

**Caractérisation directe d'un état de polarisation à l'aide des mesures  
faibles temporelles**

Thèse présentée à la faculté des sciences de l'université de Moncton  
pour l'obtention du grade de  
maîtrise ès sciences et spécialisation physique (M. Sc.)

**Shane Gervais**

A00198792

Département de physique et d'astronomie

Université de Moncton

DATE

## Composition du jury

Président du jury : Alexandre Melanson  
Professeur,  
Université de Moncton

Examinateur interne : Normand Beaudoin  
Professeur,  
Université de Moncton

Examinateur externe : Guillaume Thekkadath  
Officier de recherche,  
Conseil national de recherches Canada

Directeur de thèse : Lambert Giner  
Professeur,  
Université de Moncton

## Remerciements

## Sommaire

La caractérisation des états quantiques est essentielle au développement de la technologie quantique. Pour effectuer des calculs complexes, vérifier l'intégrité des messages codés en communication quantique, ou encore créer des systèmes de télécommunication quantique, il est essentiel de connaître l'état des qubits. L'étude sur la caractérisation de ces états quantiques est cruciale pour le développement des technologies quantiques et leur intégration à notre infrastructure existante.

Les méthodes de caractérisation traditionnelles, telles que la tomographie quantique, reconstruisent l'état du système quantique en effondrant l'état en effectuant des mesures projectives dans toutes les bases possibles, ce qui permet d'obtenir une description de l'état du système à l'aide de la matrice densité. Cette méthode est une approche indirecte qui devient rapidement complexe avec des systèmes quantiques à dimension élevée. Elle ne convient pas aux systèmes nécessitant une caractérisation en temps réel, où l'évolution temporelle de l'état est cruciale, que ce soit pour la métrologie quantique ou pour la détection d'erreurs dans les ordinateurs quantiques pendant les calculs.

Une méthode alternative, comme les mesures faibles, présente un bon potentiel pour la caractérisation directe de l'état quantique, sans effondrement complet du système, mais, dans sa forme actuelle, elle n'est pas intégrable aux technologies quantiques. Nous proposons de réaliser des mesure faible temporels en exploitant le domaine temporel des photons, comme le pointeur. En concevant un dispositif expérimental dans ce régime pour caractériser un état quantique facile à implanter dans un laboratoire d'optique commun. Ce qui permettrait une intégration directe dans notre infrastructure photonique existante et dans les technologies quantiques.

Cette technique permet de déterminer directement et en temps réel l'évolution d'un

état quantique, en minimisant la perte d'information grâce à une intervention minimale sur le système. Dans cette étude, nous illustrons la théorie requise pour cette méthode de caractérisation et réalisons des expériences visant à mesurer la partie réelle et imaginaire de la valeur faible du système. Enfin, nous élaborant sur les applications potentielles pour ce type de caractérisation dans les technologies quantique, notamment améliorer les computations quantiques, la détection en métrologie quantique, la sécurisation des communications quantiques et les infrastructures photoniques, que ce soit dans les télécommunications quantiques.

**Abstract**

## Table des matières

<b>Page titre</b>	<b>i</b>
<b>Composition du jury</b>	<b>ii</b>
<b>Remerciements</b>	<b>iii</b>
<b>Sommaire</b>	<b>v</b>
<b>Abstract</b>	<b>vi</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>ix</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>xiii</b>
<b>Liste des symboles</b>	<b>xiv</b>
<b>1 INTRODUCTION DES PROCÉDURES DIRECTES POUR LES MESURES QUANTIQUES</b>	<b>1</b>
1.1 Introduction . . . . .	1
1.2 Motivation de la thèse . . . . .	4
<b>2 LES MESURES FAIBLES TEMPORELLES D'UN SYSTÈME QUANTIQUE</b>	<b>6</b>
2.1 La tomographie quantique . . . . .	6
2.2 Introduction aux mesures faibles . . . . .	14
2.3 Fondamentaux théorique des mesures faibles . . . . .	17
2.4 Proposition d'une procédure directe avec une mesure faible temporelle	23
2.4.1 La partie réelle du système . . . . .	24
2.4.2 La partie imaginaire du système . . . . .	28
2.5 Proposition expérimentale pour la caractérisation de la valeur faible .	30
2.6 Mots finale sur la théorie . . . . .	31
<b>3 MESURE EXPÉRIMENTALE DIRECTE D'UN ÉTAT DE POLARISATION EN UTILISANT UNE MESURE FAIBLE TEMPORELLE</b>	<b>32</b>
3.1 Mesure de délai temporel ultra courte . . . . .	32
3.1.1 L'importance de l'acquisition de données . . . . .	33
3.1.2 Analyse et résultats de l'expérience de la vitesse de la lumière	38
3.2 Caractérisation de la partie réelle de la valeur faible . . . . .	50
3.2.1 Montage préposé et étape de préparation . . . . .	51
3.2.2 Mesure faible temporelle . . . . .	58
3.3 Caractérisation de la partie imaginaire de la valeur faible . . . . .	60
3.3.1 Montage préposé . . . . .	61
3.3.2 Résultats attendus théoriques de la partie imaginaire de la valeur faible . . . . .	62

<b>4 RÉSULTATS ET DISCUSSION</b>	<b>64</b>
4.1 Analyse des résultats expérimentaux pour la partie réelle de la valeur faible . . . . .	64
4.1.1 La partie réelle . . . . .	65
4.1.2 Discussion sur les résultats expérimentaux de la partie réelle .	70
4.2 La partie imaginaire . . . . .	71
4.2.1 Implication sur la partie imaginaire . . . . .	71
<b>5 CONCLUSION</b>	<b>74</b>
5.1 Conclusion sur la thèse . . . . .	74
5.2 Applications et projets futurs . . . . .	74
<b>ANNEXE A</b>	<b>82</b>
<b>ANNEXE B</b>	<b>88</b>

**Liste des tableaux**

2	Résultats des temps d'arrivées et écart-type de différent ajustement de courbe pour l'expérience de vitesse dans les câbles BNC . . . . .	41
3	Mesure de la vitesse du signal dans les câbles BNC pour différent ajustement de courbe . . . . .	45
4	Résultats des temps d'arrivées et écart-type de différent ajustement de courbe pour l'expérience de la vitesse de la lumière . . . . .	82
5	Mesure de la vitesse de la lumière pour différent ajustement de courbe	86

## Table des figures

1	Cette analogie s'inspire des célèbres paroles d'Einstein, selon lesquelles «Dieu ne joue pas aux dés » quand il met en doute la complétude de la théorie [11], ce qui a été démenti par John Bell [12], qui l'a contredit. Envisageons maintenant que nous lancions un dé. Lorsque nous lançons un dé, nous supposons qu'il se trouve dans un état de superposition $ \text{dé}\rangle = c_1 1\rangle + c_2 2\rangle + c_3 3\rangle + c_4 4\rangle + c_5 5\rangle + c_6 6\rangle$ , où tous les états propres possibles $\{ 1\rangle,  2\rangle,  3\rangle,  4\rangle,  5\rangle,  6\rangle\}$ et leurs coefficients de probabilité $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6$ se trouvent dans notre main. Une fois lancés sur la table et en observant leur résultat, nous disons que le système s'effondre vers l'une de ses valeurs possibles, comme l'état $ 5\rangle$ , qui a une probabilité de $\frac{1}{6}$ de se produire. Une fois qu'il s'est effondré, les mesures ultérieures du système restent les mêmes. L'objectif des mesures quantiques est de caractériser complètement l'état du système quantique du dé. Comme nous sommes limités aux mesures projectives, nous discuterons des techniques possibles, telles que l'effondrement continu du système via la tomographie et la reconstruction indirecte de l'état quantique, ainsi que notre méthode alternative utilisant la mesure faible pour la caractérisation directe de l'état quantique. . . . .	3
2	La sphère Poincaré . . . . .	13
3	Une voiture de Formule 1 rapide peut être décrite comme un système faiblement couplé au départ, avec l'indicateur de vitesse comme pointeur. On peut imaginer que ce couplage est rompu lorsque le conducteur relâche le frein à main en même temps que l'accélérateur. Une fois que le conducteur interagit avec le système, le pointeur est déplacé.	15
4	Considérons une impulsion gaussienne avec une distribution de probabilité $\sigma$ dans l'état $ \psi\rangle = a H\rangle + b V\rangle$ et un coefficient d'interaction $\delta$ qui décrivent la force de séparation des états. a) Interaction forte : une interaction forte impliquerait un effondrement complet de l'état séparant complètement les états de base. Cela se produirait lorsque $\delta \gg \sigma$ . Par conséquent, nous mesurerions l'un ou l'autre via une mesure projective. b) Interaction faible : Elle consiste en une faible interaction avec le système qui permet aux deux états de base de se chevaucher, de sorte que, lors d'une mesure projective, nous obtenions en retour un état qui comprend essentiellement l'état initial du système. Cela se produit lorsque $\delta \ll \sigma$ .	16

5	Représentation de notre dispositif expérimental pour évaluer la précision de nos mesures temporelles en mesurant la vitesse d'un signal dans les câbles BNC et la vitesse de la lumière en déplaçant un miroir. L'impulsion du laser est d'abord réglée en intensité par une lame demi-onde, puis dirigée vers un séparateur de faisceau polarisant (PBS) qui divise les états de polarisation horizontaux et verticaux de base de l'impulsion d'entrée en deux voies orthogonales. Celui qui est réfléchi par le PBS sera notre signal de référence pour déclencher l'oscilloscope déçu. L'autre subit encore un autre PBS. Une des voies sera ensuite ignorée à l'aide d'un bloc. Nous définissons les états de polarisation comme suit : le faisceau réfléchi représente l'état de base de polarisation verticale $ V\rangle$ de l'état d'entrée $ \psi\rangle$ , tandis que le faisceau transmis correspond à l'état de base horizontal $ H\rangle$ . Nous orientons l'état horizontal vers un miroir, que nous réglerons en fonction des différentes distances à évaluer pour l'expérience de la vitesse de la lumière. Il est ensuite renvoyé vers le PBS pour y être réfléchi. Ce procédé utilise une lame quart d'onde pour convertir l'état de polarisation $ H\rangle$ en un état $ V\rangle$ pour qu'il soit réfléchi. Il est ensuite détecté avec un photodétecteur rapide à base de Si [39] puis interprété par notre oscilloscope. Pour l'expérience de la vitesse d'un signal dans un câble BNC, nous utilisent simplement de différentes longueurs de câble attachées sur notre photodétecteur. . . . .	34
6	Diagramme illustrant le fonctionnement du mode d'acquisition du temps d'équivalence de l'oscilloscope [38]. Cet appareil collecte un petit nombre d'échantillons au moment où l'événement de déclenchement se produit, ce qui lui permet d'obtenir le signal complet de notre impulsion. Le taux d'échantillonnage est supérieur à celui de son homologue en temps réel. L'oscilloscope fonctionne en mode équivalence de temps en effectuant un échantillonnage aléatoire, qui est déclenché par des événements aléatoires définis par l'horloge d'échantillonnage de l'instrument. Cette horloge fonctionne de manière asynchrone par rapport au signal d'entrée et au signal de déclenchement. Il enregistre ensuite un certain nombre d'échantillons d'acquisition. Après cela, l'oscilloscope combine plusieurs échantillons d'un signal répétitif en cours d'acquisition. Il régule ensuite la fréquence d'échantillonnage du signal d'entrée pour un enregistrement d'ondes régulières et complètes.	37
7	Profil temporel typique de notre impulsion laser ultra-courte NPL64B [37], mesurée avec un photodétecteur DET025A à base de Si [39] et acquise à l'aide du mode d'acquisition temporelle EQ-time de l'oscilloscope [38]. . . . .	39
8	Profil temporel de la dérivée des données d'impulsion dans l'expérience des câbles BNC RG-58 avec chacun de ses ajustements de courbe. . .	46
9	Délais mesurés pour la longueur du câble BNC eux avec son ajustement de courbe. . . . .	47

