**Caractérisation directe d'un état de polarisation à l'aide des mesures faibles temporelles**

Thèse présentée à la faculté des sciences de l'université de Moncton

pour l'obtention du grade de

maitrise ès sciences et spécialisation physique (M. Sc.)

**Shane Gervais**

A00198792

Département de physique et d'astronomie

Université de Moncton

DATE

**Composition du jury**

Président du jury : Alexandre Melanson

Professeur,

Université de Moncton

Examinateur interne : Alain Haché

Professeur,

Université de Moncton

Examinateur externe : Stijn De Baerdemacker

Professeur,

University of New Brunswick

Directeur de thèse : Lambert Giner

Professeur,

Université de Moncton

## Remerciements

**Sommaire**

La caractérisation des états quantiques est essentielle au développement de la technologie quantique. Pour effectuer des calculs complexes, vérifier l'intégrité des messages codés en communication quantique, ou encore créer des systèmes de télécommunication quantique, il est essentiel de connaître l'état des qubits. L'étude sur la caractérisation de ces états quantiques est cruciale pour le développement des technologies quantiques et leur intégration à notre infrastructure existante.

Les méthodes de caractérisation traditionnelles, telles que la tomographie quantique, reconstruisent l'état du système quantique en effondrant l'état en effectuant des mesures projectives dans toutes les bases possibles, ce qui permet d'obtenir une description de l'état du système à l'aide de la matrice densitée. Cette méthode est une approche indirecte qui devient rapidement complexe avec des systèmes quantiques à dimension élevée. Elle ne convient pas aux systèmes nécessitant une caractérisation en temps réel, où l'évolution temporelle de l'état est cruciale, que ce soit pour la métrologie quantique ou pour la détection d'erreurs dans les ordinateurs quantiques pendant les calculs.

Une méthode alternative, comme les mesures faibles, présente un bon potentiel pour la caractérisation directe de l'état quantique, sans effondrement complet du système, mais, dans sa forme actuelle, elle n'est pas intégrable aux technologies quantiques. Nous proposons de réaliser des mesure faible temporels en exploitant le domaine temporel des photons, comme le pointeur, et en concevant un dispositif expérimental dans ce régime pour caractériser un état quantique facile à implanter dans un laboratoire d'optique commun. Cela permettrait une intégration directe dans notre infrastructure photonique existante et dans les technologies quantiques.

Cette technique permet de déterminer directement et en temps réel l'évolution d'un état quantique, en minimisant la perte d'information grâce à une intervention minimale sur le système. Dans cette étude, nous illustrons la théorie requise pour cette méthode de caractérisation et réalisons des expériences visant à mesurer la partie réelle et imaginaire de la valeur faible du système. Enfin, nous élaborant sur les applications potentielles pour ce type de caractérisation dans les technologies quantique, notamment améliorer les computations quantiques, la détection en métrologie quantique, la sécurisation des communications quantiques et les infrastructures photoniques, que ce soit dans les télécommunications quantiques.

## Abstract

Table des matières

**Table des figures**

## Liste des symboles

# 1 INTRODUCTION DES PROCÉDURES DIRECTES POUR LES MESURES QUANTIQUES

## 1.1 Introduction

L'émergence de technologies quantiques, telles que les ordinateurs quantiques et la communication quantique, possèdent le potentiel de nous faire entrer dans un nouvel âge quantique. Ces avancées technologiques permettent d'envisager des temps de calcul, nettement plus rapides que ceux d'un ordinateur classique [1]. De plus, il sera possible de crypter nos messages avec une cryptographie ultra sécurisée [2], utilisant l'état quantique. Ces technologies profitent également à d'autres domaines bénéficient de ces technologies, comme la télécommunication photonique quantique [3, 4, 5]. En effet, le développement des technologies quantiques repose sur la capacité à mesurer et à caractériser les états quantiques avec une précision et une fiabilité accrues [6, 4]. Dans ce contexte, le domaine de la photonique quantique occupe une place centrale grâce aux propriétés étonnantes des photons. Contrairement aux systèmes basés sur d'autres matières, les photons présentent une faible décohérence. Ils peuvent être manipulés facilement grâce à leurs divers degrés de liberté (polarisation, domaine positionnel, quantité de mouvement, temporel et fréquentiel), et ils s'intègrent naturellement dans les infrastructures optiques existantes [7, 3]. L'état de polarisation des photons peut être utilisé comme état de base pour des technologies quantiques, par exemple sous forme de qubit pour des ordinateurs ou de circuit quantique [8]. Cette plateforme possède des caractéristiques idéales pour de nombreuses applications, notamment la communication quantique sécurisée, l'imagerie quantique à haute résolution, la métrologie quantique, le calcul quantique basé sur l'optique linéaire, ainsi que d'autres domaines où les technologies quantiques sont nécessaires [5, 9, 10].

Par conséquent, il est crucial d'effectuer des mesures approfondies afin de caractériser avec précision les états quantiques dans le cadre de ces avancées technologiques. Cependant, effectuer des mesures quantiques pose un défi en raison de la nature aléatoire de la théorie. Contrairement à la mécanique classique, il est impossible de mesurer simultanément le moment d'arrivée et la fréquence spectrale avec une précision absolue et optimale. Cela est dû au principe d'incertitude d'Heisenberg, qui découle de la nature ondulatoire du système. On prétend que l'état du système se trouve dans une superposition de tous ses états possibles. Une mesure ou une interaction avec le système quantique cause une perturbation qui fait effondrer l'état dans l'un de ses états propres possibles. Une fois perturbé, l'état demeure inchangé. La figure 1 ci-dessous illustre ce concept de manière classique. Par conséquent, pour caractériser un état quantique, on doit effectuer des mesures projectives pour obtenir certaines informations sur le système. Les techniques conventionnelles, comme la tomographie quantique, permettent une reconstruction complète des états à l'aide de plusieurs mesures projectives. Toutefois, elles deviennent rapidement inadaptées aux systèmes de grande dimension en raison de leur coût computationnel et expérimental exponentiel. Étant que ces techniques reposent sur un grand nombre de mesures de projection, ceci les rend inadaptées à certaines applications nécessitant des mesures en temps réel ou une interaction minimale avec le système.

Une approche alternative consiste à utiliser des mesures faibles qui permettent d'extraire des informations sur un état quantique sans entraîner son effondrement complet. Cette technique, introduite par Aharonov, Albert et Vaidman (AAV) [13] dans le cadre de l'interprétation de la mécanique quantique, repose sur le modèle de mesure quantique de von Neumann [14] et exploite un pointeur couplé au système, dont le déplacement est proportionnel à un observable complexe nommé la «valeur faible ». Bien que les mesures faibles aient été largement étudiées en théorie, leur mise en œuvre expérimentale dans le domaine temporel des photons est relativement peu explorée, en particulier dans le contexte d'applications pratiques sur les technologies

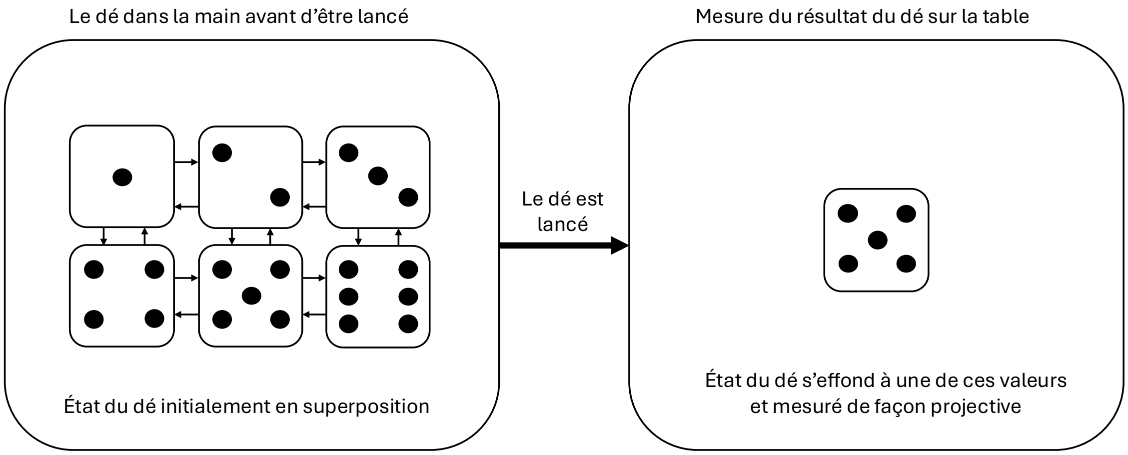


FIGURE 1 – Cette analogie s'inspire des célèbres paroles d'Einstein, selon lesquelles «Dieu ne joue pas aux dés »quand il met en doute la complétude de la théorie [11], ce qui a été démenti par John Bell [12], qui l'a contredit. Envisageons maintenant que nous lancions un dé. Lorsque nous lançons un dé, nous supposons qu'il se trouve dans un état de superposition $|\text{dé}\rangle = c_1 |1\rangle + c_2 |2\rangle + c_3 |3\rangle + c_4 |4\rangle + c_5 |5\rangle + c_6 |6\rangle$, où tous les états propres possibles $\{|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle, |4\rangle, |5\rangle, |6\rangle\}$ et leurs coefficients de probabilité $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6$ se trouvent dans notre main. Une fois lancés sur la table et en observant leur résultat, nous disons que le système s'effondre vers l'une de ses valeurs possibles, comme l'état $|5\rangle$, qui a une probabilité de $\frac{1}{6}$ de se produire. Une fois qu'il s'est effondré, les mesures ultérieures du système restent les mêmes. L'objectif des mesures quantiques est de caractériser complètement l'état du système quantique du dé. Comme nous sommes limités aux mesures projectives, nous discuterons des techniques possibles, telles que l'effondrement continu du système via la tomographie et la reconstruction indirecte de l'état quantique, ainsi que notre méthode alternative utilisant la mesure faible pour la caractérisation directe de l'état quantique.

quantiques.

## 1.2 Motivation de la thèse

Les recherches sur les mesures faibles ont démontré leur potentiel dans divers domaines, notamment en ce qui concerne la théorie des mesures quantiques, l'électrodynamique quantique et la télécommunication optique, entre autres [15, 16, 17, 18, 19]. Elles peuvent même se révéler plus efficaces que les méthodes traditionnelles [20, 21, 22]. Cette thèse se concentre sur la caractérisation d'un état de polarisation dans un système photonique quantique en s'appuyant sur les travaux : [23, 24, 25, 26]. Ils ont démontré la faisabilité de cette approche en utilisant des mesures faibles et en exploitant le domaine spatial et la quantité de mouvement des photons comme pointeur pour caractériser un système quantique complètement et directement. Toutefois, ces méthodes présentent de graves limites pour les applications et l'intégration dans des technologies quantiques exigeant des mesures en temps réel. Elles exigent généralement l'utilisation de cristaux BBO (bêta-borate de baryum) de taille spécifique pour régler l'interaction faible [25, 26, 27]. Cette exigence rend leur flexibilité difficile pour s'adapter à divers systèmes. Grâce aux différents degrés de liberté des photons, nous proposons d'utiliser le domaine temporel comme pointeur pour la caractérisation de l'état quantique à l'aide de méthodes interférométriques. Ces dernières offrent en effet un contrôle direct du temps par le réglage de la disposition des miroirs, ce qui élimine le besoin de compter sur des cristaux particuliers. Cette flexibilité rend possible pour l'intégration de mesures faibles temporelle dans des technologies quantiques [28, 29]. Elles peuvent également être facilement implantées dans nos systèmes optiques existant, par exemple dans les télécommunications à fibre optique [17]. Cette thèse propose de surmonter les limites des mesures faibles en développant une approche temporelle utilisant un système photonique quantique pour caractériser un état quantique. Certains ont déjà travaillé sur des mesures temporelles, mais principalement sous l'angle d'un délai fréquentiel ou à des fins théoriques [30, 17, 31]. Notre objectif consiste à évaluer directement la composante réelle et imaginée de la valeur faible provenant d'un pointeur temporel, ce qui permet une description exhaustive de l'état de polarisation. Cette méthode utilise la polarisation comme base quantique, car elle est facile à contrôler et à mettre en pratique en laboratoire. Cette thèse vise à améliorer la méthode de caractérisation directe des états quantiques, contribuant ainsi à l'avancement des technologies quantiques et à l'exploration de nouvelles opportunités dans les domaines scientifique et industriel.

Pour résumé, on suggère une nouvelle méthode de mesure faible qui exploite le domaine temporel des photons pour caractériser des états de polarisation. Elle offre un cadre plus robuste pour la caractérisation d'état de polarisation que des mesures faibles basées sur le domaine positionnel. Nous commencerons par une analyse des principes fondamentaux des mesures quantiques. Nous comparerons les approches tomographiques classiques et les mesures faibles en termes de leurs avantages et limites respectifs. Nous présenterons ensuite une méthode innovante, spécialement conçue pour les systèmes photoniques, qui permettra de collecter le plus d'information possible sur l'état quantique tout en limitant l'influence de la mesure (interaction) sur le système. Cette méthode sera évaluée à travers des expériences en laboratoire. Ensuite, nous discuterons des résultats et des implications pour les technologies quantiques émergentes. Enfin, nous examinerons les possibilités d'application de cette technique dans des domaines tels que la communication quantique, l'informatique quantique et autres.

# 2 LES MESURES FAIBLES TEMPORELLES D'UN SYSTÈME QUANTIQUE

Ce chapitre explore les fondements théoriques des mesures faibles temporelles, une technique innovante permettant de caractériser directement l'état de polarisation d'un système quantique avec une intégration agréable pour des technologies quantiques. Tout d'abord, nous examinons les fondements des mesures faibles proposées par AAV [13] ainsi que dans le cadre : [15]. Nous démontrons ensuite que la valeur faible, qui dérive de l'état initial et de l'état de projection, est proportionnelle à l'état final du système. Cette relation est un outil important dans le processus de caractérisation de l'état quantique. De plus, nous démontrerons que cette valeur faible peut être décomposée en une partie réelle et une partie imaginaire, lesquelles peuvent être mesurées en laboratoire.

## 2.1 La tomographie quantique

Traditionnellement, la tomographie quantique est utilisée pour reconstruire la fonction d'onde d'un état quantique à partir d'un ensemble de mesures projectives. En photonique quantique, ce processus consiste à effectuer des mesures de projection sur divers états quantiques en utilisant des bases orthogonales variées, soit $\{|H\rangle, |V\rangle\}$, $\{|D\rangle, |A\rangle\}$ et $\{|R\rangle, |L\rangle\}$, (polarisation horizontale, verticale) (diagonale, anti-diagonale) et (circulaire droite, gauche) respectivement. Ensuite, les résultats obtenus sont analysés par un algorithme sophistiqué qui recrée implicitement la fonction d'onde à partir de la matrice densitée de l'état quantique. La matrice densitée représente un opérateur hermitien qui renferme toutes les informations sur l'état quantique, y compris la fonction d'onde, ainsi que certaines caractéristiques probabilistes qu'un tel système peut présenter. Elle se présente sous la forme $\hat{\rho} = |\psi\rangle \langle\psi|$ pour un état $|\psi\rangle$ et on peut facilement vérifier sa pureté en prenant la trace $Tr(\rho) = 1$ .

Plus d'informations à ce sujet sous peu. Pour approfondir nos connaissances, considérons un exemple arbitraire. Supposons un photon préparé dans l'état de polarisation suivant :

$$|\psi\rangle = a\,|H\rangle + b\,|V\rangle \tag{1}$$

où $a,\, b \in \mathcal{C}$, $|a|^2 + |b|^2 = 1$ et dans la base $\{|H\rangle\,, |V\rangle\}$. La matrice de densité de cet état, que l'on retrouvera prochainement dans cet exemple, s'écrit comme suit :

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} |a|^2 & ab^* \\ a^*b & |b|^2 \end{pmatrix} \tag{2}$$

L'objectif d'une tomographie quantique est de déterminer les coefficients de la matrice. Pour ce faire, il faut effectuer des mesures projectives pour obtenir les probabilités ou intensités de détection dans différentes bases de polarisation. La fraction de photons détectés en sortie $|H\rangle$ correspond alors à $|a|^2$ et en sortie $|V\rangle$ correspond à $|b|^2$. Pour accéder aux termes d'interférence, comme $ab^*$, il faut réaliser des mesures dans des bases complémentaires, telles que $\{|D\rangle\,, |A\rangle\}$ pour la polarisation diagonale et antidiagonale, et/ou $\{|R\rangle\,, |L\rangle\}$ pour la polarisation circulaire. Les différences d'intensité observées dans ces diverses configurations de mesure projective permettent de reconstruire les éléments de matrice densité. Ensemble, ce dernier illustre la puissance de la tomographie quantique, tout en soulignant sa complexité et les ressources nécessaires à sa mise en œuvre pour des états de dimension plus élevée. En photonique quantique, ainsi, pour la caractérisation des états de polarisation, cette matrice densitée peut également être exprimée en termes des paramètres de Stokes [8]. Les paramètres de Stokes décrivent complètement l'état de polarisation, et ils sont liés aux probabilités de détection dans différentes bases de polarisation

[32]. Les paramètres sont définis par :

$$S = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{|H\rangle} + P_{|V\rangle} \\ P_{|H\rangle} - P_{|V\rangle} \\ P_{|D\rangle} - P_{|A\rangle} \\ P_{|R\rangle} - P_{|L\rangle} \end{pmatrix} \tag{3}$$

Où $P_{|H\rangle}$ la probabilité de détection pour l'état de polarisation horizontale $|H\rangle$ et $P_{|V\rangle}$ la probabilité de détection pour l'état de polarisation verticale $|V\rangle$. Ainsi, les paramètres de Stokes : $S_0$ représente l'intensité ou probabilité totale du faisceau, $S_1$ représente la différence de probabilités entre les polarisations $|H\rangle$ et $|V\rangle$, $S_2$ représente la différence probabilités entre les polarisations $|D\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle)$ et $|A\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle - V)$ et $S_3$ représente la différence probabilités entre les polarisations $|R\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + iV)$ et $|L\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle - i\,|V\rangle)$. En notant les probabilités de mesure pour chacune de ces bases, on reconstruit la matrice densitée à partir de :

$$\hat{\rho} = \frac{1}{2}\sum_{i=0}^{3} S_i \sigma_i \tag{4}$$

Soit $\hat{\sigma}_i$ sont les matrices de Pauli défini comme suit :

$$\hat{\sigma}_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \hat{\sigma}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \hat{\sigma}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \hat{\sigma}_3 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \tag{5}$$

Utilisant l'état arbitraire que nous avons mentionné, trouvons la matrice densitée avec les paramètres de Stokes. Commençons par réécrire la matrice densitée comme suit :

$$\hat{\rho} = \frac{1}{2}(S_0\hat{\sigma}_0 + S_1\hat{\sigma}_1 + S_2\hat{\sigma}_2 + S_3\hat{\sigma}_3) \tag{6}$$

Ensuite, trouvons chacun des paramètres de Stokes en projetant les différentes bases sur l'état de polarisation. Les deux premiers paramètres $S_0$ et $S_1$ sont simples, trouvons les probabilités $P_{|H\rangle}$ et $P_{|V\rangle}$.

$$P_{|H\rangle} = |\langle H|\psi\rangle|^2 = (a\langle H|H\rangle + b\langle H|V\rangle)(a^*\langle H|H\rangle + b^*\langle H|V\rangle) \tag{7}$$

$$= |a|^2 \tag{8}$$

$$P_{|V\rangle} = |\langle V|\psi\rangle|^2 = (a\langle V|H\rangle + b\langle V|V\rangle)(a^*\langle V|H\rangle + b^*\langle V|V\rangle) \tag{9}$$

$$= |b|^2 \tag{10}$$

Les paramètres de stokes $S_0$ et $S_1$ sont donc les suivants :

$$S_0 = P_{|H\rangle} + P_{|V\rangle} = |a|^2 + |b|^2 = 1 \tag{11}$$

$$S_1 = P_{|H\rangle} - P_{|V\rangle} = |a|^2 - |b|^2 \tag{12}$$

Pour les deux paramètres suivants $S_2$ et $S_3$, nous devons exprimer les états projetés dans nos états de base $\{|H\rangle, |V\rangle\}$.

$$P_{|D\rangle} = |\langle D|\psi\rangle|^2 = \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(a\langle H|H\rangle + a\langle V|H\rangle)\right)\right. \tag{13}$$

$$\left.+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(b\langle H|V\rangle + b\langle V|V\rangle)\right)\right]\left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(a^*\langle H|H\rangle + a^*\langle V|H\rangle)\right)\right. \tag{14}$$

$$\left.+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(b^*\langle H|V\rangle + b^*\langle V|V\rangle)\right)\right] = \frac{1}{2}(a+b)(a^*+b^*) \tag{15}$$

$$= \frac{1}{2}(|a|^2 + ab^* + a^*b + |b|^2) \tag{16}$$

$$P_{|A\rangle} = |\langle A|\psi\rangle|^2 = \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(a\langle H|H\rangle - a\langle V|H\rangle)\right)\right. \tag{17}$$

$$\left.+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(b\langle H|V\rangle - b\langle V|V\rangle)\right)\right]\left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(a^*\langle H|H\rangle - a^*\langle V|H\rangle)\right)\right. \tag{18}$$

$$\left.+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(b^*\langle H|V\rangle - b^*\langle V|V\rangle)\right)\right] = \frac{1}{2}(a-b)(a^*-b^*) \tag{19}$$

$$= \frac{1}{2}(|a|^2 - ab^* - a^*b + |b|^2) \tag{20}$$

$$S_2 = P_{|D\rangle} - P_{|A\rangle} = ab^* + a^*b = 2\mathcal{R}(ab^*) \tag{21}$$

On répète la même technique pour $S_3$ :

$$P_{|R\rangle} = |\langle R|\psi\rangle|^2 = \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(a\langle H|H\rangle + ia\langle V|H\rangle)\right)\right. \tag{22}$$

$$\left.+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(b\langle H|V\rangle + ib\langle V|V\rangle)\right)\right]\left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(a^*\langle H|H\rangle + ia^*\langle V|H\rangle)\right)\right. \tag{23}$$

$$\left.+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(b^*\langle H|V\rangle + ib^*\langle V|V\rangle)\right)\right] = \frac{1}{2}(a+ib)(a^*+ib^*) \tag{24}$$

$$= \frac{1}{2}(|a|^2 + iab^* + ia^*b - |b|^2) \tag{25}$$

$$P_{|L\rangle} = |\langle L|\psi\rangle|^2 = \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(a\langle H|H\rangle - ia\langle V|H\rangle)\right)\right. \tag{26}$$

$$\left.+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(b\langle H|V\rangle - ib\langle V|V\rangle)\right)\right]\left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(a^*\langle H|H\rangle - ia^*\langle V|H\rangle)\right)\right. \tag{27}$$

$$\left.+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(b^*\langle H|V\rangle - ib^*\langle V|V\rangle)\right)\right] = \frac{1}{2}(a-ib)(a^*-ib^*) \tag{28}$$

$$= \frac{1}{2}(|a|^2 - iab^* - ia^*b - |b|^2) \tag{29}$$

$$S_3 = P_{|R\rangle} - P_{|L\rangle} = i(ab^* + a^*b) = 2\mathcal{I}(ab^*) \tag{30}$$

Ensuite écrivons nous résultats dans notre matrice densité.

$$\hat{\rho} = \frac{1}{2}(S_0\hat{\sigma}_0 + S_1\hat{\sigma}_1 + S_2\hat{\sigma}_2 + S_3\hat{\sigma}_3) \tag{31}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} S_0 + S_1 & S_2 - S_3 \\ S_2 + S_3 & S_0 - S_1 \end{pmatrix} \tag{32}$$

$$= \begin{pmatrix} |a|^2 & \mathcal{R}(ab^*) - i\mathcal{I}(ab^*) \\ \mathcal{R}(a^*b) - i\mathcal{I}(a^*b) & |b|^2 \end{pmatrix} \tag{33}$$

$$= \begin{pmatrix} |a|^2 & ab^* \\ a^*b & |b|^2 \end{pmatrix} \tag{34}$$

Nous avons maintenant reconstruit notre matrice de densité à partir d'un état de polarisation arbitraire en utilisant les paramètres de Stokes. Pour un état pur, comme notre exemple, on a la propriété $Tr(\hat{\rho}) = 1$, ce qui se traduit par une cohérence quantique maximale. En revanche, un état mixte se caractérise par une matrice densitée statistique, qui est une somme pondérée d'états purs :

$$\hat{\rho}_{mixte} = \sum_{i}^{N} p_i \left|\psi\right\rangle_i \left\langle\psi\right|_i \tag{35}$$

Nous avons $N$ états, chacun étant associé à une probabilité $p_i$. Pour chaque état $\left|\psi\right\rangle_i$, nous avons $\sum_i^N p_i = 1$. Dans ce contexte, $Tr(\hat{\rho}_{mixte}) < 1$. Cela signifie que la pureté d'une matrice densitée peut être mesurée par sa trace. Un état pur possède une cohérence parfaite, tandis qu'un état mixte résulte d'un mélange statistique d'états. Il est possible de mesurer la pureté d'un état en examinant les paramètres de Stokes de cet état. La somme de ces paramètres, $\sum_i^3 S_i$, doit être égale à 1 pour un état pur et inférieure à 1 pour un état mixte. Dans le domaine de la photonique quantique, il est possible de visualiser l'état de polarisation sur la sphère de Poincaré, une représentation tridimensionnelle où chaque axe correspond à un paramètre de Stokes, excluant ainsi $S_0$. Chaque point sur cette surface représente un état distinct de polarisation.

