$, tandis que le faisceau transmis correspond à l’état de base horizontal $|H\rangle$. Le miroir de la voie de l’état vertical est considéré sans délai et il se trouve à 10,5 cm du PBS. Le miroir de la voie de l’état horizontal est positionné à la même distance, mais avec le délai que nous ajusterons. Les deux voies subissent une rotation de leur polarisation réalisée avec des lames quart-d’onde et sont recombinées sur un PBS. L’état recombiné qui a subit la mesure faible subit une postsélection réalisée par une lame demi-onde inclinée à 45 degrés par rapport à un polariseur. Cela crée une projection sur l’état $|D\rangle$ qui permet d’extraire le chevauchement des états $|H\rangle$ et $|V\rangle$. Ensuite, le signal expérimental est détecté avec un photodétecteur et acquis par l’oscilloscope.

résolution temporelle maximale offerte qui possède une fréquence d'échantillonnage de 500 GS/s . Un séparateur de faisceau polarisant divise le faisceau laser en deux voies : celui réfléchi sert de signal de référence pour le déclenchement de l'oscilloscope, tandis que celui transmit sera préparé dans divers trajets de polarisation sur la sphère Poincaré et sera caractérisé à l'aide du dispositif expérimentale (figure 12). Les trajets de polarisation sont obtenus en modifiant les angles des lames d'onde lors de l'étape de préparation. Le premier trajet correspond à l'ensemble des états de polarisation linéaire et est réalisé uniquement avec une lame demi-onde définie par la matrice suivante :

$$T_{HWP}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(2\theta) & \sin(2\theta) \\ \sin(2\theta) & -\cos(2\theta) \end{pmatrix} \quad (134)$$

où l'indice HWP fait référence à une lame demi-onde («half wave plate» en anglais) et θ l'angle de rotation de la lame par rapport à l'axe rapide. Cette matrice est une matrice de Jones qui représente la transformation de polarisation induite par la lame demi-onde.

L'état initial est l'état horizontal $|H\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ correspondant dans notre cas à l'état de polarisation transmit par un séparateur de faisceau polarisant. Ensuite, l'état évolue de la façon suivante en fonction de l'angle θ de la lame d'onde :

$$T_{HWP}(\theta) |H\rangle = \begin{pmatrix} \cos(2\theta) & \sin(2\theta) \\ \sin(2\theta) & -\cos(2\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (135)$$

$$= \begin{pmatrix} \cos(2\theta) \\ \sin(2\theta) \end{pmatrix} \quad (136)$$

Donc, l'état d'entrée préparé est :

$$|\psi_i^1\rangle = \cos(2\theta)|H\rangle + \sin(2\theta)|V\rangle \quad (137)$$

Afin de donner une représentation visuelle de nos états de polarisation, nous utilisons la sphère de Poincaré. Les amplitudes de probabilité de la fonction d'onde de l'équation 137 correspondent à la représentation de Jones de la polarisation de l'équation 136. Et, il est possible de convertir la représentation de Jones en présentation sur la sphères de Poincaré à l'aide des paramètres de Stokes (figure 13) :

$$S = \begin{pmatrix} S_0 = |a|^2 + |b|^2 \\ S_1 = |a|^2 - |b|^2 \\ S_2 = 2\Re(\bar{a}b) \\ S_3 = 2\Im(\bar{a}b) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \cos^2(2\theta) - \sin^2(2\theta) = \cos(4\theta) \\ 2\cos(2\theta)\sin(2\theta) = \sin(4\theta) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (138)$$

Ce premier trajet, correspond à une rotation autour de S_3 , est réalisé en tournant uniquement la lame demi-onde, c'est-à-dire que nous traversons les états de polarisation $|H\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |H\rangle$. Dans l'expérience, on tourne l'angle de la lame d'onde de 2,5 degrés pour chaque acquisition. Chaque degré θ' que nous tournons en réalité équivaut à tourner de 5 degrés sur un plan circulaire $\theta' \equiv 2\theta$ ou de 10 degrés sur la sphère de Poincaré.

Le deuxième trajet correspond à une rotation autour de S_2 c'est à dire que nous traversons les états suivants : $|H\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |L\rangle \rightarrow |H\rangle$. Cela se fait avec une lame demi-onde tournant de la même manière que précédemment, et une lame quart d'onde réglée à 0 degré par rapport à $|H\rangle$. L'opération de cette lame d'onde se définit par la matrice suivante :

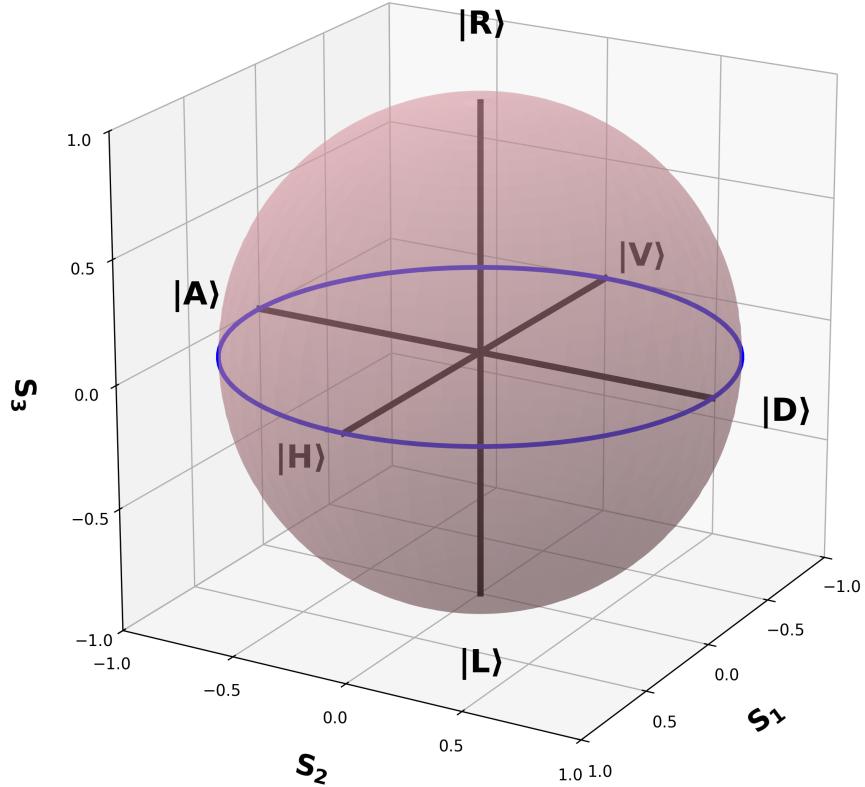


FIGURE 13 – Schéma du trajet $|H\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |H\rangle$ utilisant seulement une lame demi-onde dans la préparation de l'état initial. Ici, un état de polarisation horizontal vecteur $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ en représentation de Jones est représenté par le vecteur $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ en représentation de Stokes sur la sphère de Poincaré. Un état de polarisation diagonal $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et un état de polarisation circulaire gauche $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ sont également représentés.

$$T_{QWP}(\phi) = e^{\frac{-i\pi}{4}} \begin{pmatrix} \cos^2(\phi) + i\sin^2(\phi) & (1-i)\cos(\phi)\sin(\phi) \\ (1-i)\cos(\phi)\sin(\phi) & \sin^2(\phi) + i\cos^2(\phi) \end{pmatrix} \quad (139)$$

$$T_{QWP}(\phi = 0^\circ) = e^{\frac{-i\pi}{4}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \quad (140)$$

où l'indice *QWP* fait référence à une lame quart d'onde («quarter wave plate »en anglais). L'angle ϕ est l'angle de rotation de la lame quart d'onde par rapport à l'axe rapide. Avec cette lame d'onde et celle demi-onde, l'état évolue comme suit :

$$T_{QWP}(\phi = 0^\circ) T_{HWP}(\theta) |H\rangle = e^{\frac{-i\pi}{4}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(2\theta) & \sin(2\theta) \\ \sin(2\theta) & -\cos(2\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (141)$$

$$= e^{\frac{-i\pi}{4}} \begin{pmatrix} \cos(2\theta) \\ i\sin(2\theta) \end{pmatrix} \quad (142)$$

Donc, l'état d'entrée est :

$$|\psi_i^2\rangle = e^{\frac{-i\pi}{4}} \cos(2\theta) |H\rangle + e^{\frac{-i\pi}{4}} i\sin(2\theta) |V\rangle \quad (143)$$

Nous pouvons trouver les paramètres de Stokes pour démontrer sa trajectoire (figure 14) :

$$S = \begin{pmatrix} S_0 = |a|^2 + |b|^2 \\ S_1 = |a|^2 - |b|^2 \\ S_2 = 2\mathcal{R}(\bar{a}b) \\ S_3 = 2\mathcal{I}(\bar{a}b) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \cos^2(2\theta) - \sin^2(2\theta) = \cos(4\theta) \\ 0 \\ 2\cos(2\theta)\sin(2\theta) = \sin(4\theta) \end{pmatrix} \quad (144)$$

Le trajet final est une rotation autour de S_1 qui nous fait passer des états de pola-

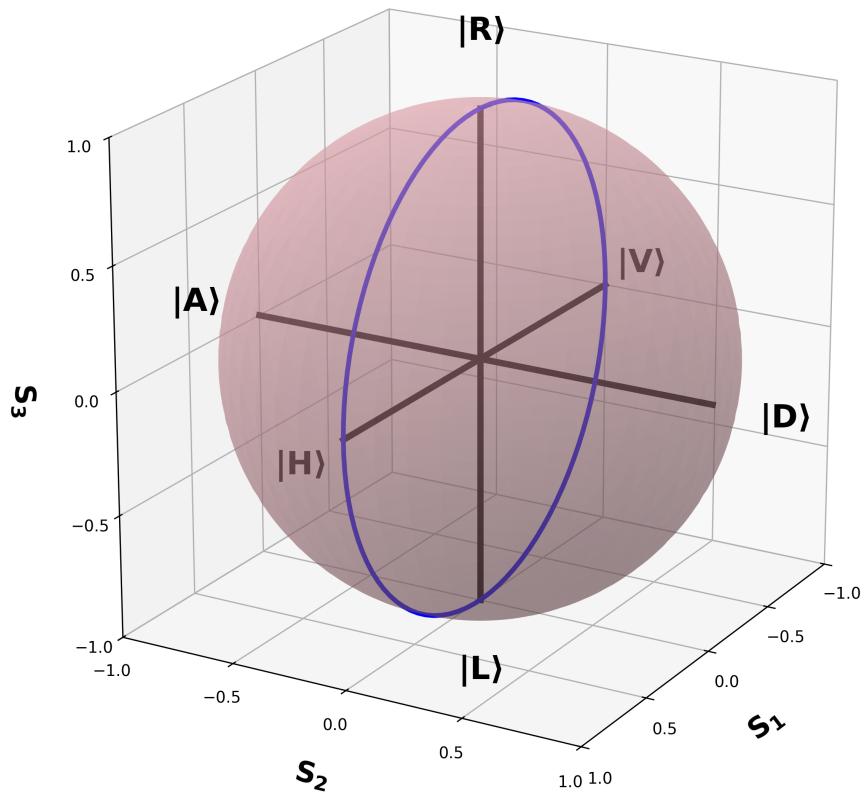


FIGURE 14 – Schéma du trajet $|H\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |L\rangle \rightarrow |H\rangle$ utilisant seulement une lame demi-onde et une lame quart d'onde à 0 degré dans la préparation de l'état initial.

risation diagonal $\{|D\rangle, |A\rangle\}$ aux polarisations circulaires $\{|R\rangle, |L\rangle\}$. La trajectoire résultante est $|R\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |L\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |R\rangle$. Cette dernière est obtenue en tournant une lame demi-onde avec une lame quart d'onde réglée à 45 degrés, la lame quart d'onde réalise l'opération suivante :

$$T_{QWP}(\phi = 45^\circ) = \frac{e^{-\frac{i\pi}{4}}}{2} \begin{pmatrix} 1-i & 1+i \\ 1+i & 1-i \end{pmatrix} \quad (145)$$

Avec cette opération, l'état évolue comme suit :

$$T_{QWP}(\phi = 45^\circ) T_{HWP}(\theta) |H\rangle = e^{-\frac{i\pi}{4}} \begin{pmatrix} \frac{1-i}{2} & \frac{1+i}{2} \\ \frac{1+i}{2} & \frac{1-i}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(2\theta) & \sin(2\theta) \\ \sin(2\theta) & -\cos(2\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (146)$$

$$= \frac{e^{-\frac{i\pi}{4}}}{2} \begin{pmatrix} \cos(2\theta) + \sin(2\theta) + i(\cos(2\theta) - \sin(2\theta)) \\ \cos(2\theta) + \sin(2\theta) - i(\cos(2\theta) - \sin(2\theta)) \end{pmatrix} \quad (147)$$

Donc, l'état d'entrée est :

$$|\psi_i^3\rangle = \frac{e^{-\frac{i\pi}{4}}}{2} \left(((1-i)\sin(2\theta) + (1+i)\cos(2\theta)) |H\rangle + ((1+i)\sin(2\theta) + (1-i)\cos(2\theta)) |V\rangle \right) \quad (148)$$

Nous pouvons trouver les paramètres de Stokes pour démontrer sa trajectoire (figure 15) :

$$S = \begin{pmatrix} S_0 = |a|^2 + |b|^2 \\ S_1 = |a|^2 - |b|^2 \\ S_2 = 2\mathcal{R}(\bar{a}b) \\ S_3 = 2\mathcal{I}(\bar{a}b) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \sin(4\theta) \\ -\cos(4\theta) \end{pmatrix} \quad (149)$$

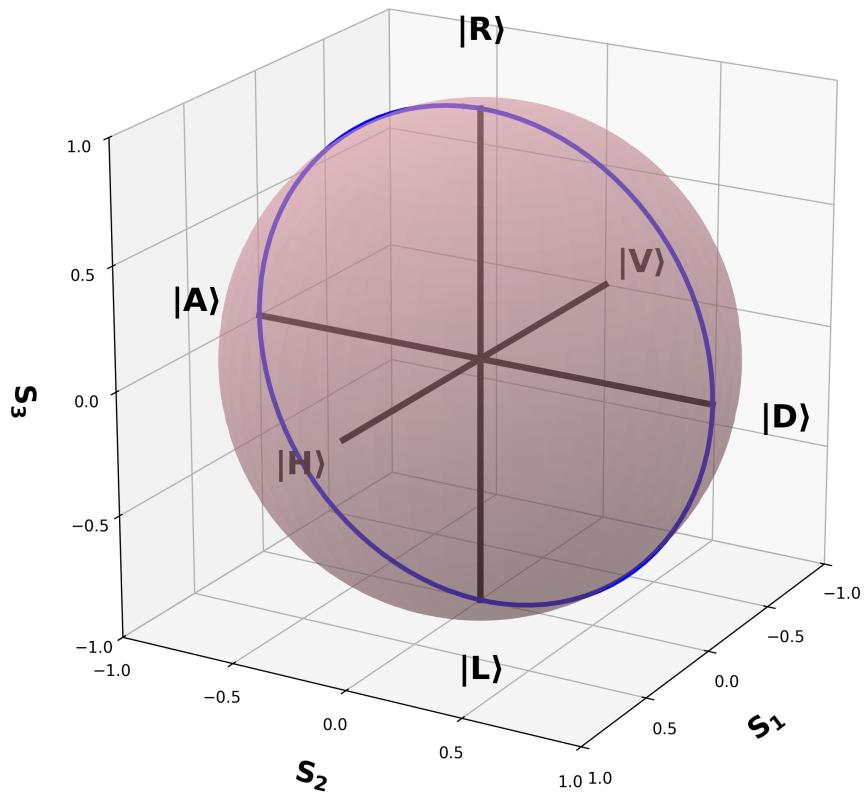


FIGURE 15 – Schéma du trajet $|R\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |L\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |R\rangle$ utilisant une lame demi-onde et une lame quart d'onde à 45 degrés dans la préparation de l'état initial

3.2.2 Mesure faible temporelle

Après avoir préparé l'état, nous interagissons faiblement avec le système en introduisant un court délai temporel entre deux états $|H\rangle$ et $|V\rangle$ de base. Pour ce faire, nous utilisons un deuxième séparateur de faisceau polarisant dans l'étape d'interaction faible. Nous faisons en sorte qu'un des bras soit légèrement plus long que l'autre de 167 ps (voir figure 12). Chaque bras de l'interféromètre est équipé d'une lame quart d'onde pour inverser l'état de polarisation afin que la lumière dans le bras réfléchi soit transmise et que celle dans le bras transmis soit réfléchie, de sorte qu'ils puissent recombiner sur le PBS. La partie transmise, que nous définissons comme étant la partie horizontale de l'état de polarisation $a|H\rangle$, subit une interaction faible en parcourant un trajet plus long. Cela introduit un délai τ sur le pointeur couplé avec cet état $a|H\rangle \otimes |\xi(t - \tau)\rangle$. La partie réfléchie, c'est-à-dire la partie verticale de l'état de polarisation $b|V\rangle$ reste inchangée et est couplée avec l'état du pointeur $b|V\rangle \otimes |\xi(t)\rangle$. Le système est donc dans l'état suivant après l'interaction faible :

$$\hat{U}^H |\psi_i\rangle = a|H\rangle \otimes |\xi(t - \tau)\rangle + b|V\rangle \otimes |\xi(t)\rangle \quad (150)$$

Pour avoir une interférence avec des poids égaux de $|H\rangle$ et $|V\rangle$, nous avons opté pour une postsélection sur l'état $|D\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle)$, qui est réalisée à l'aide d'une lame demi-onde à 45 degrés et d'un polariseur à 90 degrés dont le polariseur sert de référence pour une postsélection diagonale. L'état final après postsélection est :

$$|\psi_f\rangle \equiv \langle D| \hat{U}^H |\psi_i\rangle = \frac{a}{\sqrt{2}} |\xi(t - \tau)\rangle + \frac{b}{\sqrt{2}} |\xi(t)\rangle \quad (151)$$

Avant de poursuivre avec la caractérisation quantique de la partie réelle de la valeur faible, nous effectuons une calibration en envoyant l'état $|V\rangle$ et $|H\rangle$ qui correspondent

respectivement au temps de référence t_0 par rapport auxquels tous les délais seront calculés et le temps $t_0 + \tau$ correspondant au délai de référence et au délai introduit. On s'assure que le délai τ est égal à celui implémenté dans l'expérience de 167 ps. Nous pouvons alors mesurer la partie réelle de la valeur faible en utilisant l'état de polarisation préparé et l'état de polarisation post-sélectionné.