10	Profil temporel de la dérivée des données d'impulsion pour chacune des distances mesurées et ajustement de la courbe pour l'expérience de la vitesse de la lumière avec un miroir réglable. . . . .	48
11	Résultats des délais mesurés pendant l'expérience sur la vitesse de la lumière, ainsi que leur ajustement linéaire. Les barres d'erreur horizontales représentent l'incertitude de nos mesures de la distance, soit $\pm 0,5\text{ mm}$ , qui est trop petite pour être visible sur le graphique. Les barres d'erreurs verticales correspondent à l'erreur de l'ajustement Fourier basé sur l'expérience de la vitesse de la lumière dans les câbles BNC $\pm 0,03\%$ . . . . .	49
12	Dispositif expérimental pour la partie réelle de la valeur faible . . . . .	51
13	Schéma du trajet $ H\rangle \rightarrow  D\rangle \rightarrow  V\rangle \rightarrow  A\rangle$ . . . utilisant seulement une lame demi-onde dans la préparation de l'état d'entrée . . . . .	53
14	Schéma du trajet $ H\rangle \rightarrow  R\rangle \rightarrow  V\rangle \rightarrow  L\rangle$ . . . utilisant seulement une lame demi-onde et une lame quart d'onde à 0 dégré dans la préparation de l'état d'entrée . . . . .	55
15	Schéma du trajet $ D\rangle \rightarrow  R\rangle \rightarrow  A\rangle \rightarrow  L\rangle$ . . . utilisant seulement une lame demi-onde et une lame quart d'onde à 45 dégrés dans la préparation de l'état d'entrée . . . . .	57
16	Dispositif expérimental pour la partie imaginaire de la valeur faible . .	61
17	Résultats expérimentaux pour la partie réelle de la valeur faible du trajet de polarisation $ H\rangle \rightarrow  D\rangle \rightarrow  V\rangle \rightarrow  A\rangle$ . Les barres d'erreurs horizontales représentent la variance de la position temporelle de chaque fichier, et les barres d'erreurs verticales, l'erreur de la position de l'angle induite par notre stade motorisé. L'erreur est trop petite pour être prise en considération, alors nous l'avons négligée. . .	66
18	Résultats expérimentaux pour la partie réelle de la valeur faible du trajet de polarisation $ H\rangle \rightarrow  R\rangle \rightarrow  V\rangle \rightarrow  L\rangle$ . . . . .	67
19	Résultats expérimentaux pour la partie réelle de la valeur faible du trajet de polarisation $ D\rangle \rightarrow  R\rangle \rightarrow  A\rangle \rightarrow  L\rangle$ . . . . .	68
20	Résultats de l'amplitude de probabilité pour le trajet de polarisation $ H\rangle \rightarrow  D\rangle \rightarrow  V\rangle \rightarrow  A\rangle$ . Les courbes théoriques provenant de nos calculs dans la section 2.3. Les barres d'erreur sont les incertitudes propagées à partir de notre partie réelle de la valeur faible via Monte-Carlo, car la propagation analytique fait exploser certaines incertitudes de façon irrégulières. . . . .	69
21	Résultats de l'amplitude de probabilité pour le trajet de polarisation $ H\rangle \rightarrow  R\rangle \rightarrow  V\rangle \rightarrow  L\rangle$ . . . . .	69
22	Résultats de l'amplitude de probabilité pour le trajet de polarisation $ D\rangle \rightarrow  R\rangle \rightarrow  A\rangle \rightarrow  L\rangle$ . . . . .	70

23	Le spectre de puissance d'une impulsion avec un taille temporel de 4 <i>ns</i> interférente avec un état faiblement mesuré avec un délai de 167 <i>ps</i> dont le degré 3 est l'état $ D\rangle$ , 25 est $ R\rangle$ , 48 est $ A\rangle$ et 70 est $ L\rangle$ , puis 93 est de retour à $ D\rangle$ . On remarque que les états linéaires, c'est-à-dire $ D\rangle$ et $ A\rangle$ , restent à 3,3 <i>MHz</i> , alors que $ R\rangle$ et $ L\rangle$ se situent à 5,8 <i>MHz</i> . Dont le pic initial (le plus à gauche) soit le pic central du spectre	72
24	Ensemble du spectre obtenu de l'oscilloscope pendant l'effet Doppler .	91
25	Agrandissement du spectre à 1MHz de la figure 24 . . . . .	92

## Liste des symboles

Symbol	Description	Chapitre
$ H\rangle$	Polarisation horizontale $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	2
$ V\rangle$	Polarisation verticale $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	2
$ D\rangle$	Polarisation diagonale $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	2
$ A\rangle$	Polarisation anti-diagonale $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$	2
$ R\rangle$	Polarisation circulaire droite $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$	2
$ L\rangle$	Polarisation circulaire gauche $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$	2
$\rho$	Matrice densité d'un système	2
$\psi$	Fonction d'onde d'un état quantique	2
$S_{0,1,2,3}$	Paramètres de Stokes	2
$\sigma_{x,y,z}$	Matrices de Pauli	2
$\hat{S}$	Opérateur arbitraire du système	2
$ \psi_i\rangle$	État initial arbitraire	2
$ \psi_f\rangle$	État final arbitraire	2
$\langle \hat{S}_W \rangle$	Valeur faible du système	2
$\hat{p}$	Observable du système	2
$\hat{q}$	Observable conjuguée de celle du système	2
$\sigma$	Écart-type de la distribution du pointeur	2
$i$	Nombre imaginaire $\sqrt{-1}$	2
$S$	Base du système	2
$P$	Base du pointeur	2
$g$	Force de couplage entre le système et le pointeur	2
$ \bar{p}\rangle$	Position moyenne de l'observable du pointeur	2
$ s\rangle$	Valeur ou vecteur propre du système	2
$\hbar$	Constante de Planck	2
$\hat{U}$	Opérateur d'interaction de von Neumann	2
$\mathcal{O}$	Ordre analytique d'une série	2
$ \varphi\rangle$	État de projection	2
$ \Psi\rangle$	État total incluant le système et le pointeur	2
$\langle \hat{\pi}_W \rangle$	Valeur faible de polarisation	2
$a$	Amplitude de probabilité pour l'état horizontal	2
$b$	Amplitude de probabilité pour l'état vertical	2
$ \xi\rangle$	Distribution du pointeur	2
$ t\rangle$	Domaine temporel du pointeur	2
$ \xi(t)\rangle$	Fonction temporelle du pointeur	2
$\hat{U}^H$	Interaction de von Neumann appliquée à $H$	2

$\mathcal{H}$	Hamiltonien du système	2
$\hat{\pi}$	Observable de polarisation	2
$\hat{E}$	Opérateur d'énergie	2
$t$	Temps	2
$\tau$	Délai temporel	2
$ \zeta\rangle$	État de projection de polarisation	2
$\mu$	Amplitude de probabilité de l'état horizontal projeté	2
$\nu$	Amplitude de probabilité de l'état vertical projeté	2
$\langle \hat{t} \rangle$	Position temporelle moyenne	2
$\langle \hat{\omega} \rangle$	Position fréquentielle moyenne	2
$A$	$\mu^*a$	2
$B$	$\nu^*b$	2
$F(\omega)$	Fonction du domaine fréquentiel du pointeur	2
$c$	Vitesse de la lumière	3
$a_0, b_0, c_0$	Paramètres d'ajustement	3
$\hat{T}$	Opérateur d'une plaque d'onde	3
$\theta$	Orientation d'une composante	3
$\phi$	Orientation d'une composante	3

# 1 INTRODUCTION DES PROCÉDURES DIRECTES POUR LES MESURES QUANTIQUES

## 1.1 Introduction

L'émergence de technologies quantiques, telles que les ordinateurs quantiques et la communication quantique, possèdent le potentiel de nous faire entrer dans un nouvel âge quantique. Ces avancées technologiques permettent d'envisager des temps de calcul, nettement plus rapides que ceux d'un ordinateur classique [1]. De plus, il sera possible de crypter nos messages avec une cryptographie ultra sécurisée [2], utilisant l'état quantique. Ces technologies profitent également à d'autres domaines bénéficiant de ces technologies, comme la télécommunication photonique quantique [3, 4, 5].

En effet, le développement des technologies quantiques repose sur la capacité à mesurer et à caractériser les états quantiques avec une précision et une fiabilité accrues [6, 4]. Dans ce contexte, le domaine de la photonique quantique occupe une place centrale grâce aux propriétés étonnantes des photons. Contrairement aux systèmes basés sur d'autres matières, les photons présentent une faible décohérence. Ils peuvent être manipulés facilement grâce à leurs divers degrés de liberté (polarisation, domaine positionnel, quantité de mouvement, temporel et fréquentiel), et ils s'intègrent naturellement dans les infrastructures optiques existantes [7, 3]. L'état de polarisation des photons peut être utilisé comme état de base pour des technologies quantiques, par exemple sous forme de qubit pour des ordinateurs ou de circuit quantique [8]. Cette plateforme possède des caractéristiques idéales pour de nombreuses applications, notamment la communication quantique sécurisée, l'imagerie quantique à haute résolution, la métrologie quantique, le calcul quantique basé sur l'optique linéaire, ainsi que d'autres domaines où les technologies quantiques sont nécessaires [5, 9, 10].