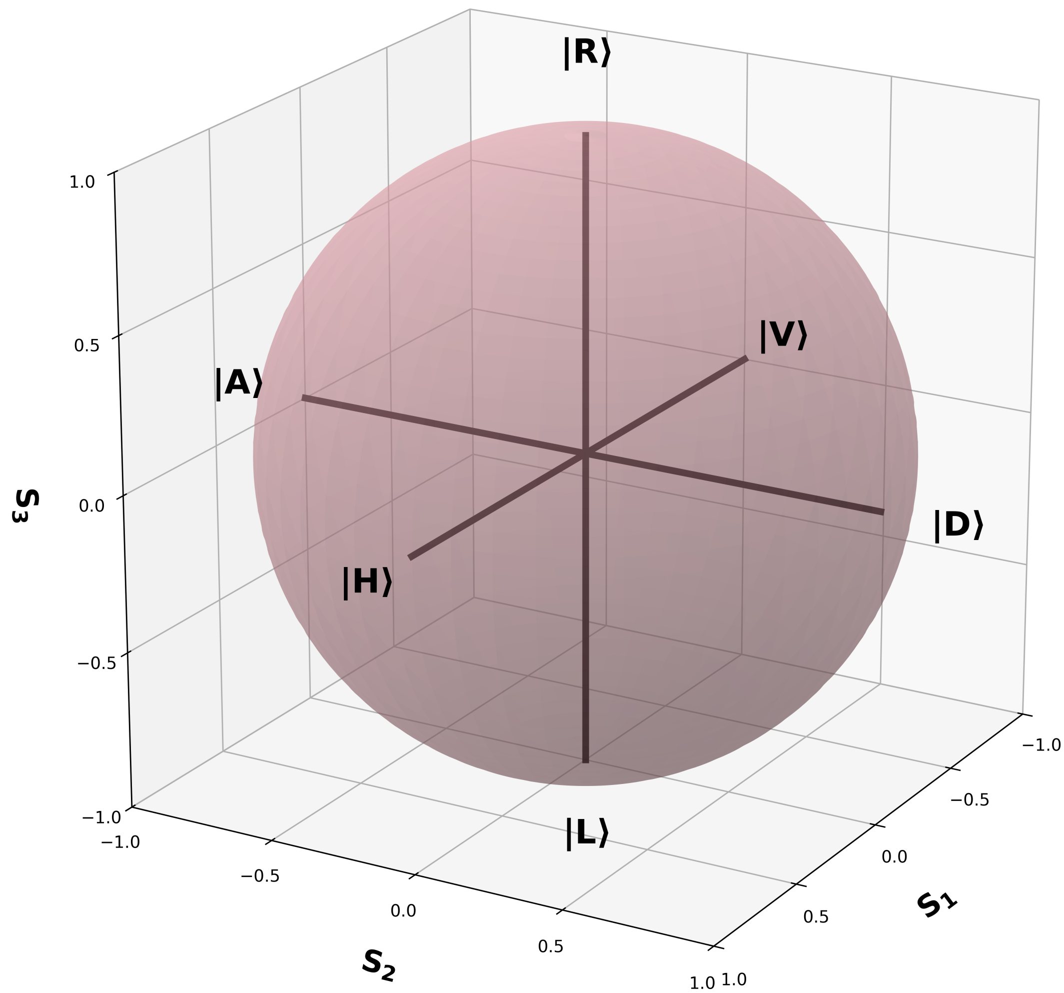


Figure 2 – La sphère Poincarré

Enfin, les protocoles de la tomographie quantique permettent de déterminer empiriquement ces coefficients de la matrice densitée (à partir des paramètres de Stokes en photonique quantique), et peuvent donc reconstruire et caractériser la matrice densitée complète d'un état de polarisation. Toutefois, cette méthode présente des inconvénients majeurs. Elle est indirecte, complexe et nécessite un traitement algorithmique intensif pour des dynamiques à dimension élevée, ce qui limite son utilisation. Elle n'est pas non plus adaptée aux applications nécessitant des mesures en temps réel ou une interaction minimale avec le système.

## 2.2 Introduction aux mesures faibles

Une alternative intéressante consiste à utiliser des mesures faibles, une méthode permettant d'accéder à la fonction d'onde d'un système quantique directement. AAV ont proposé cette méthode dans leur article «How the result of a measurement of a component of the spin of a spin-1/2 particle can turn out to be 100 »(Comment le résultat de la mesure de la composante spin d'une particule ayant un spin-1/2 peut devenir 100) en 1988 [13]. Cette méthode s'inspire du modèle de von Neumann [14], dans lequel un système faiblement lié à un «pointeur »subit une interaction (perturbation) faible. La mesure du résultat est représentée par un déplacement du pointeur proportionnel à ce que l'on appelle la «valeur faible ».

Le modèle von Neumann des mesures quantiques sert de fondement théorique pour comprendre les mesures faibles. Dans ce modèle, le système quantique et ce qu'on appelle un «pointeur »(nommé en référence à l'aiguille d'un instrument de mesure) sont entremêlés par un opérateur d'interaction faible, permettant ainsi d'extraire des informations sur la fonction d'onde. Le pointeur indique l'état de la mesure moyenne de l'appareil de mesure [14]. Voici un schéma illustrant l'utilisation du modèle de Von Neumann dans le cadre des mesures à faible intensité.

Contrairement aux interactions fortes, qui provoquent un effondrement complet de la fonction d'onde et détruisent la superposition quantique des états de bases, une interaction faible préserve cette superposition en minimisant la perturbation du système.

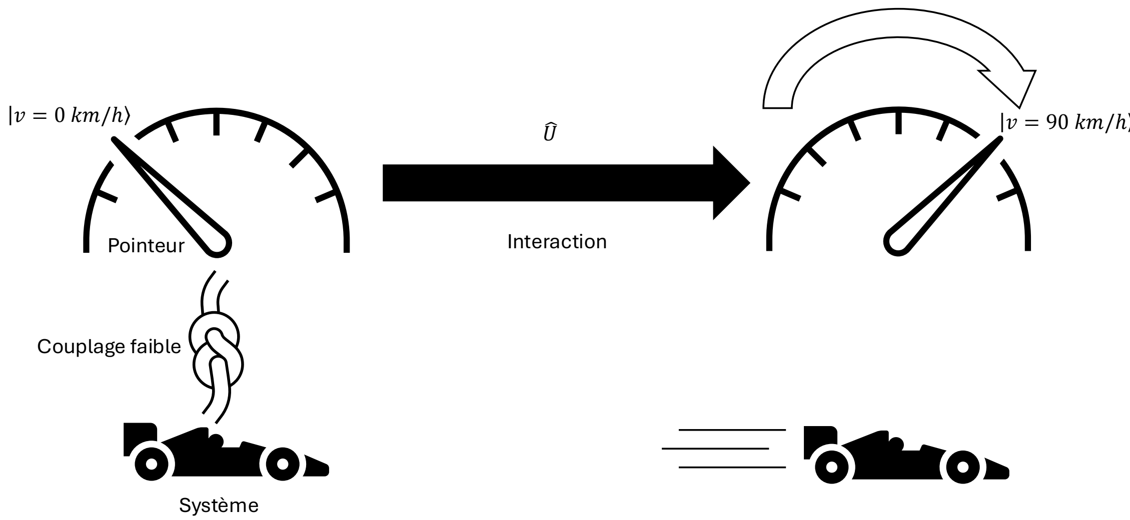


FIGURE 3 – Une voiture de Formule 1 rapide peut être décrite comme un système faiblement couplé au départ, avec l'indicateur de vitesse comme pointeur. On peut imaginer que ce couplage est rompu lorsque le conducteur relâche le frein à main en même temps que l'accélérateur. Une fois que le conducteur interagit avec le système, le pointeur est déplacé.

Pour illustrer la différence entre une interaction forte et faible, on peut représenter celle-ci par une impulsion gaussienne où les états de base sont soit fortement, soit faiblement séparés. Une telle figure permettrait de clarifier comment les mesures faibles minimisent l'interaction tout en extrayant des informations précises.

Dans le contexte des mesures faibles, la force de l'interaction, soit $\delta$, est choisie pour que le déplacement du pointeur soit inférieur à la largeur de la distribution des probabilités. Cette méthode permet ainsi de mesurer directement le déplacement du pointeur après une mesure projective, et d'en obtenir la valeur faible.

$$\left\langle \hat{A}_W \right\rangle = \frac{\langle\psi_f|\,\hat{A}\,|\psi_i\rangle}{\langle\psi_f|\psi_i\rangle} \tag{36}$$

La valeur faible $\left\langle \hat{A}_W \right\rangle$, soit un observable $\hat{A}$ du système, l'état d'entrée $|\psi_i\rangle$ et l'état

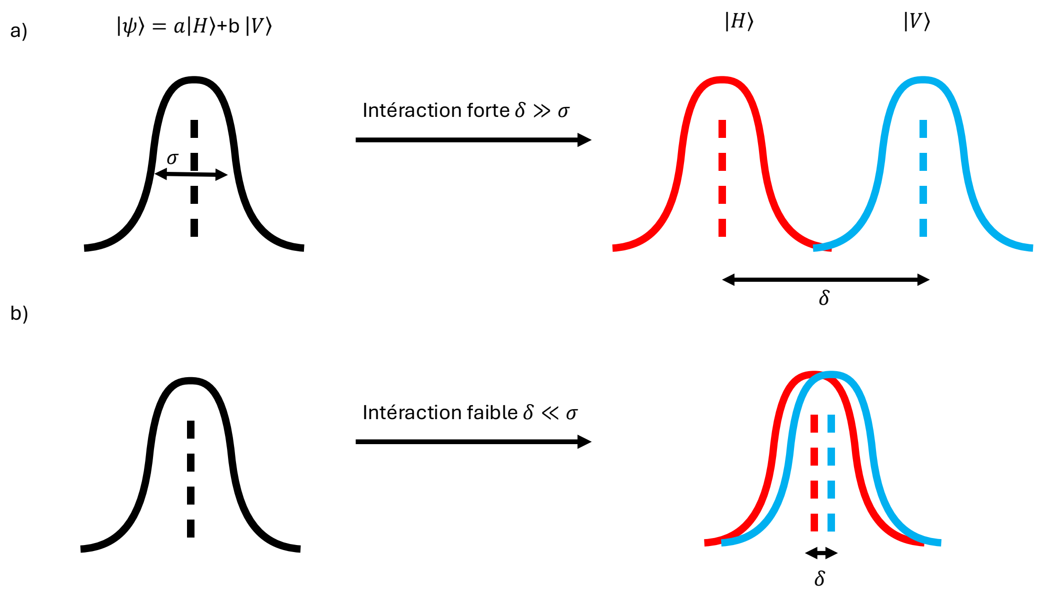


FIGURE 4 – Considérons une impulsion gaussienne avec une distribution de probabilité $\sigma$ dans l'état $|\psi\rangle = a\,|H\rangle + b\,|V\rangle$ et un coefficient d'interaction $\delta$ qui décrivent la force de séparation des états. a) Interaction forte : une interaction forte impliquerait un effondrement complet de l'état séparant complètement les états de base. Cela se produirait lorsque $\delta \gg \sigma$. Par conséquent, nous mesurerions l'un ou l'autre via une mesure projective. b) Interaction faible : Elle consiste en une faible interaction avec le système qui permet aux deux états de base de se chevaucher, de sorte que, lors d'une mesure projective, nous obtenions en retour un état qui comprend essentiellement l'état initial du système. Cela se produit lorsque $\delta \ll \sigma$.

de la mesure projective $|\psi_f\rangle$, issue d'une mesure faible, est une variable complexe composée d'une partie réelle et imaginaire. Ces composantes renferment des informations sur l'observable de la variable du pointeur $\hat{p}$ ainsi que sur sa variable conjuguée $\hat{q}$, permettant une caractérisation complète.

$$\left\langle \hat{A}_W \right\rangle = \frac{1}{\delta}\left( \langle \hat{p} \rangle + i4\sigma^2 \langle \hat{q} \rangle \right) \tag{37}$$

Les mesures faibles servent d'œil de Judas au monde quantique [33]. Ça nous permet de perturber le système le moins possible pour obtenir de l'information sur le système quantique. L'adoption des mesures faibles repose sur plusieurs avantages clés : elles réduisent les perturbations induites sur le système, préservent la cohérence quantique et permettent une approche directe et intuitive pour caractériser des états quantiques [34].

## 2.3 Fondamentaux théorique des mesures faibles

Tout d'abord, nous aborderons les principes théoriques sous-jacents aux mesures faibles, en expliquant comment leur valeur est liée à la fonction d'onde de l'état quantique et peut être mesurée directement. Ces mesures sont une étape clé dans la procédure décrite par l'AAV [13] et dans [15], qui se compose des éléments suivants. Voici les étapes de la procédure à suivre :

- Préparation de l'état initial
- Interaction faible, sujet de discussion dans la présente section
- Mesure projective, souvent réalisée sur un état possédant une quantité égale des deux états de base de l'état initial.

Dans cette section, nous nous attarderons sur l'étape de l'interaction faible, qui correspond à une perturbation faible de l'état quantique. Comme cela a été mentionné précédemment, cette procédure directe via des mesures faibles s'appuie sur le modèle de von Neumann pour les mesures quantiques. Ce modèle implique un système quantique composé de deux objets : le système à mesurer $S$ et l'appareil de mesure (pointeur) $P$. Ces deux objets sont traités comme des objets de la mécanique quantique couplés dans un système total $T$ [25, 14]. Ce schéma illustre le processus selon lequel, lorsqu'un état quantique est soumis à une mesure, il se trouve initialement dans un état superposé aléatoire, noté $|\psi\rangle_S = \sum_j^N c_j |s_j\rangle_S$, dont les composantes sont des combinaisons linéaires de bases propres $|s_j\rangle_S$ correspondant aux valeurs propres $s_j$ (avec coefficients complexes) avec dimension $N$. Une fois la mesure effectuée sur son observable $\hat{S}$, cet état quantique subit une perturbation, resultant à l'un de ces vecteurs propres et leur valeur propre [35]. La quantification de cet interaction se définit à travers un opérateur d'interaction, communément désigné sous le nom d'opérateur d'interaction de von Neumann. Ce dernier est exprimé comme suit :

$$\hat{U} \equiv exp\Big(-\frac{i\mathcal{H}t}{\hbar}\Big) \tag{38}$$

Il s'agit d'un opérateur d'évolution temporelle, où $t$ représente le temps d'interaction avec le système, $\hbar$ la constante de Planck et $\mathcal{H}$ le hamiltonien du système total $T$, qui est défini comme suit :

$$\mathcal{H} \equiv g(\hat{S} \otimes \hat{p}) \tag{39}$$

Soit $g$ la constante de couplage, qui doit être réelle pour que le hamiltonien soit hermitien, et $\hat{p}$ la variable pointeur conjuguée de l'observable $\hat{S}$. Cette réduction de l'état quantique se traduit par un déplacement de la position du pointeur, initialement dans l'état $|\xi\rangle_P = |\bar{q} = 0\rangle_P$ dans la base $P$, où $\bar{q}$ représente la valeur moyenne d'une variable $q$ avec une distribution de probabilité $\sigma$. Le pointeur et l'état mesuré sont étroitement liés dans un état décrivant l'ensemble du système $T$, initialement écrit sous la forme :

$$\left|\Psi^i\right\rangle_T = |\psi\rangle_S \otimes |\bar{q} = 0\rangle_P \tag{40}$$

Après la mesure, le pointeur se déplace en fonction de la force d'interaction $\delta \equiv \frac{gt}{\hbar}$ et de la valeur propre $s_j$ de l'observable $\hat{S}$, $\Delta q = \delta s_j$. Ce dernier s'écrit dans lequel l'état du pointeur passe de sa position initiale $|\bar{q} = 0\rangle_P$ à $|\bar{q} = \delta s_j\rangle_P$. Lorsque combiné, l'état du système évolue comme suit :

$$\left|\Psi^f\right\rangle_T = \hat{U}\Big[|\psi\rangle_S \otimes |\bar{q} = 0\rangle_P\Big] \tag{41}$$

$$= \sum_j^N c_j \, |s_j\rangle_S \otimes |\bar{q} = \delta s_j\rangle_P \tag{42}$$

Dans un régime de mesures faibles, où l'interaction est plus faible que la distribution de probabilité du pointeur, c'est-à-dire $\delta \ll \sigma$, le système mesuré s'entrelace légèrement avec le pointeur, entraînant ainsi un effondrement minimal préservant la superposition. La mesure de $\hat{S}$ par la suite déplace légèrement $\hat{q}$ [25, 15]. Considérons ce qui suit :

$$\hat{U}\left|\Psi^i\right\rangle_T = \hat{U}\Big[|\psi\rangle_S \otimes |\bar{q} = 0\rangle_P\Big] \tag{43}$$

Examinons une étude plus approfondie du système initial total qui subit une interaction faible. Réécrivons l'opérateur d'interaction de von Neumann sous la forme d'une série de Taylor.

$$\hat{U}\left|\Psi^i\right\rangle_T = \hat{U}\Big[|\psi\rangle_S \otimes |\bar{q}=0\rangle_P\Big] \tag{44}$$

$$= e^{-i\delta(\hat{S}\otimes\hat{p})}\Big[|\psi\rangle_S \otimes |\bar{q}=0\rangle_P\Big] \tag{45}$$

$$= \Big(1 - i\delta(\hat{S}\otimes\hat{p}) + \mathcal{O}(\delta^2)\Big)\Big[|\psi\rangle_S \otimes |\bar{q}=0\rangle_P\Big] \tag{46}$$

$$= |\psi\rangle_S \otimes |\bar{q}=0\rangle_P - i\delta\hat{S}\,|\psi\rangle_S \otimes \hat{p}\,|\bar{q}=0\rangle_P + \mathcal{O}(\delta^2)\,|\psi\rangle_S \otimes |\bar{q}=0\rangle_P \tag{47}$$

Où $\mathcal{O}(\delta^2)$ correspond a les ordres plus élevés dans la série de Taylor, que nous négligeons. En suivant la procédure de mesure faible, nous projetterons une mesure projective ultérieure sur le système avec l'état $|\varphi\rangle_S$, qui a les mêmes états de base que $|\psi\rangle_S$.

$$|\varphi\rangle_S \langle\varphi|_S\,\hat{U}\left|\Psi^i\right\rangle_T = |\varphi\rangle_S \langle\varphi|_S\,|\psi\rangle_S \otimes |\bar{q}=0\rangle_P - i\delta\,|\varphi\rangle_S \langle\varphi|_S\,\hat{S}\,|\psi\rangle_S \otimes \hat{p}\,|\bar{q}=0\rangle_P - ... \tag{48}$$

Normalisent l'état du système total avec le module de la probabilité $\langle\varphi|_S\,|\psi\rangle_S = \sqrt{Prob}$, dont $Prob \equiv |\,\langle\varphi|_S\,|\psi\rangle_S\,|^2$ [15, 18, 31].

$$|\varphi\rangle_S \frac{\langle\varphi|_S \hat{U} |\Psi^i\rangle_T}{\langle\varphi|_S |\psi\rangle_S} = |\varphi\rangle_S \frac{\langle\varphi|_S |\psi\rangle_S}{\langle\varphi|_S |\psi\rangle_S} \otimes |\bar{q}=0\rangle_P - i\delta |\varphi\rangle_S \frac{\langle\varphi|_S \hat{S} |\psi\rangle_S}{\langle\varphi|_S |\psi\rangle_S} \otimes \hat{p} |\bar{q}=0\rangle_P \tag{49}$$

$$= |\varphi\rangle_S \otimes |\bar{q}=0\rangle_P - i\delta |\varphi\rangle_S \frac{\langle\varphi|_S \hat{S} |\psi\rangle_S}{\langle\varphi|_S |\psi\rangle_S} \otimes \hat{p} |\bar{q}=0\rangle_P \tag{50}$$