Nous caractérisons ensuite les trajets de polarisation pour mesurer la partie réelle de la valeur faible, c'est-à-dire mesurer les délais temporels associés aux impulsions des états de polarisation. Pour rappeler, la partie réelle de la valeur faible est donnée par l'équation 104, ce que nous allons donc calculer $\langle \hat{t} \rangle$ qui est lié à la partie réelle de la valeur faible pour chaque trajets de polarisation.

Nous commençons par l'état de polarisation linéaire $|\psi_i^1\rangle = \cos(2\theta) |H\rangle + \sin(2\theta) |V\rangle$ qui est préparé par la lame demi-onde à θ , nous obtenons :

$$\langle \hat{t} \rangle = \frac{\tau}{2} (\cos^2(2\theta) + 2\sin(2\theta)\cos(2\theta)) \quad (152)$$

Ensuite, pour l'état de polarisation circulaire $|\psi_i^2\rangle = \cos(2\theta) |H\rangle + i\sin(2\theta) |V\rangle$ préparé par la lame demi-onde à θ et une lame quart d'onde à 0 degré, nous avons :

$$\langle \hat{t} \rangle = \frac{\tau}{2} (\cos^2(2\theta)) \quad (153)$$

et pour l'état de polarisation de superposition (en référence qu'il y a toujours une superposition entre $|H\rangle$ et $|V\rangle$ pour ce trajet de polarisation) $|\psi_i^3\rangle = \frac{1}{2} \left(((1-i)\sin(2\theta) + (1+i)\cos(2\theta)) |H\rangle + ((1+i)\sin(2\theta) + (1-i)\cos(2\theta)) |V\rangle \right)$ préparé par la lame demi-onde à 2θ et une lame quart d'onde à 45 degrés, nous avons :

$$\langle \hat{t} \rangle = \frac{\tau}{2} \left(1 + \frac{\sin(4\theta)}{4} \right) \quad (154)$$

Pour automatiser l’expérience, nous utilisons la bibliothèque Kinesis pour contrôler les supports de rotation motorisés [49, 50] des lames d’onde et pilotons l’acquisition via l’API de l’oscilloscope (interface VISA) [51, 43]. Nous envoyons un signal via PYTHON à Kinesis pour faire tourner la lame demi-onde d’entrée (voir figure 12) de 90 degrés par 2.5 degrés à chaque itération. Ensuite, un signal est envoyé à l’oscilloscope pour acquérir les données de l’impulsion et les enregistrer automatiquement, 5 fichiers sont créés pour chaque état d’entrée. Ce processus est répété pour chaque état d’entrée, permettant une collecte de données efficace et reproductible.

3.3 Caractérisation de la partie imaginaire de la valeur faible

Dans cette section, nous aborderons l’expérience que nous proposons pour mesurer la partie imaginaire de la valeur faible ainsi que les résultats attendus. La partie imaginaire de la valeur faible contient l’information de phase de l’état quantique, c’est-à-dire l’ellipticité de l’état de polarisation. Des approches théoriques ont été développées à ce sujet, mais aucune n’a été appliquée en pratique [17, 52]. À partir de l’expérience de la partie réelle, notre interaction faible est réalisée en introduisant un décalage temporel faible entre les deux composantes de la polarisation du système. Ce décalage modifie la forme temporelle du paquet d’ondes (pointeur) de manière cohérente, sans perturber fortement l’état quantique. Ces effets se manifestent dans le domaine conjugué du temps sous la forme d’un déplacement de son spectre. Comme le temps et la fréquence sont des quantités conjuguées au sens de Fourier, le principe d’incertitude d’Heisenberg intervient naturellement lors de cette interaction faible.

3.3.1 Montage proposé

Pour observer ce spectre, on peut soit utiliser un spectromètre. Cependant, cette méthode peut offrir une bonne résolution, mais il reste coûteux. Donc, nous avons choisi d'intégrer notre dispositif de mesure faible temporelle (figure 12) dans un interféromètre de Mach-Zehnder (MZ) ce qui permet d'extraire le décalage dans le domaine fréquentiel afin de caractériser des états de polarisation à partir des variations de son spectre de puissance (figure 16).

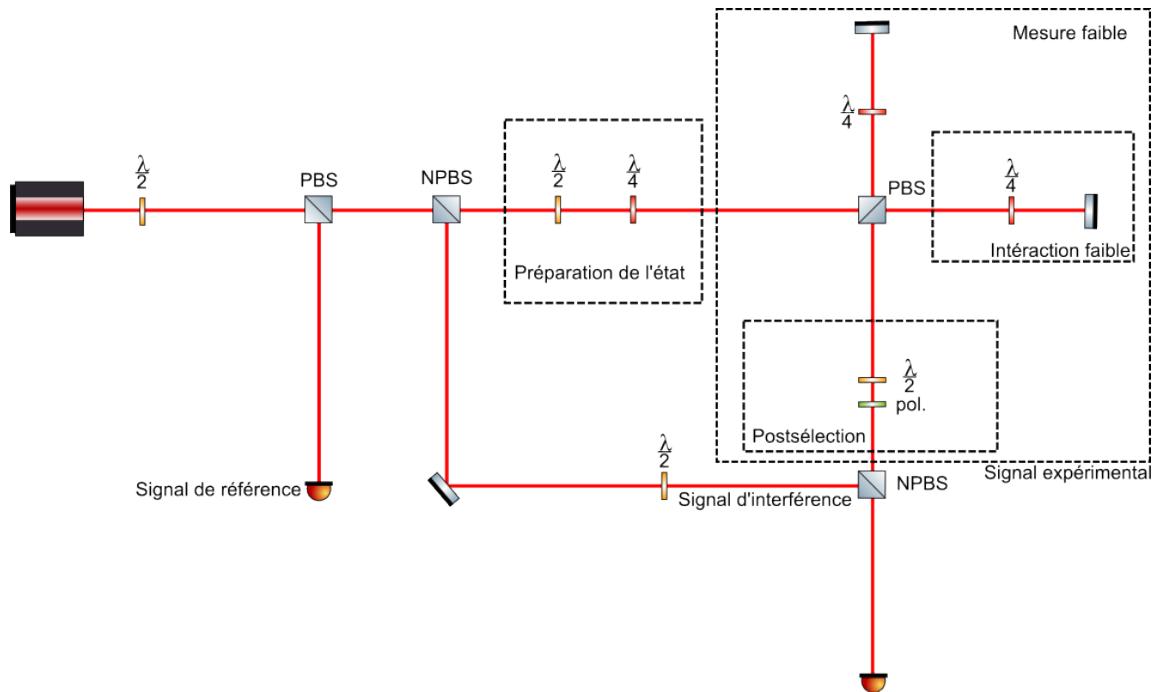


FIGURE 16 – Dispositif expérimental pour la caractérisation de la partie imaginaire de la valeur faible. Cette configuration utilise le dispositif de la partie réelle dans un interféromètre de Mach-Zehnder. Un séparateur de faisceau non polarisant (NPBS) est utilisé avant l'étape de préparation de l'état pour diviser le faisceau en deux voies. La voie réfléchie sert de signal d'interférence pour interférer avec la voie transmise, qui subit une mesure faible (signal expérimental). Une lame demi-onde a été placée sur le trajet de ce signal d'interférence afin de modifier son état de polarisation pour permettre des interférences avec le signal expérimental.

Cette technique repose sur l'interférence entre deux impulsions émises par un seul laser, l'une ayant subi une mesure faible (signal expérimental) et l'autre servant de référence (signal d'interférence). (figure 16). L'interférence entre ces deux signaux

modifie le spectre de fréquence du signal mesuré. L'information sur l'état de polarisation se retrouve dans les modifications de ce spectre. Cependant la résolution de l'interféromètre doit être suffisante pour distinguer les variations de fréquence causées par l'interaction faible. Puisque notre laser a une faible longueur de cohérence (entre 2 et 8 μm) et qu'il y a plusieurs modes fréquentiels [40], c'est difficile d'obtenir une résolution suffisante pour observer directement les franges d'interférence et distinguer les variations de fréquence causées par l'interaction faible. Le spectre de visibilité obtenu lors de l'alignement en modifiant la position du miroir de l'interféromètre de polarisation est présenté à la figure 17.

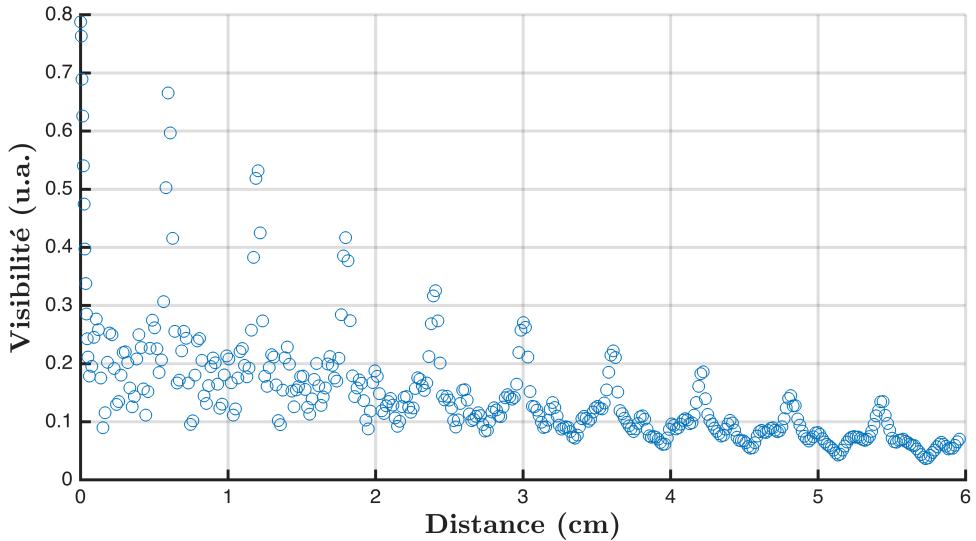


FIGURE 17 – Spectre de visibilité de notre laser. La visibilité obtenue est d'environ 0,7877. On constate que le pic de visibilité à 0 cm correspond à l'état de polarisation verticale $|V\rangle$, tandis que le pic à 1,2039 cm correspond à l'état de polarisation horizontale $|H\rangle$ avec une visibilité de 0,5318 . Le pic à 0,5943 cm est dû à l'état de superposition donc à l'interférence entre les deux états de polarisation, avec une visibilité de 0,6654.

Pour contourner ce problème, nous allons observer les variations de fréquence avec l'enveloppe de ce spectre, c'est-à-dire le spectre de puissance, qui est obtenu en effectuant une transformation de Fourier rapide (FFT) sur les données temporelles de l'interféromètre. À l'aide d'une lame demi-onde dans le bras du signal d'interférence,

nous pouvons interférer constructivement ou destructivement le signal expérimental et le signal d'interférence pour identifier quels pics sont causés par des interférences (voir la figure 16).

Pour optimiser l'expérience, les délais sont alignés avec les pics de visibilité pour maximiser la détection des variations de fréquence. La visibilité obtenue est d'environ 0,7877 lorsque les bras dans l'interféromètre de polarisation sont égaux. En effet, nous avons décidé d'aligner l'interaction faible avec le troisième pic du spectre de visibilité de l'interféromètre. Cela signifie que nous plaçons l'état de polarisation horizontale ($|H\rangle$) sur ce pic, un déplacement du miroir d'environ 1,2039 *cm* (aller-retour) qui se trouve avec une visibilité de 0,5318, de sorte que l'effet du décalage temporel introduit soit maximal à cet endroit. Les états de polarisation circulaires droite et gauche possèdent un délai temporel correspondant au deuxième pic du spectre où ces états interféreront avec une visibilité de 0,6654 avec le signal d'interférence, permettant d'analyser le spectre fréquentiel. Cette configuration nous permet ensuite d'observer un effet de décalage fréquentiel maximal pour les états de polarisation circulaires.

Les données sont acquises sur plusieurs impulsions pendant 400 *ns*. On moyenne ensuite à partir de 10 séries de mesures. Comme cette aspect de l'expérience est plus difficile, dans un premier temps, nous allons vérifier si nous pouvons mesurer l'écart maximal attendu entre des polarisations linéaires et circulaires qui est attendu par la relation dans l'équation 115. Les variations du spectre de puissance entre les états de polarisation linéaires et circulaires, où un état de polarisation circulaire devrait entraîner le décalage fréquentiel maximal par rapport à un état de polarisation linéaire. Nous allons discuter des résultats attendus dans la section suivante et les méthodes d'analyse que nous avons utilisées, tels que la transformation de Fourier rapide (FFT) pour extraire les variations de fréquence dans le spectre de puissance, dans le chapitre suivant.

3.3.2 Résultats attendus théoriques de la partie imaginaire de la valeur faible

Nous allons maintenant écrire les résultats attendus pour la partie imaginaire de la valeur faible, comme nous l'avons fait avec la partie réelle dans la section précédente, pour chaque trajet de polarisation. La relation de la partie imaginaire de la valeur faible est donnée par l'équation 115. Voici les trajets de polarisation correspondant aux états d'entrée que nous avons utilisés pour la partie imaginaire de la valeur faible.

Nous commençons par l'état de polarisation linéaire $|\psi_i^1\rangle = \cos(2\theta)|H\rangle + \sin(2\theta)|V\rangle$ qui est préparé par la lame demi-onde à θ et plaçons ses amplitudes de probabilité dans l'équation 115 avec une postsélection sur l'état de polarisation $|D\rangle$, nous obtenons :

$$\langle \hat{\omega} \rangle = 0 \quad (155)$$

ce qui signifie que l'état de polarisation linéaire ne devrait pas produire de décalage fréquentiel. Cela est attendu, car l'état de polarisation linéaire ne possède pas de différence de phase dans son transport, contrairement aux trajets suivants. Ensuite, pour un état de polarisation elliptique $|\psi_i^2\rangle = e^{-i\pi/4}\cos(2\theta)|H\rangle + ie^{-i\pi/4}\sin(2\theta)|V\rangle$ préparé par la lame demi-onde à θ et une lame quart d'onde à 0 degré, nous avons :

$$\langle \hat{\omega} \rangle = \frac{\tau}{8\sigma^2} \sin(4\theta) \quad (156)$$

ce type d'état de polarisation devrait produire un décalage fréquentiel proportionnel à l'état d'entrée et à la durée de l'interaction faible τ . Enfin, pour l'état de polarisation de superposition $|\psi_i^3\rangle = \frac{1}{2}(((1-i)\sin(2\theta) + (i+1)\cos(2\theta))|H\rangle + ((1+i)\sin(2\theta) +$

$(i - 1)\cos(2\theta))|V\rangle)$ préparé par la lame demi-onde à θ et une lame quart d'onde à 45 degrés, nous avons :

$$\langle \hat{\omega} \rangle = -\frac{\tau}{8\sigma^2} \sin(4\theta) \quad (157)$$

ce qui signifie que l'état de polarisation de superposition devrait également produire un décalage fréquentiel proportionnel à l'état d'entrée et à la durée de l'interaction faible τ .