Par conséquent, il est crucial d'effectuer des mesures approfondies afin de caractériser

avec précision les états quantiques dans le cadre de ces avancées technologiques. Cependant, effectuer des mesures quantiques pose un défi en raison de la nature aléatoire de la théorie. Contrairement à la mécanique classique, il est impossible de mesurer simultanément le moment d'arrivée et la fréquence spectrale avec une précision absolue et optimale. Cela est dû au principe d'incertitude d'Heisenberg, qui découle de la nature ondulatoire du système. On prétend que l'état du système se trouve dans une superposition de tous ses états possibles. Une mesure ou une interaction avec le système quantique cause une perturbation qui fait effondrer l'état dans l'un de ses états propres possibles. Une fois perturbé, l'état demeure inchangé. La figure 1 ci-dessous illustre ce concept de manière classique. Par conséquent, pour caractériser un état quantique, on doit effectuer des mesures projectives pour obtenir certaines informations sur le système. Les techniques conventionnelles, comme la tomographie quantique, permettent une reconstruction complète des états à l'aide de plusieurs mesures projectives. Toutefois, elles deviennent rapidement inadaptées aux systèmes de grande dimension en raison de leur coût computationnel et expérimental exponentiel. Étant que ces techniques reposent sur un grand nombre de mesures de projection, ceci les rend inadaptées à certaines applications nécessitant des mesures en temps réel ou une interaction minimale avec le système.



Une approche alternative consiste à utiliser des mesures faibles qui permettent d'extraire des informations sur un état quantique directement sans entraîner son effondrement complet. Ce dernier repose sur le modèle de mesure quantique de von Neumann [13] et exploite un pointeur couplé au système, dont le déplacement minimal appliqué sur le système est proportionnel à un observable complexe nommé la «valeur faible». Cette technique, introduite par Aharonov, Albert et Vaidman (AAV) [14]. Bien que les mesures faibles aient été largement étudiées en théorie, leur mise en œuvre expérimentale dans le domaine temporel des photons est relativement peu explorée, en particulier dans le contexte d'applications pratiques sur les technologies quantiques.

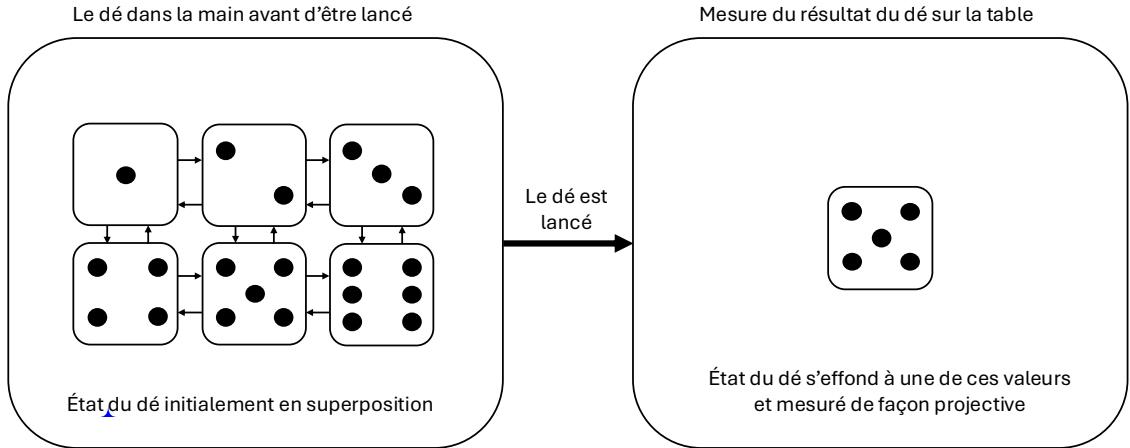


FIGURE 1 – Cette analogie s’inspire des célèbres paroles d’Einstein, selon lesquelles «Dieu ne joue pas aux dés» ~~quand il met en doute la complétude de la théorie~~ [11], ce qui a été démenti par John Bell [12], qui l’a contredit. Envisageons maintenant que nous lancions un dé. Lorsque nous lançons un dé, nous supposons qu’il se trouve dans un état de superposition  $|\text{dé}\rangle = c_1|1\rangle + c_2|2\rangle + c_3|3\rangle + c_4|4\rangle + c_5|5\rangle + c_6|6\rangle$ , où tous les états propres possibles  $\{|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle, |4\rangle, |5\rangle, |6\rangle\}$  et leurs coefficients de probabilité  $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6$  se trouvent dans notre main. Une fois lancés sur la table et en observant leur résultat, nous disons que le système s’effondre vers l’une de ses valeurs possibles, comme l’état  $|5\rangle$ , qui a une probabilité de  $\frac{1}{6}$  de se produire. Une fois qu’il s’est effondré, les mesures ultérieures du système restent les mêmes. L’objectif des mesures quantiques est de caractériser complètement l’état du système quantique du dé. Comme nous sommes limités aux mesures projectives, nous discuterons des techniques possibles, telles que l’effondrement continu du système via la tomographie et la reconstruction indirecte de l’état quantique, ainsi que notre méthode alternative utilisant la mesure faible pour la caractérisation directe de l’état quantique.

## 1.2 Motivation de la thèse

Les recherches sur les mesures faibles ont démontré leur potentiel dans divers domaines, notamment en ce qui concerne la théorie des mesures quantiques, informatique quantique, cryptographie quantique et la télécommunication optique, entre autres [15, 16, 17, 18, 19]. Elles peuvent même se révéler plus efficaces que les méthodes traditionnelles [20, 21, 22]. Cette thèse se concentre sur la caractérisation d'un état de polarisation dans un système photonique quantique en s'appuyant sur les travaux : [23, 24, 25, 26]. Ils ont démontré la faisabilité de cette approche en utilisant des mesures faibles et en exploitant le domaine spatial et la quantité de mouvement des photons comme pointeur pour caractériser un système quantique complètement et directement. Toutefois, ces méthodes présentent de graves limites pour les applications et l'intégration dans des technologies quantiques exigeant des mesures en temps réel. Elles exigent généralement l'utilisation de cristaux BBO (bêta-borate de baryum) de taille spécifique pour régler l'interaction faible [25, 26, 27]. Cette exigence rend leur flexibilité difficile pour s'adapter à divers systèmes. Grâce aux différents degrés de liberté des photons, nous proposons d'utiliser le domaine temporel comme pointeur pour la caractérisation de l'état quantique à l'aide de méthodes interférométriques. Ces dernières offrent en effet un contrôle direct du temps par le réglage de la disposition des miroirs, ce qui élimine le besoin de compter sur des cristaux particuliers. Cette flexibilité rend possible pour l'intégration de mesures faibles temporelle dans des technologies quantiques [28, 29]. Elles peuvent également être facilement implantées dans nos systèmes optiques existant, par exemple dans les télécommunications à fibre optique [17]. Cette thèse propose de surmonter les limites des mesures faibles en développant une approche temporelle utilisant un système photonique quantique pour caractériser un état quantique. Certains ont déjà travaillé sur des mesures temporelles, mais principalement sous l'angle d'un délai fréquentiel ou à des fins théoriques [30, 17, 31]. Notre objectif consiste à évaluer directement la

composante réelle et imaginaire de la valeur faible provenant d'un pointeur temporel, ce qui permet une description exhaustive de l'état de polarisation. Cette méthode utilise la polarisation comme base quantique, car elle est facile à contrôler et à mettre en pratique en laboratoire. Cette thèse vise à améliorer la méthode de caractérisation directe des états quantiques, contribuant ainsi à l'avancement des technologies quantiques et à l'exploration de nouvelles opportunités dans les domaines scientifique et industriel.

Pour résumé, on suggère une nouvelle méthode de mesure faible qui exploite le ~~domaine~~ temporel des photons pour caractériser des états de polarisation. Elle offre un cadre plus robuste pour la caractérisation d'état de polarisation que des mesures faibles ~~basées sur le domaine positionnel~~. Nous commencerons par une analyse des principes fondamentaux des mesures quantiques. Nous comparerons les approches tomographiques ~~classiques~~ et les mesures faibles en termes de leurs avantages et limites respectifs. Nous présenterons ensuite une méthode innovante, spécialement conçue pour les systèmes photoniques, qui permettra de collecter le plus d'information possible sur l'état quantique tout en limitant l'influence de la mesure (interaction) sur le système. Cette méthode sera évaluée à travers des expériences en laboratoire. Ensuite, nous discuterons des résultats et des implications pour les technologies quantiques émergentes. Enfin, nous examinerons les possibilités d'application de cette technique dans des domaines tels que ~~la communication quantique~~, l'informatique quantique et autres.

## 2 LES MESURES FAIBLES TEMPORELLES D'UN SYSTÈME QUANTIQUE

Ce chapitre explore les fondements théoriques des mesures faibles temporelles, une technique innovante permettant de caractériser directement l'état de polarisation d'un système quantique avec une intégration agréable pour des technologies quantiques. Tout d'abord, nous examinons les fondements des mesures faibles proposées par AAV [14] ainsi que dans le cadre : [15]. Nous démontrons ensuite que la valeur faible, qui dérive de l'état initial et de l'état de projection, est proportionnelle à l'état final du système. Cette relation est un outil important dans le processus de caractérisation de l'état quantique. De plus, nous démontrerons que cette valeur faible peut être décomposée en une partie réelle et une partie imaginaire, lesquelles peuvent être mesurées en laboratoire.



### 2.1 La tomographie quantique

Traditionnellement, la tomographie quantique est utilisée pour reconstruire la fonction d'onde d'un état quantique à partir d'un ensemble de mesures projectives. En photonique quantique, ce processus consiste à effectuer des mesures de projection sur divers états quantiques en utilisant des bases orthogonales variées, soit  $\{|H\rangle, |V\rangle\}$ ,  $\{|D\rangle, |A\rangle\}$  et  $\{|R\rangle, |L\rangle\}$ , (polarisation horizontale, verticale) (diagonale, anti-diagonale) et (circulaire droite, gauche) respectivement. Ensuite, les résultats obtenus sont analysés par un algorithme sophistiqué qui recrée implicitement la fonction d'onde à partir de la matrice densité de l'état quantique. La matrice densité représente un opérateur hermitien qui renferme toutes les informations sur l'état quantique, y compris la fonction d'onde, ainsi que certaines caractéristiques probabilistes qu'un tel système peut présenter. Elle se présente sous la forme  $\hat{\rho} = |\psi\rangle\langle\psi|$  pour un état  $|\psi\rangle$  et on peut facilement vérifier sa pureté en prenant la trace  $Tr(\rho) = 1$ .