En ce cas, le $\frac{\langle\varphi|_S|\psi\rangle_S}{\langle\varphi|_S|\psi\rangle_S}$ sur le côté droit est annulé et nous déplaçons le $\frac{1}{\langle\varphi|_S|\psi\rangle_S}$ du côté gauche vers le côté droit. L'état final est maintenant le suivant :

$$\left|\Psi^f\right\rangle_T \equiv |\varphi\rangle_S \langle\varphi|_S \hat{U} |\psi\rangle_S \tag{51}$$

$$\simeq \langle\varphi|_S |\psi\rangle_S \left[|\bar{q}=0\rangle_P - i\delta \frac{\langle\varphi|_S \hat{S} |\psi\rangle_S}{\langle\varphi|_S |\psi\rangle_S} \hat{p} |\bar{q}=0\rangle_P\right] \otimes |\varphi\rangle_S \tag{52}$$

Les parenthèses carrées représentent l'état final du pointeur, ce qui nous permet de calculer les parties réelles et imaginaires de S.

$$|\bar{q}=\delta s_j\rangle_P \equiv |\bar{q}=0\rangle_P - i\delta \frac{\langle\varphi|_S \hat{S} |\psi\rangle_S}{\langle\varphi|_S |\psi\rangle_S} \hat{p} |\bar{q}=0\rangle_P \tag{53}$$

Observez que la position finale du pointeur est proportionnelle à ce qui suit :

$$\left\langle \hat{S}_W \right\rangle \equiv \frac{\langle\varphi|_S \hat{S} |\psi\rangle_S}{\langle\varphi|_S |\psi\rangle_S} \tag{54}$$

Il s'agit de la valeur faible dérivée pour la première fois par AAV, une valeur complexe composée d'une partie réelle et d'une partie imaginaire. Celle-ci correspond au décalage de la variable du pointeur $q$ et à son décalage par rapport à sa variable conjuguée $p$. En d'autres termes, si une particule présente un décalage dans sa position, il y aura également un décalage dans sa quantité de mouvement. Par exemple, la position temporelle d'un photon et sa position de fréquence varieront l'une par rapport à l'autre lors d'une interaction. Si l'interaction est faible, il est possible de mesurer ces valeurs décalées individuellement lors d'une procédure directe via mesure faible [25, 15, 23, 26]. Pour conclure, écrivons l'état final avec cette valeur :

$$
\begin{aligned}
\left|\Psi^f\right\rangle_T &= \langle\varphi|_S\, |\psi\rangle_S \left[|\bar{q}=0\rangle_P - i\delta \left\langle \hat{S}_W \right\rangle \hat{p}\, |\bar{q}=0\rangle_P\right] \otimes |\varphi\rangle_S && (55)\\
&= \langle\varphi|_S\, |\psi\rangle_S \left[1 - i\delta \left\langle S_W \right\rangle \hat{p}\right] |\bar{q}=0\rangle \otimes |\varphi\rangle_S && (56)\\
&= \langle\varphi|_S\, |\psi\rangle_S\, e^{-i\delta\langle S_W\rangle \hat{p}}\, |\bar{q}=0\rangle \otimes |\varphi\rangle_S && (57)\\
&= |\psi\rangle_S\, e^{-i\delta\langle S_W\rangle \hat{p}}\, |\bar{q}=0\rangle && (58)
\end{aligned}
$$

C'est-à-dire, si nous avons une mesure faible parfaite, en prenant la limite que $\delta \to 0$ , nous avons essentiellement l'état initial. Nous pouvons même mesurer et caractériser l'état quantique directement sans aucune reconstruction algorithmique à l'aide des parties réelles et imaginaires de la valeur faible. Démontrons cela [18, 15] :

$$
\begin{aligned}
\langle\bar{q}=\delta s_j|\, \hat{q}\, |\bar{q}=\delta s_j\rangle &= -i\delta\mathcal{R}\Big(\left\langle \hat{S}_W \right\rangle\Big) \langle\bar{q}=\delta s_j|\, (\hat{q}\hat{p}-\hat{p}\hat{q})\, |\bar{q}=\delta s_j\rangle && (59)\\
&\quad + \delta\mathcal{I}\Big(\left\langle \hat{S}_W \right\rangle\Big) \langle\bar{q}=\delta s_j|\, (\hat{q}\hat{p}+\hat{p}\hat{q})\, |\bar{q}=\delta s_j\rangle && (60)\\
&= \delta\mathcal{R}\Big(\left\langle \hat{S}_W \right\rangle\Big) = \langle\hat{q}\rangle && (61)
\end{aligned}
$$

Ainsi pour la variable conjuguée :

$$\langle \bar{q} = \delta s_j | \, \hat{p} \, | \bar{q} = \delta s_j \rangle = -i\delta \mathcal{R}\Big( \Big\langle \hat{S}_W \Big\rangle \Big) \, \langle \bar{q} = \delta s_j | \, (\hat{p}^2 - \hat{p}^2) \, | \bar{q} = \delta s_j \rangle \tag{62}$$

$$+ \, \delta \mathcal{I}\Big( \Big\langle \hat{S}_W \Big\rangle \Big) \, \langle \bar{q} = \delta s_j | \, (\hat{p}^2 + \hat{p}^2) \, | \bar{q} = \delta s_j \rangle \tag{63}$$

$$= \frac{\delta}{4\sigma^2} \mathcal{I}\Big( \Big\langle \hat{S}_W \Big\rangle \Big) \tag{64}$$

Ensemble la valeur faible s'écrit :

$$\Big\langle \hat{S}_W \Big\rangle = \frac{1}{\delta} \Big( \langle \hat{q} \rangle + i4\sigma^2 \, \langle \hat{p} \rangle \Big) \tag{65}$$

En démontrant que la valeur faible est proportionnelle à la fonction d'onde (l'état quantique), comme l'a fait AAV, et qu'on peut en déduire directement les paramètres, on a ouvert un tout nouveau domaine dans les mesures quantiques et une alternative à la tomographie quantique traditionnelle.

## 2.4 Proposition d'une procédure directe avec une mesure faible temporelle

Les mesures faibles temporelles exploitent les propriétés temporelles et fréquentielles d'une impulsion lumineuse pour caractériser un état quantique. Cette approche est fondée sur l'hypothèse selon laquelle les délais temporels peuvent être directement liés aux composantes réelles et imaginaires de la valeur faible. Dans les sections suivantes et dans ce projet de thèse, nous nous concentrerons sur la mesure de la valeur faible à partir d'une interaction à faible temporelle. Nous allons employer un système photonique quantique soumis à une mesure faible. Cette mesure nous permettra de déterminer la position temporelle moyenne d'une impulsion gaussienne, utilisée comme pointeur, ainsi que l'effet sur sa variable conjuguée, un décalage fréquentiel. Ce faisant, nous pourrons caractériser l'état de polarisation d'un faisceau de photons.

### 2.4.1 La partie réelle du système

Nous voulons caractériser l'état de polarisation avec une mesure faible temporelle. Pour ce faire, il est nécessaire de calculer l'attendue de la valeur faible $\langle \hat{\pi}_W \rangle$. Pour y parvenir, nous devons d'abord analyser chaque composante de cette valeur. Tout d'abord, examinons la partie réelle en définissant les paramètres de l'expérience potentielle que nous souhaitons éventuellement réaliser. L'état de polarisation du système que nous souhaitons mesurer est défini comme suit :

$$|\psi\rangle \equiv a\,|H\rangle + b\,|V\rangle \tag{66}$$

Où $a$ et $b$ les paramètres de probabilité des bases $\{|H\rangle\ ,\ |V\rangle\}$, respectivement, avec $|a|^2 + |b|^2 = 1$ , ainsi que $|H\rangle$ et $|V\rangle$ représentent la polarisation horizontale et verticale d'un photon.

$$|\xi(t)\rangle = \langle t|\xi\rangle \equiv \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)^{1/2}} e^{-\frac{t^2}{4\sigma^2}} \tag{67}$$

Le pointeur du système utilise généralement un profil temporel gaussien pour un faisceau, avec une position temporelle moyenne $t$ (par rapport à un temps $t_0$) et une dispersion $\sigma$ du profil temporel. L'état initial total s'écrit :

$$\left|\Psi(t)^i\right\rangle \equiv |\psi\rangle \otimes |\xi(t)\rangle \tag{68}$$

Procédons à une faible interaction temporelle sur l'état $|H\rangle$ avec l'opérateur de von Neumann $\hat{U}^H$, dont l'indice $H$ indique qu'il est appliqué sur la partie horizontale. L'opérateur d'interaction de von Neumann peut être étudié sous la forme $\hat{U} = exp(-\frac{i}{\hbar}\int \hat{\mathcal{H}}dt)$, où $\hat{\mathcal{H}} \equiv g(\hat{\pi} \otimes \hat{E})$, dont $\hat{\pi}$ l'observable du système (l'état de polarisation) et $\hat{E}$ la variable conjugué du pointeur. Nous voulons appliquer l'opérateur sur un état de base unique, donc l'observable du système $\hat{S}$ devient $|H\rangle \bar{H}$, où, lorsque nous appliquons l'opérateur de projection $|H\rangle\langle H|$, nous obtenons une intéraction sur la partie $|H\rangle$ [24]. Le conjugué de la variable de pointeur temporel est l'énergie $\hat{E}$, puisque, en mécanique quantique, on sait comment le temps et l'énergie se comportent réciproquement [36, 35]. L'opérateur d'énergie s'écrit ainsi :

$$\hat{E} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t} \tag{69}$$

L'interaction de Von Neumann pour une interaction temporelle s'écrit alors comme ceci :

$$\hat{U}^H = exp\Big(-i\tau\,|H\rangle\langle H| \otimes \frac{\partial}{\partial t}\Big) \tag{70}$$

En supposons que la constante de couplage $g$ soit courte, sur un temps d'interaction $\tau$. Nous l'appliquons à la partie horizontale de l'état $|H\rangle$, ce qui entraine un décalage du pointeur $exp\Big(-\tau\frac{\partial}{\partial t}\Big)\xi(t) = \xi(t-\tau)$. L'état évolue ensuite dans cette façon-là :

$$\hat{U^H}\left|\Psi(t)^i\right\rangle = \hat{U}^H\Big[\left|\psi\right\rangle \otimes \left|\xi(t)\right\rangle\Big] \tag{71}$$

$$= \hat{U}^H\Big[a\left|H\right\rangle \otimes \left|\xi(t)\right\rangle + b\left|V\right\rangle \otimes \left|\xi(t)\right\rangle\Big] \tag{72}$$

$$= a\left|H\right\rangle \otimes \hat{U}^H\left|\xi(t)\right\rangle + b\left|V\right\rangle \otimes \left|\xi(t)\right\rangle \tag{73}$$

$$= a\left|H\right\rangle \otimes \left|\xi(t-\tau)\right\rangle + b\left|V\right\rangle \otimes \left|\xi(t)\right\rangle \tag{74}$$

Lorsque nous interagissons avec un système quantique pour en extraire des informations, nous réalisons une mesure projective à l'aide de l'état superposé $\left|\varsigma\right\rangle = \mu\left|H\right\rangle + \nu\left|V\right\rangle$. Les paramètres $\nu$ et $\mu$ représentent les probabilités respectives des états $\left|H\right\rangle$ et $\left|V\right\rangle$, dont leur somme au carré vaut 1.

$$\left|\Psi(t)^f\right\rangle = \left|\varsigma\right\rangle\left\langle\varsigma\right|\hat{U}^H\left|\Psi(t)^i\right\rangle = \Big[\bar{\mu}\left\langle H\right| + \bar{\nu}\left\langle V\right|\Big]a\left|H\right\rangle \otimes \left|\xi(t-\tau)\right\rangle + b\left|V\right\rangle \otimes \left|\xi(t)\right\rangle \tag{75}$$

$$= \Big[\bar{\mu}a\left|\xi(t-\tau)\right\rangle + \bar{\nu}b\left|\xi(t)\right\rangle\Big] \otimes \left|\varsigma\right\rangle \tag{76}$$

$$= F(t) \otimes \left|\varsigma\right\rangle \tag{77}$$

Où $F(t) \equiv A\left|\xi(t-\tau)\right\rangle + B\left|\xi(t)\right\rangle$, $A \equiv a\bar{\mu}$ et $B \equiv b\bar{\nu}$. Trouvons la valeur moyenne de la position temporelle du pointeur $\left\langle\hat{t}\right\rangle$.

$$\left\langle\hat{t}\right\rangle = \left\langle\Psi(t)^f\right|\hat{t}\left|\Psi(t)^f\right\rangle \tag{78}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} I(t)t dt \tag{79}$$

Où $I(t) \equiv |F(t)|^2$ , nous pouvons le normaliser en divisant par $\frac{1}{\left\langle \Psi(t)^f \middle| \Psi(t)^f \right\rangle}$ :

$$\left\langle \hat{t}^{norm} \right\rangle = \frac{\left\langle \Psi(t)^f \middle| \hat{t} \middle| \Psi(t)^f \right\rangle}{\langle \Psi(t)^f | \Psi(t)^f \rangle} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} I(t) t dt}{\int_{-\infty}^{\infty} I(t) dt} \tag{80}$$

$$= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |A|^2 \Xi(t-\tau)t + |B|^2 \Xi(t)t + A\bar{B}\Xi(t,\tau)t + \bar{A}B\Xi(t,\tau)tdt}{\int_{-\infty}^{\infty} |A|^2 \Xi(t-\tau) + |B|^2 \Xi(t) + A\bar{B}\Xi(t,\tau) + \bar{A}B\Xi(t,\tau)dt} \tag{81}$$

Où $\Xi(t) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$ et $\Xi(t,\tau) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{2t^2-2t\tau+\tau^2}{4\sigma^2}}$. Remarquons qu'en raison d'une interaction faible avec le système, il existe une superposition entre le pointeur et les composantes de polarisation horizontale et verticale. Les solutions de chaque intégrale sont énumérées ci-dessous, et nous allons reprendre notre analyse de la partie réelle de la valeur faible.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Xi(t-\tau) t dt = \tau \qquad \int_{-\infty}^{\infty} \Xi(t) dt = 1$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Xi(t-\tau) dt = 1 \qquad \int_{-\infty}^{\infty} \Xi(t,\tau) t dt = \frac{\tau}{2} e^{-\frac{t^2}{8\sigma^2}}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Xi(t) t dt = 0 \qquad \int_{-\infty}^{\infty} \Xi(t,\tau) dt = e^{-\frac{t^2}{8\sigma^2}}$$

Donc, avec ces solutions, la partie réelle se trouve :

$$\left\langle \hat{t}^{norm} \right\rangle = \tau \frac{|A|^2 + (A\bar{B} + \bar{A}B) e^{-\frac{\tau^2}{8\sigma^2}}}{|A|^2 + |B|^2 + (A\bar{B} + \bar{A}B) e^{-\frac{\tau^2}{8\sigma^2}}} \tag{82}$$

Comme nous sommes dans le régime des mesures faibles, prenons la limite où $\tau \ll \sigma$ :

$$\lim_{\frac{\tau}{\sigma}\to 0}\left\langle \hat{t}^{norm}\right\rangle = \tau\frac{|A|^2 + A\bar{B} + \bar{A}B}{|A|^2 + |B|^2 + A\bar{B} + \bar{A}B} \tag{83}$$

$$\equiv \mathcal{R}(\langle\hat{\pi}_W\rangle) \tag{84}$$

Ce terme représente la position moyenne temporelle du pointeur lors d'une mesure. Il s'agit de la partie réelle de la valeur faible $\langle\hat{\pi}_W\rangle$.

### 2.4.2 La partie imaginaire du système

Comme nous l'avons déjà évoqué, un déplacement de la variable du pointeur, tels que sa position temporelle $t$ par rapport à un $t_0$, devrait entraîner un déplacement de sa position fréquentiel $\omega$, vue que $\hat{E} = \hbar\hat{\omega}$ [36, 35]. Vérifions-le en calculant la partie imaginaire de la valeur faible $\langle\hat{\pi}_W\rangle$. Tout d'abord, effectuons la transformation de Fourier de la fonction temporelle $F(t)$ de l'état quantique $\left|\Psi(t)^f\right\rangle$ :

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} F(t)e^{-i\omega t}dt \tag{85}$$

$$= \frac{\sqrt[4]{2}\sqrt{\sigma}}{\sqrt[4]{\pi}}(A + Be^{i\omega\tau})e^{-\omega^2\sigma^2 - i\omega\tau} \tag{86}$$

Avec ce dernier, l'état quantique s'écrit :

$$\left|\Psi(\omega)^f\right\rangle = F(\omega)\otimes|\varsigma\rangle \tag{87}$$

Ensuite, déterminons la valeur moyenne de la position fréquentielle en suivant les mêmes étapes que pour la partie réelle :

$$\langle\hat{\omega}\rangle = \left\langle\Psi(\omega)^f\right|\hat{\omega}\left|\Psi(\omega)^f\right\rangle \tag{88}$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)d\omega \tag{89}$$

Où $S(\omega) \equiv |F(\omega)|^2$ et normalisons cette valeur :

$$\langle\hat{\omega}^{norm}\rangle = \frac{\sqrt{2}\sigma}{\sqrt{\pi}} \frac{\int_{-\infty}^{\infty}|A|^2\omega e^{i\omega\tau} + |B|^2\omega e^{i\omega\tau} + A\bar{B}\omega + \bar{A}Be^{2i\omega\tau}\omega d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty}|A|^2 e^{i\omega\tau} + |B|^2 e^{i\omega\tau} + A\bar{B} + \bar{A}Be^{2i\omega\tau}d\omega} e^{-2\omega^2\sigma^2 - i\omega\tau} \tag{90}$$

En utilisant des méthodes d'intégration similaires, nous arrivons à :

$$\langle\hat{\omega}^{norm}\rangle = \frac{i\tau}{4\sigma^2}\frac{(B\bar{A} - A\bar{B})e^{-\frac{\tau^2}{8\sigma^2}}}{|A|^2 + |B|^2 + \bar{A}B + A\bar{B}} \tag{91}$$

Prenons encore la limite dont $\tau \ll \sigma$, qui s'applique au domaine des mesures faibles :

$$\lim_{\frac{\tau}{\sigma}\to 0}\langle\hat{\omega}^{norm}\rangle = \frac{i\tau}{4\sigma^2}\frac{B\bar{A} - A\bar{B}}{|A|^2 + |B|^2 + \bar{A}B + A\bar{B}} \tag{92}$$
$$\equiv \mathcal{I}(\langle\hat{\pi}_W\rangle) \tag{93}$$

Ce terme correspond à la partie imaginaire de la valeur faible attendue $\langle\hat{\pi}_W\rangle$.

## 2.5 Proposition expérimentale pour la caractérisation de la valeur faible

Nous continuons avec notre système photonique quantique, en nous appuyant sur nos découvertes concernant la partie réelle et imaginaire de la valeur faible. Nous pouvons calculer que, pour un état d'entrée, soit :

$$\left|\psi^{in}\right\rangle = a\left|H\right\rangle + b\left|V\right\rangle \tag{94}$$

Puisque $a$ et $b$ sont des amplitudes de probabilité pour les états de base $|H\rangle$ et $|V\rangle$ respectivement (c'est-à-dire $a = \langle H|\psi^{in}\rangle$ et $b = \langle V|\psi^{in}\rangle$), on peut, en pratique, de calculer directement les amplitudes de probabilités en fonction de les parties de la valeur mesurée. Cette possibilité découle du fait que la valeur faible est proportionnelle à l'état quantique, comme nous avons démontré. Pour caractériser l'état de polarisation d'un système quantique, il s'agit de mesurer faiblement $\left\langle \hat{S}^J \right\rangle = |J\rangle\langle J|$ soit $J = H{,}V$ [25, 23, 24], puis de mesurer par projection sur un état intermédiaire tel que $|D\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle)$. Si cette opération réussit, elle permettra d'obtenir un ensemble restreint d'essais dont la moyenne des résultats sera la valeur faible.

$$\left\langle \hat{S}_W^J \right\rangle = \frac{\langle D|\,\hat{S}^J\,|\psi^{in}\rangle}{\langle D|\psi^{in}\rangle} = \sqrt{N}\left\langle J\middle|\psi^{in}\right\rangle \tag{95}$$

Où $N$ est une constante de normalisation indépendante de $J$. On peut écrire l'état quantique en fonction de la valeur faible.

$$\left|\psi^{in}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}}\left(\left\langle \hat{S}_W^H \right\rangle |H\rangle + \left\langle \hat{S}_W^V \right\rangle |V\rangle\right) \tag{96}$$

Nous pouvons supposer que $N = \left|\left\langle \hat{S}_W^H \right\rangle\right|^2 + \left|\left\langle \hat{S}_W^V \right\rangle\right|^2$ puisque $|a|^2 + |b|^2 = 1$ donc

$N = \left|\left\langle \hat{S}_W^H \right\rangle\right|^2 + \left|1 - \left\langle \hat{S}_W^H \right\rangle\right|^2$. Donc,

$$\left|\psi^{in}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}}\left(\left\langle \hat{S}_W^H \right\rangle |H\rangle + \left(1 - \left\langle \hat{S}_W^H \right\rangle\right) |V\rangle\right) \tag{97}$$

Pour fixer la phase globale, qui varierait selon l'état d'entrée, nous supposons que $a$ est toujours réel. Donc l'ellipticité, ou bien la phase se trouve dans $b$ et sera dépendante de la partie imaginaire. À partir des données expérimentales des deux observables $\langle \hat{t} \rangle$ et $\langle \hat{\omega} \rangle$, nous pouvons calculer directement les amplitudes de probabilité.

$$|a|^2 = \frac{\langle \hat{t} \rangle}{\tau} \tag{98}$$

$$|b|^2 = 1 - |a|^2 \tag{99}$$

Selon l'état d'entrée, la valeur faible varie. Il est crucial de souligner que le délai $\tau$ correspond au délai maximal que nous utilisons pour interagir avec le système. Ce dernier normalise les amplitudes de probabilité. Lorsque nous modifions les états d'entrée, le délai $\tau$ devrait varier entre l'absence de délai et le délai maximal, c'est-à-dire entre les polarisations $|V\rangle$ et $|H\rangle$.

## 2.6 Mots finale sur la théorie

Ce chapitre a posé les bases théoriques des mesures faibles temporelles et leur potentiel pour les systèmes photoniques. En s'appuyant sur des techniques innovantes et des travaux antérieurs, cette thèse vise à démontrer l'utilité des mesures faibles temporelles pour caractériser directement les états quantiques. Le prochain chapitre abordera les aspects expérimentaux de la mise en œuvre de ces méthodes.

# 3 MESURE EXPÉRIMENTALE DIRECTE D'UN ÉTAT DE POLARISATION EN UTILISANT UNE MESURE FAIBLE TEMPORELLE

Pour caractériser les états de polarisation avec une mesure faible temporelle, nous devons d'abord tester notre capacité à mesurer des délais très courts et la précision avec laquelle nous le faisons. Pour ce faire, nous allons réaliser des expériences en mesurant la vitesse d'un signal se déplaçant sur différentes longueurs de câble, car il s'agit d'une zone fermée que nous pouvons isoler pour analyser le signal et où nous pouvons déterminer notre précision pour les mesures temporelles. Nous testerons ensuite la précision de cette méthode dans une expérience sur la vitesse de la lumière avec des déplacements de miroir variables, qui servira de précurseur à la caractérisation de la polarisation à l'aide de retards temporels. Par la suite, nous discuterons de nos appareils expérimentaux pour mesurer à la fois la partie réelle et la partie imaginaire de la valeur faible de notre système photonique.