Cela résume nos approches et attendus expérimentaux menées dans le cadre de ce projet de maîtrise. Le chapitre suivant présentera nos méthodes d'analyse, nos résultats et les implications de ce projet.

4 RÉSULTATS ET DISCUSSION

L'objectif de ce chapitre est de démontrer que nous avons effectivement mesuré la partie réelle de la valeur faible et confirmer l'existence de la partie imaginaire de la valeur faible, ainsi que la possibilité d'effectuer une caractérisation complète de l'état quantique à l'aide des délais temporels comme pointeur. Nous allons commencer par présenter les résultats expérimentaux obtenus pour la partie réelle de la valeur faible et les évaluer à l'aide de nos attentes théoriques. Pour la partie imaginaire de la valeur faible, nous allons discuter de la façon dont nous avons mesuré les décalages fréquentiels démonstrant que cette partie de la valeur faible peut être mesurée expérimentalement dans le futur. Dans cette thèse, nous confirmerons l'existence de la partie imaginaire de la valeur faible en mesurant les décalages fréquentiels induits par notre interaction faible dans les centaines de kilohertz. Nous allons également aborder les défis rencontrés lors de la mesure de la partie imaginaire de la valeur faible et comment nous avons surmonté certains de ces défis pour observer des décalages fréquentiels.

4.1 Analyse des résultats expérimentaux pour la partie réelle de la valeur faible

Dans cette section, nous allons présenter les résultats expérimentaux obtenus pour la partie réelle de la valeur faible. Nous avons procédé à la mesure des délais temporels entre les états de polarisation d'entrée en utilisant la même ajustement paramétrique que celle effectuée dans les expériences de la vitesse de la lumière/signal électrique au chapitre précédent. Cependant, pour obtenir des délais, il faut d'abord calibrer l'expérience. Pour ce faire, nous mesurons le temps d'arrivée du signal expérimental sans introduire un délai temporel sur le dispositif expérimental ainsi que le temps d'arrivée du signal avec le délai maximal introduit. Pendant cette phase de

calibration, notre dispositif expérimental consistant en une seule lame demi-onde à l'étape de préparation de l'état d'entrée (voir figure 12). Cette lame est ensuite tournée pour envoyer la polarisation $|V\rangle$, qui est notre état d'entrée possédant l'absence de délai $\tau = 0$, puis nous faisons tourner la lame demi-onde pour envoyer le délai maximal $\tau = 167 \text{ ps}$, soit l'état de polarisation $|H\rangle$. Ces deux mesures sont effectuées séparément, puis nous en calculons la moyenne à partir de dix acquisitions de données différentes. Cette calibration nous permet de déterminer les délais temporels pour chaque état de polarisation d'entrée. Après la calibration, nous pouvons exécuter chaque trajet de polarisation mentionné dans le chapitre précédent. Pour changer de trajet de polarisation, nous devons ajouter une lame quart d'onde à la préparation de l'état d'entrée, en fonction du trajet que nous caractérisons.

4.1.1 La partie réelle

Nous avons optimisé notre expérience pour qu'elle soit automatisée avec un code PYTHON qui contrôle les supports de rotation motorisés pour les lames d'onde à l'étape d'entrée, ainsi que l'oscilloscope qui contrôle les acquisitions de données [49, 43, 51]. Nous collectons des données à chaque 2,5 degrés. Pour chaque état d'entrée de polarisation, nous prenons cinq fichiers distincts que nous moyennons, puis nous comparons leur temps d'arrivée moyen avec le dossier de calibration pour obtenir le délai associé à cet état. Nous combinons les résultats pour la partie réelle de la valeur faible à nos valeurs théoriques calculées dans le chapitre précédent dans les équations : 152, 153 et 154. Pour simplifier la notation des équations, nous redéfinissons l'angle θ en posant $\theta \leftarrow 2\theta_{\text{phys}}$, où θ_{phys} est l'angle physique de la lame demi-onde, de sorte que H corresponde à $\theta = 0^\circ$ (ou 180°) et V à 90° . Voici les résultats de chaque délai pour les différents états d'entrée pour le trajet $|H\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |H\rangle$ (figure 18).

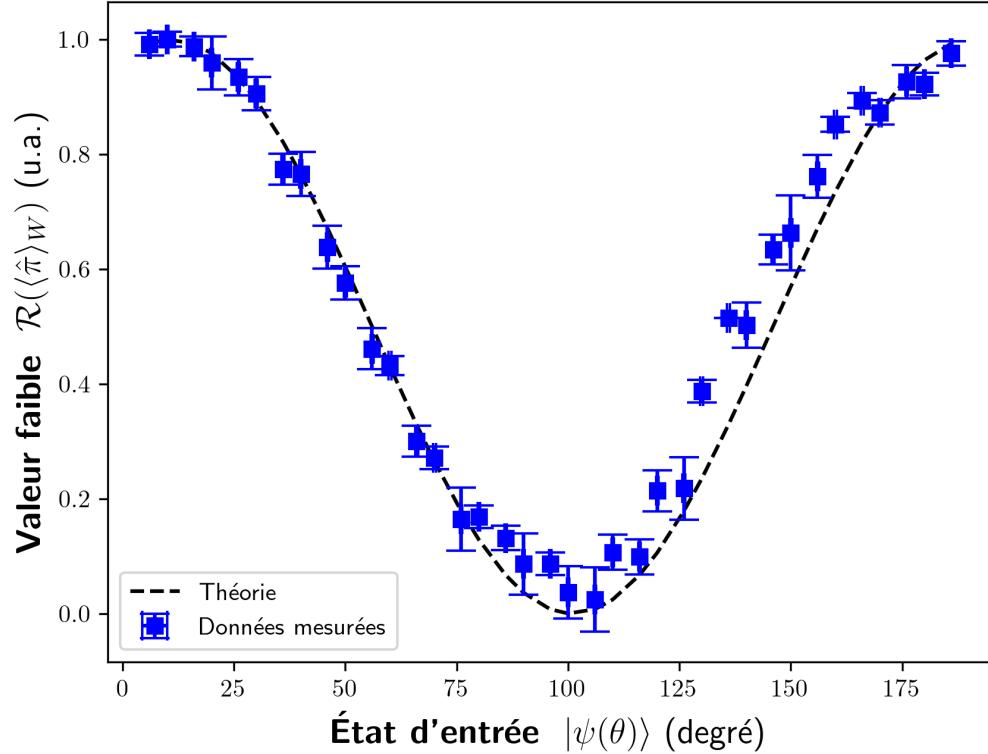


FIGURE 18 – Résultats expérimentaux pour la partie réelle de la valeur faible du trajet de polarisation $|H\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |H\rangle$. Rappelez-vous que nous avons défini l’angle θ de sorte que $\theta \leftarrow 2\theta_{\text{phys}}$, où θ_{phys} est l’angle physique de la lame demi-onde. Les barres d’erreurs horizontales représentent l’erreur de la position de l’angle induite par notre support de rotation motorisé de $\pm 0.3^\circ$ [50]. Elles ne sont pas visibles, car elles sont trop petites pour être prises en considération, alors nous les avons négligées. Les barres verticales représentent l’incertitude de la partie réelle. Chaque point est la moyenne de 5 mesures pour chaque état d’entrée. Les données sont normalisées par le délai de référence τ de 167 ps.

Cette série de données a été collectée avec une interaction faible correspondant à un délai de 167 ps , obtenu en allongeant le bras $|H\rangle$ de $2,5 \text{ cm}$ par rapport au bras $|V\rangle$. En utilisant les mêmes méthodes d'ajustement que celles employées dans l'expérience sur la vitesse de la lumière, nous mesurons les délais de chaque état $|\psi(\theta)\rangle$. Nous avons également constaté que les données expérimentales de la partie réelle de la valeur faible de ce trajet de polarisation est bien représentée par une fonction cosinus carrée mais pas parfaitement centrée. En effet, la partie réelle de la valeur faible est donnée par l'équation 152, qui est une fonction cosinus carrée, avec un terme additionnel de $2\sin(\theta)\cos(\theta)$, plus sur lequel nous allons revenir plus tard à la sous-section 4.1.3. Voici les résultats pour le trajet $|H\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |L\rangle \rightarrow |H\rangle$ (figure 19).

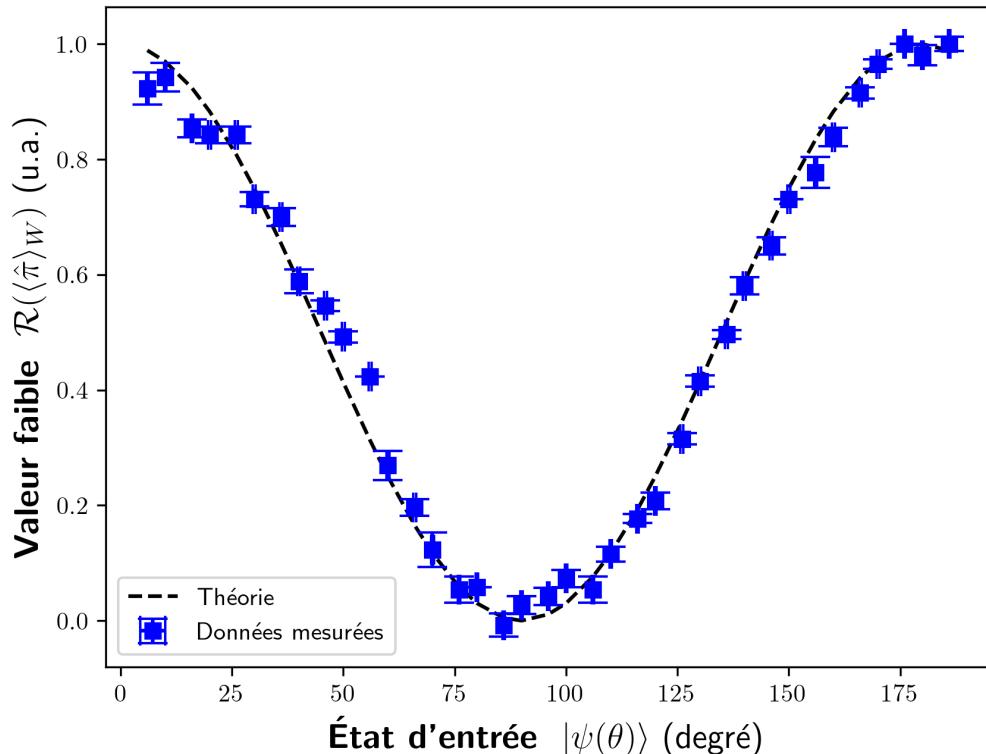


FIGURE 19 – Résultats expérimentaux pour la partie réelle de la valeur faible du trajet de polarisation $|H\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |L\rangle \rightarrow |H\rangle$.

Ces résultats sont similaires à ceux du trajet précédent, ce qui est logique, car les états de polarisation $|R\rangle$ et $|L\rangle$ possèdent toujours les mêmes états de base que $|D\rangle$ et $|A\rangle$, mais avec une composante imaginaire. Cette dernière n'affecte pas la partie réelle de la valeur faible, car il ne s'agit que d'un décalage de phase, soit de $e^{i\pi/2}$, qui ne modifie pas la partie réelle de la valeur faible. En effet, la partie réelle de la valeur faible est toujours représentée par la fonction cosinus carrée, ce qui est conforme à nos attentes théoriques trouvées dans l'équation 153. Nous pouvons noter que les résultats expérimentaux du trajet de polarisation $|H\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |H\rangle$ sont légèrement décalés par rapport à l'axe des états de polarisation d'entrée, en comparaison avec les résultats du trajet de polarisation $|H\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |L\rangle \rightarrow |H\rangle$, où celui circulaire se conforme mieux à une fonction cosinus carrée (à revenir).

Ensuite, voici les résultats pour le trajet $|R\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |L\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |R\rangle$, qui est le même trajet que le précédent, mais en débutant avec l'état $|R\rangle$ et en terminant avec l'état $|R\rangle$, ce dernier est représenté par le trajet de polarisation de superposition démontré dans l'équation 148 et à la figure 15. Les résultats sont présentés dans la figure 20.

Cela s'avère intéressant, car cela démontre clairement que nous conservons toujours la même composante réelle de la valeur faible. Ainsi, nous constatons que nos données expérimentales sont conformes à une relation constante d'environ 1/2 pour la partie réelle de la valeur faible. On ne peut cependant pas déterminer à partir de la partie réelle de la valeur faible si l'état initial est elliptique ou circulaire. Les informations sur l'ellipticité des états de polarisation se trouvent dans la partie imaginaire de la valeur faible, où un décalage fréquentiel est observé (maximal pour les états circulaires, nul pour les états linéaires et intermédiaire pour les états elliptiques), ce qui permet de distinguer ces états de polarisation. Par conséquent, l'ensemble des données sur l'ellipticité entre ces polarisations est contenu dans la variable conjuguée

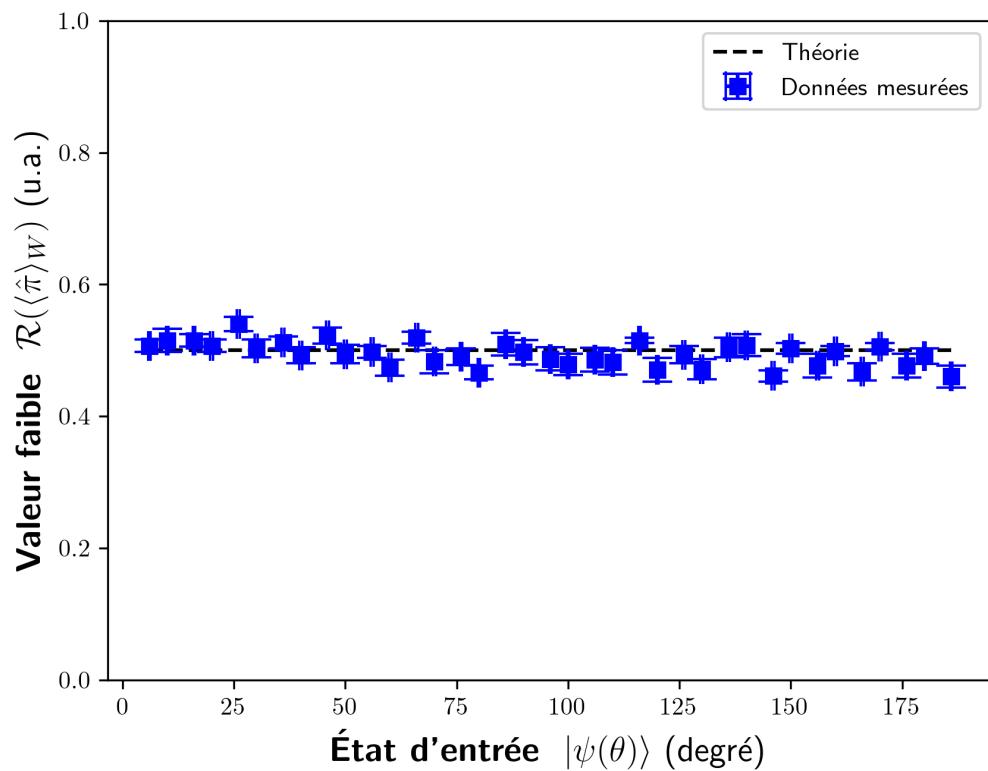


FIGURE 20 – Résultats expérimentaux pour la partie réelle de la valeur faible du trajet de polarisation $|R\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |L\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |R\rangle$. La courbe théorique est une constante de $1/2$.

du décalage temporel, c'est-à-dire le décalage de fréquence obtenu en mesurant la partie imaginaire de la valeur faible. C'est ce que nous allons mesurer dans la section 4.2.