~~Plus d'informations à ce sujet sous peu.~~ Pour approfondir nos connaissances, considérons un exemple arbitraire.

Supposons un photon préparé dans l'état de polarisation suivant :

$$|\psi\rangle = a|H\rangle + b|V\rangle \quad (1)$$

où  $a, b \in \mathcal{C}$ ,  $|a|^2 + |b|^2 = 1$  et dans la base  $\{|H\rangle, |V\rangle\}$ . La matrice de densité de cet état, que l'on retrouvera prochainement dans cet exemple, s'écrit comme suit :

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} |a|^2 & ab^* \\ a^*b & |b|^2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

L'objectif d'une tomographie quantique est de déterminer les coefficients de la matrice. Pour ce faire, il faut effectuer des mesures projectives pour obtenir les probabilités ou intensités de détection dans différentes bases de polarisation. La fraction de photons détectés en sortie  $|H\rangle$  correspond alors à  $|a|^2$  et en sortie  $|V\rangle$  correspond à  $|b|^2$ . Pour accéder aux termes d'interférence, comme  $ab^*$ , il faut réaliser des mesures dans des bases complémentaires, telles que  $\{|D\rangle, |A\rangle\}$  pour la polarisation diagonale et antidiagonale, et/ou  $\{|R\rangle, |L\rangle\}$  pour la polarisation circulaire. Les différences d'intensité observées dans ces diverses configurations de mesure projective permettent de reconstruire les éléments de matrice densité.

En photonique quantique, **ainsi**, pour la caractérisation des états de polarisation, cette matrice densité peut également être exprimée en termes des paramètres de Stokes [8]. Les paramètres de Stokes décrivent complètement l'état de polarisation, et ils sont liés aux probabilités de détection dans différentes bases de polarisation [32].

Les paramètres sont définis par :

$$S = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{|H\rangle} + P_{|V\rangle} \\ P_{|H\rangle} - P_{|V\rangle} \\ P_{|D\rangle} - P_{|A\rangle} \\ P_{|R\rangle} - P_{|L\rangle} \end{pmatrix} \quad (3)$$

Où  $P_{|H\rangle}$  la probabilité de détection pour l'état de polarisation horizontale  $|H\rangle$  et  $P_{|V\rangle}$  la probabilité de détection pour l'état de polarisation verticale  $|V\rangle$ . Ainsi, les paramètres de Stokes :  $S_0$  représente l'intensité ou probabilité totale du faisceau,  $S_1$  représente la différence de probabilités entre les polarisations  $|H\rangle$  et  $|V\rangle$ ,  $S_2$  représente la différence probabilités entre les polarisations  $|D\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle)$  et  $|A\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle - |V\rangle)$  et  $S_3$  représente la différence probabilités entre les polarisations  $|R\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + i|V\rangle)$  et  $|L\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle - i|V\rangle)$ . En notant les probabilités de mesure pour chacune de ces bases, on reconstruit la matrice densité à partir de :

$$\hat{\rho} = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^3 S_i \sigma_i \quad (4)$$

Soit  $\hat{\sigma}_i$  sont les matrices de Pauli défini comme suit :

$$\hat{\sigma}_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \hat{\sigma}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \hat{\sigma}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\sigma}_3 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Utilisant l'état arbitraire que nous avons mentionné, trouvons la matrice densité avec les paramètres de Stokes. Commençons par réécrire la matrice densité comme suit :

$$\hat{\rho} = \frac{1}{2}(S_0\hat{\sigma}_0 + S_1\hat{\sigma}_1 + S_2\hat{\sigma}_2 + S_3\hat{\sigma}_3) \quad (6)$$

Ensuite, trouvons chacun des paramètres de Stokes en projetant les différentes bases sur l'état de polarisation. Les deux premiers paramètres  $S_0$  et  $S_1$  sont simples, trouvons les probabilités  $P_{|H\rangle}$  et  $P_{|V\rangle}$ .

$$P_{|H\rangle} = |\langle H|\psi \rangle|^2 = (a\langle H|H \rangle + b\langle H|V \rangle)(a^*\langle H|H \rangle + b^*\langle H|V \rangle) \quad (7)$$

$$= |a|^2 \quad (8)$$

$$P_{|V\rangle} = |\langle V|\psi \rangle|^2 = (a\langle V|H \rangle + b\langle V|V \rangle)(a^*\langle V|H \rangle + b^*\langle V|V \rangle) \quad (9)$$

$$= |b|^2 \quad (10)$$

Les paramètres de stokes  $S_0$  et  $S_1$  sont donc les suivants :

$$S_0 = P_{|H\rangle} + P_{|V\rangle} = |a|^2 + |b|^2 = 1 \quad (11)$$

$$S_1 = P_{|H\rangle} - P_{|V\rangle} = |a|^2 - |b|^2 \quad (12)$$

Pour les deux paramètres suivants  $S_2$  et  $S_3$ , nous devons exprimer les états projetés dans nos états de base  $\{|H\rangle, |V\rangle\}$ .

$$P_{|D\rangle} = |\langle D|\psi \rangle|^2 = \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{2}}(a\langle H|H \rangle + a\langle V|H \rangle) \right) \right. \quad (13)$$

$$\left. + \left( \frac{1}{\sqrt{2}}(b\langle H|V \rangle + b\langle V|V \rangle) \right) \right] \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{2}}(a^*\langle H|H \rangle + a^*\langle V|H \rangle) \right) \right. \quad (14)$$

$$\left. + \left( \frac{1}{\sqrt{2}}(b^*\langle H|V \rangle + b^*\langle V|V \rangle) \right) \right] = \frac{1}{2}(a+b)(a^*+b^*) \quad (15)$$

$$= \frac{1}{2}(|a|^2 + ab^* + a^*b + |b|^2) \quad (16)$$

$$P_{|A\rangle} = |\langle A|\psi \rangle|^2 = \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{2}}(a\langle H|H \rangle - a\langle V|H \rangle) \right) \right. \quad (17)$$

$$\left. + \left( \frac{1}{\sqrt{2}}(b\langle H|V \rangle - b\langle V|V \rangle) \right) \right] \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{2}}(a^*\langle H|H \rangle - a^*\langle V|H \rangle) \right) \right. \quad (18)$$

$$\left. + \left( \frac{1}{\sqrt{2}}(b^*\langle H|V \rangle - b^*\langle V|V \rangle) \right) \right] = \frac{1}{2}(a-b)(a^*-b^*) \quad (19)$$

$$= \frac{1}{2}(|a|^2 - ab^* - a^*b + |b|^2) \quad (20)$$

$$S_2 = P_{|D\rangle} - P_{|A\rangle} = ab^* + a^*b = 2\mathcal{R}(ab^*) \quad (21)$$

On répète la même technique pour  $S_3$  :

$$P_{|R\rangle} = |\langle R|\psi\rangle|^2 = \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{2}}(a\langle H|H\rangle + ia\langle V|H\rangle) \right) \right. \quad (22)$$

$$\left. + \left( \frac{1}{\sqrt{2}}(b\langle H|V\rangle + ib\langle V|V\rangle) \right) \right] \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{2}}(a^*\langle H|H\rangle + ia^*\langle V|H\rangle) \right) \right. \quad (23)$$

$$\left. + \left( \frac{1}{\sqrt{2}}(b^*\langle H|V\rangle + ib^*\langle V|V\rangle) \right) \right] = \frac{1}{2}(a+ib)(a^*+ib^*) \quad (24)$$

$$= \frac{1}{2}(|a|^2 + iab^* + ia^*b - |b|^2) \quad (25)$$

$$P_{|L\rangle} = |\langle L|\psi\rangle|^2 = \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{2}}(a\langle H|H\rangle - ia\langle V|H\rangle) \right) \right. \quad (26)$$

$$\left. + \left( \frac{1}{\sqrt{2}}(b\langle H|V\rangle - ib\langle V|V\rangle) \right) \right] \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{2}}(a^*\langle H|H\rangle - ia^*\langle V|H\rangle) \right) \right. \quad (27)$$

$$\left. + \left( \frac{1}{\sqrt{2}}(b^*\langle H|V\rangle - ib^*\langle V|V\rangle) \right) \right] = \frac{1}{2}(a-ib)(a^*-ib^*) \quad (28)$$

$$= \frac{1}{2}(|a|^2 - iab^* - ia^*b - |b|^2) \quad (29)$$

$$S_3 = P_{|R\rangle} - P_{|L\rangle} = i(ab^* + a^*b) = 2\mathcal{I}(ab^*) \quad (30)$$

Ensuite écrivons nous résultats dans notre matrice densité.

$$\hat{\rho} = \frac{1}{2}(S_0\hat{\sigma}_0 + S_1\hat{\sigma}_1 + S_2\hat{\sigma}_2 + S_3\hat{\sigma}_3) \quad (31)$$

$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} S_0 + S_1 & S_2 - S_3 \\ S_2 + S_3 & S_0 - S_1 \end{pmatrix} \quad (32)$$

$$= \begin{pmatrix} |a|^2 & \mathcal{R}(ab^*) - i\mathcal{I}(ab^*) \\ \mathcal{R}(a^*b) - i\mathcal{I}(a^*b) & |b|^2 \end{pmatrix} \quad (33)$$

$$= \begin{pmatrix} |a|^2 & ab^* \\ a^*b & |b|^2 \end{pmatrix} \quad (34)$$

Nous avons maintenant reconstruit notre matrice de densité à partir d'un état de polarisation arbitraire en utilisant les paramètres de Stokes.