## 3.1 Mesure de délai temporel ultra courte

Nous vous invitons à évaluer notre capacité à mesurer des délais temporels avec précision. Pour ce faire, nous devons déterminer notre précision de la vitesse de la lumière via des délais temporels. Nous allons utiliser un laser pulsé ultra-court de type nanoseconde dans le cadre de nos expériences [37]. Ce dispositif laser est capable de générer des impulsions allant de 5 à 39 $ns$. Nous avons opté pour une impulsion de 10 $ns$ dans cette plage, car les intervalles de temps plus longs ont tendance à présenter une distribution temporelle similaire à celle d'une fonction porte. Nous cherchons une impulsion dans le domaine temporel qui ressemble à une fonction gaussienne, ce qui se produit lorsque les impulsions du laser sont plus courtes. Cette forme est souvent utilisée dans les mesures de faibles [17, 23, 25, 26, 19] pour faciliter l'identification de la position maximale de l'impulsion, que nous identifierons comme correspondant à la position temporelle moyenne de l'impulsion, plus sur ceci se suit. Le laser possède une longueur d'onde comprise entre $640 \pm 10$ $nm$, avec une énergie d'impulsion maximale de 2,0 $nJ$. Sa puissance de pointe s'élève à 50 $mW$ lorsque le taux de répétition et la largeur d'impulsion maximale sont utilisés. Toutefois, dans le cadre de notre protocole, nous fixons la fréquence de répétition à 1 $MHz$, assurant ainsi une fréquence constante tout au long de l'expérience. Cela n'affectera pas l'expérience elle-même. Nous recueillons nos données à l'aide d'un oscilloscope [38] et les analyserons sur un logiciel de programmation soit MATLAB ou Python à volonté (plus ceux-ci se suivent). Voici un diagramme du dispositif d'expérimentation que nous utiliserons pour les deux prochaines expériences qui se suivent, visible à la figure 5.

### 3.1.1 L'importance de l'acquisition de données

La façon dont nous acquérons nos données est importante, car nous devons nous assurer que nous utilisons la méthode la plus précise pour déterminer la position temporelle moyenne de l'état en vue d'une analyse ultérieure des mesures faibles. Des implications importantes à considérer pour la précision de nos mesures est la façon dont l'oscilloscope est déclenché, ça méthode qu'elle acquiert des données pour le domaine temporel, ainsi que ça méthode d'échantillonnage et ce qu'on définit comme un délai.

Le signal est détecté par le photodétecteur rapide, puis il est introduit dans l'oscilloscope à l'aide d'un câble BNC. Il est ensuite déclenché par le front montant gauche de notre signal de déclenchement. Ce signal correspond à notre déclencheur, qui constitue une origine temporelle pour l'oscilloscope. Nous insérons le signal de déclenchement dans la porte externe (auxiliaire) de l'oscilloscope afin d'obtenir la meilleure résolution possible lors de l'acquisition et de l'échantillonnage. Nous avons établi qu'il fallait au moins 30 $\mu W$ d'intensité de signal pour déclencher l'oscilloscope

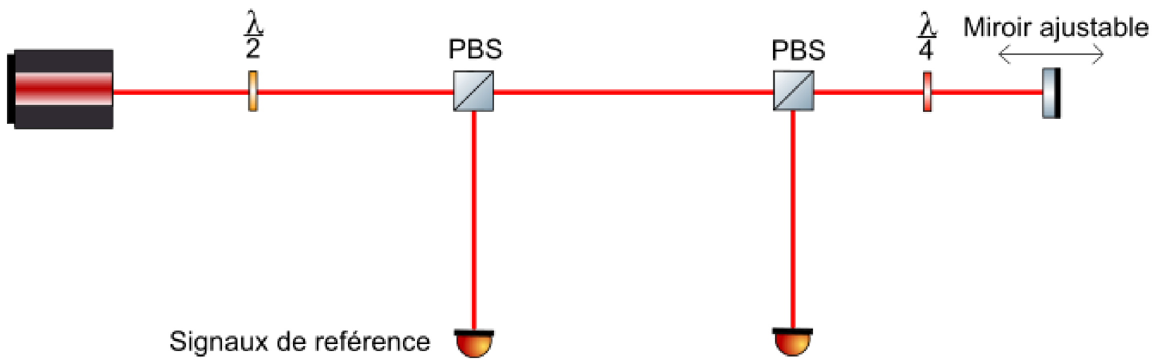


Figure 5 – Représentation de notre dispositif expérimental pour évaluer la précision de nos mesures temporelles en mesurant la vitesse d'un signal dans les câbles BNC et la vitesse de la lumière en déplaçant un miroir. L'impulsion du laser est d'abord réglée en intensité par une lame demi-onde, puis dirigée vers un séparateur de faisceau polarisant (PBS) qui divise les états de polarisation horizontaux et verticaux de base de l'impulsion d'entrée en deux voies orthogonales. Celui qui est réfléchi par le PBS sera notre signal de référence pour déclencher l'oscilloscope déçu. L'autre subit encore un autre PBS. Une des voies sera ensuite ignorée à l'aide d'un bloc. Nous définissons les états de polarisation comme suit : le faisceau réfléchi représente l'état de base de polarisation verticale $|V\rangle$ de l'état d'entrée $|\psi\rangle$, tandis que le faisceau transmis correspond à l'état de base horizontal $|H\rangle$. Nous orientons l'état horizontal vers un miroir, que nous réglerons en fonction des différentes distances à évaluer pour l'expérience de la vitesse de la lumière. Il est ensuite renvoyé vers le PBS pour y être réfléchi. Ce procédé utilise une lame quart d'onde pour convertir l'état de polarisation $|H\rangle$ en un état $|V\rangle$ pour qu'il soit réfléchi. Il est ensuite détecté avec un photodétecteur rapide à base de Si [39] puis interprété par notre oscilloscope. Pour l'expérience de la vitesse d'un signal dans un câble BNC, nous utilisent simplement de différentes longueurs de câble attachées sur notre photodétecteur.

dans cette porte [38]. Nous déterminons le délai de chaque acquisition par rapport à notre référence temporelle de départ, qui correspond à la position du miroir à l'origine, c'est-à-dire lorsqu'il se trouve à l'emplacement 0. De cette manière, nous isolons l'expérience pour observer uniquement ce qui se produit lorsqu'on modifie la longueur du câble ou lorsqu'on déplace le miroir de son emplacement initial vers des positions plus éloignées.

Les capacités et la résolution de l'oscilloscope sont influencées par sa méthode d'acquisition du signal entré. L'oscilloscope possède plusieurs modes d'acquisition : échantillonnage («Sample »), détection de pic, enveloppe, haute résolution et moyenne. Nous avons choisi le mode d'acquisition moyen, car il nous fournit le signal de sortie le plus typique du laser. Ce réglage gère le nombre de signaux sinusoïdaux que nous pouvons définir dans le signal d'entrée, ce qui permet de créer une moyenne des ondes sinusoïdales acquises. Pour obtenir un signal propre et éliminer le bruit de fond, nous devions acquérir en moyenne plus de 10000 formes d'ondes. Cela nous permet d'obtenir une mesure plus précise de la position temporelle moyenne du temps d'arrivée d'un signal. Nous avons aussi réalisé l'expérience dans l'obscurité pour réduire le bruit de fond, mais nous avons constaté que cette étape n'était pas nécessaire. Les résultats n'ont pas été radicalement différents, mais nous l'avons quand même fait.

Le mode d'échantillonnage est un autre aspect important de la façon dont l'oscilloscope collecte des données dans le domaine temporel. Ces modes sont l'échantillonnage en temps réel, l'interpolation et l'équivalence temporelle. En mode d'échantillonnage en temps réel, l'oscilloscope numérise tous les points acquits après un événement déclencheur. Ce mode d'échantillonnage est principalement utilisé pour les mesures ponctuelles où les variations du signal en temps réel sont importantes. Le mode d'interpolation crée des points intermédiaires entre les points d'échantillonnage, ce qui permet de combler les éventuelles lacunes. Cela donne une ligne droite ou une onde sinusoïdale entre les points, ce qui rend la courbe plus lisse. Nous ne voulons pas faire cela, car nous ne souhaitons pas que le signal soit surchargé d'interpolations. Enfin, le mode d'échantillonnage par équivalence de temps permet d'augmenter le taux d'échantillonnage au-delà du taux d'échantillonnage maximum en temps réel. Voyez la figure 6 pour comprendre comment cela fonctionne. Ainsi, il est possible d'obtenir le taux d'échantillonnage complet de l'oscilloscope, soit 500 $GS/s$ (gigéchantillons par seconde), en utilisant ce mode. Notez que, si le déclenchement n'est pas en mode externe et que votre état d'entrée se trouve sur un canal différent de celui du signal de référence, votre taux d'échantillonnage maximal sera désormais divisé par deux. L'échantillonnage maximal est crucial pour l'oscilloscope, car il permet d'atteindre sa résolution temporelle maximale pour notre signal, qui est de $4 \pm 2 \ \ ps$. Cela nous assure des mesures temporelles précises.

Avec ces paramètres, nous avons la meilleure résolution possible avec l'équipement servant à collecter des données sur notre signal. Nous enregistrons ensuite les signaux d'onde de sortie sous forme de tableau CSV sur un ordinateur, ce qui facilitera une analyse plus approfondie des données. Ce processus d'acquisition prend environ trois minutes. Par la suite, discutons des procédures et des résultats de nos expériences pour valider notre capacité de mesurer des délais ultra-courts.

L'une consiste à mesurer la vitesse d'un signal dans un câble BNC RG-58 [40] avec des délais temporels à l'aide de différentes longueurs de câbles. Cette expérience facilite nos mesures, car les câbles ont une longueur déterminée par le fabricant. Le délai est lié aux variations de longueur entre les différentes longueurs de câbles. Ces dernières sont de 17, 27, 52, 100 et 300 $cm$. Les délais commencent par une mesure avec un câble plus court que le premier. Dans ce cas, le miroir ajustable est fixe.

L'autre expérience consiste en un principe semblable, soit la mesure de la vitesse de la lumière à partir d'un miroir et à prendre des mesures à différentes distances (2,52,

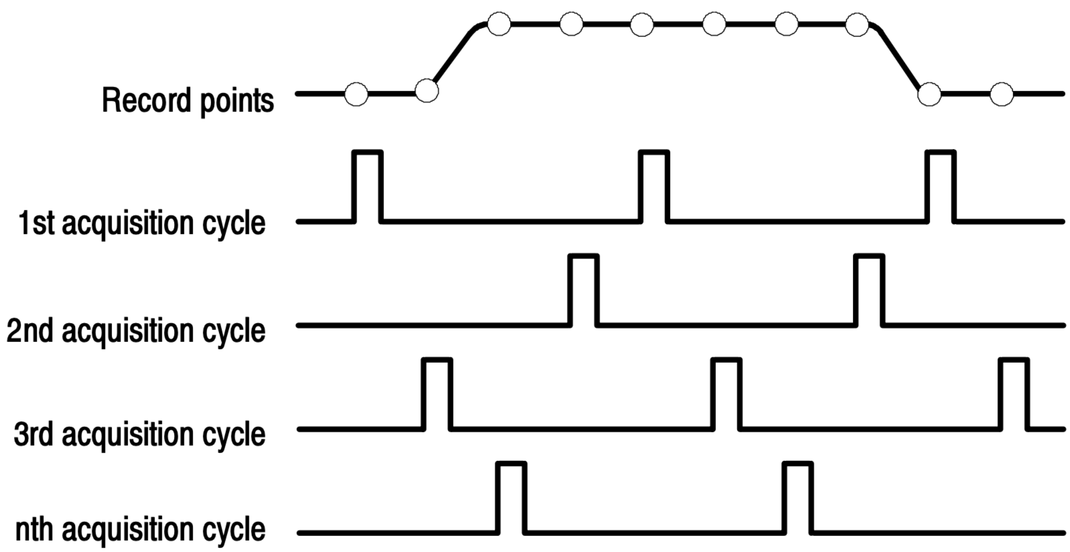


FIGURE 6 – Diagramme illustrant le fonctionnement du mode d'acquisition du temps d'équivalence de l'oscilloscope [38]. Cet appareil collecte un petit nombre d'échantillons au moment où l'événement de déclenchement se produit, ce qui lui permet d'obtenir le signal complet de notre impulsion. Le taux d'échantillonnage est supérieur à celui de son homologue en temps réel. L'oscilloscope fonctionne en mode équivalence de temps en effectuant un échantillonnage aléatoire, qui est déclenché par des événements aléatoires définis par l'horloge d'échantillonnage de l'instrument. Cette horloge fonctionne de manière asynchrone par rapport au signal d'entrée et au signal de déclenchement. Il enregistre ensuite un certain nombre d'échantillons d'acquisition. Après cela, l'oscilloscope combine plusieurs échantillons d'un signal répétitif en cours d'acquisition. Il régule ensuite la fréquence d'échantillonnage du signal d'entrée pour un enregistrement d'ondes régulières et complètes.

5,48, 10,10, 20,19, 30,29, 40,38, 50,48 et 65,62 $cm$ (mesuré à l'œil avec une règle)). Le délai mesuré part d'une référence, appelée position 0, située à 11,5 $cm$ du PBS. La lumière doit parcourir une distance double de celle envoyée dans les deux sens à partir du séparateur de faisceau. Ensuite, analyser les données afin de trouver le délai obtenu pour chaque distance du miroir.

### 3.1.2 Analyse et résultats de l'expérience de la vitesse de la lumière

Maintenant, analysons nos données de l'expérience de la vitesse d'un signal à travers un câble BNC à partir des délais d'impulsion. Nous avons configuré l'oscilloscope en mode EQ-time (temps d'équivalence), avec une durée de 100 $ns$, une longueur d'enregistrement de 10000 points et une résolution de 4 $ps$. Plus tard, lors d'expériences de mesures faibles, nous constaterons que nous n'avons pas besoin d'une telle durée. Nous commençons par observer l'impulsion typique du laser dans la figure 7.

Observez que le profil temporel des impulsions n'est pas une fonction de Gauss, mais plutôt une fonction de porte. En allongeant la durée de l'impulsion du laser, l'impulsion ressemble de plus en plus à une fonction de port au fur et à mesure. La raison pour laquelle nous souhaitons une forme gaussienne est qu'elle est simplement plus fréquente dans les mesures faibles ayant un sens physique plus naturel et qu'il est plus facile de déterminer la valeur moyenne de la position temporelle de l'impulsion (le moment le plus probable pour détecter un photon de cette impulsion) que nous définissons comme le pic. Par conséquent, notre objectif est de calculer numériquement la dérivée des données de l'impulsion, ce qui nous permettra de localiser précisément le pic et de le comparer à d'autres impulsions.

Notez que le profil temporel des impulsions n'est pas une fonction gaussienne, mais

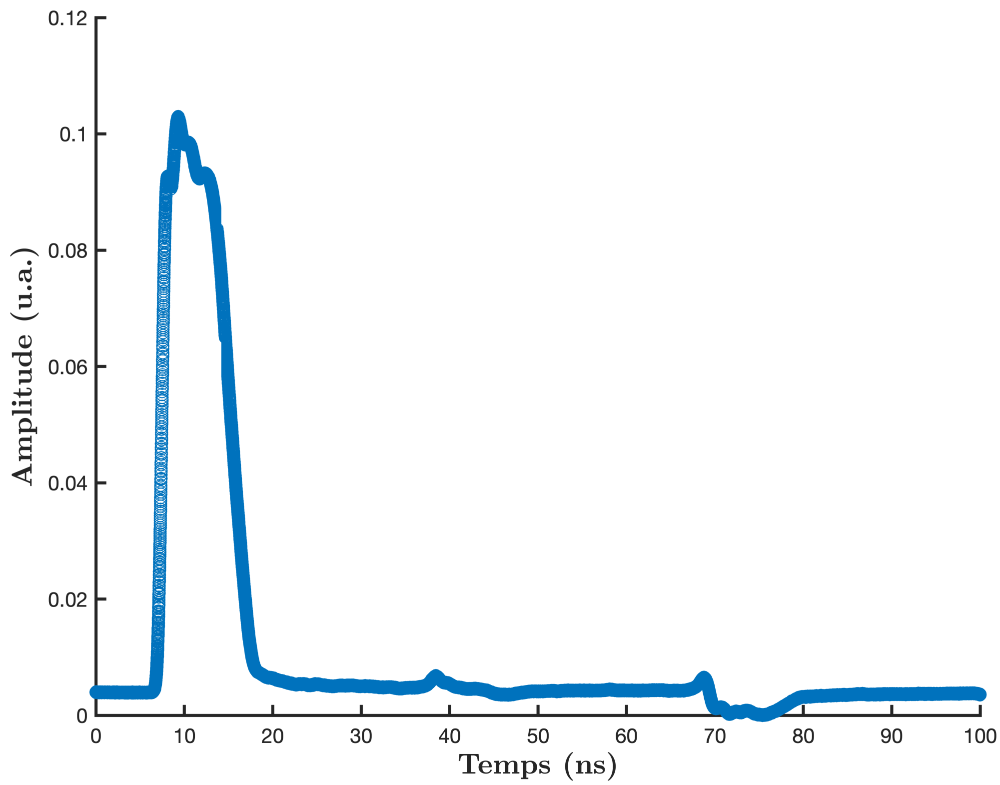


FIGURE 7 – Profil temporel typique de notre impulsion laser ultra-courte NPL64B [37], mesurée avec un photodétecteur DET025A à base de Si [39] et acquise à l'aide du mode d'acquisition temporelle EQ-time de l'oscilloscope [38].

plutôt une fonction porte. En prolongeant la durée de l'impulsion du laser, l'impulsion tend vers une fonction porte de plus en plus. Nous désirons une distribution gaussienne, car elle se révèle plus fréquente dans les mesures à faible intensité, présentant ainsi une signification physique plus naturelle. De plus, il est plus facile de déterminer la valeur moyenne de la position temporelle de l'impulsion (le moment le plus probable pour détecter un photon de cette impulsion), que nous nommons le «pic ». Par conséquent, notre objectif est de calculer numériquement la dérivée des données de l'impulsion. La méthode des différences finies est utilisée comme type de dérivé numérique. Elle s'avère suffisante pour cette expérience. Ce dernier nous permettra de localiser précisément le pic en prenant un ajustement de courbe avec un domaine temporel plus fini pour la localisation du pic. Cette méthode nous permettra aussi de choisir un point temporel pour le temps d'arrivée, qui n'est pas nécessairement situé entre deux points de données. On comparera ensuite chacun de ces temps d'arrivée, pour chacune des longueurs de câble.

À partir de là, l'ajustement de la courbe devient un aspect vraiment important dans la localisation du temps d'arrivée de notre signal. Nous effectuons de nombreux calculs numériques pour constater que l'option la plus adéquate était d'utiliser un pas de temps de 1/10000 de la résolution des oscilloscopes pour l'axe des temps sur lequel nous effectuions l'ajustement. Nous avons remarqué qu'en négligeant environ 40% des données d'amplitude initiales, l'ajustement était plus susceptible d'être optimal. Le reste du signal ne présentait pas d'intérêt. On prend alors la position temporelle de ce pic et on l'ajoute dans un dictionnaire des temps d'arrivée, puis on la compare à notre câble de référence, qui est considéré comme notre origine, donc une position temporelle 0 ou sans délai. Le tableau suivant montre les différents ajustements que nous avons essayés ainsi que le temps moyen d'arrivée pour chaque distance en utilisant ces ajustements. Il montre également l'écart-type de la façon dont la position du temps d'arrivée change pour chaque fichier individuel de cette même longueur de câble et le coefficient de détermination $R^2$ qui a également été utilisé comme paramètre pour déterminer la qualité de l'ajustement ainsi que la visualisation de tous ces ajustements. Nous avons sélectionné 5 échantillons distincts pour chaque longueur de câble. Nous avions initialement prévu d'en prélever plus de 5, mais nous avons réalisé que c'était excessif et qu'il suffisait d'en prélever au moins 3.