4.1.2 Caractérisation des amplitudes de probabilité à partir de la partie réelle de la valeur faible

En outre, à partir de ces données expérimentales pour chaque trajet, nous pouvons directement calculer les modules d'amplitudes de probabilité de l'état quantique à partir de ces mesures de délai, comme nous l'avons mentionné dans la section 2.5 avec les équations : 126 et 127. Nous allons maintenant présenter les résultats expérimentaux pour les amplitudes de probabilité pour chaque trajet de polarisation que nous avons mesuré. Celui du trajet de polarisation $|H\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |H\rangle$ sera présenté dans la sous-section 4.1.3. Voici les résultats pour le trajet de polarisation $|H\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |L\rangle$ dans la figure 21.

Les barres d'erreur sont les incertitudes proviennent de l'erreur de la propagation d'erreur à partir de notre partie réelle de la valeur faible de la façon suivante [53] :

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\mathcal{R}(\langle \hat{\pi} \rangle_W)}}{2|a|} \quad (158)$$

$$\sigma_b = \frac{\sigma_{\mathcal{R}(\langle \hat{\pi} \rangle_W)}}{2|b|}, \quad (159)$$

où $\sigma_{\mathcal{R}(\langle \hat{\pi} \rangle_W)}$ est l'incertitude de la partie réelle de la valeur faible, et σ_a et σ_b sont les incertitudes des amplitudes de probabilité $|a|$ et $|b|$ respectivement. Ces résultats sont conformes à nos attentes théoriques, car les amplitudes de probabilité sont bien représentées par celles des équations 126 et 127, ainsi que les attentes expérimentales

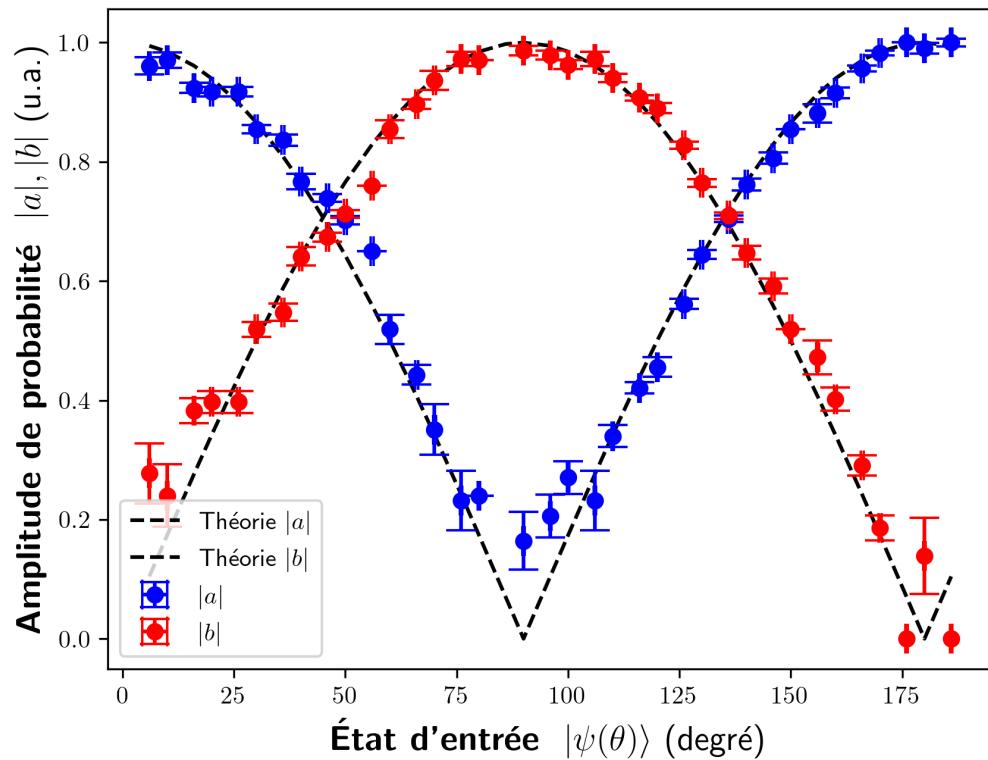


FIGURE 21 – Résultats de l'amplitude de probabilité pour le trajet de polarisation $|H\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |L\rangle$. Les données sont calculées à partir de la partie réelle de la valeur faible par les équations 126 et 127. Les courbes théoriques provenant des amplitudes de probabilités de l'équation 153.

pour les amplitudes de probabilité calculées pour ce trajet de polarisation : 143 dont la courbe théorique est donnée par $\sqrt{|\cos^2(\theta)|}$ pour a et $\sqrt{|\sin^2(\theta)|}$ pour b . Nous avons ensuite mesuré les amplitudes de probabilité pour le trajet $|R\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |L\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |R\rangle$ (figure 22) :

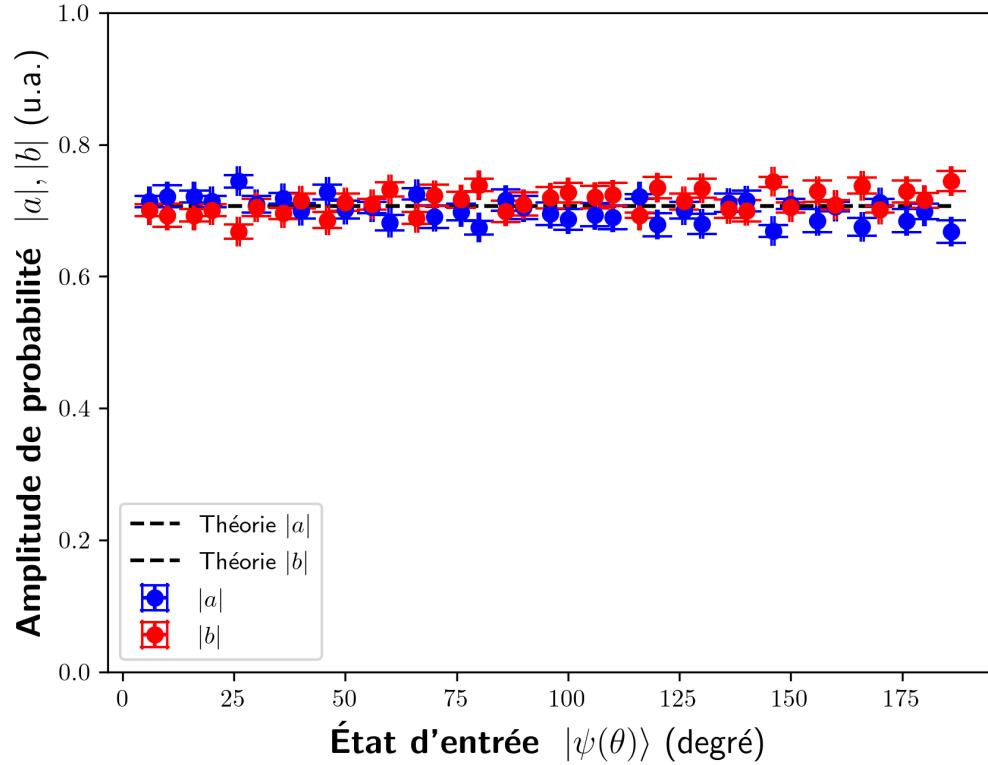


FIGURE 22 – Résultats de l'amplitude de probabilité pour le trajet de polarisation $|R\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |L\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |R\rangle$. Les données sont calculées à partir de la partie réelle de la valeur faible par les équations 126 et 127. Les courbes théoriques proviennent des amplitudes de probabilités de l'équation 154 soit $1/\sqrt{2}$ pour $|a|$ et $|b|$.

Ces résultats démontrent bien que les amplitudes de probabilité, soit $\mathcal{R}(a)$ est approximativement constant à une valeur de $\frac{1}{\sqrt{2}}$, qui est très intéressant, car cela démontre une superposition constante des états de bases $|H\rangle$ et $|V\rangle$ dans ce trajet de polarisation dont la partie réelle de la valeur faible est toujours $\frac{\tau}{2}$, ce qui est conforme à nos attentes expérimentales et théoriques.

4.1.3 Discussion sur les résultats expérimentaux de la partie réelle

Nous remarquons que les données expérimentales pour les trajets $|H\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |H\rangle$ et $|H\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |L\rangle \rightarrow |H\rangle$ suivent une relations expérimentale d'un cosinus carré et que le trajet $|R\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |L\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |R\rangle$ suit une relation constante de $\tau/2$ pour la partie réelle de la valeur faible dans les figures 18, 19 et 20 respectivement, comme nous l'avons vu dans les sous-sections précédentes. Ainsi, les amplitudes de probabilité réelles de ces trajets de polarisation dans les figures 25, 21 et 22 suivent respectivement les relations dans les équations 126 et 127.

Cependant, nous avons remarqué que les données expérimentales pour les trajets dans les figures 18 et 19 sont légèrement décalées par rapport à l'axe des états de polarisation d'entrée. Nous consacrons que ce décalage est dû au terme additionnel mentionné précédemment, notamment le terme $2\sin(\theta)\cos(\theta)$ qui est présent dans l'équation 152. Ce terme additionnel apporte des valeurs négatives pour la partie réelle de la valeur faible pour certains états d'entrée à ce trajet de polarisation. Cependant, nous avons remarqué que les données expérimentales pour ce trajet ne comportent pas de données négatives mais bien un décalage au niveau de la position selon l'axe des états de polarisation d'entrée. Revenant sur l'équation 103, ce terme additionnel provient de l'interférence entre le pointeur décalé et non décalé, lors de la mesure de la partie réelle de la valeur faible. Or, nous savons que le laser impulsif possède une faible longueur de cohérence (voir figure 17). Nous démontrons l'effet de ce terme en fonction de la visibilité avec l'équation :

$$\langle \hat{t} \rangle_{\text{vis}} = \frac{\tau}{2} (\cos^2(\theta) + 2\mathcal{V}\sin(\theta)\cos(\theta)) \quad (160)$$

où \mathcal{V} est la visibilité de ce terme d'interférence. Ainsi, lorsque la visibilité est faible,

le terme d'interférence est faible et donc négligé. Nous démontrons des différentes valeurs de visibilité et comment le terme d'interférence affecte la partie réelle de la valeur faible dans la figure 23.

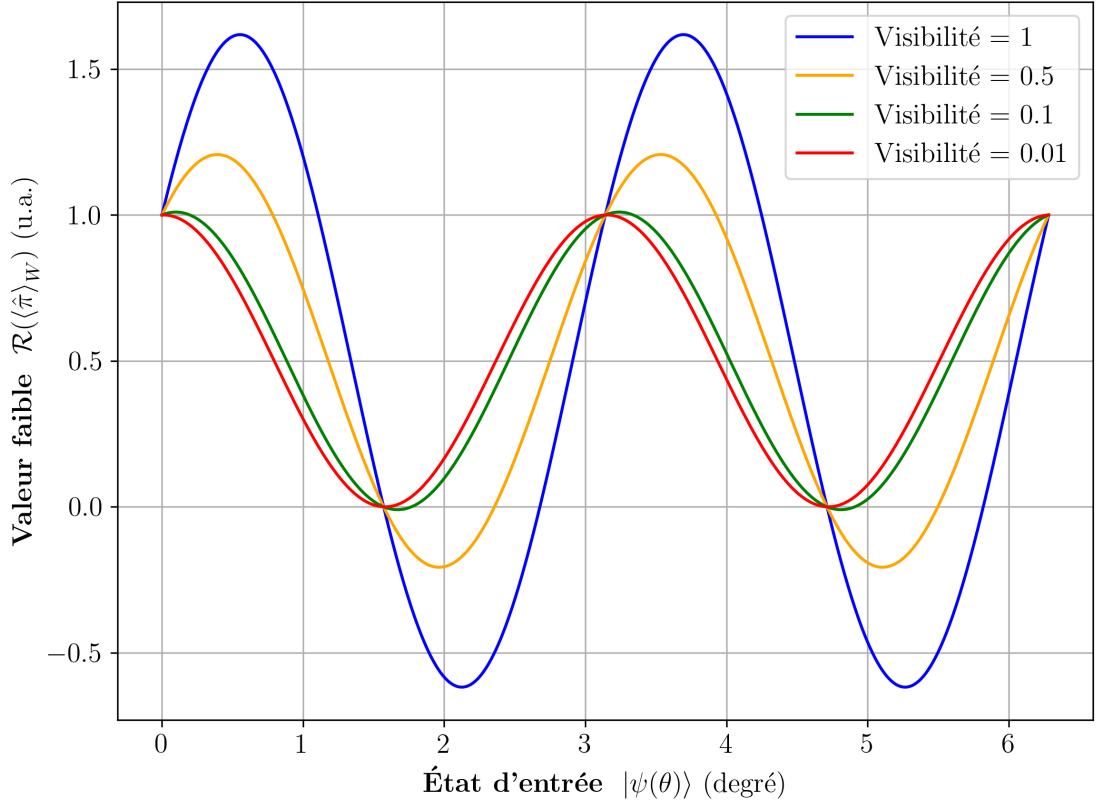


FIGURE 23 – Effet de la visibilité de l'interférence sur la partie réelle de la valeur faible pour le trajet de polarisation linéaire. Les valeurs démontrées sont $\mathcal{V} = 1, 0.5, 0.1, 0.01$.

Ainsi, ce terme génère du bruit et provoque le décalage observé entre les équations 152 et 153 et dans les figures 18 et 19 respectivement. Nous supposons le même phénomène pour le trajet $|R\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |L\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |R\rangle$ dans la figure 20.

Nous allons maintenant examiner les valeurs des visibilités nécessaires pour les trajets de polarisation linéaire avec un ajustement paramétrique avec l'équation 160 dans la figure 24.

Nous calculons que la visibilité du terme additionnel $2\sin(\theta)\cos(\theta)$ est de $\mathcal{V} = 0.11$

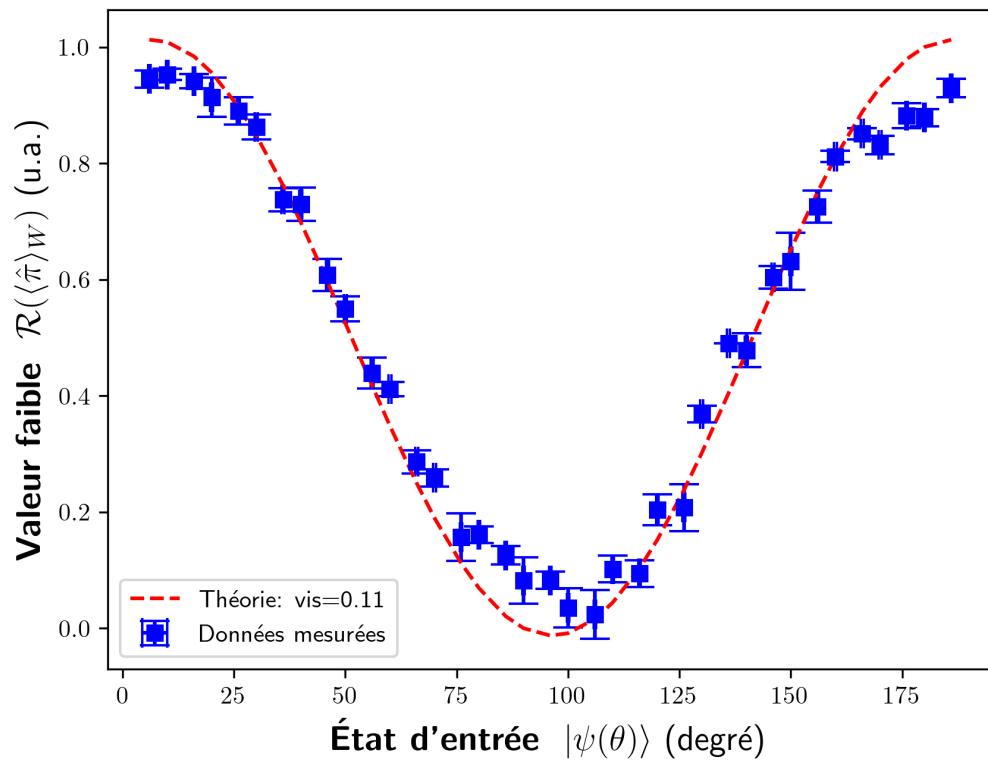


FIGURE 24 – Trajet de polarisation $|H\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |H\rangle$ avec ajustement paramétrique pour le terme d'interférence. La valeur de visibilité obtenue est de $\mathcal{V} = 0.11$.

ce qui démontre que ce terme peut déplacer la partie réelle de la valeur faible. Ce décalage est d'environ 11 degrés du centre. Cette valeur de visibilité de 0.11 provient d'un ajustement de l'équation 160 aux données expérimentales. En optimisant le paramètre \mathcal{V} , nous avons trouvé que cette valeur reproduisait le mieux le comportement observé. Avec cette visibilité, nous pouvons caractériser les amplitudes de probabilité de ce trajet de polarisation. Voici les résultats de l'amplitude de probabilité pour le trajet de polarisation $|H\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |H\rangle$ dans la figure 25.