Pour un état pur, comme notre exemple, on a la propriété  $Tr(\hat{\rho}) = 1$ , ce qui se traduit par une cohérence quantique maximale. En revanche, un état mixte se caractérise par une matrice densité statistique, qui est une somme pondérée d'états purs :

$$\hat{\rho}_{mixte} = \sum_i^N p_i |\psi\rangle_i \langle \psi|_i \quad (35)$$

Nous avons  $N$  états, chacun étant associé à une probabilité  $p_i$ . Pour chaque état  $|\psi\rangle_i$ , nous avons  $\sum_i^N p_i = 1$ . Dans ce contexte,  $Tr(\hat{\rho}_{mixte}) < 1$ . Cela signifie que la pureté d'une matrice densité peut être mesurée par sa trace. Un état pur possède une cohérence parfaite, tandis qu'un état mixte résulte d'un mélange statistique d'états. Il est possible de mesurer la pureté d'un état en examinant les paramètres de Stokes de cet état. La somme de ces paramètres,  $\sum_i^3 S_i$ , doit être égale à 1 pour un état pur et inférieure à 1 pour un état mixte. Dans le domaine de la photonique quantique, il est possible de visualiser l'état de polarisation sur la sphère de Poincaré,

une représentation tridimensionnelle où chaque axe correspond à un paramètre de Stokes, excluant ainsi  $S_0$ . Chaque point sur cette surface représente un état distinct de polarisation.

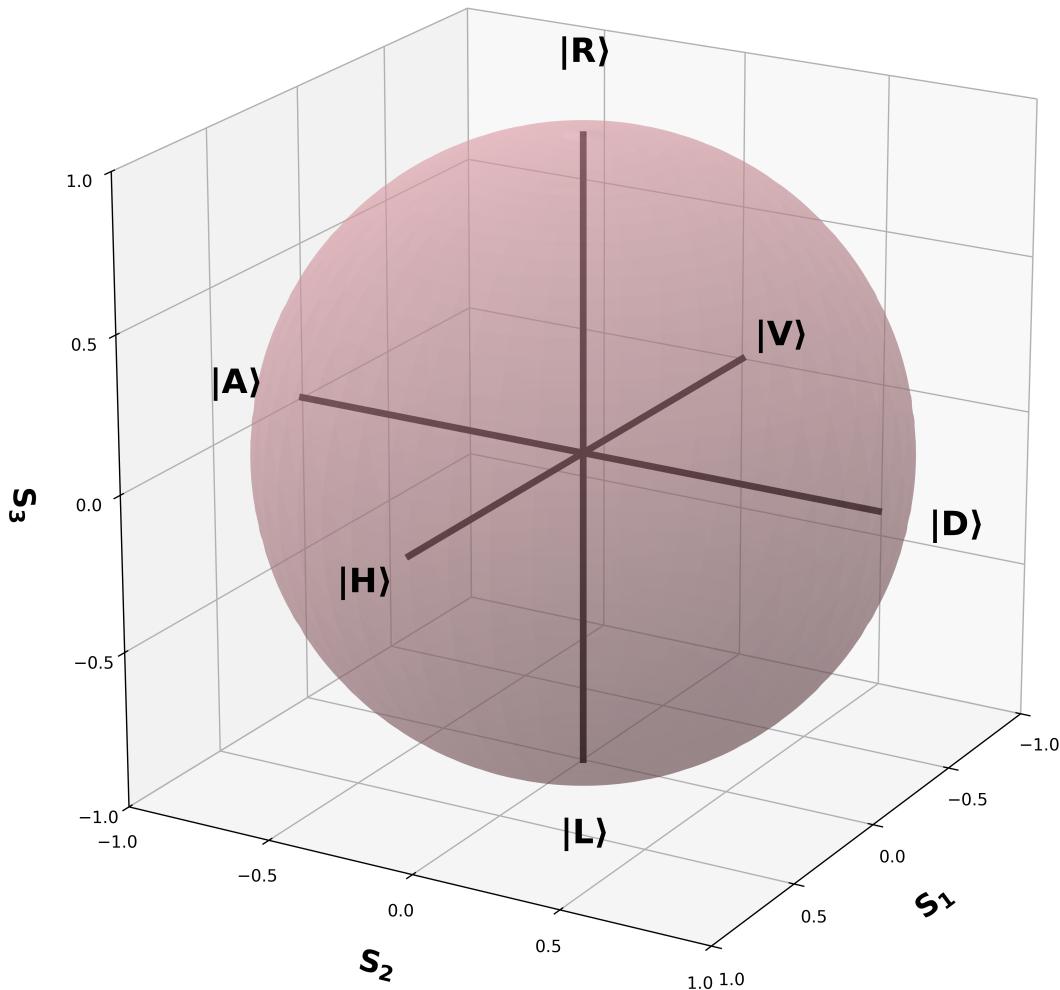


FIGURE 2 – La sphère Poincaré

Enfin, les protocoles de la tomographie quantique permettent de déterminer empiriquement ces coefficients de la matrice densité (à partir des paramètres de Stokes ~~en photonique quantique~~), et peuvent donc reconstruire et caractériser la matrice densité complète d'un état de polarisation. Toutefois, cette méthode présente des

inconvénients majeurs. Elle est indirecte, complexe et nécessite un traitement algorithmique intensif pour des dynamiques à dimension élevée, ce qui limite son utilisation. Elle n'est pas non plus adaptée aux applications nécessitant des mesures en temps réel ~~ou une interaction minimale avec le système~~.

## 2.2 Introduction aux mesures faibles

Une alternative intéressante consiste à utiliser des mesures faibles, une méthode permettant d'accéder à la fonction d'onde d'un système quantique directement. AAV ont proposé cette méthode dans leur article «How the result of a measurement of a component of the spin of a spin-1/2 particle can turn out to be 100 »(Comment le résultat de la mesure de la composante spin d'une particule ayant un spin-1/2 peut devenir 100) en 1988 [14]. Cette méthode s'inspire du modèle de von Neumann [13], dans lequel un système faiblement lié à un «pointeur »subit une interaction (perturbation) faible. La mesure du résultat est représentée par un déplacement du pointeur proportionnel à ce que l'on appelle la «valeur faible ».

Le modèle von Neumann des mesures quantiques sert de fondement théorique pour comprendre les mesures faibles. Dans ce modèle, le système quantique et ce qu'on appelle un «pointeur »(nommé en référence à l'aiguille d'un instrument de mesure) sont entremêlés par un opérateur d'interaction faible, permettant ainsi d'extraire des informations sur la fonction d'onde. Le pointeur indique l'état de la mesure moyenne de l'appareil de mesure [13]. Voici un schéma, figure 3, illustrant l'utilisation du modèle de Von Neumann dans le cadre des mesures à faible intensité.

Contrairement aux interactions fortes, qui provoquent un effondrement complet de la fonction d'onde et détruisent la superposition quantique des états de bases, une interaction faible préserve cette superposition en minimisant la perturbation du système.

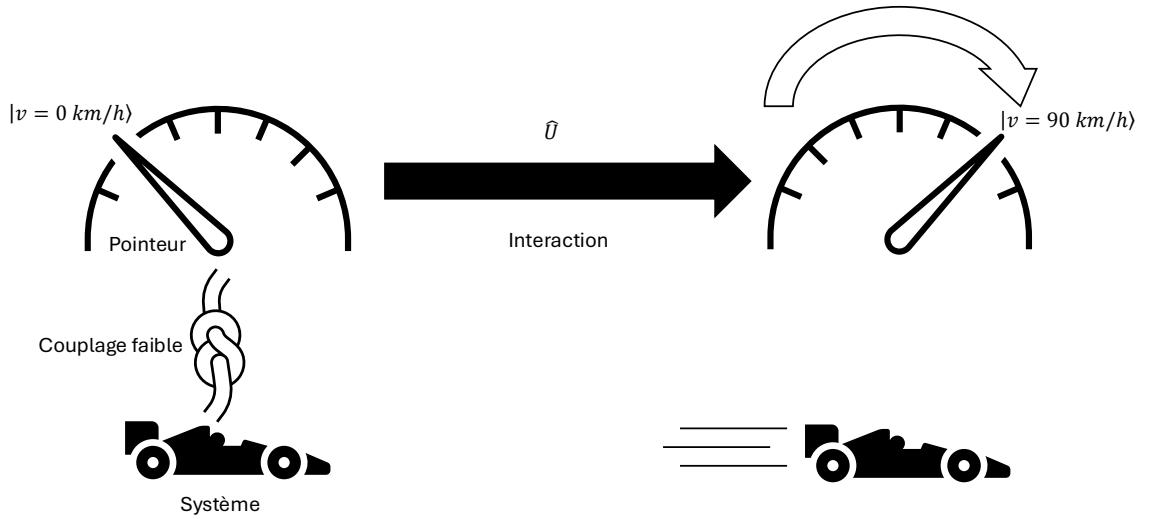


FIGURE 3 – Une voiture de Formule 1 rapide peut être décrite comme un système faiblement couplé au départ, avec l'indicateur de vitesse comme pointeur. On peut imaginer que ce couplage est rompu lorsque le conducteur relâche le frein à main en même temps que l'accélérateur. Une fois que le conducteur interagit avec le système, le pointeur est déplacé.

Pour illustrer la différence entre une interaction forte et faible, on peut représenter celle-ci par une **impulsion** gaussienne où les états de base sont soit fortement, soit faiblement séparés. La figure 4 permettrait de clarifier comment les mesures faibles minimisent l'interaction tout en extrayant des informations précises.