TABLE 1 – Your Table Caption Here

| Fit Type | Distance (cm) | Mean Arrival Time (ps) | Std (ps) | Goodness of Fit |
|---|---|---|---|---|
| Polynomial2 | 0 | 7443.31444093181 | 0.962242628828566 | 0.247477935651704 |
| Polynomial2 | 17 | 8376.36947198749 | 1.15590543026878 | 0.243632528561489 |
| Polynomial2 | 27 | 8866.37526531576 | 1.67912801587322 | 0.228482212016855 |
| Polynomial2 | 52 | 10120.5889156026 | 0.941242008030347 | 0.24148642562556 |
| Polynomial2 | 100 | 12681.0655217604 | 1.16297474719789 | 0.242709083445564 |
| Polynomial2 | 300 | 22624.5844230968 | 3.59043828416241 | 0.24338768927995 |
| Polynomial3 | 0 | 7463.78509467542 | 2.09711360160828 | 0.233811018782022 |
| Polynomial3 | 17 | 8395.80356600957 | 2.72449632948962 | 0.231434139282741 |
| Polynomial3 | 27 | 8885.75412951485 | 0.478270808807863 | 0.215989676549595 |
| Polynomial3 | 52 | 10141.5170163585 | 2.00446580953473 | 0.227379028552387 |
| Polynomial3 | 100 | 12700.9794748969 | 0.864539284589031 | 0.230225752268384 |
| Polynomial3 | 300 | 22645.4112691771 | 4.02810942486675 | 0.230048106748026 |
| Polynomial4 | 0 | 7457.78185304501 | 1.14068489231138 | 0.217986554148825 |
| Polynomial4 | 17 | 8389.17558703349 | 1.70802358438114 | 0.213911860514968 |
| Polynomial4 | 27 | 8879.79691273694 | 0.822496441399675 | 0.196638194330159 |
| Polynomial4 | 52 | 10135.2132124304 | 0.916441801938372 | 0.209336165522983 |
| Polynomial4 | 100 | 12695.0154544451 | 1.03534445367587 | 0.213377501968621 |
| Polynomial4 | 300 | 22639.2095203568 | 3.27534727542128 | 0.216289383188145 |
| Polynomial5 | 0 | 7465.01856072242 | 1.41819826622677 | 0.216411671676781 |
| Polynomial5 | 17 | 8396.70005009305 | 1.04100145024611 | 0.212308451400856 |
| Polynomial5 | 27 | 8889.05110981828 | 1.65730162307148 | 0.19401204578331 |
| Polynomial5 | 52 | 10142.395090501 | 1.21370805624024 | 0.207731529689496 |
| Polynomial5 | 100 | 12703.2478998009 | 2.25285296709172 | 0.211404049728579 |

Continued on next page

| Fit Type | Distance (cm) | Mean Arrival Time (ps) | Std (ps) | Goodness of Fit |
|---|---|---|---|---|
| Polynomial5 | 300 | 22646.4738429457 | 4.56411677630394 | 0.214825849663308 |
| Polynomial6 | 0 | 7465.55485030807 | 2.09846257261387 | 0.216339997105976 |
| Polynomial6 | 17 | 8397.333191977 | 1.47996959717099 | 0.212162667822777 |
| Polynomial6 | 27 | 8889.06391673376 | 2.37106301706777 | 0.193907769062285 |
| Polynomial6 | 52 | 10143.1162799288 | 1.96531661220963 | 0.207616894533098 |
| Polynomial6 | 100 | 12704.2116201907 | 2.17484196304546 | 0.211276227004404 |
| Polynomial6 | 300 | 22647.3883367541 | 5.18510679199943 | 0.214688396945464 |
| Polynomial7 | 0 | 7455.32212484097 | 2.0779481866611 | 0.21469029546305 |
| Polynomial7 | 17 | 8391.78459584606 | 3.05173331638255 | 0.21160285749703 |
| Polynomial7 | 27 | 8881.69553795659 | 2.84636646618909 | 0.192886349780479 |
| Polynomial7 | 52 | 10136.3974518961 | 3.97056360960946 | 0.206816288173453 |
| Polynomial7 | 100 | 12694.3390892214 | 2.9936587615495 | 0.209593055251452 |
| Polynomial7 | 300 | 22638.5895856044 | 7.96948705265016 | 0.215220565632004 |
| Polynomial8 | 0 | 7440.78507512487 | 7.55301914668383 | 0.214116373911865 |
| Polynomial8 | 17 | 8387.06484727623 | 6.27528919951797 | 0.215059948224605 |
| Polynomial8 | 27 | 8880.67618752774 | 16.1491862531698 | 0.193222111829802 |
| Polynomial8 | 52 | 10134.1338295853 | 10.5233165631257 | 0.208617938601191 |
| Polynomial8 | 100 | 12693.5222481436 | 11.2683631458221 | 0.210290048746451 |
| Polynomial8 | 300 | 22633.8562296869 | 12.3283689180045 | 0.222142071493364 |
| Polynomial9 | 0 | 7447.37143162565 | 0.556028595226322 | 0.231914742777814 |
| Polynomial9 | 17 | 8380.78625696303 | 1.36404767482728 | 0.225170261686375 |
| Polynomial9 | 27 | 8870.37142316108 | 1.27044378641145 | 0.21020382649145 |
| Polynomial9 | 52 | 10125.0225096548 | 0.903431465499692 | 0.223461857052452 |
| Polynomial9 | 100 | 12685.1853463833 | 1.26449797997999 | 0.227003536672235 |
| Polynomial9 | 300 | 22629.1640960286 | 3.52295574756247 | 0.230134527857438 |
| Fourier1 | 0 | 7461.66394929934 | 1.13200915871482 | 0.217086077043798 |
| Fourier1 | 17 | 8392.79474130441 | 1.91722241337016 | 0.213092752121719 |
| Fourier1 | 27 | 8883.80027447221 | 0.839875459910227 | 0.195175205313289 |
| Fourier1 | 52 | 10139.2013659536 | 0.967326764071552 | 0.208384500850557 |
| Fourier1 | 100 | 12698.9631861413 | 1.02595050142515 | 0.212353702046704 |
| Fourier1 | 300 | 22643.3353482213 | 3.35153046419549 | 0.215490141444515 |
| Fourier2 | 0 | 7452.16361931116 | 16.8091774169384 | 0.215748765353353 |

Continued on next page

| Fit Type | Distance (cm) | Mean Arrival Time (ps) | Std (ps) | Goodness of Fit |
|---|---|---|---|---|
| Fourier2 | 17 | 8374.42842386032 | 11.9312745058644 | 0.211121038339683 |
| Fourier2 | 27 | 8877.03422093862 | 14.9828095534333 | 0.193520387275555 |
| Fourier2 | 52 | 10123.9379240002 | 18.1309138942845 | 0.206308112921945 |
| Fourier2 | 100 | 12684.580219627 | 17.413787924022 | 0.211063514952899 |
| Fourier2 | 300 | 22614.1992152923 | 3.61399218094286 | 0.210568669977065 |
| Fourier3 | 0 | 7429.18040883716 | 14.1028697598171 | 0.211781176473342 |
| Fourier3 | 17 | 8342.27546190392 | 7.16890234085879 | 0.205531621707678 |
| Fourier3 | 27 | 8850.82807014131 | 17.6667344548082 | 0.190221085687316 |
| Fourier3 | 52 | 10108.3122864684 | 16.0934348931496 | 0.204599014904501 |
| Fourier3 | 100 | 12681.4417249026 | 8.22194319872989 | 0.20816772167066 |
| Fourier3 | 300 | 22602.0974805976 | 7.13664631114433 | 0.20640740526877 |
| Fourier4 | 0 | 7426.42572136102 | 6.86238084324435 | 0.210178368766321 |
| Fourier4 | 17 | 8345.43436764984 | 8.71964997397577 | 0.202979404027876 |
| Fourier4 | 27 | 8860.65697755474 | 13.6115901636955 | 0.186536623039253 |
| Fourier4 | 52 | 10106.6770034483 | 2.73913698331006 | 0.198404721564965 |
| Fourier4 | 100 | 12673.8524268334 | 5.57851775389166 | 0.205838281989042 |
| Fourier4 | 300 | 22609.3878172335 | 7.03305906645554 | 0.20524365828967 |
| Fourier5 | 0 | 7428.14825149284 | 6.90602244303071 | 0.209845564411644 |
| Fourier5 | 17 | 8339.19099635421 | 11.2765573399559 | 0.201861130044595 |
| Fourier5 | 27 | 8859.46833571192 | 20.0967366010071 | 0.18589477232747 |
| Fourier5 | 52 | 10105.5916173615 | 5.71578430074671 | 0.196803432764942 |
| Fourier5 | 100 | 12672.5813404722 | 5.29900342344918 | 0.204592969446722 |
| Fourier5 | 300 | 22611.9812176179 | 15.7575497865068 | 0.204910056219114 |
| Fourier6 | 0 | 7464.22853412386 | 25.9776560902502 | 2.50315459069815 |
| Fourier6 | 17 | 8389.10915115944 | 74.1825671302472 | 2.44953879050327 |
| Fourier6 | 27 | 8858.75154866125 | 47.5228256697078 | 2.29098796612696 |
| Fourier6 | 52 | 10126.7734551303 | 46.9703541286139 | 2.42058750975378 |
| Fourier6 | 100 | 12689.223126704 | 22.2885071333536 | 2.42427443990759 |
| Fourier6 | 300 | 22612.8452841966 | 35.0673245926567 | 2.23388923820452 |
| Gauss1 | 0 | 7458.80040304163 | 9.18978408340023 | 2.65714306439861 |
| Gauss1 | 17 | 8364.62152833287 | 32.4938795388652 | 1.54885580367361 |
| Gauss1 | 27 | 8861.18846454709 | 41.0139584703753 | 2.43098966647272 |

Continued on next page

| Fit Type | Distance (cm) | Mean Arrival Time (ps) | Std (ps) | Goodness of Fit |
|---|---|---|---|---|
| Gauss1 | 52 | 10132.7330732049 | 39.7915176370082 | 2.50819741842857 |
| Gauss1 | 100 | 12691.2642288583 | 24.2850685682909 | 2.61221595788859 |
| Gauss1 | 300 | 22629.5675138661 | 41.5860073613526 | 2.49753761831893 |
| Gauss2 | 0 | 7443.60579825894 | 128.414135181189 | 2.36218519676002 |
| Gauss2 | 17 | 8454.06742732941 | 98.8657387918591 | 2.37038153538627 |
| Gauss2 | 27 | 8858.16843379088 | 130.668696927587 | 2.3065300360535 |
| Gauss2 | 52 | 10218.3749180883 | 54.1944134810179 | 2.30695777153873 |
| Gauss2 | 100 | 12699.0504332529 | 131.120437312888 | 2.32477381459974 |
| Gauss2 | 300 | 22673.3819727977 | 102.504450413603 | 2.2580403798402 |
| Gauss3 | 0 | 7474.30637595689 | 98.8552690849563 | 2.3590842104202 |
| Gauss3 | 17 | 8401.34495825056 | 107.049206976969 | 2.33428167735688 |
| Gauss3 | 27 | 8914.36677977374 | 59.5442582603033 | 2.20247981946365 |
| Gauss3 | 52 | 10179.9817865651 | 98.804601023099 | 2.34886906828676 |
| Gauss3 | 100 | 12752.3836321137 | 106.265837732572 | 2.32059496702696 |
| Gauss3 | 300 | 22633.9750938712 | 90.8602729809208 | 2.28151120159891 |

Sur la figure 8, on voit chaque impulsion provenant de différentes longueurs de câble BNC. Cette expérience ne mesure pas seulement la vitesse d'un signal dans un câble BNC, elle teste aussi nos paramètres d'ajustement, puisque nous avons utilisé les mêmes paramètres pour la vitesse de la lumière pour les miroirs ajustables.

Sur la figure 8, on voit chaque impulsion provenant de différentes longueurs de câble BNC. Cette expérience ne mesure pas seulement la vitesse de la lumière dans les câbles BNC, elle teste aussi nos paramètres d'ajustement, puisque nous avons utilisé les mêmes paramètres pour la vitesse de la lumière pour les miroirs ajustables.

Nous procédons à l'ajustement des données en leur appliquant une fonction de série de Fourier du 2e ordre, qui s'écrit comme suit :

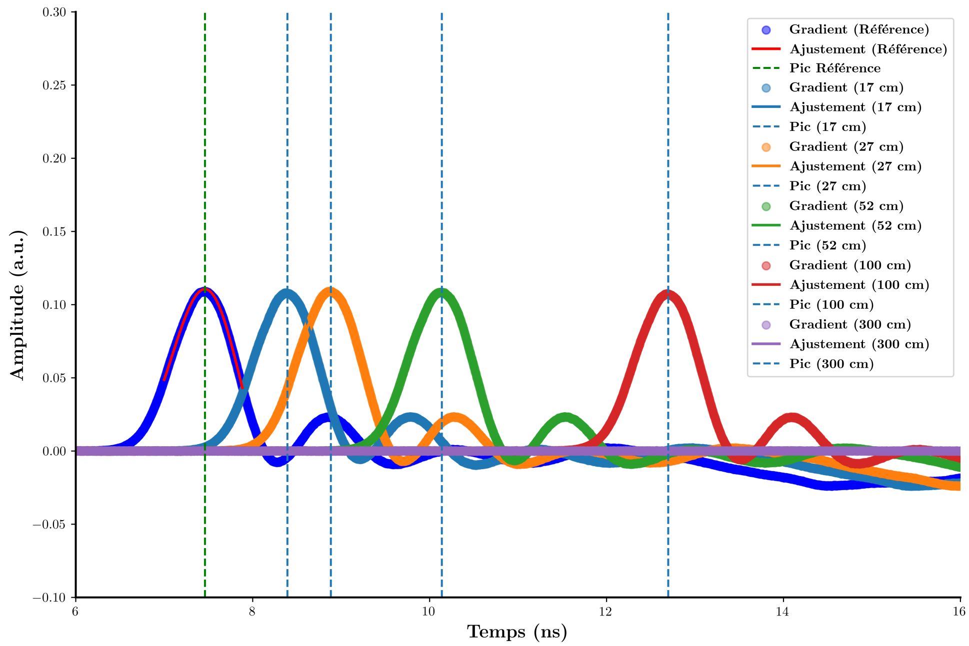


FIGURE 8 – Profil temporel de la dérivée des données d'impulsion dans l'expérience des câbles BNC RG-58 avec chacun de ses ajustements de courbe.

$$y(t) = a_0 + \sum_{j=1}^{n} a_j cos(jwt) + b_j sin(jwt) \tag{100}$$

Les paramètres d'ajustement $a_i$, $b_i$ et $w$ de la série de Fourier, où $n$ est l'ordre (fixé à 2) pour les variables $y$, qui représente l'amplitude, et $t$, qui correspond à la position temporelle des courbes, sont sélectionnés pour optimiser l'ajustement de nos données. Parmi ces données, 40% des points de l'axe d'amplitude et de l'axe temporel sont ignorés. Ces paramètres correspondent le mieux à nos données. Il est difficile d'attribuer une valeur numérique pour évaluer la qualité du réglage de notre courbe, puisque celui-ci a principalement découlé d'une analyse visuelle. Nous avons néanmoins utilisé le coefficient de détermination ($R^2$) comme boussole, mais nous avons tenté d'éviter un ajustement excessif. Ce réglage nous permet maintenant d'identifier la position optimale, qui correspond à une position réelle observée dans nos données. Ensuite, nous comparons chaque position temporelle à celle des distances de référence pour obtenir les délais mesurés pour notre expérience. Ces délais sont tracés en fonction de la distance associée, et, par ajustement linéaire de la courbe, nous pouvons déterminer que la pente correspond à la vitesse de la lumière.

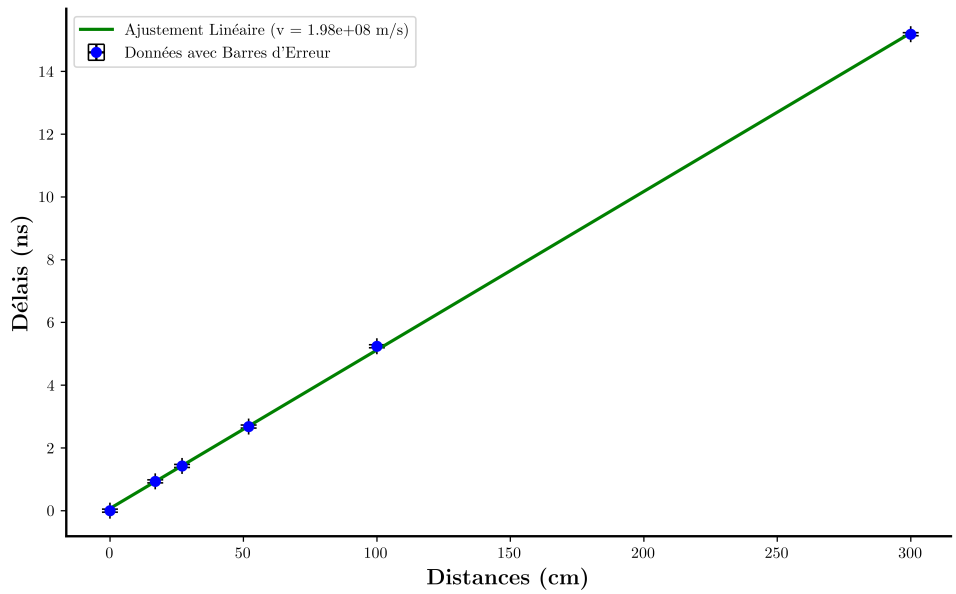


FIGURE 9 – Délais mesurés pour la longueur du câble BNC eux avec son ajustement de courbe.

Notre résultat pour la vitesse de la lumière est 197946443 $m/s$, ce qui représente une erreur en pourcentage de 0,04% correspondant que la vitesse de la lumière dans un câble BNC possède un différentes de 0.66 par rapport à $c$, soit une erreur de 1cm, ce qui est réaliste et cohérent avec l'erreur observée lors de l'expérience précédente [41, 42]. En effet, nous avons donc démontré notre capacité à mesurer des délais très précis. C'est un élément essentiel pour pouvoir commencer à mesurer de petits délais entre des états polarisation d'entrée de changement dans le biais de mesures faibles.

Voici les résultats des données issues des impulsions de l'expérience du miroir déplacé, figure 10. Ces données dérivées montrent clairement une forme gaussienne avec un pic maximal nettement visible. Cela facilite grandement son identification de sa position temporelle.

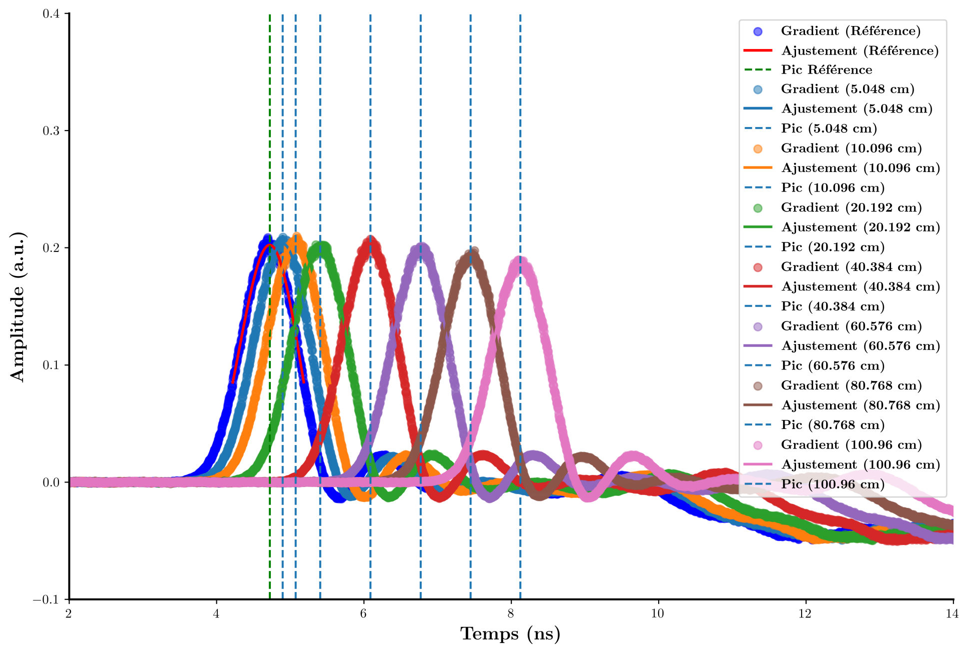


FIGURE 10 – Profil temporel de la dérivée des données d'impulsion pour chacune des distances mesurées et ajustement de la courbe pour l'expérience de la vitesse de la lumière avec un miroir réglable.

Le résultat de notre expérience sur la vitesse de la lumière est de 296991901 $m/s$ avec une marge d'erreur de 0.91 % par rapport à la valeur actuelle. Cela correspond à une différence de 0,9998 par rapport à la vitesse de la lumière $c$ dans l'air ($c_{air} = 0.9998c$) [32]. Nous disons que la raison pour laquelle la vitesse de la lumière est plus lente est due à l'alignement de notre expérience, une erreur commune et probable. En effet, selon notre erreur, cet écart correspondrait à environ $\approx 1\ cm = 33\ ps$, ce qui est plausible. Voici maintenant le résultat de l'expérience avec le câble BNC.

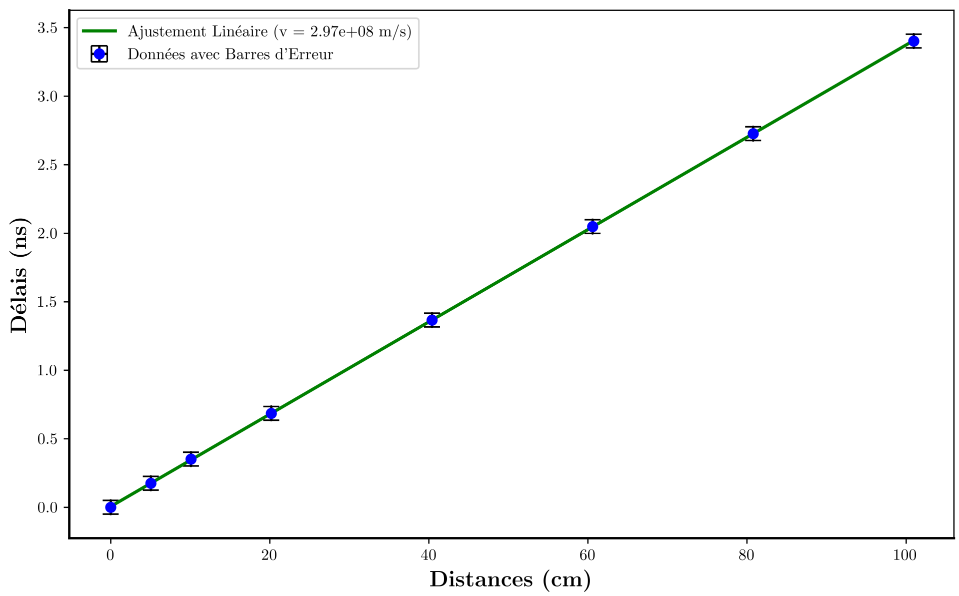


FIGURE 11 – Résultats des délais mesurés pendant l'expérience sur la vitesse de la lumière, ainsi que leur ajustement linéaire. Les barres d'erreur horizontales représentent l'incertitude de nos mesures de la distance, soit ±0,5 $mm$, qui est trop petite pour être visible sur le graphique. Les barres d'erreurs verticales correspondent à l'erreur de l'ajustement Fourier basé sur l'expérience de la vitesse de la lumière dans les câbles BNC ±0,03%.

## 3.2 Caractérisation de la partie réelle de la valeur faible

Pour caractériser la partie réelle de la valeur faible, nous introduisons une interaction faible entre les états de base de la polarisation $|H\rangle$ et $|V\rangle$ via un délai temporel. Ce délai doit être inférieur au profil temporel du laser $\sigma \ll \tau$ [13, 15]. Aucun modèle ne décrit spécifiquement comment l'interaction devrait être faible, mais il doit y avoir un chevauchement évident entre les états de base pour atteindre de l'information significative de l'état quantique [18]. Nous supposons que, pour être dans le régime des mesures faibles, au moins 90 % du chevauchement entre les états de base est nécessaire. Ensuite, pour mesurer l'état directement par des mesures faibles, nous devons effectuer une mesure projective qui contient les deux états de base afin de pouvoir caractériser les états d'entrée de polarisation entre nos états de base. L'un de ces états correspond au délai maximal appliqué, tandis que l'autre correspond à l'absence de délai. Ici, le terme délai fait référence à un signal extérieur qui active l'oscilloscope, comme dans l'expérience sur la vitesse de la lumière. La différence est que nous postulons que la manière la plus simple de créer des délais temporels entre les états de base est d'utiliser un type d'interféromètre de polarisation dont l'un des bras est légèrement décalé d'une quantité correspondant à notre délai maximum par rapport à l'autre bras non décalé. La section suivante décrit le dispositif expérimental que nous avons utilisé pour caractériser la partie réelle de la valeur faible ainsi que nos attestations de mesure de la partie imaginaire.

### 3.2.1 Montage préposé et étape de préparation

Notre dispositif expérimental, figure 12, est composé de notre laser pulsé de tout à l'heure entrant dans une demi-plaque d'onde principalement utilisée pour réguler l'intensité. En effet, l'entrée externe de l'oscilloscope a besoin d'une intensité assez élevée pour se déclencher sur le signal de référence.