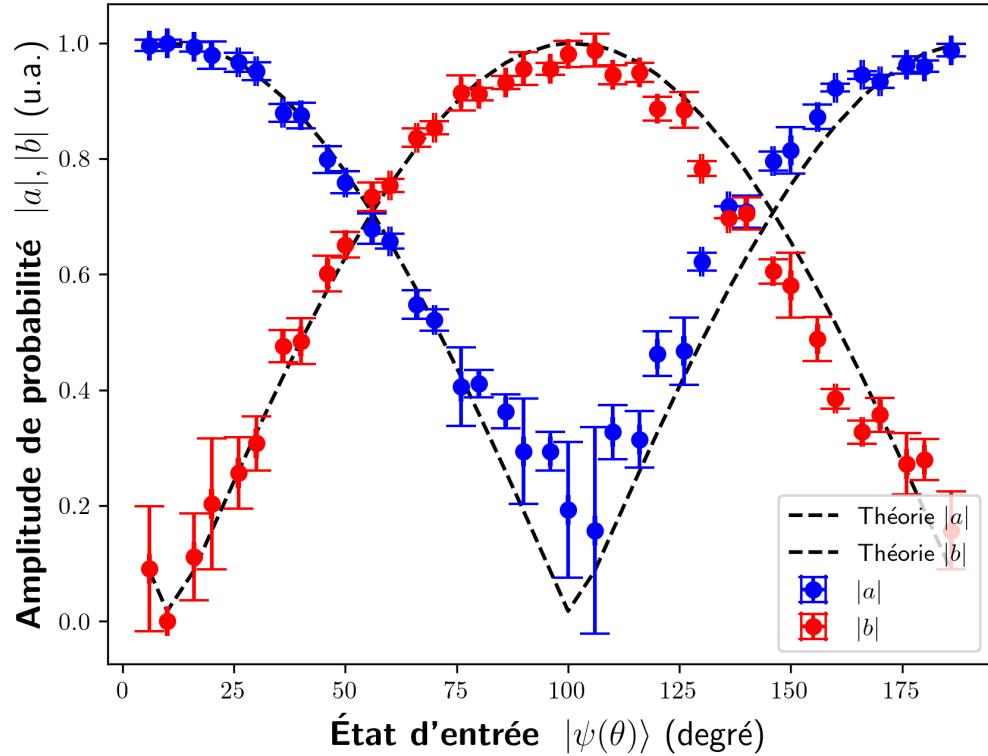


FIGURE 25 – Résultats de l'amplitude de probabilité pour le trajet de polarisation $|H\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |H\rangle$. Les données sont calculées à partir de la partie réelle de la valeur faible par les équations 126 et 127 .

Les amplitudes de probabilité sont bien représentées par celles des équations 126 et 127 ainsi que les attentes expérimentales pour les amplitudes de probabilité calculées pour ce trajet de polarisation : 137.

Pour le trajet de polarisation en superposition, nous pouvons aussi d'écrire l'effet du terme d'interférence en fonction de la visibilité avec l'équation :

$$\langle \hat{t} \rangle_{vis}^{superposition} = \frac{\tau}{2}(1 + \mathcal{V} \frac{\sin(2\theta)}{4}) \quad (161)$$

Nous démontrons des différentes valeurs de visibilité et comment le terme d'interférence affecte la partie réelle de la valeur faible de ce trajet de polarisation dans la figure 26.

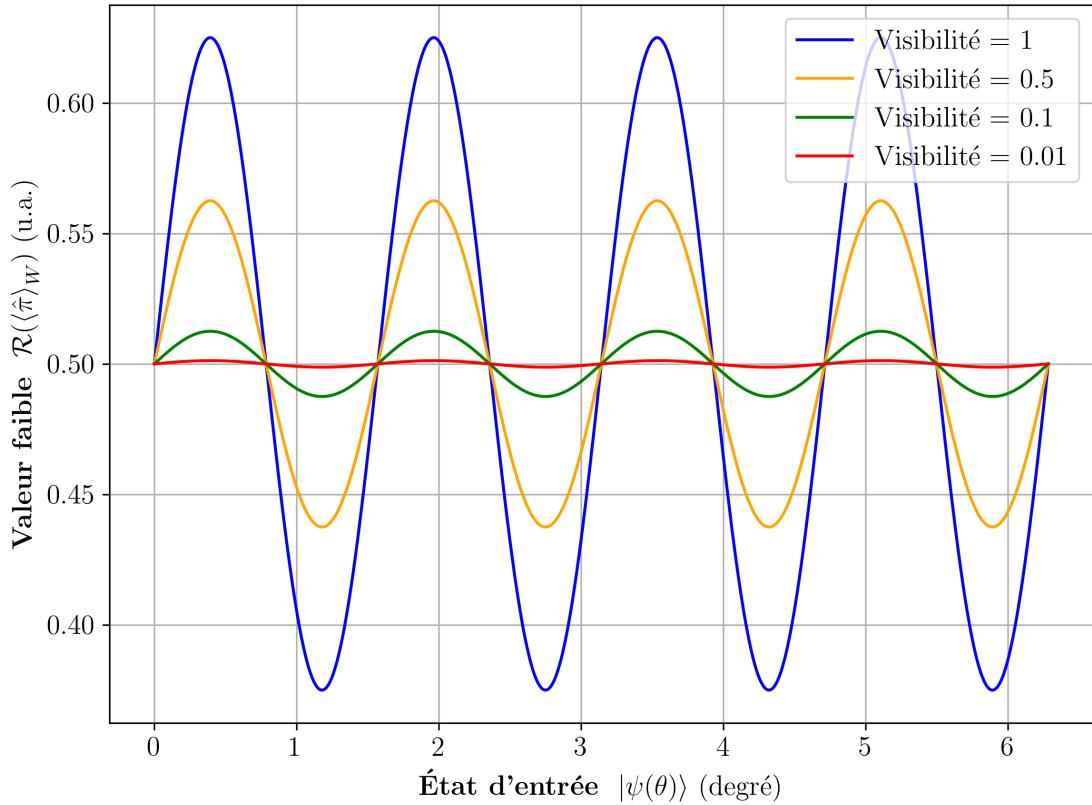


FIGURE 26 – Effet de la visibilité de l'interférence sur la partie réelle de la valeur faible pour le trajet de polarisation en superposition. Les valeurs démontrées sont $\mathcal{V} = 1, 0.5, 0.1, 0.01$.

Nous allons maintenant examiner les valeurs des visibilités nécessaires pour les trajets de polarisation linéaire avec un ajustement paramétrique avec l'équation 161 dans

la figure 27.

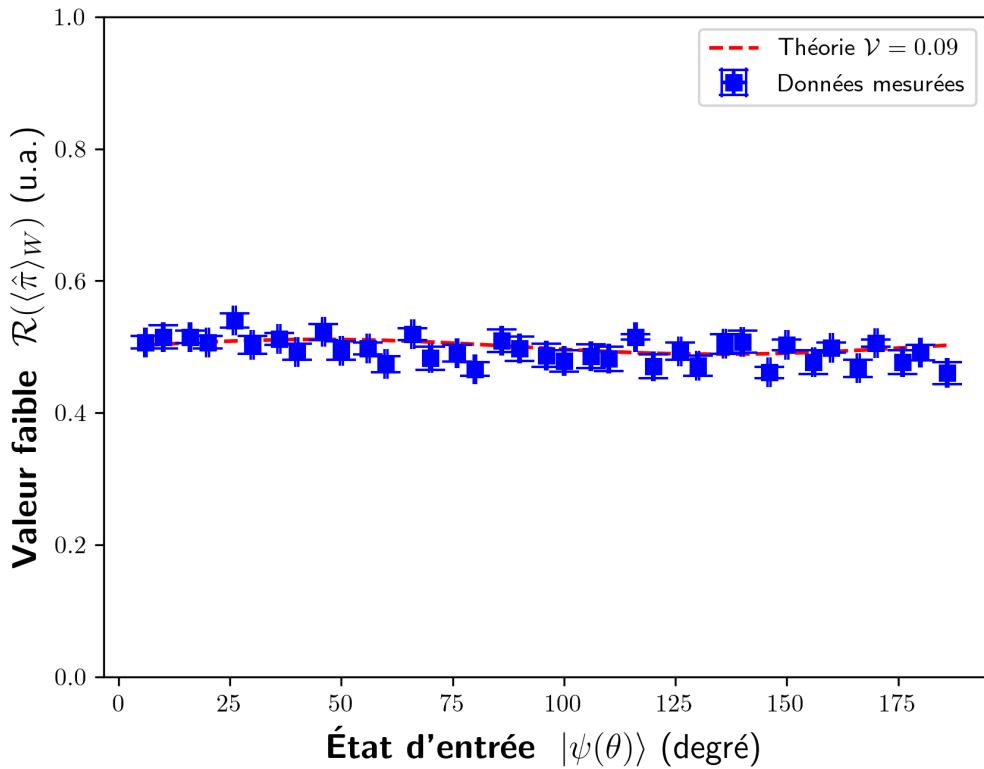


FIGURE 27 – Trajet de polarisation $|R\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |L\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |H\rangle$ avec ajustement paramétrique pour le terme d’interférence. La valeur de visibilité obtenue est de $\mathcal{V} = 0.09$.

Nous avons observé une visibilité similaire à celle du trajet de polarisation linéaire avec une valeur de $\mathcal{V} \approx 0.09$ pour le trajet de polarisation en superposition, démontrant que le terme d’interférence est cohérent avec ces trajets de polarisation. Encore, cette valeur de visibilité de 0.09 provient d’un ajustement de l’équation 161 aux données expérimentales. Le terme d’interférence explique la nature oscillatoire de nos données expérimentales pour le trajet de polarisation en superposition. Ceci se voit dans la figure 27 et correspond aux incertitudes expérimentales observées. Nous constatons que du fait de la faible longueur de cohérence du laser, les effets des termes d’interférences apparaissant dans la formule de la valeur faible ne sont pas aussi importants que prévu. Cependant, en prenant en compte la visibilité du laser,

nous sommes capables d'expliquer le comportement des courbes expérimentales à l'aide des formules théoriques revisitées.

4.2 La partie imaginaire

Notre méthode pour mesurer la partie imaginaire de la valeur faible est assez simple. Nous faisons interférer dans un interféromètre de MZ une impulsion faiblement mesurée avec un signal d'interférence correspondant au spectre du laser, voir la figure 16. Ainsi, nous pouvons accéder après interférences au spectre du signal qui aura été modifié par la mesure faible. Cependant, certaines implications comme la faible résolution de la mesure et la faible longueur de cohérence du laser rendent difficile la mesure de la partie imaginaire de la valeur faible.

À partir de l'équation 115, le déplacement fréquentiel maximal attendu pour la partie imaginaire de la valeur faible est donné par : $\langle \hat{\omega} \rangle_{max} = \frac{\tau}{8\sigma^2}$. Cela signifie que, pour une impulsion avec une durée de 10 ns , et un délai de $40,16 \text{ ps}$ (correspondant au deuxième pic de visibilité mentionné dans la section 3.3.1) appliqué sur le système, on s'attend à un déplacement dans le spectre de fréquence de seulement $7,989 \text{ kHz}$ (avec $\omega \equiv 2\pi f$). Cette valeur est extrêmement petite par rapport à la fréquence de notre laser, qui se situe dans l'ordre THz avec plusieurs modes [40]. Donc, pour améliorer l'effet par l'interaction faible, il faut réduire la durée de l'impulsion. Nous allons choisir une longueur d'impulsion de 4 ns (le minimum que notre laser peut effectuer) pour un attendue de $49,932 \text{ kHz}$.

4.2.1 Vérification de la partie imaginaire

Nous avons commencé par déterminer si nous pouvions observer des déplacements fréquentiels dans la densité spectrale de puissance (DSP), qui représente la distribution de la puissance d'un signal en fonction de la fréquence. Elle permet

d'identifier les fréquences qui sont présentes à chaque portion d'un signal et avec quelle intensité. Nous avons utilisé les états de polarisation $|H\rangle$, $|V\rangle$, $|R\rangle$, $|A\rangle$, $|L\rangle$ et $|D\rangle$ comme états d'entrée. Les séries ont été prises avec un délai de $40,16\text{ ps}$, sur plusieurs impulsions de 4 ns pendant $2\text{ }\mu\text{s}$. Pour chaque état d'entrée pendant la prise de données, nous prenons une série de mesures avec des interférences et sans interférences, puis calculons la différence. Ensuite, nous effectuons une transformation de Fourier à haute résolution pour obtenir la DSP avec la fonction *FFT* de l'oscilloscope sur une étendue spectrale analysée de $1,4062\text{ GHz}$ [43]. L'analyse de la DSP est présentée dans la figure 28, qui montre le spectre de puissance total.

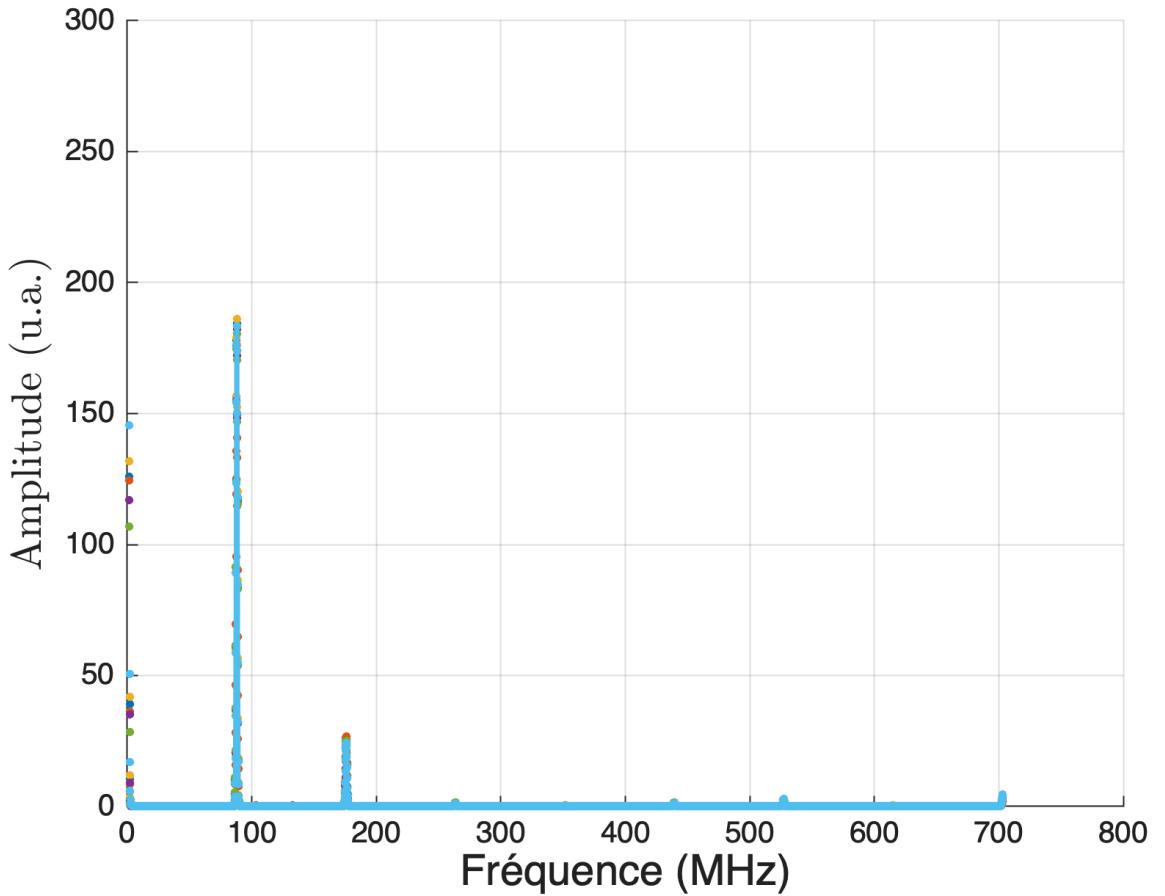


FIGURE 28 – DSP totale résultant d'une mesure faible temporelle. Ici, les lignes verticales représentent la position des pics de puissance dans le spectre. La fréquence centrale est de $703,12\text{ MHz}$ pour une durée spectrale de $1,4062\text{ GHz}$ avec une résolution temporelle de 4 ps . La figure 29 montre un zoom sur le pic de puissance à $175,8\text{ MHz}$.