Dans le contexte des mesures faibles, la force de l'interaction, soit  $\delta$ , est choisie pour que le déplacement du pointeur soit inférieur à la largeur de la distribution des probabilités. Cette méthode permet ainsi de mesurer directement le déplacement du pointeur après une mesure projective, et d'en obtenir la valeur faible.

$$\langle \hat{S}_W \rangle = \frac{\langle \psi_f | \hat{S} | \psi_i \rangle}{\langle \psi_f | \psi_i \rangle} \quad \text{[36]}$$

La valeur faible  $\langle \hat{S}_W \rangle$ , soit un observable  $\hat{S}$  du système, l'état d'entrée  $|\psi_i\rangle$  et l'état

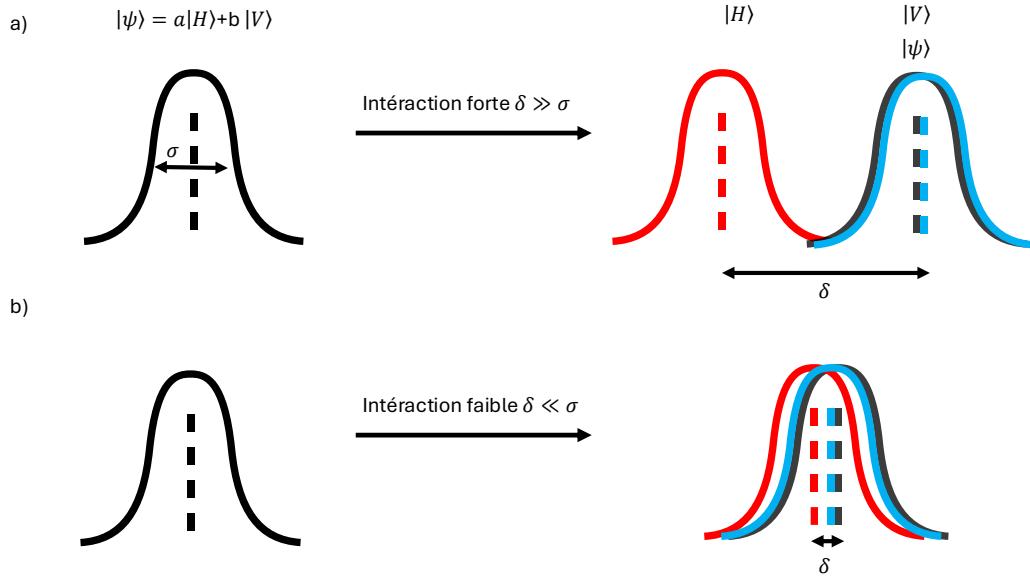


FIGURE 4 – Considérons une impulsion gaussienne avec une distribution de probabilité  $\sigma$  dans l'état  $|\psi\rangle = a|H\rangle + b|V\rangle$  et un coefficient d'interaction  $\delta$  qui décrivent la force de séparation des états. a) Interaction forte : une interaction forte impliquerait un effondrement complet de l'état séparant complètement les états de base. Cela se produirait lorsque  $\delta \gg \sigma$ . Par conséquent, nous mesurerions l'un ou l'autre via une mesure projective. b) Interaction faible : Elle consiste en une faible interaction avec le système qui permet aux deux états de base de se chevaucher, de sorte que, lors d'une mesure projective, nous obtenions en retour un état qui comprend essentiellement l'état initial du système. Cela se produit lorsque  $\delta \ll \sigma$ .

de la mesure projective  $|\psi_f\rangle$ , issue d'une mesure faible, est une variable complexe composée d'une partie réelle et imaginaire. Ces composantes renferment des informations sur l'observable de la variable du pointeur  $\hat{p}$  ainsi que sur sa variable conjuguée  $\hat{q}$ , permettant une caractérisation complète.

$$\langle \hat{A}_W \rangle = \frac{1}{\delta} \left( \langle \hat{p} \rangle + i4\sigma^2 \langle \hat{q} \rangle \right) \quad (37)$$

Les mesures faibles servent d'œil de Judas au monde quantique [33]. Ça nous permet de perturber le système le moins possible pour obtenir de l'information sur le système quantique. L'adoption des mesures faibles repose sur plusieurs avantages clés : elles réduisent les perturbations induites sur le système, préservent la cohérence quantique et permettent une approche directe et intuitive pour caractériser des états quantiques [34].

### 2.3 Fondamentaux théorique des mesures faibles

Tout d'abord, nous aborderons les principes théoriques sous-jacents aux mesures faibles, en expliquant comment leur valeur est liée à la fonction d'onde de l'état quantique et peut être mesurée directement. Ces mesures sont une étape clé dans la procédure décrite par l'AAV [14] et dans [15], qui se compose des éléments suivants. Voici les étapes de la procédure à suivre :

- Préparation de l'état initial
- Interaction faible, sujet de discussion dans la présente section
- Mesure projective, souvent réalisée sur un état possédant une quantité égale des deux états de base de l'état initial.

Dans cette section, nous nous attarderons sur l'étape de l'interaction faible, qui cor-

respond à une perturbation faible de l'état quantique. Comme cela a été mentionné précédemment, cette procédure directe via des mesures faibles s'appuie sur le modèle de von Neumann pour les mesures quantiques. Ce modèle implique un système quantique composé de deux objets : le système à mesurer  $S$  et l'appareil de mesure (pointeur)  $P$ . Ces deux objets sont traités comme des objets de la mécanique quantique couplés dans un système total  $T$  [25, 13]. Ce schéma illustre le processus selon lequel, lorsqu'un état quantique est soumis à une mesure, il se trouve initialement dans un état superposé aléatoire, noté  $|\psi\rangle_S = \sum_j^N c_j |s_j\rangle_S$ , dont les composantes sont des combinaisons linéaires de bases propres  $|s_j\rangle_S$  correspondant aux valeurs propres  $s_j$  (avec coefficients complexes) avec dimension  $N$ . Une fois la mesure effectuée sur son observable  $\hat{S}$ , cet état quantique subit une perturbation, résultant à l'un de ces vecteurs propres et leur valeur propre [35]. La quantification de cet interaction se définit à travers un opérateur d'interaction, communément désigné sous le nom d'opérateur d'interaction de von Neumann. Ce dernier est exprimé comme suit :

$$\hat{U} \equiv \exp\left(-\frac{i\mathcal{H}t}{\hbar}\right) \quad (38)$$

Il s'agit d'un opérateur d'évolution temporelle, où  $t$  représente le temps d'interaction avec le système,  $\hbar$  la constante de Planck et  $\mathcal{H}$  le hamiltonien du système total  $T$ , qui est défini comme suit :

$$\mathcal{H} \equiv g(\hat{S} \otimes \hat{q}) \quad (39)$$

Soit  $g$  la constante de couplage, qui doit être réelle pour que le hamiltonien soit hermitien, et  $\hat{q}$  la variable pointeur conjuguée de l'observable  $\hat{S}$ . Cette réduction de l'état quantique se traduit par un déplacement de la position du pointeur, initiale-

ment dans l'état  $|\xi\rangle_P = |\bar{p} = 0\rangle_P$  dans la base  $P$ , où  $\bar{q}$  représente la valeur moyenne d'une variable  $p$  avec une distribution de probabilité  $\sigma$ . Le pointeur et l'état mesuré sont étroitement liés dans un état décrivant l'ensemble du système  $T$ , initialement écrit sous la forme :

$$|\Psi^i\rangle_T = |\psi\rangle_S \otimes |\bar{p} = 0\rangle_P \quad (40)$$

Après la mesure, le pointeur se déplace en fonction de la force d'interaction  $\delta \equiv \frac{gt}{\hbar}$  et de la valeur propre  $s_j$  de l'observable  $\hat{S}$ ,  $\Delta p = \delta s_j$ . Ce dernier s'écrit dans lequel l'état du pointeur passe de sa position initiale  $|\bar{p} = 0\rangle_P$  à  $|\bar{p} = \delta s_j\rangle_P$ . Lorsque combiné, l'état du système évolue comme suit :

$$|\Psi^f\rangle_T = \hat{U} \left[ |\psi\rangle_S \otimes |\bar{p} = 0\rangle_P \right] \quad (41)$$

$$= \sum_j^N c_j |s_j\rangle_S \otimes |\bar{p} = \delta s_j\rangle_P \quad (42)$$

Dans un régime de mesures faibles, où l'interaction est plus faible que la distribution de probabilité du pointeur, c'est-à-dire  $\delta \ll \sigma$ , le système mesuré s'entrelace légèrement avec le pointeur, entraînant ainsi un effondrement minimal préservant la superposition. La mesure de  $\hat{S}$  par la suite déplace légèrement  $\hat{p}$  [25, 15]. Considérons ce qui suit :

$$\hat{U} |\Psi^i\rangle_T = \hat{U} \left[ |\psi\rangle_S \otimes |\bar{p} = 0\rangle_P \right] \quad (43)$$

Examinons une étude plus approfondie du système initial total qui subit une interac-

tion faible. Réécrivons l'opérateur d'interaction de von Neumann sous la forme d'une série de Taylor.

$$\hat{U} |\Psi^i\rangle_T = \hat{U} [|\psi\rangle_S \otimes |\bar{p}=0\rangle_P] \quad (44)$$

$$= e^{-i\delta(\hat{S} \otimes \hat{q})} [|\psi\rangle_S \otimes |\bar{p}=0\rangle_P] \quad (45)$$

$$= \left(1 - i\delta(\hat{S} \otimes \hat{q}) + \mathcal{O}(\delta^2)\right) [|\psi\rangle_S \otimes |\bar{p}=0\rangle_P] \quad (46)$$

$$= |\psi\rangle_S \otimes |\bar{p}=0\rangle_P - i\delta \hat{S} |\psi\rangle_S \otimes \hat{q} |\bar{p}=0\rangle_P + \mathcal{O}(\delta^2) |\psi\rangle_S \otimes |\bar{p}=0\rangle_P \quad (47)$$

Où  $\mathcal{O}(\delta^2)$  correspond à les ordres plus élevés dans la série de Taylor, que nous négligeons. En suivant la procédure de mesure faible, nous projetterons une mesure projective ultérieure sur le système avec l'état  $|\varphi\rangle_S$ , qui a les mêmes états de base que  $|\psi\rangle_S$ .

$$|\varphi\rangle_S \langle \varphi|_S \hat{U} |\Psi^i\rangle_T = |\varphi\rangle_S \langle \varphi|_S |\psi\rangle_S \otimes |\bar{p}=0\rangle_P - i\delta |\varphi\rangle_S \langle \varphi|_S \hat{S} |\psi\rangle_S \otimes \hat{p} |\bar{p}=0\rangle_P \quad (48)$$

Normalisent l'état du système total avec le module de la probabilité  $\langle \varphi|_S |\psi\rangle_S = \sqrt{Prob}$ , dont  $Prob \equiv |\langle \varphi|_S |\psi\rangle_S|^2$  [15, 18, 31].

$$|\varphi\rangle_S \frac{\langle\varphi|_S \hat{U} |\Psi^i\rangle_T}{\langle\varphi|_S |\psi\rangle_S} = |\varphi\rangle_S \frac{\langle\varphi|_S |\psi\rangle_S}{\langle\varphi|_S |\psi\rangle_S} \otimes |\bar{p}=0\rangle_P - i\delta |\varphi\rangle_S \frac{\langle\varphi|_S \hat{S} |\psi\rangle_S}{\langle\varphi|_S |\psi\rangle_S} \otimes \hat{q} |\bar{p}=0\rangle_P \quad (49)$$

$$= |\varphi\rangle_S \otimes |\bar{p}=0\rangle_P - i\delta |\varphi\rangle_S \frac{\langle\varphi|_S \hat{S} |\psi\rangle_S}{\langle\varphi|_S |\psi\rangle_S} \otimes \hat{q} |\bar{p}=0\rangle_P \quad (50)$$