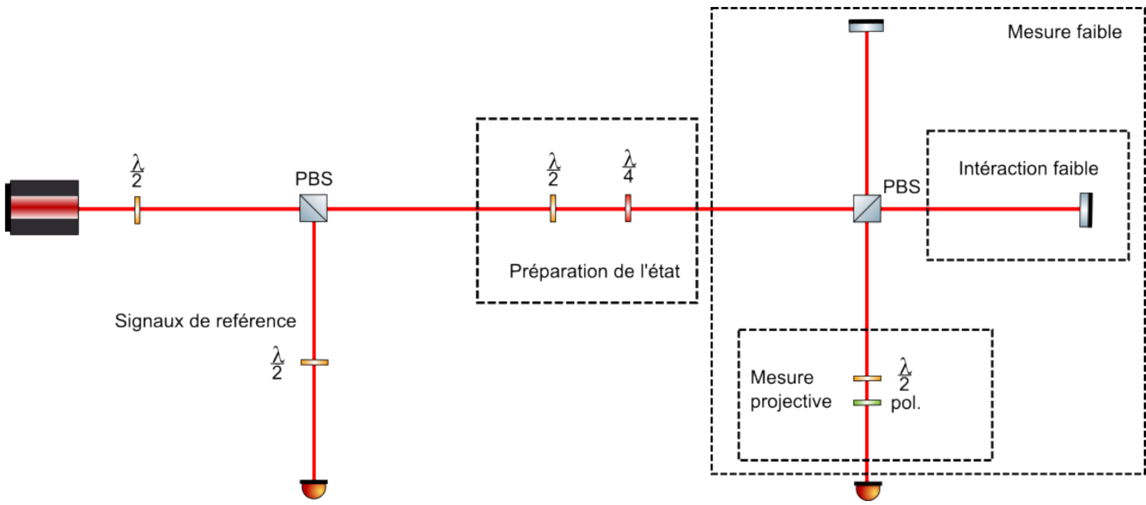


FIGURE 12 – Dispositif expérimental pour la partie réelle de la valeur faible

Une fois de plus, nous souhaitons déclencher le signal de référence de manière externe, car nous voulons bénéficier de la résolution temporelle maximale offerte par l'oscilloscope, qui possède une fréquence d'échantillonnage de 500 $GS/s$, pour détecter les délais. Un séparateur de faisceau polarisant divise le faisceau laser en deux voies : celui réfléchi sert de signal de référence pour le déclenchement de l'oscilloscope, tandis que celui transmit sera préparé dans divers trajets de polarisation sur la sphère Poincarré et subira une mesure faible pour une caractérisation. Les trajets de polarisation testés sont les suivants et sont obtenus en changeant les plaques d'onde lors de l'étape de préparation. La premiers consiste seulement d'une lame demi-onde définie par l'opérateur suivant :

$$\hat{T}_{HWP}(\theta) = \begin{pmatrix} cos(2\theta) & sin(2\theta) \\ sin(2\theta) & -cos(2\theta) \end{pmatrix} \tag{101}$$

Où l'indice $HWP$ fait référence à une demi-plaque d'onde pour un angle $\theta$ («halfwaveplat »en anglais). Ce premier trajet consiste à passer d'un état de base à un autre sans polarisation circulaire, de $H \to D \to V \to A \to \ldots$, et ainsi de suite. Pour comprendre en détail, l'état commence dans l'état horizontal $|H\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ défini par la transmission d'un séparateur de faisceau polarisant. Ensuite, l'état évolue dans cette façon suivante en fonction de l'angle de la plaque d'onde $\theta$ :

$$\hat{T}_{HWP}(\theta)\,|H\rangle = \begin{pmatrix} cos(2\theta) & sin(2\theta) \\ sin(2\theta) & -cos(2\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{102}$$

$$= \begin{pmatrix} cos(2\theta) \\ sin(2\theta) \end{pmatrix} \tag{103}$$

Donc, l'état d'entrée préparé est soit :

$$\left|\psi_i^1\right\rangle = cos(2\theta)\,|H\rangle + sin(2\theta)\,|V\rangle \tag{104}$$

En fonction des paramètres de Stokes pour démontrer le trajet sur la sphère Poincarré, figure 13 :

$$S = \begin{pmatrix} S_0 = |a|^2 + |b^2| \\ S_1 = |a|^2 - |b|^2 \\ S_2 = 2\mathcal{R}(\bar{a}b) \\ S_3 = 2\mathcal{I}(\bar{a}b) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ cos^2(2\theta) - sin^2(2\theta) = cos(4\theta) \\ 2cos(2\theta)sin(2\theta) = sin(4\theta) \\ 0 \end{pmatrix} \tag{105}$$

Ce trajet est réalisé en tournant uniquement une lame demi-onde. On tourne l'angle de la plaque d'onde par pas de 2,5 degrés. Chaque degré $\theta'$ que nous tournons en réalité équivaut à tourner de 5 degrés sur un plan circulaire $\theta' \equiv 2\theta$ ou de 10 degrés sur la sphère de Poincarré.

Le trajet suivant consiste à passer d'un état de base à un autre en passant par une

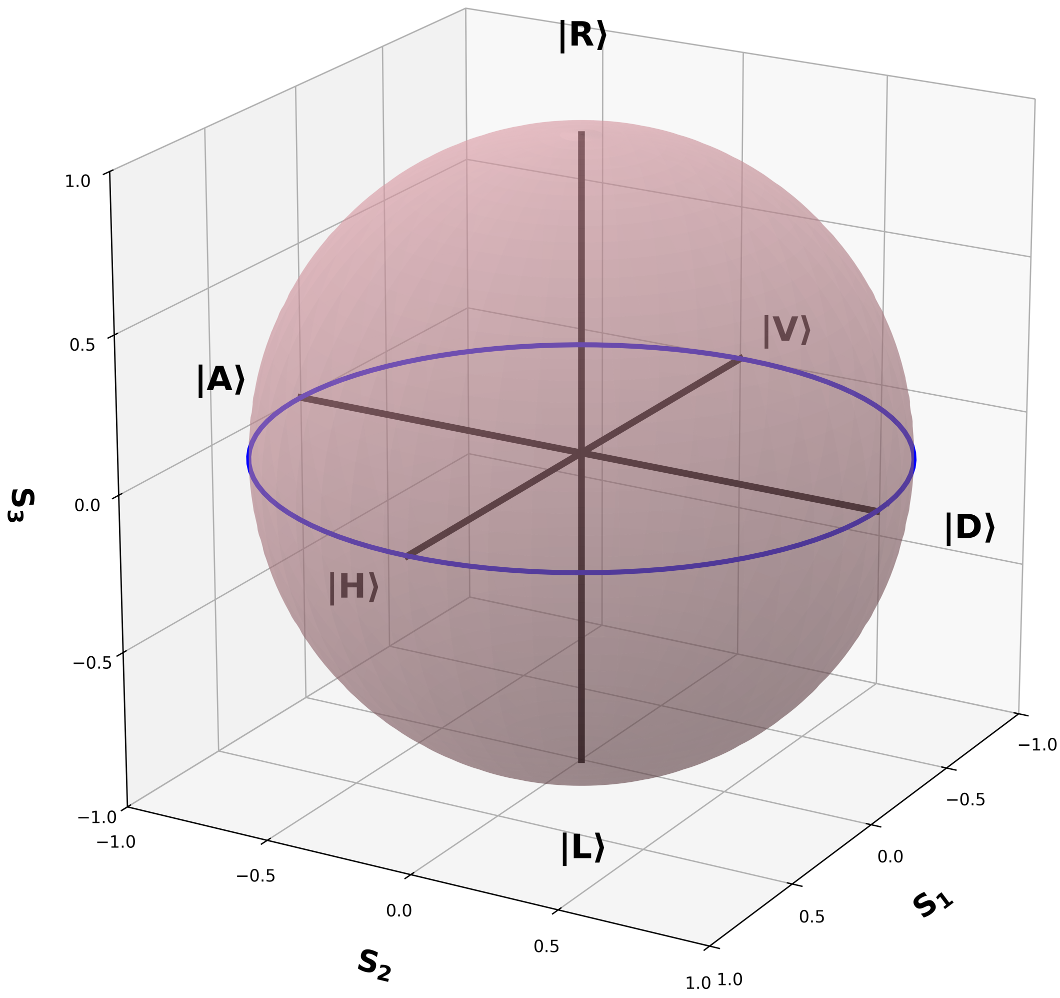


FIGURE 13 – Schéma du trajet $|H\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |A\rangle \ldots$ utilisant seulement une lame demi-onde dans la préparation de l'état d'entrée

polarisation circulaire $|H\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |L\rangle \ldots$. Cela se fait avec une demi-plaque d'onde tournant de la même manière que précédemment, et un quart de plaque d'onde réglée à 0 degré par rapport à $|H\rangle$. L'opération de cette plaque d'onde se définit par l'opérateur suivant :

$$\hat{T}_{QWP}(\phi) = \begin{pmatrix} cos^2(\phi) + isin^2(\phi) & (1-i)cos(\phi)sin(\phi) \\ (1-i)cos(\phi)sin(\phi) & sin^2(\phi) + icos^2(\phi) \end{pmatrix} \tag{106}$$

$$\hat{T}_{QWP}(\phi = 0^{\circ}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \tag{107}$$

La forme de cet opérateur $\hat{T}_{QWP}(\phi)$, avec l'angle $\phi$ pour la plaque d'onde et l'indice QWP signifiant quart de plaque d'onde ou «lame quart d'onde »(«quarter waveplate »en anglais), permet de conserver $a \in \mathcal{R}$ et de laisser $b \in \mathcal{C}$ contenir l'information complexe. Nous procédons ainsi pour que la partie imaginaire de la valeur faible soit principalement contenue dans $b$ pour des raisons de simplicité. Avec cette opération l'état évolue comme suit :

$$\hat{T}_{QWP}(\phi = 0^{\circ})\hat{T}_{HWP}(\theta)\,|H\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} cos(2\theta) & sin(2\theta) \\ sin(2\theta) & -cos(2\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{108}$$

$$= \begin{pmatrix} cos(2\theta) \\ isin(2\theta) \end{pmatrix} \tag{109}$$

Donc, l'état d'entrée est :

$$\left|\psi_i^2\right\rangle = cos(2\theta)\,|H\rangle + isin(2\theta)\,|V\rangle \tag{110}$$

Avec les paramètres de Stokes pour démontrer sa trajectoire, figure 14 :

$$S = \begin{pmatrix} S_0 = |a|^2 + |b^2| \\ S_1 = |a|^2 - |b|^2 \\ S_2 = 2\mathcal{R}(\bar{a}b) \\ S_3 = 2\mathcal{I}(\bar{a}b) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ cos^2(2\theta) - sin^2(2\theta) = cos(4\theta) \\ 0 \\ 2cos(2\theta)sin(2\theta) = sin(4\theta) \end{pmatrix} \tag{111}$$

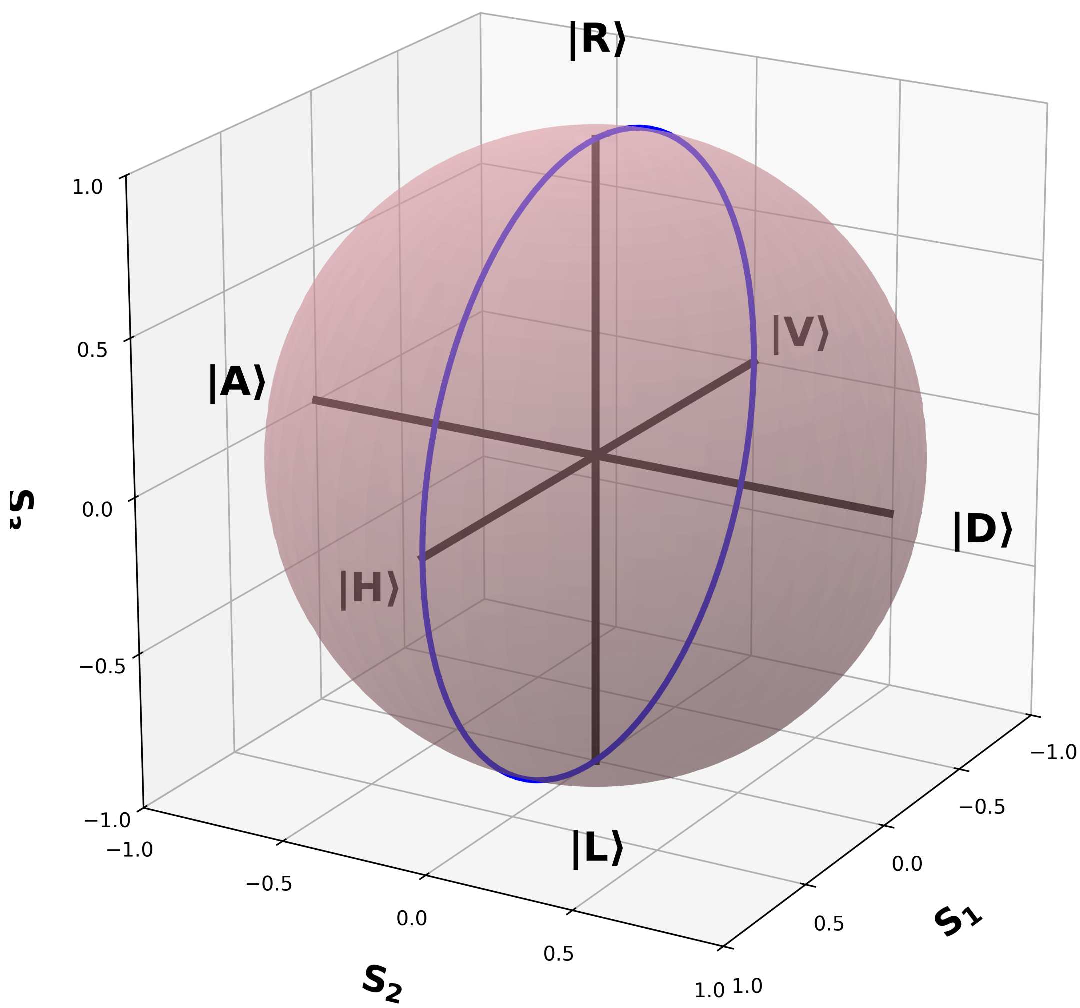


FIGURE 14 – Schéma du trajet $|H\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |L\rangle \ldots$ utilisant seulement une lame demi-onde et une lame quart d'onde à 0 dégré dans la préparation de l'état d'entrée

Le trajet final est un parcours captivant qui nous fait passer constamment entre deux états de base, soit d'une polarisation linéaire $\{|D\rangle, |A\rangle\}$ à une polarisation circulaire

$\{|R\rangle, |L\rangle\}$. La trajectoire résultante est $|D\rangle \to |R\rangle \to |A\rangle\,|L\rangle \ldots$. Cette dernière est obtenue en tournant une demi-plaque d'onde avec un quart de plaque d'onde réglée à 45 degrés par rapport à l'état de base $|H\rangle$, dont le quart de plaque d'onde à ce réglage est défini comme suit :

$$\hat{T}_{QWP}(\phi = 45^{\circ}) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1+i & 1-i \\ 1-i & 1+i \end{pmatrix} \tag{112}$$

Avec cette opération l'état évolue comme suit :

$$\hat{T}_{QWP}(\phi = 45^{\circ})\hat{T}_{HWP}(\theta)\,|H\rangle = \begin{pmatrix} \frac{1+i}{2} & \frac{1-i}{2} \\ \frac{1-i}{2} & \frac{1+i}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} cos(2\theta) & sin(2\theta) \\ sin(2\theta) & -cos(2\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{113}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} cos(2\theta) + sin(2\theta) + i(cos(2\theta) - sin(2\theta)) \\ cos(2\theta) + sin(2\theta) - i(cos(2\theta) - sin(2\theta)) \end{pmatrix} \tag{114}$$

Donc, l'état d'entrée est :

$$\left|\psi_i^3\right\rangle = \frac{1}{2}\Big(((1-i)sin(2\theta) + (1+i)cos(2\theta))\,|H\rangle + ((1+i)sin(2\theta) + (1-i)cos(2\theta))\,|V\rangle\Big) \tag{115}$$

Avec les paramètres de Stokes pour démontrer sa trajectoire, figure 15 :

$$S = \begin{pmatrix} S_0 = |a|^2 + |b^2| \\ S_1 = |a|^2 - |b|^2 \\ S_2 = 2\mathcal{R}(\bar{a}b) \\ S_3 = 2\mathcal{I}(\bar{a}b) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ sin(4\theta) \\ sin^2(2\theta) - cos^2(2\theta) \end{pmatrix} \tag{116}$$

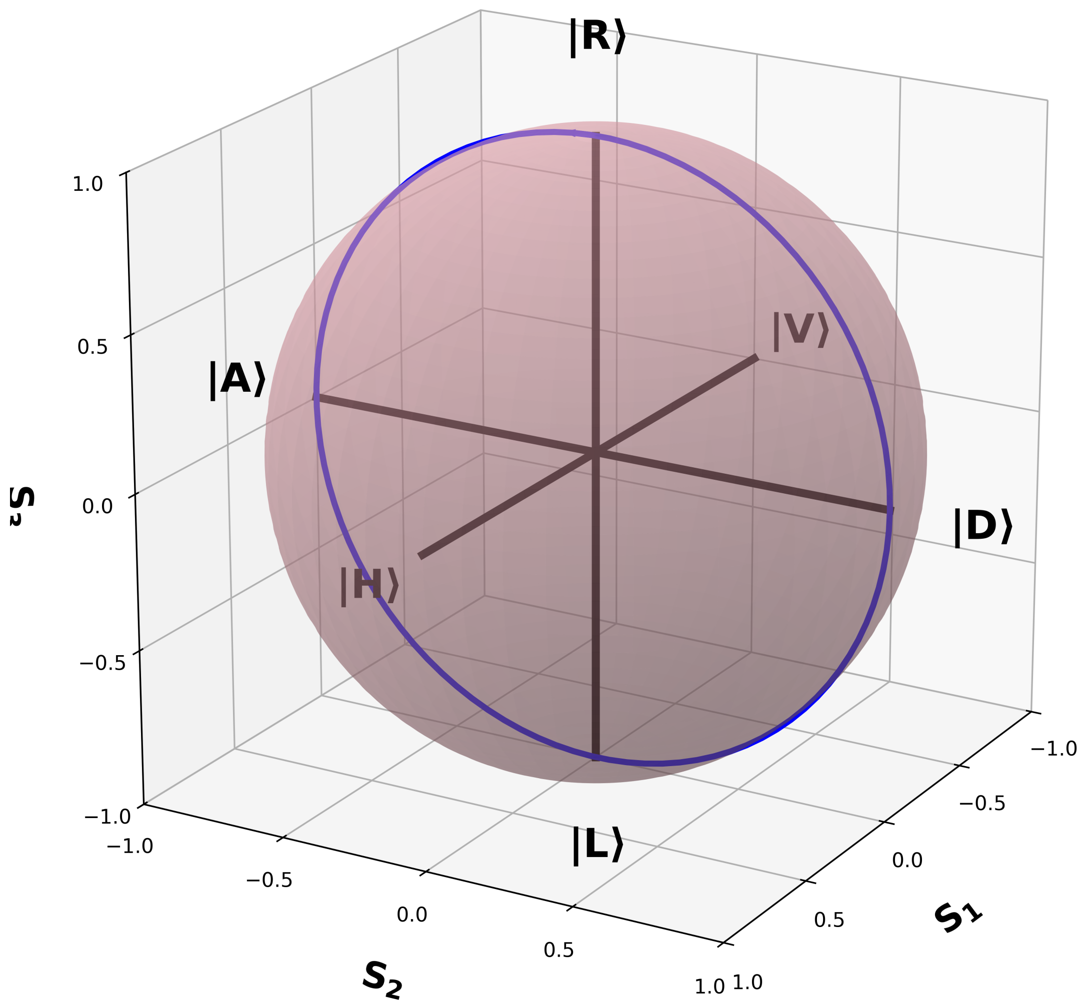


FIGURE 15 – Schéma du trajet $|D\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |L\rangle \ldots$ utilisant seulement une lame demi-onde et une lame quart d'onde à 45 dégrés dans la préparation de l'état d'entrée

### 3.2.2 Mesure faible temporelle

Après avoir préparé l'état, nous interagissons faiblement avec le système en introduisant un petit délai temporel entre les deux états de base. Pour ce faire, nous utilisons un deuxième séparateur de faisceau polarisant dans l'étape d'interaction faible. Nous faisons en sorte qu'un des bras parcourt un trajet légèrement plus long que l'autre. Chaque bras du séparateur de faisceaux est équipé d'un quart de plaque d'onde pour inverser l'état de base pour que le bras réfléchi soit transmis et que celui transmis soit réfléchi, afin qu'ils puissent se chevaucher. Il y a donc un changement d'état de base à considérer dans notre théorie, mais celui-ci n'affecte pas radicalement le résultat. La partie transmise, que nous définissons comme étant la partie horizontale de l'état de polarisation $a\,|H\rangle$, subit une interaction faible en parcourant un trajet plus long. Cela introduit un délai $\tau$ sur le pointeur couplé avec cet état $a\,|H\rangle \otimes |\xi(t-\tau)\rangle$. Celui-ci se transforme de 90 degrés en traversant une plaque d'onde quart d'onde et en revenant. Il produira un état de polarisation $|V\rangle$ qui sera réfléchi. Le bras initialement réfléchi, c'est-à-dire la partie verticale de l'état de polarisation $b\,|V\rangle$, subit également un changement, mais son pointeur demeure pareil $b\,|V\rangle \otimes |\xi(t)\rangle$ : il est transformé de 90 degrés pour pouvoir être transmis à travers du séparateur de faisceau de polarisation, puis mis en forme avec le nouvel état de base $|V\rangle$, légèrement retardé en tant qu'état de base $|H\rangle$.

$$\hat{U}^H\,|\psi_i\rangle = a\,|H\rangle \otimes |\xi(t-\tau)\rangle + b\,|V\rangle \otimes |\xi(t)\rangle \tag{117}$$

L'impulsion superposée est ensuite mesurée de manière projective par un état de polarisation qui contient les deux états de base. Pour des raisons de simplicité, nous avons opté pour une mesure projective avec l'état $|D\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle)$, qui est réalisée à l'aide d'une demi-plaque d'onde et d'un polariseur. Le polariseur sert de référence. Il est réglé pour être polarisé verticalement, et la plaque demi-onde est réglée à 45 degrés par rapport à ce polariseur, ce qui donne un état de polarisation $|D\rangle$ qui est projeté sur notre état à faible interaction.

$$|\psi_f\rangle \equiv \langle D| \hat{U}^H |\psi_i\rangle = \frac{a}{\sqrt{2}} |\xi(t-\tau)\rangle + \frac{b}{\sqrt{2}} |\xi(t)\rangle \tag{118}$$

Avant de poursuivre avec une caractérisation quantique de la partie réelle de la valeur faible, nous effectuons une séance de calibration en envoyant l'état $|H\rangle$ et $|V\rangle$ et en notant leurs positions temporelles, ainsi qu'en assurant le délai entre les deux, qui correspond au délai que nous avons orienté le bras de la partie horizontale dans l'état de l'interaction faible.