Pour trouver des déplacements induits par la mesure faible, nous analysons le déplacement de chacun des pics du spectre. Pour chacun de ces pics, nous effectuons un ajustement de paramétrique polynomiale du quatrième ordre, comme dans nos dernières analyses pour la mesure de la vitesse d'un signal électrique et de la lumière dans la section 3.1, pour estimer précisément la position fréquentielle du pic. En comparant chacune de ces fréquences à celles de l'état $|R\rangle$, nous obtenons le tableau suivant pour le pic à la fréquence 175,8 MHz :

TABLE 6 – Tableau récapitulatif des pics de puissance dans le spectre de puissance, avec les états d'entrée, les fréquences mesurées et les déplacements fréquentiels. Les fréquences sont mesurées en mégahertz (MHz) et les déplacements fréquentiels en kilohertz (kHz) par rapport à l'état $|R\rangle$.

État d'entrée	Fréquence (MHz)	Déplacement fréquentiel (kHz)
$ H\rangle$	175.79	8.2416
$ V\rangle$	175.79	10.851
$ R\rangle$	175.78	0.000
$ A\rangle$	175.74	-39.963
$ L\rangle$	175.79	2.0604
$ D\rangle$	175.78	0.96152

Nous avons observé que les déplacements fréquentiels mesurés sont généralement faibles, de l'ordre de quelques kilohertz, ce qui est conforme à nos attentes théoriques.

Nous pouvons visualiser ces déplacements dans la figure 29.

Bien que la différence prévue soit de 49,932 kHz (du minimum au maximum), ce qui n'a pas été strictement observé, l'analyse de Fourier révèle effectivement un déplacement de certains pics dans le spectre, mesuré dans l'ordre de kilohertz. Cependant,

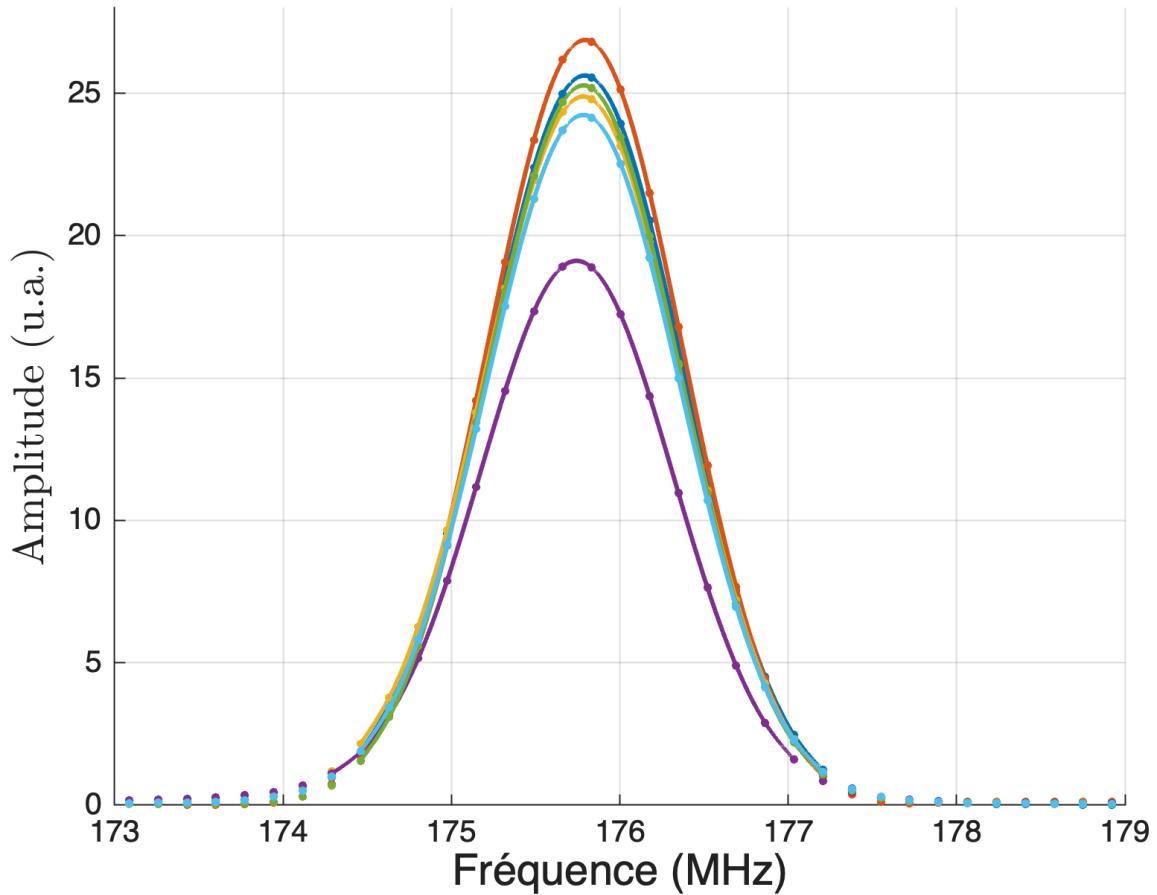


FIGURE 29 – Zoom sur le pic de puissance à $175,8 \text{ MHz}$. On peut observer la présence de plusieurs pics de puissance, avec leur ajustements de paramétriques polynomiales du quatrième ordre pour déterminer chaque position fréquentielle des états d'entrée.

ces déplacements ne semblent pas être cohérents ni suivre une tendance correspondant à notre théorie, ainsi que ceux des autres pics dans la figure 28. Nous pouvons attribuer ce problème à un manque de stabilité du laser, ce qui rend difficile la mesure de la partie imaginaire de la valeur faible.

4.2.2 Tentatives de mesurer la partie imaginaire

Considérons une prise de données similaires à ceux effectuées pour la partie réelle (voir la section 3.2.1). Cette fois ici, prenons sur une durée de $100\ ns$ avec un délai de $180,71\ ps$, un délai qui correspond au dernier pic de visibilité (voir la figure 17), et une durée d'impulsion de $10\ ns$. À partir de ces données, nous effectuons une analyse de Fourier pour extraire la DSP directement de l'interferomètre de polarisation. Ensuite, nous calculons comment le centroïde de chaque pic se déplace en fonction de l'état d'entrée d'écrit par :

$$f_{cent.} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot P_i}{\sum_{i=1}^n P_i} \quad (162)$$

où $f_{cent.}$ est la fréquence du centroïde, n est le nombre de pics dans le spectre, f_i est la fréquence de chaque pic et P_i est la puissance de chaque pic. Le centroïde du spectre est une mesure de la position moyenne des pics de puissance dans le spectre, ce qui nous permet de mesurer les déplacements fréquentiels causés par la mesure faible. Nous remarquons que 162 est similaire à l'équation 115 qui décrit la partie imaginaire de la valeur faible. Nous pouvons donc utiliser cette équation pour calculer la partie imaginaire de la valeur faible en utilisant les déplacements du centroïde.

Nous avons calculé la différence entre le centroïde de chaque état d'entrée et celui de l'état $|V\rangle$ car on s'attend quelle soit minimale (ainsi que $|H\rangle$). Nous évaluons la partie imaginaire de la valeur faible de les trajets de polarisation discutés dans le chapitre 3. Voici les résultats que nous avons obtenus pour les déplacements fréquentiels pour

le trajet de polarisation $|H\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |L\rangle \rightarrow |H\rangle$ présenté dans la figure 30.

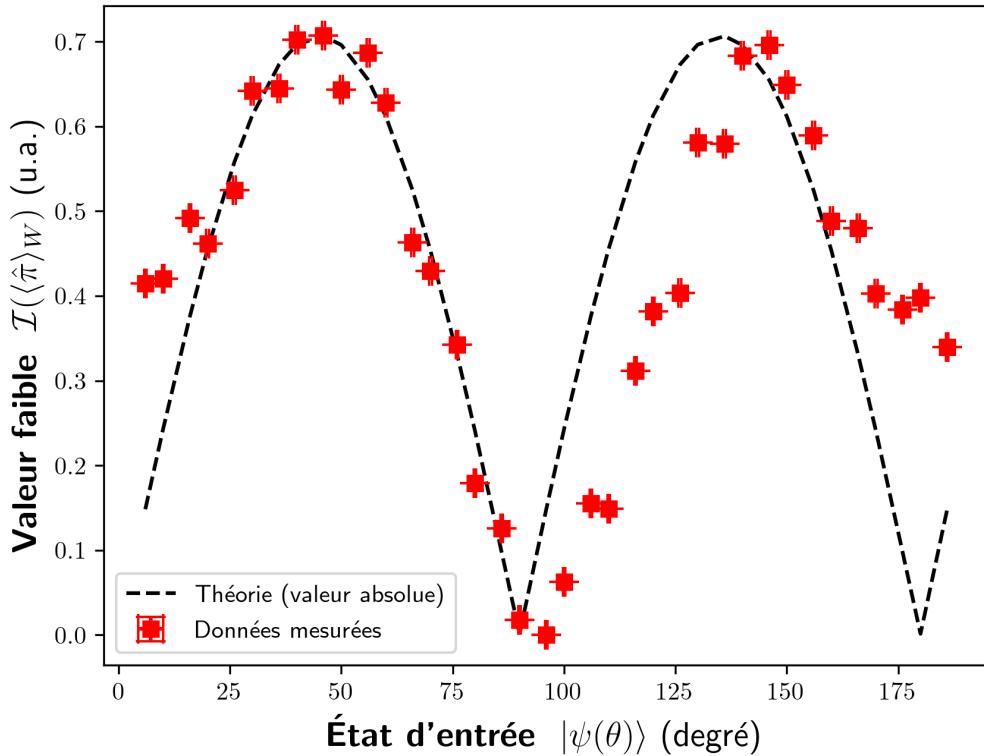


FIGURE 30 – Déplacement fréquentiel mesuré pour les trajets de polarisation $|H\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |L\rangle \rightarrow |H\rangle$, avec un délai de $180,71\text{ ps}$ et une durée d’impulsion de 10 ns . Les barres d’erreur verticales représentent l’incertitude de la mesure, calculée à partir de la variation des fréquences mesurées pour chaque état d’entrée. Les déplacements sont mesurés en kilohertz (kHz) par rapport à l’état $|V\rangle$. La courbe en tirets représente la valeur absolue de la prédition théorique (le signe n’est pas accessible avec notre méthode de centroïde basée sur l’intensité spectrale seule).

Ces données ont été obtenues en calculant, pour chaque état d’entrée, le centroïde de chaque pic à partir de la DSP à l’aide de l’équation 162, puis en comparant cette valeur à la fréquence du centroïde de l’état $|V\rangle$, $\Delta f(\theta) = f_{\text{centroid}}(\theta) - f_{\text{centroid}}(|V\rangle)$. Ce choix s’explique par le fait que les états de polarisation $|H\rangle$ et $|V\rangle$ ne présentent pas de décalage fréquentiel attendu, et que l’état $|V\rangle$ sert de référence non décalée temporellement. Dans nos données, on ne voit que des décalages positifs, alors que la théorie (voir équation 156) prévoit des décalages positifs et négatifs selon l’angle. Si

l'on considère la valeur absolue $|\Delta f(\theta)|$, l'ajustement est *bon sur la première moitié* du balayage ($\theta \approx 0^\circ\text{--}90^\circ$) et *moins bon sur la seconde* ($90^\circ\text{--}180^\circ$), précisément là où la courbe théorique devrait devenir négative. Ceci s'explique par l'absence de référence de phase et par le fait que le centroïde est extrait d'un spectre d'intensité positif $P(f_i) \geq 0$: le traitement est donc non affecté par le signe du décalage observé et ne conserve que sa magnitude. Cela renforce l'idée que le problème provient de l'absence des valeurs négatives. Le déplacement fréquentiel maximal mesuré (par rapport à l'état $|V\rangle$) est de $640,708\text{ }kHz$, ce qui reste largement supérieur à la valeur attendue théoriquement. La tendance de ces déplacements ne correspond pas directement à nos attentes théoriques, mais ils suivent une tendance similaire si on considère la valeur absolue de l'attente théorique, c'est à dire $|\sin(2\theta)|$. Néanmoins, ces déplacements dans la DSP indiquent que la partie imaginaire de la valeur faible est présente et elle suit une tendance sinusoïdale absolue et permet l'état soit caractérisable à partir de ces résultats. Nous pouvons effectivement calculer les amplitudes de probabilité (voir figure 31) pour chaque état d'entrée en utilisant les relations suivantes :

$$|a| = \sqrt{\mathcal{I}(\langle \hat{\pi}_W \rangle)} \quad (163)$$

$$|b| = \sqrt{1 - |a|^2} \quad (164)$$

Ces résultats démontrent que la partie imaginaire de la valeur faible est effectivement mesurable, mais que les déplacements ne correspondent pas avec nos attentes théoriques. Cependant, nous avons observé des déplacements dans le spectre de fréquence, ce qui indique que la partie imaginaire de la valeur faible est présente et elle suit une tendance sinusoïdale. À ce moment présent, les résultats présentés sont nos meilleures résultats pour la partie imaginaire de la valeur faible et que les autres

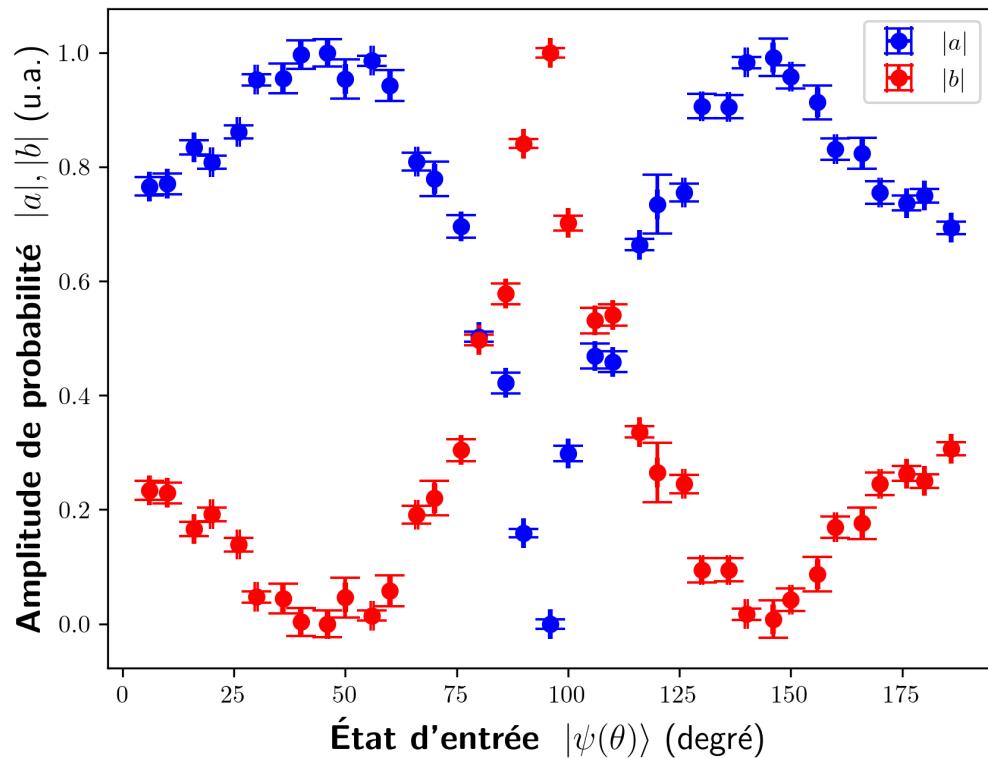


FIGURE 31 – La partie imaginaire des amplitudes de probabilité mesurées pour le trajet de polarisation $|H\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |L\rangle \rightarrow |H\rangle$. Les barres d'erreur sont propagées à partir de l'incertitude de la mesure des déplacements fréquentiels de la partie imaginaire de ce trajet de polarisation. Ces amplitudes proviennent d'une mesure de la valeur absolue de la partie imaginaire; le signe est perdu dans notre procédure actuelle.

tentatives de mesure n'ont pas été concluantes.