En ce cas, le  $\frac{\langle\varphi|_S |\psi\rangle_S}{\langle\varphi|_S |\psi\rangle_S}$  sur le côté droit est annulé et nous déplaçons le  $\frac{1}{\langle\varphi|_S |\psi\rangle_S}$  du côté gauche vers le côté droit. L'état final est maintenant le suivant :

$$|\Psi^f\rangle_T \equiv |\varphi\rangle_S \langle\varphi|_S \hat{U} |\psi\rangle_S \quad (51)$$

$$\simeq \langle\varphi|_S |\psi\rangle_S \left[ |\bar{p}=0\rangle_P - i\delta \frac{\langle\varphi|_S \hat{S} |\psi\rangle_S}{\langle\varphi|_S |\psi\rangle_S} \hat{q} |\bar{p}=0\rangle_P \right] \otimes |\varphi\rangle_S \quad (52)$$

Les parenthèses carrées représentent l'état final du pointeur, ce qui nous permet de calculer les parties réelles et imaginaires de S.

$$|\bar{p}=\delta s_j\rangle_P \equiv |\bar{p}=0\rangle_P - i\delta \frac{\langle\varphi|_S \hat{S} |\psi\rangle_S}{\langle\varphi|_S |\psi\rangle_S} \hat{q} |\bar{p}=0\rangle_P \quad (53)$$

Observez que la position finale du pointeur est proportionnelle à ce qui suit :



$$\langle \hat{S}_W \rangle \equiv \frac{\langle\varphi|_S \hat{S} |\psi\rangle_S}{\langle\varphi|_S |\psi\rangle_S} \quad (54)$$

Il s'agit de la valeur faible dérivée pour la première fois par AAV, une valeur complexe composée d'une partie réelle et d'une partie imaginaire. Celle-ci correspond au décalage de la variable du pointeur  $p$  et à son décalage par rapport à sa variable

conjuguée  $q$ . En d'autres termes, si une particule présente un décalage dans sa position, il y aura également un décalage dans sa quantité de mouvement. Par exemple, la position temporelle d'un photon et sa position de fréquence varieront l'une par rapport à l'autre lors d'une interaction. Si l'interaction est faible, il est possible de mesurer ces valeurs décalées individuellement lors d'une procédure directe via mesure faible [25, 15, 23, 26]. Pour conclure, écrivons l'état final avec cette valeur :

$$|\Psi^f\rangle_T = \langle\varphi|_S |\psi\rangle_S \left[ |\bar{p} = 0\rangle_P - i\delta \langle \hat{S}_W \rangle \hat{q} |\bar{p} = 0\rangle_P \right] \otimes |\varphi\rangle_S \quad (55)$$

$$= \langle\varphi|_S |\psi\rangle_S \left[ 1 - i\delta \langle S_W \rangle \hat{p} \right] |\bar{p} = 0\rangle \otimes |\varphi\rangle_S \quad (56)$$

$$= \langle\varphi|_S |\psi\rangle_S e^{-i\delta\langle S_W \rangle \hat{q}} |\bar{p} = 0\rangle \otimes |\varphi\rangle_S \quad (57)$$

$$= |\psi\rangle_S e^{-i\delta\langle S_W \rangle \hat{q}} |\bar{p} = 0\rangle \quad (58)$$

C'est-à-dire, si nous avons une mesure faible parfaite, en prenant la limite que  $\delta \rightarrow 0$ , nous avons essentiellement l'état initial. Nous pouvons même mesurer et caractériser l'état quantique directement sans aucune reconstruction algorithmique à l'aide des parties réelles et imaginaires de la valeur faible. Démontrons cela [18, 15] :

$$\langle \bar{p} = \delta s_j | \hat{p} | \bar{p} = \delta s_j \rangle = -i\delta \mathcal{R}\left(\langle \hat{S}_W \rangle\right) \langle \bar{p} = \delta s_j | (\hat{p}\hat{q} - \hat{q}\hat{p}) | \bar{p} = \delta s_j \rangle \quad (59)$$

$$+ \delta \mathcal{I}\left(\langle \hat{S}_W \rangle\right) \langle \bar{p} = \delta s_j | (\hat{p}\hat{q} + \hat{q}\hat{p}) | \bar{p} = \delta s_j \rangle \quad (60)$$

$$= \delta \mathcal{R}\left(\langle \hat{S}_W \rangle\right) = \langle \hat{p} \rangle \quad (61)$$

Ainsi pour la variable conjuguée :

$$\langle \bar{q} = \delta s_j | \hat{q} | \bar{P} = \delta s_j \rangle = -i\delta\mathcal{R}\left(\langle \hat{S}_W \rangle\right) \langle \bar{p} = \delta s_j | (\hat{q}^2 - \hat{q}^2) | \bar{p} = \delta s_j \rangle \quad (62)$$

$$+ \delta\mathcal{I}\left(\langle \hat{S}_W \rangle\right) \langle \bar{p} = \delta s_j | (\hat{q}^2 + \hat{q}^2) | \bar{p} = \delta s_j \rangle \quad (63)$$

$$= \frac{\delta}{4\sigma^2} \mathcal{I}\left(\langle \hat{S}_W \rangle\right) \quad (64)$$

Ensemble la valeur faible s'écrit :

$$\langle \hat{S}_W \rangle = \frac{1}{\delta} \left( \langle \hat{p} \rangle + i4\sigma^2 \langle \hat{q} \rangle \right) \quad (65)$$

En démontrant que la valeur faible est proportionnelle à la fonction d'onde (l'état quantique), comme l'a fait AAV, et qu'on peut en déduire directement les paramètres, on a ouvert un tout nouveau domaine dans les mesures quantiques et une alternative à la tomographie quantique traditionnelle.

## 2.4 Proposition d'une procédure directe avec une mesure faible temporelle

Les mesures faibles temporelles exploitent les propriétés temporelles et fréquentielles d'une impulsion lumineuse pour caractériser un état quantique. Cette approche est fondée sur l'hypothèse selon laquelle les délais temporels peuvent être directement liés aux composantes réelles et imaginaires de la valeur faible. Dans les sections suivantes et dans ce projet de thèse, nous nous concentrerons sur la mesure de la valeur faible à partir d'une faible interaction temporelle. Nous allons employer un système photonique quantique soumis à une mesure faible. Cette mesure nous permettra de déterminer la position temporelle moyenne d'une impulsion gaussienne, utilisée comme pointeur, ainsi que l'effet sur sa variable conjuguée, un décalage fré-

quentiel. Ce faisant, nous pourrons caractériser l'état de polarisation d'un faisceau de photons.

### 2.4.1 La partie réelle du système

Nous voulons caractériser l'état de polarisation avec une mesure faible temporelle. Pour ce faire, il est nécessaire de calculer l'attendue de la valeur faible  $\langle \hat{\pi}_W \rangle$ . Pour y parvenir, nous devons d'abord analyser chaque composante de cette valeur. Tout d'abord, examinons la partie réelle en définissant les paramètres de l'expérience potentielle que nous souhaitons éventuellement réaliser. L'état de polarisation du système que nous souhaitons mesurer est défini comme suit :

$$|\psi\rangle \equiv a|H\rangle + b|V\rangle \quad (66)$$

Où  $a$  et  $b$  sont les paramètres de probabilité des bases  $\{|H\rangle, |V\rangle\}$ , respectivement, avec  $|a|^2 + |b|^2 = 1$ , ainsi que  $|H\rangle$  et  $|V\rangle$  représentent la polarisation horizontale et verticale d'un photon.

$$|\xi(t)\rangle = \langle t|\xi\rangle \equiv \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)^{1/2}} e^{-\frac{t^2}{4\sigma^2}} \quad (67)$$

Le pointeur du système utilise généralement un profil temporel gaussien pour un faisceau, avec une position temporelle moyenne  $t$  (par rapport à un temps  $t_0$ ) et une dispersion  $\sigma$  du profil temporel. L'état initial total s'écrit :

$$|\Psi(t)^i\rangle \equiv |\psi\rangle \otimes |\xi(t)\rangle \quad (68)$$

Procérons à une faible interaction temporelle sur l'état  $|H\rangle$  avec l'opérateur de von Neumann  $\hat{U}^H$ , dont l'indice  $H$  indique qu'il est appliqué sur la partie horizontale. L'opérateur d'interaction de von Neumann peut être étudié sous la forme  $\hat{U} = \exp(-\frac{i}{\hbar} \int \hat{\mathcal{H}} dt)$ , où  $\hat{\mathcal{H}} \equiv g(\hat{\pi} \otimes \hat{E})$ , dont  $\hat{\pi}$  l'observable du système (l'état de polarisation) et  $\hat{E}$  la variable conjugué du pointeur. Nous voulons appliquer l'opérateur sur un état de base unique, donc l'observable du système  $\hat{\pi}$  devient  $|J\rangle \langle J|$ , où  $J \equiv H, V$ , lorsque nous appliquons l'opérateur, nous obtenons une interaction sur la partie  $|H\rangle$  donnant son observale [24]. Le conjugué de la variable de pointeur temporel est l'énergie  $\hat{E}$ , puisque, en mécanique quantique, on sait comment le temps et l'énergie se comportent réciproquement [36, 35]. L'opérateur d'énergie s'écrit ainsi :

$$\hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad (69)$$

L'interaction de Von Neumann pour une interaction temporelle s'écrit alors comme ceci :

$$\hat{U}^H = \exp\left(-i\tau |H\rangle \langle H| \otimes \frac{\partial}{\partial t}\right) \quad (70)$$

En supposons que la constante de couplage  $g$  soit courte, sur un temps d'interaction  $\tau$ . Nous l'appliquons à la partie horizontale de l'état  $|H\rangle$ , ce qui entraîne un décalage du pointeur  $\exp\left(-\tau \frac{\partial}{\partial t}\right) \xi(t) = \xi(t - \tau)$ . L'état évolue ensuite dans cette façon-là :

$$\hat{U}^H |\Psi(t)^i\rangle = \hat{U}^H [|\psi\rangle \otimes |\xi(t)\rangle] \quad (71)$$

$$= \hat{U}^H [a|H\rangle \otimes |\xi(t)\rangle + b|V\rangle \otimes |\xi(t)\rangle] \quad (72)$$

$$= a|H\rangle \otimes \hat{U}^H |\xi(t)\rangle + b|V\rangle \otimes |\xi(t)\rangle \quad (73)$$

$$= a|H\rangle \otimes |\xi(t-\tau)\rangle + b|V\rangle \otimes |\xi(t)\rangle \quad (74)$$