Nous caractérisons ensuite le trajet de polarisation par la partie réelle de la valeur faible, c'est-à-dire le délai entre les positions temporelles trouvées pour chaque état d'entrée lorsque nous tournons la plaque d'onde en comparaison avec notre calibration.

$$\langle \hat{t} \rangle = \langle \psi_f | \hat{t} | \psi_f \rangle \tag{119}$$

$$\mathcal{R}\Big( \langle \hat{\pi}_W \rangle \Big) \equiv \frac{\langle \hat{t} \rangle}{\tau} \propto |\psi_i\rangle \tag{120}$$

Comme nous avons calculé dans le chapitre 2, voici les parties réelles de la valeur faible pour chaque état d'entrée que nous allons investiguer. Soit pour $|\psi_i^1\rangle = cos(2\theta)\,|H\rangle + sin(2\theta)\,|V\rangle$ :

$$\langle \hat{t} \rangle = \frac{\tau}{2}(cos^2(2\theta) + 2sin(2\theta)cos(2\theta)) \tag{121}$$

Ainsi pour $|\psi_i^2\rangle = a\,|H\rangle + b\,|V\rangle$ :

$$\langle\hat{t}\rangle = \frac{\tau}{2}(cos^2(2\theta)) \tag{122}$$

et $|\psi_i^3\rangle = \frac{1}{2}\Big(((1-i)sin(2\theta)+(1+i)cos(2\theta))\,|H\rangle+((1+i)sin(2\theta)+(1-i)cos(2\theta))\,|V\rangle\Big)$ :

$$\langle\hat{t}\rangle = \frac{\tau}{2}\Big(1+\frac{sin(4\theta)}{4}\Big) \tag{123}$$

Cette expérience a été optimisée pour qu'elle fonctionne de manière autonome grâce à des supports de rotation motorisés [43] contrôlés par un code Python. Ce dernier utilise la bibliothèque Kinesis [44] pour faire tourner ces supports et l'API de l'oscilloscope [38] pour enregistrer chaque fichier de chaque état d'entrée. Toutes les données sont ensuite analysées numériquement. Les résultats sont présentés au chapitre 4. La différenciation entre un trajet de polarisation linéaire ou circulaire se trouve dans la partie imaginaire de la valeur faible. Cette distinction est proposée dans la section suivante.

## 3.3 Caractérisation de la partie imaginaire de la valeur faible

Dans cette section, nous aborderons l'expérience que nous proposons pour mesurer la partie imaginaire de la valeur faible, ainsi que les résultats attendus. La partie imaginaire de la valeur faible contient l'information complexe de l'état quantique. Dans notre cas, c'est l'ellipticité de l'état de polarisation. Certaines expériences impliquant une interaction de fréquence faible ont réussi à mesurer la valeur faible [30], mais, étant donné qu'on utilise un délai temporel, nous devons contourner ce problème. Des approches théoriques ont été développées à ce sujet, mais aucune n'a été appliquée en pratique [17, 45].

### 3.3.1 Montage préposé

Nous proposons une expérience consistant à incorporer notre dispositif expérimental dans un interféromètre de Mach-Zedner (MZ), impliquant des effets interférométriques hétérodynes. Nous faisons interférer la fréquence bien connue de notre laser avec l'impulsion faiblement mesurée.

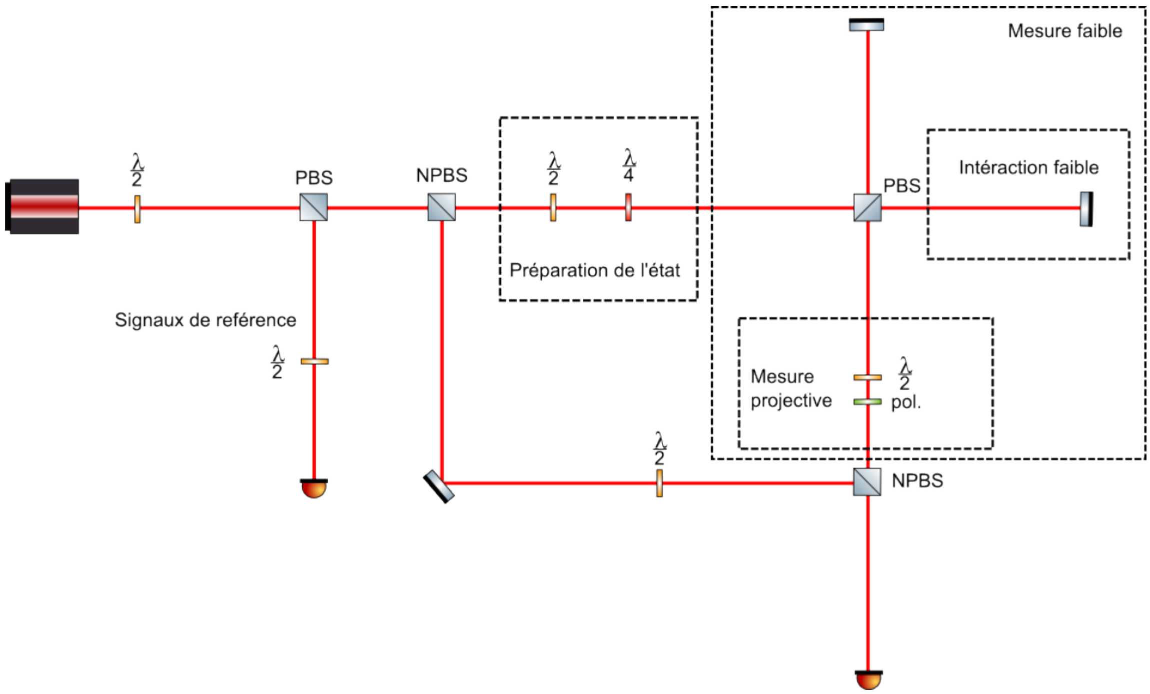


FIGURE 16 – Dispositif expérimental pour la partie imaginaire de la valeur faible

Nous commençons par faire interférer les impulsions sous le même état de polarisation. Comme mentionné précédemment, le polariseur est réglé sur un état de polarisation verticale pendant notre mesure projective. Par conséquent, grâce à une lame demi-onde, nous pouvons permettre des interférences avec le bras non faiblement mesuré dans le MZ. Nous cherchons à détecter les variations d'interférence entre chaque état de polarisation, où un état de polarisation circulaire devrait entraîner le décalage fréquentiel maximal par rapport à un état de polarisation linéaire. Cependant, nous avons rencontré des difficultés qui seront abordées dans le chapitre suivant.

### 3.3.2 Résultats attendus théoriques de la partie imaginaire de la valeur faible

Nous allons maintenant écrire les résultats attendus pour la partie imaginaire de la valeur faible pour chaque état d'entrée.

$$\mathcal{I}\Big(\langle\hat{\pi}_W\rangle\Big) \equiv \frac{\langle\hat{\omega}\rangle}{\tau} \propto |\psi_i\rangle \tag{124}$$

En commençant par $|\psi_i^1\rangle$ :

$$\langle\hat{\omega}\rangle = 0 \tag{125}$$

Ensuite, $|\psi_i^2\rangle$ :

$$\langle\hat{\omega}\rangle = \frac{i\tau}{4\sigma^2}(cos(2\theta)sin(2\theta)) \tag{126}$$

Et finalement, $|\psi_i^3\rangle$ :

$$\langle\hat{\omega}\rangle = \frac{\tau}{8\sigma^2}(sin^2(2\theta) - cos^2(2\theta)) \tag{127}$$

Cela résume nos approches expérimentales menées dans le cadre de ce projet de maîtrise. Le chapitre suivant présentera nos méthodes d'analyse, nos résultats et les implications que nous et d'autres pourrions rencontrer.

# 4 RÉSULTATS ET DISCUSSION

L'interprétation de nos résultats expérimentaux est cruciale pour mesurer le délai de chaque état de polarisation initial d'entrée. Comme nous avons démontré avec l'expérience de la vitesse de la lumière, nous allons employer une méthode similaire pour l'analyse des données de la partie réelle. L'expérience sur la vitesse de la lumière était un excellent test pour savoir comment ajuster efficacement nos données et mesurer la résolution minimale possible de ce que nous pouvons réaliser dans notre laboratoire pour caractériser des états quantiques à l'aide des délais. Dans les prochaines sections, nous allons analyser nos résultats expérimentaux et démontrer que la valeur faible est effectivement mesurée grâce à nos installations décrites au chapitre 3. Nous aborderons ensuite l'interprétation physique de ces résultats avant de conclure dans le chapitre suivant.

## 4.1 Analyse des résultats expérimentaux pour la partie réelle de la valeur faible

Comme nous l'avons vu dans les chapitres précédents, nous voulons que notre impulsion soit semblable à une impulsion de Gauss afin de faciliter la détermination de sa position temporelle moyenne. Il est également bien connu qu'on utilise les profils d'impulsion de Gauss pour les mesures faibles. Par conséquent, nous avons procédé au même ajustement des données que celui effectué dans les expériences de la vitesse de la lumière au chapitre précédent. Cependant, pour obtenir des délais, il faut d'abord calibrer l'expérience. Pour ce faire, nous mesurons la position temporelle moyenne sans introduction de retard, soit le bras en $|V\rangle$ de l'appareil expérimental, également la position temporelle moyenne du délai maximal, soit le bras $|H\rangle$. Une fois que l'expérience a été calibrée en fonction du délai maximum et minimum, nous pouvons mesurer la position temporelle de chaque degré d'état d'entrée et trouver le délai qui lui correspond selon cet état $\psi_i(\theta)$. Comme nous l'avons vu au chapitre 3, notre méthode expérimentale consiste à préparer des états de polarisation selon les trajectoires de polarisation mesurées. Ils subiront ensuite une interaction faible, puis ils seront projetés par un état de polarisation diagonale. La section suivante discutera des résultats obtenus à partir de nos données concernant la partie réelle de la valeur faible et la façon dont nous recueillons nos données est expliquée plus en détail.

### 4.1.1 La partie réelle

Nous avons optimisé notre expérience pour qu'elle soit automatisée. Tout d'abord, pendant la phase de calibration, notre dispositif expérimental subit un étalonnage consistant en une seule demi-plaque d'onde. Cette dernière est ensuite tournée pour envoyer la polarisation $|V\rangle$ correspondant à notre position temporelle moyenne de référence, qui est notre état d'entrée possédant un délai de 0. L'oscilloscope prend des données, puis notre code fait tourner la demi-plaque d'onde pour envoyer le délai maximal, soit l'état de polarisation $|H\rangle$. Chaque état de polarisation d'étalonnage ($|H\rangle$ et $|V\rangle$) est mesuré séparément, puis on en calcule la moyenne à partir de dix résultats différents. L'oscilloscope est évidemment utilisé pour mesurer les temps d'équivalence et il calcule ensuite la moyenne de plus de 10000 formes d'onde. Après la calibration, nous pouvons exécuter chaque trajet de polarisation mentionné dans le chapitre précédent. Pour changer de trajet de polarisation, nous devons ajouter un quart de plaque d'onde à la préparation de l'état d'entrée, en fonction du trajet que nous caractérisons. Le premier trajet consiste seulement en une demi-plaque d'onde. Nous collectons des données toutes les 2,5 dégrés. Pour chaque état d'entrée de polarisation, nous prenons trois fichiers distincts que nous moyennons, puis nous comparons leur position temporelle moyenne avec le dossier de calibration pour obtenir le délai associé à cet état. Voici les résultats de chaque délai pour les différents états d'entrée pour le trajet $|H\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |A\rangle$, figure 17.

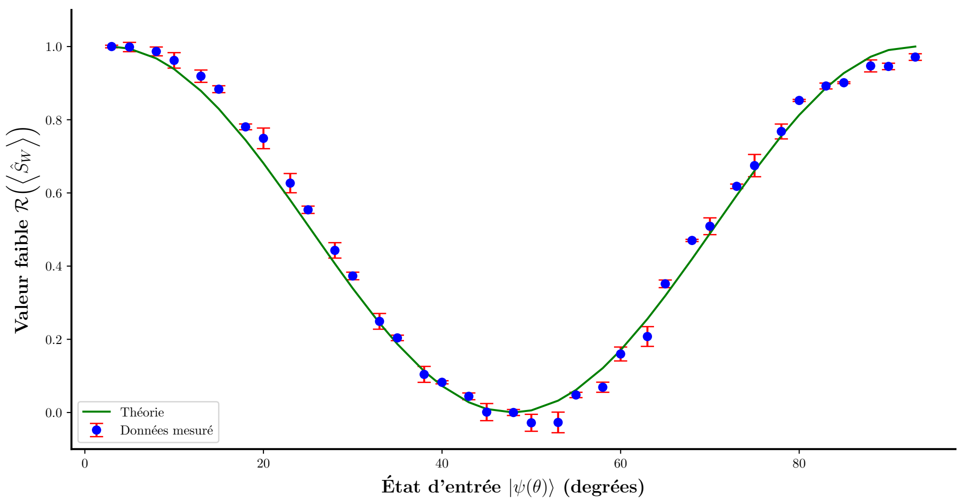


FIGURE 17 – Résultats expérimentaux pour la partie réelle de la valeur faible du trajet de polarisation $|H\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |A\rangle$. Les barres d'erreurs horizontales représentent la variance de la position temporelle de chaque fichier, et les barres d'erreurs verticales, l'erreur de la position de l'angle induite par notre stade motorisé. L'erreur est trop petite pour être prise en considération, alors nous l'avons négligée.

Cette série de données a été collectée avec une interaction faible correspondant à un délai de 167 $ps$, obtenu en allongeant le bras $|H\rangle$ de 2,5 $cm$ par rapport au bras $|V\rangle$. En utilisant les mêmes méthodes d'ajustement que celles employées dans l'expérience sur la vitesse de la lumière, nous mesurons les délais de chaque état $\psi(\theta)$. Nous redéfinissons l'angle $\theta$ pour qu'il ait une forme similaire à un plan circulaire, et nous combinons les résultats pour la partie réelle de la valeur faible correspondant à nos valeurs théoriques calculées dans le chapitre précédent. En réalité, la courbe théorique de cette partie réelle est une valeur cosinus carrée en ignorant la partie $2sin(theta)cos(theta)$ de notre résultat théorique, car elle correspond mieux à nos résultats expérimentaux. Cette partie $2sin(theta)cos(theta)$ n'a pas de signification physique, car, lorsque nous passons de $|V\rangle$ à $|H\rangle$, nous devrions éviter tout délai négatif, ce que nous constatons effectivement et pour garder la symétrie positive de la mesure. Une erreur additionnelle à noter est l'incohérence de nos modifications physiques dans notre expérience, que nous ne pouvons pas compenser numériquement. Par exemple, les vibrations de la table et les variations d'alignement du laser sont des facteurs que nous ne pouvons pas prendre en compte pendant les longues périodes d'acquisition de données pour chaque état d'entrée. Cette erreur se trouve dans le trajet à venir. Voici les résultats pour le trajet $|H\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |L\rangle$, figure 18.

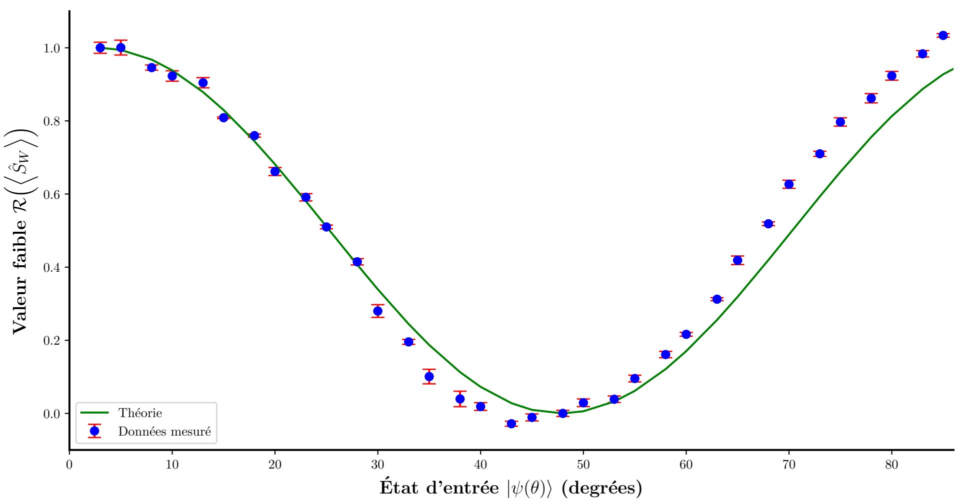


FIGURE 18 – Résultats expérimentaux pour la partie réelle de la valeur faible du trajet de polarisation $|H\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |L\rangle$

Ces résultats sont similaires à ceux du trajet précédent, ce qui est logique, car les états de polarisation $|R\rangle$ et $|L\rangle$ possèdent toujours les mêmes états de base que $|D\rangle$ et $|A\rangle$ mais avec une composante imaginaire . On ne peut pas déterminer à partir de la partie réelle de la valeur faible si l'état initial est elliptique ou circulaire. Les informations sur le passage de phase ou d'ellipticité des états de polarisation se trouvent dans la partie imaginaire de la valeur faible. Ensuite, voici les résultats pour le trajet $|D\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |L\rangle$, figure 17.

Cela s'avère captivant, car cela démontre incontestablement que nous conservons

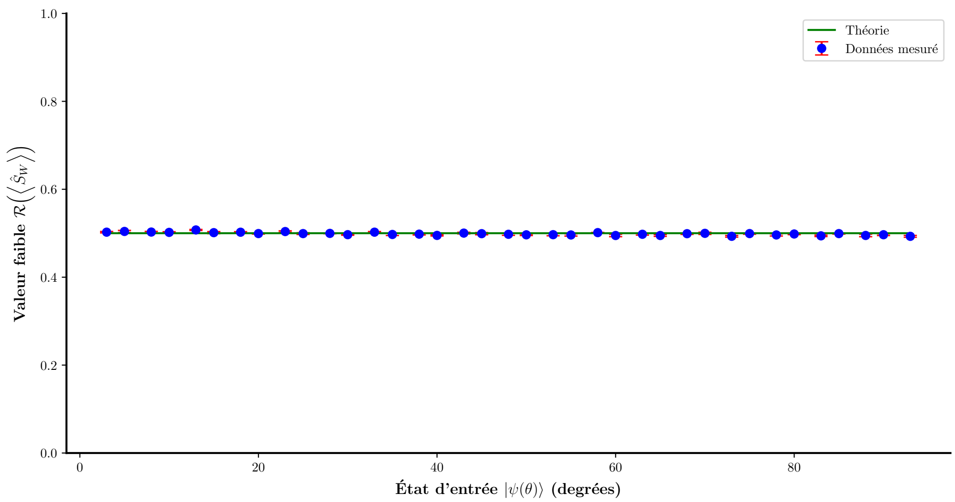


FIGURE 19 – Résultats expérimentaux pour la partie réelle de la valeur faible du trajet de polarisation $|D\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |L\rangle$

toujours la même composante réelle de la faible valeur. Cette constatation met en évidence la symétrie quantique, qui correspond à la symétrie optique des états de polarisation D, A, L et R. Par conséquent, l'ensemble des données sur l'ellipticité entre ces polarisations est contenu dans la variable conjuguée du décalage temporel, c'est-à-dire le décalage de fréquence obtenu en mesurant la partie imaginaire de la valeur faible. En outre, à partir de ces données pour chaque trajet, nous pouvons directement calculer les amplitudes de probabilité de l'état quantique à partir de ces mesures de délai, comme nous l'avons mentionné dans la section 2.3. Voici $|H\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |A\rangle$, figure 20 :

Ensuite $|H\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |L\rangle$, figure 21 :

Finalement $|D\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |L\rangle$, figure 22 :

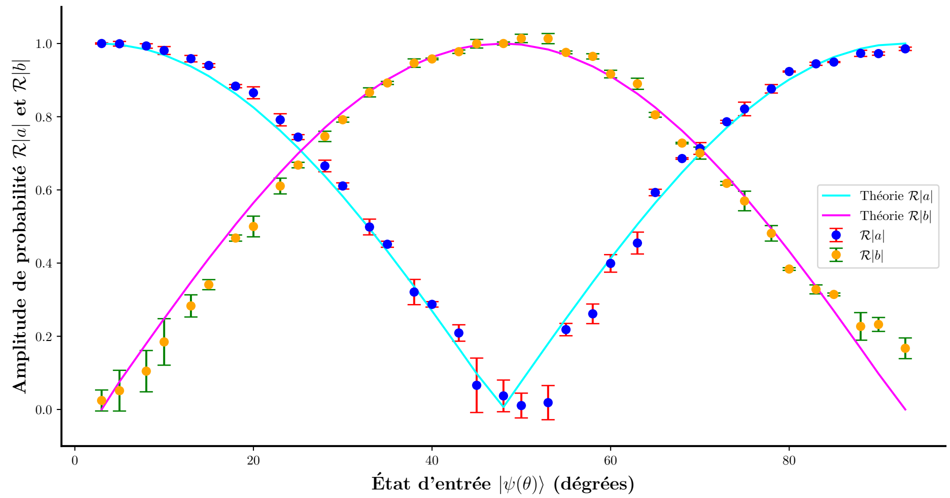


FIGURE 20 – Résultats de l'amplitude de probabilité pour le trajet de polarisation $|H\rangle \to |D\rangle \to |V\rangle \to |A\rangle$. Les courbes théoriques provenant de nos calculs dans la section 2.3. Les barres d'erreur sont les incertitudes propagées à partir de notre partie réelle de la valeur faible via Monte-Carlo, car la propagation analytique fait exploser certaines incertitudes de façon irrégulières.