4.2.3 Implications pour la partie imaginaire

Les résultats des décalages fréquentiels mesurés présentent un comportement imprévisible, signe d'une instabilité dans notre source laser. De plus, la longueur des bras de l'interféromètre de MZ rend l'appareil sensible aux vibrations et aux fluctuations environnementales : la moindre fluctuation de phase dans un bras décale le profil du spectre de puissance, aggravant ainsi l'instabilité observée. Ces facteurs combinés peuvent affecter la précision des mesures. On entend par effet fréquentiel un déplacement dans le spectre de fréquence causé par la mesure faible, déplacement qui se manifeste dans la DSP. Si nos données révèlent bien un décalage du centroïde spectral, nous n'avons pas pu mesurer la partie imaginaire de la valeur faible : les déplacements restent trop faibles et incohérents pour coïncider avec les prédictions théoriques. Pour assurer une meilleure cohérence, il est nécessaire de stabiliser ou de modifier la source laser. Des études futures examineront l'intégration d'une source impulsionale cohérente ; dans ces conditions, la partie imaginaire devrait devenir mesurable, permettant une caractérisation complète. Dans le prochain chapitre, nous allons conclure sur ces résultats et proposer des perspectives pour de futures recherches.

5 CONCLUSION

Nous concluons cette thèse avec des mots finaux sur notre projet de recherche et des travaux futurs que nous pouvons envisager pour la mesure de la partie imaginaire de la valeur faible.

5.1 Conclusion sur la thèse

L'objectif de cette thèse était d'explorer différentes degrés de liberté afin de rendre les mesures faibles intégrables dans les technologies quantiques. Nous avons choisi le domaine temporel comme pointeur pour caractériser les états de polarisation d'un système photonique quantique à l'aide de méthodes interférométriques. Nous avons démontré qu'il est possible de caractériser la partie réelle de la valeur faible, tout en montrant la faisabilité de la mesure de sa partie imaginaire. Cependant, des défis subsistent, notamment la stabilité du laser ne sont pas encore optimales pour mesurer les effets de la partie réelle et imaginaire de la valeur faible. En ce qui concerne la partie réelle, nous avons réussi à observer des déplacements temporels, mais avec une visibilité limitée. Un terme d'interférence est censé de produire des délais négatifs, mais cela n'a pas été possible de les mesurer avec la source utilisée. En revanche pour la partie imaginaire, nous avons observé des déplacements fréquentiels, bien que ceux-ci soient également limités par la stabilité du laser. Néanmoins, utiliser le domaine temporel comme pointeur permet de caractériser la polarisation d'un système photonique quantique, ouvrant ainsi la voie à des applications intégrables dans les technologies quantiques. Grâce à notre méthodologie interférométrique des mesures faibles, il est possible d'envisager des applications dans des domaines tels que les systèmes de télécommunication photonique quantique [17, 19], l'informatique quantique [54], la cryptographie quantique [55], la métrologie quantique et l'amélioration de la précision des mesures quantiques [56].

5.2 Applications et projets futurs

Cette approche pour la caractérisation des états quantiques ouvre la voie à de nombreuses applications dans les technologies quantiques. En intégrant notre dispositif expérimental dans les systèmes de télécommunication photonique quantique, il devient possible de caractériser les états de polarisation des photons de manière efficace et précise. La mesure faible permet une interaction minimale avec le système quantique, et lorsqu'on postsélectionne avec un état connu, il est possible de caractériser directement l'état quantique du message transmis en observant les déplacements temporels et fréquentiels des photons à l'aide de notre pointeur couplé [55]. De plus, cette méthode appliquée à la caractérisation des états quantiques dans les ordinateurs quantiques permettrait de détecter et corriger les erreurs de manière plus efficace en suivant l'évolution temporelle des états, ce qui est crucial pour le développement de systèmes quantiques robustes et fiables. Par ailleurs, en intégrant cette approche dans les systèmes de métrologie quantique, il devient possible de mesurer des grandeurs physiques avec une précision sans précédent [5, 57, 58], ouvrant la voie à de nouvelles découvertes.

Les travaux futurs consisteront à caractériser des polarisations elliptiques à l'aide des décalages fréquentiels provoqués par le décalage temporel du pointeur. Pour ce faire, nous pourrions concevoir un système photonique sophistiqué capable de mesurer de petits décalages fréquentiels. Nous envisageons une expérience où la source laser pulsée serait remplacée par une source à plus grande longueur de cohérence, facilitant ainsi la mesure de la partie imaginaire de la valeur faible. Un laser HeNe et un modulateur acousto-optique pourraient être utilisés pour générer des impulsions de lumière cohérente. Comme les impulsions proviendraient d'un laser à grande longueur de cohérence, le spectre d'interférence serait plus net et permettrait de mesurer la variation des décalages fréquentiels du signal en fonction des états de polarisation

d'entrée, permettant ainsi de mesurer avec succès la partie imaginaire de la valeur faible dans un système photonique quantique.

En conclusion, nous avons (i) établi une méthode d'extraction de délais temporels en sélectionnant un modèle d'ajustement paramétrique indépendant du montage et vérifié que ce modèle s'applique aux impulsions lumineuses en déterminant la vitesse de la lumière, (ii) réalisé un dispositif expérimental incorporant des mesures faibles temporelles pour caractériser la partie réelle de la valeur faible dans un système photonique quantique, (iii) démontré que l'on peut caractériser les amplitudes de probabilité des états de polarisation d'entrée à partir de la partie réelle de la valeur faible, et (iv) proposé une méthode pour mesurer la partie imaginaire de la valeur faible en utilisant des interférences dans un interféromètre de Mach-Zehnder. Cette thèse laisse enfin la porte ouverte à de futures perspectives en matière de mesures quantiques pour des applications technologiques.

Références

- [1] Richard P. FEYNMAN. “Simulating physics with computers”. In : *International Journal of Theoretical Physics* 21.6 (1982), p. 467-488. DOI : 10.1007/BF02650179. URL : <https://doi.org/10.1007/BF02650179>.
- [2] John PRESKILL. *Quantum computing 40 years later*. 2023. arXiv : 2106.10522 [quant-ph]. URL : <https://arxiv.org/abs/2106.10522>.
- [3] Vicente MARTIN et al. “Quantum technologies in the telecommunications industry”. In : *EPJ Quantum Technology* 8.1 (2021), p. 19. DOI : 10.1140/epjqt/s40507-021-00108-9. URL : <https://doi.org/10.1140/epjqt/s40507-021-00108-9>.
- [4] W. K. WOOTTERS et W. H. ZUREK. “A single quantum cannot be cloned”. In : *Nature* 299.5886 (1982), p. 802-803. DOI : 10.1038/299802a0. URL : <https://doi.org/10.1038/299802a0>.
- [5] Alexander TZALENCHUK et al. “The expanding role of National Metrology Institutes in the quantum era”. In : *Nature Physics* 18.7 (2022), p. 724-727. DOI : 10.1038/s41567-022-01659-z. URL : <https://doi.org/10.1038/s41567-022-01659-z>.
- [6] James A. LEWIS et Georgia WOOD. *Quantum Technology Applications and Implications*. Rapp. tech. CSIS (Center for Strategic et International Studies), 2023.
- [7] David P. DiVINCENZO. “The Physical Implementation of Quantum Computation”. In : *Fortschritte der Physik* 48.9–11 (sept. 2000), 771–783. ISSN : 1521-3978. DOI : 10.1002/1521-3978(200009)48:9/11<771::aid-prop771>3.0.co;2-e. URL : [http://dx.doi.org/10.1002/1521-3978\(200009\)48:9/11<771::AID-PROP771>3.0.CO;2-E](http://dx.doi.org/10.1002/1521-3978(200009)48:9/11<771::AID-PROP771>3.0.CO;2-E).
- [8] Dan BROWNE et al. *From Quantum Optics to Quantum Technologies*. 2017. arXiv : 1707.02925 [quant-ph]. URL : <https://arxiv.org/abs/1707.02925>.
- [9] Sergei SLUSSARENKO et Geoff J. PRYDE. “Photonic quantum information processing: A concise review”. In : *Applied Physics Reviews* 6.4 (oct. 2019), p. 041303. ISSN : 1931-9401. DOI : 10.1063/1.5115814. eprint : https://pubs.aip.org/aip/apr/article-pdf/doi/10.1063/1.5115814/19739502/041303__1__online.pdf. URL : <https://doi.org/10.1063/1.5115814>.

- [10] Jing-Hui HUANG et al. “Enhancing the precision of detecting weak magnetic fields based on weak-value amplification”. In : *J. Opt. Soc. Am. B* 39.4 (2022), p. 1289-1296. DOI : 10.1364/JOSAB.447515. URL : <https://opg.optica.org/josab/abstract.cfm?URI=josab-39-4-1289>.
- [11] Onur HOSTEN et Paul KWIAT. “Observation of the Spin Hall Effect of Light via Weak Measurements”. In : *Science* 319.5864 (2008), p. 787-790. DOI : 10.1126/science.1152697. eprint : <https://www.science.org/doi/pdf/10.1126/science.1152697>. URL : <https://www.science.org/doi/abs/10.1126/science.1152697>.
- [12] Jianwei WANG et al. “Integrated photonic quantum technologies”. In : *Nature Photonics* 14.5 (oct. 2019), 273–284. ISSN : 1749-4893. DOI : 10.1038/s41566-019-0532-1. URL : <http://dx.doi.org/10.1038/s41566-019-0532-1>.
- [13] John von NEUMANN et Robert T. BEYER. *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics: New Edition*. Princeton University Press, fév. 2018. ISBN : 9780691178561. DOI : 10.23943/princeton/9780691178561.001.0001. URL : <https://doi.org/10.23943/princeton/9780691178561.001.0001>.
- [14] Yakir AHARONOV, David Z. ALBERT et Lev VAIDMAN. “How the result of a measurement of a component of the spin of a spin-1/2 particle can turn out to be 100”. In : *Phys. Rev. Lett.* 60 (14 1988), p. 1351-1354. DOI : 10.1103/PhysRevLett.60.1351. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.60.1351>.
- [15] J.S. LUNDEEN et K.J. RESCH. “Practical measurement of joint weak values and their connection to the annihilation operator”. In : *Physics Letters A* 334.5 (2005), p. 337-344. ISSN : 0375-9601. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2004.11.037>. URL : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375960104016342>.
- [16] G. T. FOSTER et al. “Quantum State Reduction and Conditional Time Evolution of Wave-Particle Correlations in Cavity QED”. In : *Phys. Rev. Lett.* 85 (15 2000), p. 3149-3152. DOI : 10.1103/PhysRevLett.85.3149. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.85.3149>.
- [17] Nicolas BRUNNER et al. “Optical Telecom Networks as Weak Quantum Measurements with Postselection”. In : *Phys. Rev. Lett.* 91 (18 2003), p. 180402. DOI : 10.1103/PhysRevLett.91.180402. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.91.180402>.

- [18] Jeff LUNDEEN. “Generalized Measurement and Post-selection in Optical Quantum Information”. Thèse de doct. University of Toronto, 2006.
- [19] Nicolas BRUNNER et al. “Direct Measurement of Superluminal Group Velocity and Signal Velocity in an Optical Fiber”. In : *Physical Review Letters* 93.20 (2004). ISSN : 1079-7114. DOI : 10.1103/physrevlett.93.203902. URL : <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.203902>.
- [20] Nicolas BRUNNER et Christoph SIMON. “Measuring Small Longitudinal Phase Shifts: Weak Measurements or Standard Interferometry?” In : *Phys. Rev. Lett.* 105 (1 2010), p. 010405. DOI : 10.1103/PhysRevLett.105.010405. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.105.010405>.
- [21] Omar S MAGAÑA-LOAIZA et al. “Weak-value measurements can outperform conventional measurements”. In : *Physica Scripta* 92.2 (2016), p. 023001. DOI : 10.1088/1402-4896/92/2/023001. URL : <https://dx.doi.org/10.1088/1402-4896/92/2/023001>.
- [22] Jérémie HARRIS, Robert W. BOYD et Jeff S. LUNDEEN. “Weak Value Amplification Can Outperform Conventional Measurement in the Presence of Detector Saturation”. In : *Phys. Rev. Lett.* 118 (7 2017), p. 070802. DOI : 10.1103/PhysRevLett.118.070802. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.118.070802>.
- [23] Jeff S. LUNDEEN et al. “Direct measurement of the quantum wavefunction”. In : *Nature* 474.7350 (2011), p. 188-191. DOI : 10.1038/nature10120. URL : <https://doi.org/10.1038/nature10120>.
- [24] Jeff S. LUNDEEN et Charles BAMBER. “Procedure for Direct Measurement of General Quantum States Using Weak Measurement”. In : *Phys. Rev. Lett.* 108 (7 2012), p. 070402. DOI : 10.1103/PhysRevLett.108.070402. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.108.070402>.
- [25] A. HARIRI et al. “Experimental simultaneous readout of the real and imaginary parts of the weak value”. In : *Phys. Rev. A* 100 (3 2019), p. 032119. DOI : 10.1103/PhysRevA.100.032119. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.100.032119>.
- [26] G. S. THEKKADATH et al. “Direct Measurement of the Density Matrix of a Quantum System”. In : *Phys. Rev. Lett.* 117 (12 2016), p. 120401. DOI : 10.1103/PhysRevLett.117.120401. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.117.120401>.

- [27] Guillaume THEKKADATH. "Joint measurements of complementary properties of quantum systems". Mém. de mast. University of Ottawa, 2017.
- [28] Fumihiro KANEDA et Paul G. KWIAT. *High-efficiency single-photon generation via large-scale active time multiplexing*. 2018. arXiv : 1803.04803 [quant-ph]. URL : <https://arxiv.org/abs/1803.04803>.
- [29] Hui DAI et al. "Towards satellite-based quantum-secure time transfer". In : *Nature Physics* 16.8 (mai 2020), 848–852. ISSN : 1745-2481. DOI : 10.1038/s41567-020-0892-y. URL : <http://dx.doi.org/10.1038/s41567-020-0892-y>.
- [30] John C. HOWELL. "Weakness of weak values: Incompatibility of anomalous pulse-spectrum amplification and optical frequency combs". In : *Phys. Rev. A* 106 (1 2022), p. 012224. DOI : 10.1103/PhysRevA.106.012224. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.106.012224>.
- [31] Luis José SALAZAR-SERRANO et al. "Measurement of sub-pulse-width temporal delays via spectral interference induced by weak value amplification". In : *Phys. Rev. A* 89 (1 2014), p. 012126. DOI : 10.1103/PhysRevA.89.012126. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.89.012126>.
- [32] Aephraim M. STEINBERG. "How Much Time Does a Tunneling Particle Spend in the Barrier Region?" In : *Phys. Rev. Lett.* 74 (13 1995), p. 2405-2409. DOI : 10.1103/PhysRevLett.74.2405. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.74.2405>.
- [33] J.B. ALTEPETER, E.R. JEFFREY et P.G. KWIAT. "Photonic State Tomography". In : sous la dir. de P.R. BERMAN et C.C. LIN. T. 52. Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics. Academic Press, 2005, p. 105-159. DOI : [https://doi.org/10.1016/S1049-250X\(05\)52003-2](https://doi.org/10.1016/S1049-250X(05)52003-2). URL : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1049250X05520032>.
- [34] E. HECHT. *Optics*. Pearson, 2012. ISBN : 9788131718070. URL : <https://books.google.ca/books?id=wcMWpBMMzIkC>.
- [35] A. I. LVOVSKY et M. G. RAYMER. "Continuous-variable optical quantum-state tomography". In : *Rev. Mod. Phys.* 81 (1 2009), p. 299-332. DOI : 10.1103/RevModPhys.81.299. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.81.299>.