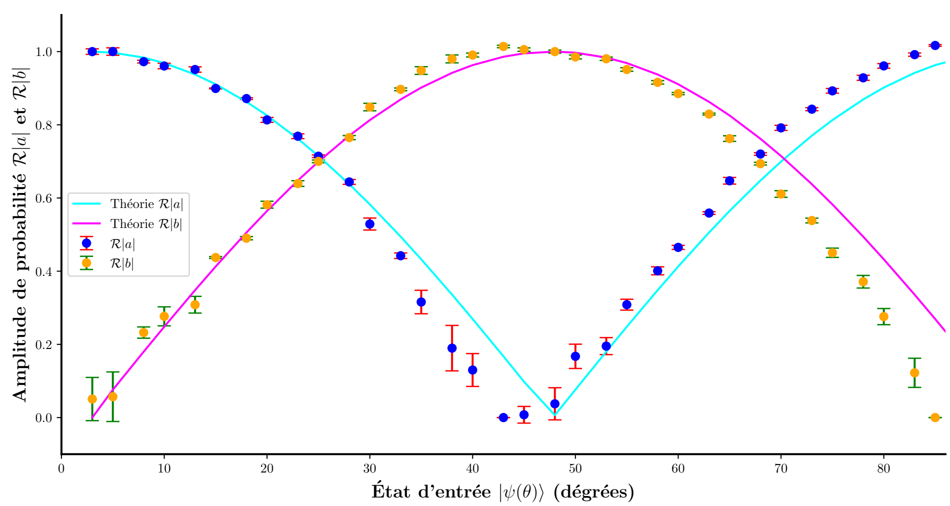


FIGURE 21 – Résultats de l'amplitude de probabilité pour le trajet de polarisation $|H\rangle \to |R\rangle \to |V\rangle \to |L\rangle$

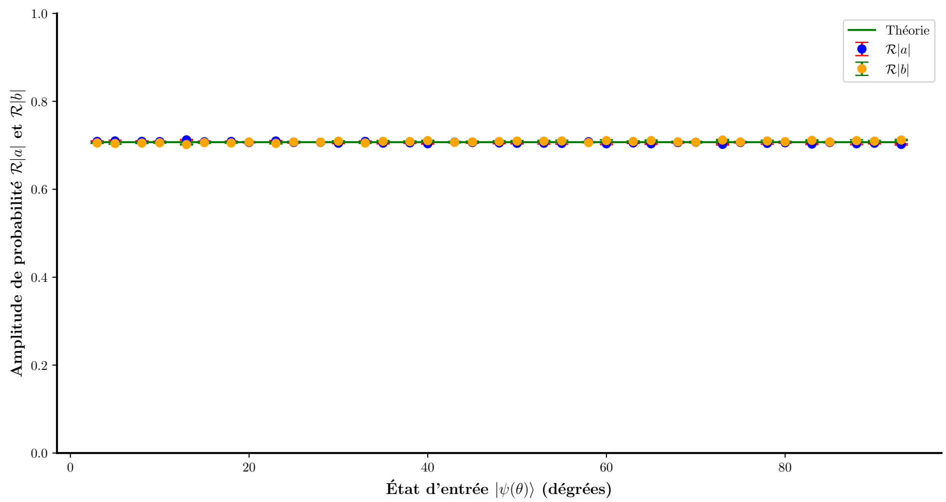


FIGURE 22 – Résultats de l'amplitude de probabilité pour le trajet de polarisation $|D\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |L\rangle$

### 4.1.2 Discussion sur les résultats expérimentaux de la partie réelle

Nous avons calculé les amplitudes de probabilité en appliquant les principes fondamentaux étudiés dans notre chapitre consacré à la théorie. Ces résultats correspondent à nos attentes théoriques concernant la norme des amplitudes de probabilité réelles de chaque trajet de polarisation. Cette concordance nous permet de conclure que nous avons correctement mesuré la partie réelle de la valeur faible et de l'utiliser pour caractériser les amplitudes de probabilité de nos états initiaux. Il y a toutefois certains éléments à considérer quand on néglige certaines parties de la valeur faible, mais, lors du calcul du module des amplitudes de probabilité, les termes additionnels, comme ceux du premier trajet de polarisation de sa partie réelle, disparaissent. Quoi qu'il en soit, nous sommes en mesure de caractériser les états de polarisation d'entrée avec un succès relatif. Il y a cependant l'information complexe de l'état quantique que nous devons mesurer. La section suivante traitera de nos tentatives de mesure de la partie imaginaire.

## 4.2 La partie imaginaire

Notre méthode pour mesurer la partie imaginaire de la valeur faible est assez simple. Nous faisons passer une impulsion faiblement mesurée à travers un interféromètre MZ en y ajoutant un signal de référence, soit celui du laser à une fréquence connue $f_0 = 4{,}68 \cdot 10^{14}\ Hz$. Ce dernier fait en sorte que la fréquence mesurée sera $f_0 + \langle\hat{\omega}\rangle$. Cependant, certaines implications nous empêchent de mesurer la partie imaginaire de la valeur faible.

### 4.2.1 Implication sur la partie imaginaire

Considérons le terme proportionnel dans la partie imaginaire de la valeur faible :

$$\frac{\mathcal{I}(\langle\hat{\pi}_W\rangle)}{\tau} = \langle\hat{\omega}\rangle \propto \frac{\tau}{4\sigma^2} \tag{128}$$

Cela signifie que, pour une période temporaire de notre laser de 10 ns, associée à un retard de 167 PS, on doit observer un retard en fréquence de seulement 417,5 kHz. Cette valeur est extrêmement petite par rapport à la fréquence de notre laser, qui se situe dans les térahertz, et qui est difficile à mesurer. Les mesures interférométriques régulières effectuées dans un laboratoire ne présentent qu'une résolution en MHz, ce qui nécessite un délai extrêmement long, ce qui dépasse la marge de mesure minimale ainsi que sa facilité d'utilisation dans un laboratoire. En effet, pour effectuer la mesure dans un interféromètre de Michelson, les distances nécessaires dépassent la longueur de cohérence du laser de 0,2 mm. Des spectromètres ou d'autres méthodes photoniques, telles que les combs de fréquence, qui atteignent cette résolution sont vraiment coûteux qui contredit l'objectif de créer un dispositif dans un laboratoire commun pour la caractérisation d'un état quantique.

Nous pourrions envisager de mesurer si un pic se produit lors de l'interférence entre un état de polarisation linéaire et circulaire. Le trajet de polarisation qui nous permet de bien vérifier ceci est D to R to A to L, car elle possède une superposition de nos états de base, combinés linéairement avec D et A et circulairement avec R et L. Comment pouvons-nous observer ce pic ? Avec le spectre de puissance, car nous pouvons simplement le mesurer directement à l'aide de l'oscilloscope et qu'il démontre l'enveloppe du spectre. On suppose que, grâce à l'enveloppe du spectre fréquentiel (le spectre de puissance), nous pouvons observer si un pic apparaît, et que nous pourrons mesurer le décalage fréquentiel du spectre fréquentiel avec la résolution nécessaire à l'avenir. Cela nous permettra de déterminer que la partie imaginaire comme étant réelle.

Le spectre de puissance est directement lié à la transformation de Fourier de l'intensité :

$$P(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} I(t) e^{-i\omega t} dt \tag{129}$$

Comme nous souhaitons maximiser notre capacité à atteindre le potentiel de voir le pic, nous avons réduit la taille du faisceau au minimum du laser, soit 4 ns. Notre analyse consiste à effectuer une transformation de Fourier rapide (fft fast Fourier transform) à l'aide de la bibliothèque numpy pour python. Il y a d'autres bibliothèques qu'on peut utiliser, comme celle de scipy, mais celle de numpy suffit. Pour une réduire les fuites spectrales lors de la transformée de Fourier rapide, nous appliquons une fenêtre de Hanning au signal, car il présente une discontinuité de l'amplitude du signal. Donc, on suppose que le signal est périodique et fini, ce qui réduit le bruit à 0. La fenêtre de Hanning diminue les oscillations en appliquant un coefficient sur chaque élément, ce qui donne un signal plus lisse. Ensuite, la figure A illustre les données du spectre de puissance pour le trajet de polarisation B.

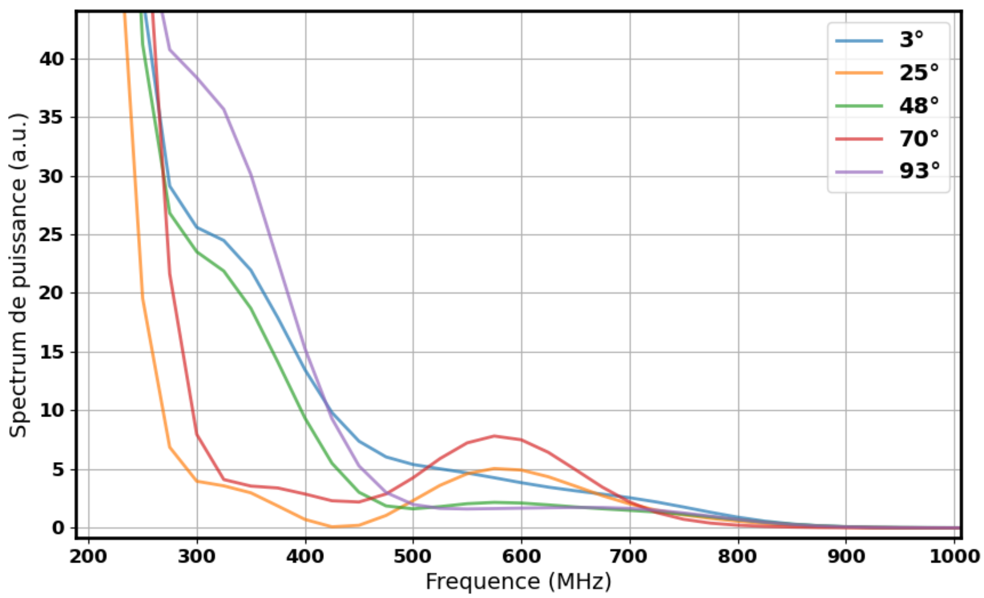


FIGURE 23 – Le spectre de puissance d'une impulsion avec un taille temporel de 4 $ns$ interférente avec un état faiblement mesuré avec un délai de 167 $ps$ dont le degré 3 est l'état $|D\rangle$, 25 est $|R\rangle$, 48 est $|A\rangle$ et 70 est $|L\rangle$, puis 93 est de retour à $|D\rangle$. On remarque que les états linéaires, c'est-à-dire $|D\rangle$ et $|A\rangle$, restent à 3,3 $MHz$, alors que $|R\rangle$ et $|L\rangle$ se situent à 5,8 $MHz$. Dont le pic initial (le plus à gauche) soit le pic central du spectre

Cela montre qu'un pic existe dans une polarisation linéaire (D et A) par rapport à (R et L), correspondant à une différence de 250 MHz. Ce résultat ne suit pas le modèle de notre partie imaginaire, mais il démontre qu'il est possible de mesurer la partie imaginaire.

# 5 CONCLUSION

## 5.1 Conclusion sur la thèse

Nous avons maintenant démontré que nous pouvons caractériser complètement la partie réelle de la valeur faible, tout en montrant l'existence et la mesurabilité de la partie imaginaire. De plus, le résultat obtenu pour la partie réelle de la valeur faible montre que la symétrie quantique pour l'état de polarisation, lorsque les états d'entrée varient, est respectée et suit notre théorie dérivée. En utilisant le domaine temporel comme pointeur nous permet de caractériser la polarisation d'un système photonique quantique, ouvrant ainsi la voie à des applications intégrables dans les technologies quantiques plutôt qu'utilisant d'autres domaines du photon comme pointeur. Grâce à notre méthodologie interférométrique des mesures faibles, il est possible d'envisager des applications dans des technologies telles que les systèmes de télécommunication photonique quantique, mais aussi dans d'autres domaines, comme l'informatique quantique ou la métrologie quantique.

## 5.2 Applications et projets futurs

Nos futurs travaux consisteront à déterminer la polarisation non linéaire à l'aide des décalages fréquentiels provoqués par notre décalage temporel du pointeur. Pour ce faire, nous pourrions concevoir un système photonique sophistiqué capable de mesurer de petits décalages fréquentiels. Nous pouvons envisager une expérience où nous remplacerions la source laser par quelque chose qui a une longueur de cohérence plus longue et qui nous permettrait d'introduire un délai encore plus grand, mais dans le régime de mesure faible, comme celui du laser HeNe, mais sous forme d'impulsions. Nous pourrions effectuer cette expérience en utilisant un modulateur acousto-optique couplé à un générateur d'impulsions. Ce dispositif crée une impulsion laser HeNe. Cela nous permettrait de mesurer les décalages fréquentiels entre les états de polarisation d'entrée et, ainsi, de mesurer avec succès la partie imaginaire de la valeur faible dans un système photonique quantique.

Nous pouvons conclure avec succès nos résultats expérimentaux au cours de ce projet, et laisser la porte ouverte à de futures perspectives en matière de mesures quantiques pour des applications technologiques.

## Références


[1] Richard P. Feynman. “Simulating physics with computers”. In : *International Journal of Theoretical Physics* 21.6 (1982), p. 467-488. doi : 10.1007/BF02650179. url : https://doi.org/10.1007/BF02650179.

[2] John Preskill. *Quantum computing 40 years later*. 2023. arXiv : 2106.10522 [quant-ph]. url : https://arxiv.org/abs/2106.10522.

[3] Sergei Slussarenko et Geoff J. Pryde. “Photonic quantum information processing: A concise review”. In : *Applied Physics Reviews* 6.4 (oct. 2019), p. 041303. issn : 1931-9401. doi : 10.1063/1.5115814. eprint : https://pubs.aip.org/aip/apr/article-pdf/doi/10.1063/1.5115814/19739502/041303_1_online.pdf. url : https://doi.org/10.1063/1.5115814.

[4] James A. Lewis et Georgia Wood. *Quantum Technology Applications and Implications*. Rapp. tech. CSIS (Center for Strategic et International Studies), 2023.

[5] Vicente Martin et al. “Quantum technologies in the telecommunications industry”. In : *EPJ Quantum Technology* 8.1 (2021), p. 19. doi : 10.1140/epjqt/s40507-021-00108-9. url : https://doi.org/10.1140/epjqt/s40507-021-00108-9.

[6] David P. DiVincenzo. “The Physical Implementation of Quantum Computation”. In : *Fortschritte der Physik* 48.9–11 (sept. 2000), 771–783. issn : 1521-3978. doi : 10.1002/1521-3978(200009)48:9/11<771::aid-prop771>3.0.co;2-e. url : http://dx.doi.org/10.1002/1521-3978(200009)48:9/11<771::AID-PROP771>3.0.CO;2-E.

[7] Dan Browne et al. *From Quantum Optics to Quantum Technologies*. 2017. arXiv : 1707.02925 [quant-ph]. url : https://arxiv.org/abs/1707.02925.

[8] J.B. Altepeter, E.R. Jeffrey et P.G. Kwiat. “Photonic State Tomography”. In : sous la dir. de P.R. Berman et C.C. Lin. T. 52. Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics. Academic Press, 2005, p. 105-159. doi : https://doi.org/10.1016/S1049-250X(05)52003-2. url : https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1049250X05520032.

[9] Alexander TZALENCHUK et al. "The expanding role of National Metrology Institutes in the quantum era". In : *Nature Physics* 18.7 (2022), p. 724-727. DOI : 10.1038/s41567-022-01659-z. URL : https://doi.org/10.1038/s41567-022-01659-z.

[10] Jianwei WANG et al. "Integrated photonic quantum technologies". In : *Nature Photonics* 14.5 (oct. 2019), 273–284. ISSN : 1749-4893. DOI : 10.1038/s41566-019-0532-1. URL : http://dx.doi.org/10.1038/s41566-019-0532-1.

[11] A. EINSTEIN, B. PODOLSKY et N. ROSEN. "Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?" In : *Phys. Rev.* 47 (10 1935), p. 777-780. DOI : 10.1103/PhysRev.47.777. URL : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.47.777.

[12] JOHN S. BELL. "On the Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics". In : *Rev. Mod. Phys.* 38 (3 1966), p. 447-452. DOI : 10.1103/RevModPhys.38.447. URL : https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.38.447.

[13] Yakir AHARONOV, David Z. ALBERT et Lev VAIDMAN. "How the result of a measurement of a component of the spin of a spin-1/2 particle can turn out to be 100". In : *Phys. Rev. Lett.* 60 (14 1988), p. 1351-1354. DOI : 10.1103/PhysRevLett.60.1351. URL : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.60.1351.

[14] John von NEUMANN et Robert T. BEYER. *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics: New Edition*. Princeton University Press, fév. 2018. ISBN : 9780691178561. DOI : 10.23943/princeton/9780691178561.001.0001. URL : https://doi.org/10.23943/princeton/9780691178561.001.0001.

[15] J.S. LUNDEEN et K.J. RESCH. "Practical measurement of joint weak values and their connection to the annihilation operator". In : *Physics Letters A* 334.5 (2005), p. 337-344. ISSN : 0375-9601. DOI : https://doi.org/10.1016/j.physleta.2004.11.037. URL : https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375960104016342.

[16] G. T. FOSTER et al. "Quantum State Reduction and Conditional Time Evolution of Wave-Particle Correlations in Cavity QED". In : *Phys. Rev. Lett.* 85 (15 2000), p. 3149-3152. DOI : 10.1103/PhysRevLett.85.3149. URL : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.85.3149.

[17] Nicolas Brunner et al. "Optical Telecom Networks as Weak Quantum Measurements with Postselection". In : *Phys. Rev. Lett.* 91 (18 2003), p. 180402. DOI : 10.1103/PhysRevLett.91.180402. URL : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.91.180402.

[18] Jeff Lundeen. "Generalized Measurement and Post-selection in Optical Quantum Information". Thèse de doct. University of Toronto, 2006.

[19] Nicolas Brunner et al. "Direct Measurement of Superluminal Group Velocity and Signal Velocity in an Optical Fiber". In : *Physical Review Letters* 93.20 (2004). ISSN : 1079-7114. DOI : 10.1103/physrevlett.93.203902. URL : http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.203902.

[20] Nicolas Brunner et Christoph Simon. "Measuring Small Longitudinal Phase Shifts: Weak Measurements or Standard Interferometry?" In : *Phys. Rev. Lett.* 105 (1 2010), p. 010405. DOI : 10.1103/PhysRevLett.105.010405. URL : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.105.010405.

[21] Omar S Magaña-Loaiza et al. "Weak-value measurements can outperform conventional measurements". In : *Physica Scripta* 92.2 (2016), p. 023001. DOI : 10.1088/1402-4896/92/2/023001. URL : https://dx.doi.org/10.1088/1402-4896/92/2/023001.

[22] Jérémie Harris, Robert W. Boyd et Jeff S. Lundeen. "Weak Value Amplification Can Outperform Conventional Measurement in the Presence of Detector Saturation". In : *Phys. Rev. Lett.* 118 (7 2017), p. 070802. DOI : 10.1103/PhysRevLett.118.070802. URL : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.118.070802.

[23] Jeff S. Lundeen et al. "Direct measurement of the quantum wavefunction". In : *Nature* 474.7350 (2011), p. 188-191. DOI : 10.1038/nature10120. URL : https://doi.org/10.1038/nature10120.

[24] Jeff S. Lundeen et Charles Bamber. "Procedure for Direct Measurement of General Quantum States Using Weak Measurement". In : *Phys. Rev. Lett.* 108 (7 2012), p. 070402. DOI : 10.1103/PhysRevLett.108.070402. URL : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.108.070402.

[25] A. Hariri et al. "Experimental simultaneous readout of the real and imaginary parts of the weak value". In : *Phys. Rev. A* 100 (3 2019), p. 032119. DOI : 10.1103/PhysRevA.100.032119. URL : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.100.032119.

[26] G. S. Thekkadath et al. “Direct Measurement of the Density Matrix of a Quantum System”. In : *Phys. Rev. Lett.* 117 (12 2016), p. 120401. doi : 10.1103/PhysRevLett.117.120401. url : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.117.120401.

[27] Guillaume Thekkadath. “Joint measurements of complementary properties of quantum systems”. Mém. de mast. University of Ottawa, 2017.

[28] Fumihiro Kaneda et Paul G. Kwiat. *High-efficiency single-photon generation via large-scale active time multiplexing.* 2018. arXiv : 1803.04803 [quant-ph]. url : https://arxiv.org/abs/1803.04803.

[29] Hui Dai et al. “Towards satellite-based quantum-secure time transfer”. In : *Nature Physics* 16.8 (mai 2020), 848–852. issn : 1745-2481. doi : 10.1038/s41567-020-0892-y. url : http://dx.doi.org/10.1038/s41567-020-0892-y.

[30] Luis José Salazar-Serrano et al. “Measurement of sub-pulse-width temporal delays via spectral interference induced by weak value amplification”. In : *Phys. Rev. A* 89 (1 2014), p. 012126. doi : 10.1103/PhysRevA.89.012126. url : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.89.012126.

[31] Aephraim M. Steinberg. “How Much Time Does a Tunneling Particle Spend in the Barrier Region?” In : *Phys. Rev. Lett.* 74 (13 1995), p. 2405-2409. doi : 10.1103/PhysRevLett.74.2405. url : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.74.2405.

[32] E. Hecht. *Optics.* Pearson, 2012. isbn : 9788131718070. url : https://books.google.ca/books?id=wcMWpBMMzIkC.

[33] Yuval Gefen. “Weak Measurement: A Peephole into the Quantum World”. In : *ICTP Colloquium Series.* Sous la dir. de Weizmann Institute of Science. 2017.

[34] Yakir Aharonov, Eliahu Cohen et Avshalom C. Elitzur. “Foundations and applications of weak quantum measurements”. In : *Phys. Rev. A* 89 (5 2014), p. 052105. doi : 10.1103/PhysRevA.89.052105. url : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.89.052105.

[35] David J. Griffiths et Darrell F. Schroeter. *Introduction to Quantum Mechanics.* 3e éd. Cambridge University Press, 2018.

[36] P.J.E. (Phillip James Edwin) Peebles. *Quantum Mechanics.* Princeton University Press, 1992.

[37] Thorlabs. *NPL64B - Nanosecond Pulsed Laser Diode System, 640 nm, 5 - 39 ns Adjustable Pulse Width*. https://www.thorlabs.com/thorproduct.cfm?partnumber=NPL64B. Consulté le 25 février 2025.

[38] Tektronix. *TDS5000 Series Digital Phosphor Oscilloscope User Manual*. Document Number: 071-0858-05. Tektronix, Inc. Beaverton, OR, USA, 2002. url : https://www.tek.com/document/manual/tds5000-series-digital-phosphor-oscilloscope-user-manual.

[39] Thorlabs. *DET025A - 2 GHz Si Free-Space Photodetector with Window, 400 - 1100 nm, 8-32 Tap*. https://www.thorlabs.com/thorproduct.cfm?partnumber=DET025A. Consulté le 25 février 2025.

[40] Thorlabs. *RG-58 BNC Coaxial Cable, BNC Male to BNC Male*. https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=2887. Consulté le 25 février 2025.

[41] American Radio Relay League (ARRL). *The ARRL Handbook for Radio Communications*. 96th. Newington, CT : ARRL, 2019. isbn : 978-1-62595-087-1.

[42] Thorlabs. *2249-C-12 Specification Sheet*. Rev A, August 6, 2021. 2021. url : https://www.thorlabs.com.

[43] Thorlabs. *Motorized Precision Rotation Mount*. https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=2875. Consulté le 28 février 2025.

[44] PyLabLib Developers. *Thorlabs Kinesis Device Support in PyLabLib*. Accessed: 2025-02-28. 2024. url : https://pylablib.readthedocs.io/en/latest/devices/Thorlabs_kinesis.html.

[45] Weining Liu, Yisen Wang et Hailu Luo. “Precision estimation of time delay based on weak measurement with real weak value”. In : *Phys. Rev. A* 108 (5 2023), p. 052606. doi : 10.1103/PhysRevA.108.052606. url : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.108.052606.