- [36] Yuval GEFEN. “Weak Measurement: A Peephole into the Quantum World”. In : *ICTP Colloquium Series*. Sous la dir. de Weizmann Institute of SCIENCE. 2017.
- [37] Yakir AHARONOV, Eliahu COHEN et Avshalom C. ELITZUR. “Foundations and applications of weak quantum measurements”. In : *Phys. Rev. A* 89 (5 2014), p. 052105. DOI : 10.1103/PhysRevA.89.052105. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.89.052105>.
- [38] P.J.E. (Phillip James Edwin) PEEBLES. *Quantum Mechanics*. Princeton University Press, 1992.
- [39] David J. GRIFFITHS et Darrell F. SCHROETER. *Introduction to Quantum Mechanics*. 3^e éd. Cambridge University Press, 2018.
- [40] THORLABS. *NPL64B - Nanosecond Pulsed Laser Diode System, 640 nm, 5 - 39 ns Adjustable Pulse Width*. <https://www.thorlabs.com/thorproduct.cfm?partnumber=NPL64B>. Consulté le 25 février 2025.
- [41] THORLABS. *DET025A - 2 GHz Si Free-Space Photodetector with Window, 400 - 1100 nm, 8-32 Tap*. <https://www.thorlabs.com/thorproduct.cfm?partnumber=DET025A>. Consulté le 25 février 2025.
- [42] MULTICOMP PRO. *RF / Coaxial Cable Assembly, BNC Straight Plug, BNC Straight Plug, RG58, 50 ohm*. <https://canada.newark.com/multicomp-pro/24-15626/rf-coax-bnc-straight-plug-10ft/dp/83X8079>. Consulté le 28 mars 2025.
- [43] TEKTRONIX. *TDS5000 Series Digital Phosphor Oscilloscope User Manual*. Document Number: 071-0858-05. Tektronix, Inc. Beaverton, OR, USA, 2002. URL : <https://www.tek.com/document/manual/tds5000-series-digital-phosphor-oscilloscope-user-manual>.
- [44] Edmund OPTICS. *Crossed-Roller Bearing Linear Translation Stage*. <https://www.edmundoptics.com/p/precision-rotation-stage-1-inch-travel-0-1-degree-accuracy/1452/>. Consulté le 28 février 2025.
- [45] AMERICAN RADIO RELAY LEAGUE (ARRL). *The ARRL Handbook for Radio Communications*. 96th. Newington, CT : ARRL, 2019. ISBN : 978-1-62595-087-1.
- [46] THORLABS. *2249-C-12 Specification Sheet*. Rev A, August 6, 2021. 2021. URL : <https://www.thorlabs.com>.

- [47] Bengt EDLÉN. “The Refractive Index of Air”. In : *Metrologia* 2.2 (1966), p. 71. DOI : 10.1088/0026-1394/2/2/002. URL : <https://dx.doi.org/10.1088/0026-1394/2/2/002>.
- [48] Peter J. MOHR, David B. NEWELL et Barry N. TAYLOR. “CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2014”. In : *Rev. Mod. Phys.* 88 (3 2016), p. 035009. DOI : 10.1103/RevModPhys.88.035009. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.88.035009>.
- [49] PYLABLIB DEVELOPERS. *Thorlabs Kinesis Device Support in PyLabLib*. Accessed: 2025-02-28. 2024. URL : https://pylablib.readthedocs.io/en/latest/devices/Thorlabs_kinesis.html.
- [50] THORLABS. *Motorized Precision Rotation Mount*. https://www.thorlabs.com/newgroupage9.cfm?objectgroup_id=2875. Consulté le 28 février 2025.
- [51] TEKTRONIX, INC. *TDS5000B Series Digital Phosphor Oscilloscopes: Programmer Manual*. Document Number: 077-0110-00. Beaverton, OR, USA, 2005. URL : https://download.tek.com/manual/077011000web_0.pdf.
- [52] Weining LIU, Yisen WANG et Hailu LUO. “Precision estimation of time delay based on weak measurement with real weak value”. In : *Phys. Rev. A* 108 (5 2023), p. 052606. DOI : 10.1103/PhysRevA.108.052606. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.108.052606>.
- [53] John R. TAYLOR. *An Introduction to Error Analysis: The Study of Uncertainties in Physical Measurements*. 2nd. Sausalito, California : University Science Books, 1997. ISBN : 9780935702750.
- [54] John C. HOWELL et al. “Interferometric weak value deflections: Quantum and classical treatments”. In : *Phys. Rev. A* 81 (3 2010), p. 033813. DOI : 10.1103/PhysRevA.81.033813. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.81.033813>.
- [55] James E. TROUPE et Jacob M. FARINHOLT. *Quantum Cryptography with Weak Measurements*. 2017. arXiv : 1702.04836 [quant-ph]. URL : <https://arxiv.org/abs/1702.04836>.
- [56] Jing-Hui HUANG et al. “Enhancing Interferometry Using Weak Value Amplification with Real Weak Values”. In : *Phys. Rev. Lett.* 134 (8 2025), p. 080802. DOI : 10.1103/PhysRevLett.134.080802. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.134.080802>.

- [57] Liang XU et al. “Approaching Quantum-Limited Metrology with Imperfect Detectors by Using Weak-Value Amplification”. In : *Phys. Rev. Lett.* 125 (8 2020), p. 080501. DOI : 10.1103/PhysRevLett.125.080501. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.125.080501>.
- [58] Yinghang JIANG et al. “Quantum weak measurement amplifies dispersion signal of Rydberg atomic system”. In : *Communications Physics* 8.1 (2025), p. 144. DOI : 10.1038/s42005-025-02014-3. URL : <https://doi.org/10.1038/s42005-025-02014-3>.

ANNEXE A : Validation de la précision fréquentielle par l'effet Doppler

On souhaite estimer notre capacité à mesurer des courts shifts de fréquence donc nous implémentons une expérience de mesure d'effet doppler. Pour l'illustrer, considérons le son d'une sirène : à l'approche, le bruit semble plus aigu, alors qu'au départ, le bruit semble grave. Cet effet est causé par l'effet Doppler, qui fait varier la fréquence selon la vitesse de la source en relation de l'observateur ou récepteur. Ce principe s'applique à toutes les ondes. Pour les ondes électromagnétiques, on parle de décalage vers le rouge lorsque la fréquence diminue et de décalage vers le bleu quand elle augmente. On observe souvent ce phénomène dans des phénomènes astronomiques, comme quand la lumière traverse un espace-temps courbé ou compressé. L'effet Doppler est décrit par les relations physiques suivantes :

$$\Delta f = \frac{\Delta v}{c} f_0 \quad (165)$$

Le changement de fréquence est directement proportionnel à la différence de vitesse $\Delta v \equiv -(v_r - v_s)$ entre la vitesse de la source de l'onde v_s et la vitesse du récepteur ou observateur v_r . Soit c la vitesse de la lumière et f_0 la fréquence initiale de l'onde. Donc, la fréquence mesurée de l'observateur sera :

$$f = \left(1 + \frac{\Delta v}{c}\right) f_0 \quad (166)$$

Nous savons qu'en mesurant un changement spectral, le laser a souvent une fréquence initiale dans les ordres des *THz*. Donc, il semble difficile de mesurer les décalages fréquentiels, si les décalages sont dans les ordres des *kHz* ou même dans les *Hz*. Ceci arrive lors d'une mesure à faible temporel. Le décalage fréquentiel d'une mesure faible temporel se décrit par la partie imaginaire de la valeur faible :

$$\langle \hat{\omega} \rangle \equiv \frac{\tau}{8\sigma^2} \sin(2\theta) \quad (167)$$

Cela signifie que pour une impulsion possédant une taille σ de 4 à 10 ns du profil temporel, le délai τ utilisé pour une mesure faible est souvent d'environ 10 % de sa taille, donc au moins 0,4 à 1 ns . Si on veut les meilleurs résultats possibles pour une mesure faible, il faut un délai plus petit que cela. Le délai effectué pour les résultats obtenus pour la partie réelle de la valeur faible à date est dans l'ordre des picosecondes, soit 167 à 210 ps . Donc, ces derniers nous donnent des décalages fréquentiels de 3 kHz pour une taille de 10 ns et une mesure faible de 167 ps avec une résolution de 5 degrés dans les parties les plus petites du sinusoïdal $\sin(2\theta)$ (Le 2θ représente une lame demi-onde dont $\theta' \equiv 2\theta$ représente l'angle actuel de la lame d'onde). Toutefois, il serait intéressant de quantifier ces décalages fréquentiels, comme le ferait un radar Doppler. Nous mesurons les décalages fréquentiels par rapport à un délai temporel induit par notre mesure faible. Cependant, nous devons savoir si nous sommes capables de mesurer des décalages fréquentiels aussi petits. L'expérience suivante sert à évaluer notre capacité à quantifier des décalages fréquentiels. Nous allons tenter de mesurer le décalage fréquentiel dans un interféromètre induit par l'effet Doppler. Cette expérience repose sur la technique d'interférométrie hétérodyne, où un laser émet à une fréquence de départ, soit f_0 . Le miroir bouge à une vitesse v ; ensuite, nous interférons avec la nouvelle fréquence et celle initiale pour mesurer le décalage.

L'expérience consiste en un laser pulsé dont son signal subit une séparation de ses bases de polarisation par une séparatrice de faisceau polarisant (PBS). L'une d'elles, soit celui horizontal, subit un effet Doppler par un miroir de transition motorisé à la place d'un miroir stationnaire (figure 16) tandis que l'autre sert à notre fréquence de référence (fréquence initiale (la source)). Les deux bras sont ensuite recombinés avec un autre PBS et analysés à l'aide d'un oscilloscope. L'oscilloscope utilise un

mode d'acquisition de données à haute résolution, ce qui entraîne une diminution de la réponse, qui passe de 1 en mode continu à 0,63 (fréquence égale à la moitié de la fréquence d'échantillonnage) dans son mode. Ensuite, nous appliquons le mode MATH avec l'option spectrale magnitude pour observer le spectre du signal. Ce dernier applique une transformation de Fourier rapide sur le signal pour passer du profil temporel au profil spectral. Lors de l'expérience, nous déplaçons le miroir de transition à l'aide d'un code Python à une vitesse de $0,27 \text{ cm/s}$ (30 % de la vitesse maximale du miroir motorisé) sur une distance de $0,585 \text{ cm}$. Calculons théoriquement que sera la valeur dont la fréquence initiale de 467.33 THz sera décalée.

$$\Delta f = \frac{2\Delta v}{c} f_0 \quad (168)$$

$$= \frac{2 * (0.0027 \text{ m/s})}{299792458 \text{ m/s}} (467.33 * 10^{12} \text{ (1/s)}) \quad (169)$$

$$= 8.418 \text{ kHz} \quad (170)$$

Le facteur 2 est utilisé pour compenser le trajet aller-retour du faisceau. Sur le graphique obtenu à l'aide de l'oscilloscope, on devrait voir apparaître un pic à 8.4 kHz causé par l'effet Doppler. Dès que notre miroir de transition a atteint sa vitesse maximale, l'oscilloscope capture une mesure du signal.

Voici le résultat obtenu au laboratoire lors de l'expérience (figure 32).

La figure 32 illustre l'ensemble des données recueillies en laboratoire lors de la détermination de l'effet Doppler. Comme nous l'avons souligné auparavant, un pic devrait apparaître autour de $\sim 8 \text{ kHz}$. Notre laser fonctionnant à un taux de répétition de 1 MHz . Prenons ce premier pic de fréquence comme point de repère. Voici un agrandissement de cette zone dans la figure 33.

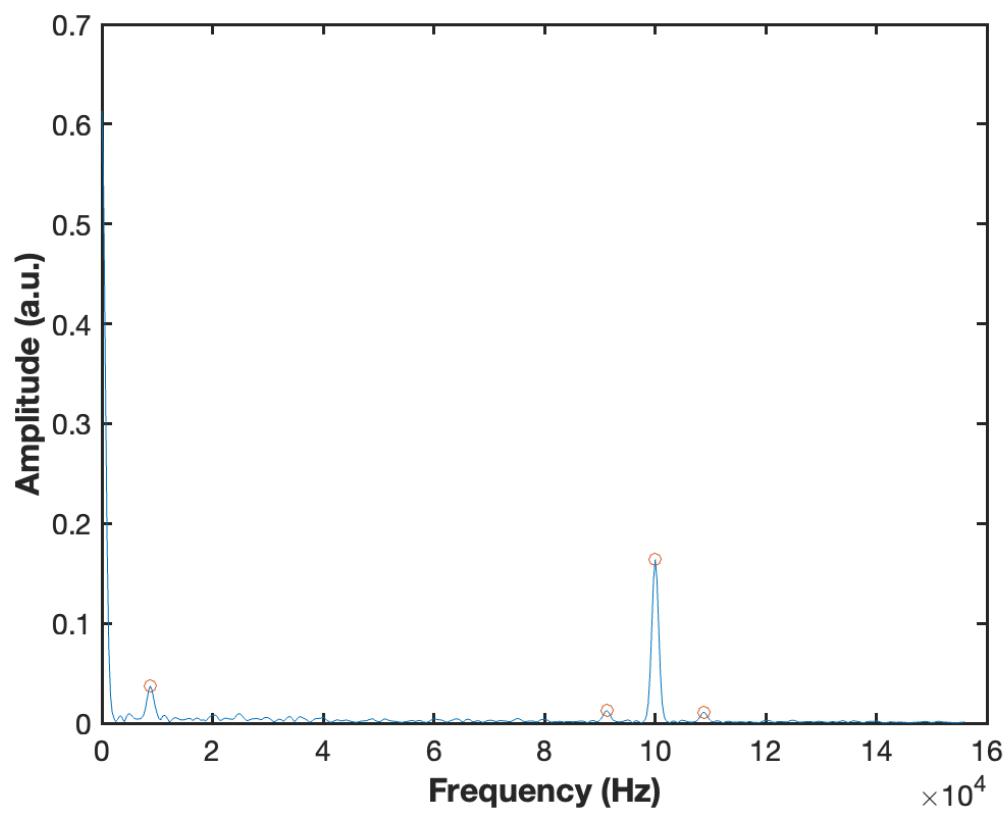


FIGURE 32 – Ensemble du spectre obtenu de l'oscilloscope pendant l'effet Doppler

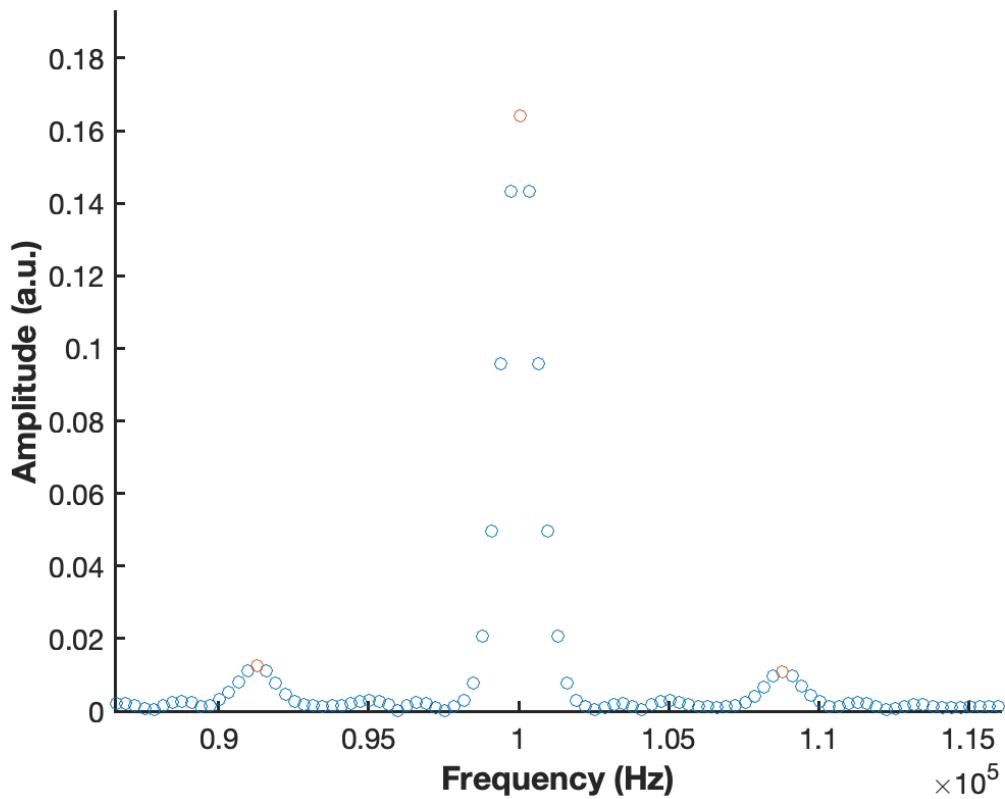


FIGURE 33 – Agrandissement du spectre à 1MHz de la figure 32

D’après notre analyse de donnée, nous déterminons que le décalage fréquentiel causé par l’effet Doppler est estimé à $8,7535 \text{ kHz}$. À noter que les pics avant et après le pic central étaient absents avant de bouger le miroir de transition. Ces résultats sont très encourageants, car ils suggèrent qu’il est théoriquement possible de quantifier le décalage fréquentiel causé par une mesure temporelle.