Lorsque nous interagissons avec un système quantique pour en extraire des informations, nous réalisons une mesure projective à l'aide de l'état superposé  $|\varsigma\rangle = \mu|H\rangle + \nu|V\rangle$ . Les paramètres  $\nu$  et  $\mu$  représentent les probabilités respectives des états  $|H\rangle$  et  $|V\rangle$ , dont leur somme au carré vaut 1.

$$|\Psi(t)^f\rangle = |\varsigma\rangle \langle \varsigma| \hat{U}^H |\Psi(t)^i\rangle = [\bar{\mu}\langle H\rangle + \bar{\nu}\langle V\rangle] a|H\rangle \otimes |\xi(t-\tau)\rangle + b|V\rangle \otimes |\xi(t)\rangle \quad (75)$$

$$= [\bar{\mu}a|\xi(t-\tau)\rangle + \bar{\nu}b|\xi(t)\rangle] \otimes |\varsigma\rangle \quad (76)$$

$$= F(t) \otimes |\varsigma\rangle \quad (77)$$

Où  $F(t) \equiv A|\xi(t-\tau)\rangle + B|\xi(t)\rangle$ ,  $A \equiv a\bar{\mu}$  et  $B \equiv b\bar{\nu}$ . Trouvons la valeur moyenne de la position temporelle du pointeur  $\langle \hat{t} \rangle$ .

$$\langle \hat{t} \rangle = \langle \Psi(t)^f | \hat{t} | \Psi(t)^f \rangle \quad (78)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} I(t) t dt \quad (79)$$

Où  $I(t) \equiv |F(t)|^2$ , nous pouvons le normaliser en divisant par  $\frac{1}{\langle \Psi(t)^f | \Psi(t)^f \rangle}$  :

$$\langle \hat{t}^{norm} \rangle = \frac{\langle \Psi(t)^f | \hat{t} | \Psi(t)^f \rangle}{\langle \Psi(t)^f | \Psi(t)^f \rangle} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} I(t) t dt}{\int_{-\infty}^{\infty} I(t) dt} \quad (80)$$

$$= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |A|^2 \Xi(t - \tau) t + |B|^2 \Xi(t) t + A\bar{B}\Xi(t, \tau) t + \bar{A}B\Xi(t, \tau) t dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |A|^2 \Xi(t - \tau) + |B|^2 \Xi(t) + A\bar{B}\Xi(t, \tau) + \bar{A}B\Xi(t, \tau) dt} \quad (81)$$

Où  $\Xi(t) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$  et  $\Xi(t, \tau) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{2t^2 - 2t\tau + \tau^2}{4\sigma^2}}$ . Remarquons qu'en raison d'une interaction faible avec le système, il existe une superposition entre le pointeur et les composantes de polarisation horizontale et verticale. Les solutions de chaque intégrale sont énumérées ci-dessous, et nous allons reprendre notre analyse de la partie réelle de la valeur faible.

$$\begin{array}{ll} \int_{-\infty}^{\infty} \Xi(t - \tau) t dt = \tau & \int_{-\infty}^{\infty} \Xi(t) dt = 1 \\ \int_{-\infty}^{\infty} \Xi(t - \tau) dt = 1 & \int_{-\infty}^{\infty} \Xi(t, \tau) t dt = \frac{\tau}{2} e^{-\frac{\tau^2}{8\sigma^2}} \\ \int_{-\infty}^{\infty} \Xi(t) t dt = 0 & \int_{-\infty}^{\infty} \Xi(t, \tau) dt = e^{-\frac{\tau^2}{8\sigma^2}} \end{array}$$

Donc, avec ces solutions, la partie réelle se trouve :

$$\langle \hat{t}^{norm} \rangle = \tau \frac{|A|^2 + (A\bar{B} + \bar{A}B)e^{-\frac{\tau^2}{8\sigma^2}}}{|A|^2 + |B|^2 + (A\bar{B} + \bar{A}B)e^{-\frac{\tau^2}{8\sigma^2}}} \quad (82)$$

Comme nous sommes dans le régime des mesures faibles, prenons la limite où  $\tau \ll \sigma$  :

$$\lim_{\frac{\tau}{\sigma} \rightarrow 0} \langle \hat{t}^{norm} \rangle = \tau \frac{|A|^2 + A\bar{B} + \bar{A}B}{|A|^2 + |B|^2 + A\bar{B} + \bar{A}B} \quad (83)$$

$$\equiv \mathcal{R}(\langle \hat{\pi}_W \rangle) \quad (84)$$

Ce terme représente la position moyenne temporelle du pointeur lors d'une mesure. Il s'agit de la partie réelle de la valeur faible  $\langle \hat{\pi}_W \rangle$ .

#### 2.4.2 La partie imaginaire du système

Comme nous l'avons déjà évoqué, un déplacement de la variable du pointeur, tels que sa position temporelle  $t$  par rapport à un  $t_0$ , devrait entraîner un déplacement de sa position fréquentiel  $\omega$ , vue que  $\hat{E} = \hbar\hat{\omega}$  [36, 35]. Vérifions-le en calculant la partie imaginaire de la valeur faible  $\langle \hat{\pi}_W \rangle$ . Tout d'abord, effectuons la transformation de Fourier de la fonction temporelle  $F(t)$  de l'état quantique  $|\Psi(t)^f\rangle$  :

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(t) e^{-i\omega t} dt \quad (85)$$

$$= \frac{\sqrt[4]{2}\sqrt{\sigma}}{\sqrt[4]{\pi}} (A + Be^{i\omega\tau}) e^{-\omega^2\sigma^2 - i\omega\tau} \quad (86)$$

Avec ce dernier, l'état quantique s'écrit :

$$|\Psi(\omega)^f\rangle = F(\omega) \otimes |\zeta\rangle \quad (87)$$

Ensuite, déterminons la valeur moyenne de la position fréquentielle en suivant les

mêmes étapes que pour la partie réelle :

$$\langle \hat{\omega} \rangle = \langle \Psi(\omega)^f | \hat{\omega} | \Psi(\omega)^f \rangle \quad (88)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) d\omega \quad (89)$$

Où  $S(\omega) \equiv |F(\omega)|^2$  et normalisons cette valeur :

$$\langle \hat{\omega}^{norm} \rangle = \frac{\sqrt{2}\sigma}{\sqrt{\pi}} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |A|^2 \omega e^{i\omega\tau} + |B|^2 \omega e^{i\omega\tau} + A\bar{B}\omega + \bar{A}Be^{2i\omega\tau} \omega d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |A|^2 e^{i\omega\tau} + |B|^2 e^{i\omega\tau} + A\bar{B} + \bar{A}Be^{2i\omega\tau} d\omega} e^{-2\omega^2\sigma^2 - i\omega\tau} \quad (90)$$

En utilisant des méthodes d'intégration similaires, nous arrivons à :

$$\langle \hat{\omega}^{norm} \rangle = \frac{i\tau}{4\sigma^2} \frac{(B\bar{A} - A\bar{B})e^{-\frac{\tau^2}{8\sigma^2}}}{|A|^2 + |B|^2 + \bar{A}B + A\bar{B}} \quad (91)$$

Prenons encore la limite dont  $\tau \ll \sigma$ , qui s'applique au domaine des mesures faibles :

$$\lim_{\frac{\tau}{\sigma} \rightarrow 0} \langle \hat{\omega}^{norm} \rangle = \frac{i\tau}{4\sigma^2} \frac{B\bar{A} - A\bar{B}}{|A|^2 + |B|^2 + \bar{A}B + A\bar{B}} \quad (92)$$

$$\equiv \mathcal{I}(\langle \hat{\pi}_W \rangle) \quad (93)$$

Ce terme correspond à la partie imaginaire de la valeur faible attendue  $\langle \hat{\pi}_W \rangle$ .

## 2.5 Proposition expérimentale pour la caractérisation de la valeur faible

Nous continuons avec notre système photonique quantique, en nous appuyant sur nos découvertes concernant la partie réelle et imaginaire de la valeur faible. Nous pouvons calculer que, pour un état d'entrée, soit :

$$|\psi^{in}\rangle = a|H\rangle + b|V\rangle \quad (94)$$

Puisque  $a$  et  $b$  sont des amplitudes de probabilité pour les états de base  $|H\rangle$  et  $|V\rangle$  respectivement (c'est-à-dire  $a = \langle H|\psi^{in}\rangle$  et  $b = \langle V|\psi^{in}\rangle$ ), on peut, en pratique, de calculer directement les amplitudes de probabilités en fonction de les parties de la valeur mesurée. Cette possibilité découle du fait que la valeur faible est proportionnelle à l'état quantique, comme nous avons démontré. Pour caractériser l'état de polarisation d'un système quantique, il s'agit de mesurer faiblement  $\langle \hat{S}^J \rangle = |J\rangle \langle J|$  soit  $J = H, V$  [25, 23, 24], puis de mesurer par projection sur un état intermédiaire tel que  $|D\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle)$ . Si cette opération réussit, elle permettra d'obtenir un ensemble restreint d'essais dont la moyenne des résultats sera la valeur faible.

$$\langle \hat{S}_W^J \rangle = \frac{\langle D | \hat{S}^J | \psi^{in} \rangle}{\langle D | \psi^{in} \rangle} = \sqrt{N} \langle J | \psi^{in} \rangle \quad (95)$$

Où  $N$  est une constante de normalisation indépendante de  $J$ . On peut écrire l'état quantique en fonction de la valeur faible.

$$|\psi^{in}\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \left( \langle \hat{S}_W^H \rangle |H\rangle + \langle \hat{S}_W^V \rangle |V\rangle \right) \quad (96)$$

Puisque  $N = \left| \langle \hat{S}_W^H \rangle \right|^2 + \left| \langle \hat{S}_W^V \rangle \right|^2$ ,  $N = \left| \langle \hat{S}_W^H \rangle \right|^2 + \left| 1 - \langle \hat{S}_W^H \rangle \right|^2$  :

$$|\psi^{in}\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \left( \langle \hat{S}_W^H \rangle |H\rangle + \left(1 - \langle \hat{S}_W^H \rangle\right) |V\rangle \right) \quad (97)$$

Pour fixer la phase globale, qui varierait selon l'état d'entrée, nous supposons que  $a$  est toujours réel. Donc l'ellipticité, ou bien la phase se trouve dans  $b$  et sera dépendante de la partie imaginaire. À partir des données expérimentales des deux observables  $\langle \hat{t} \rangle$  et  $\langle \hat{\omega} \rangle$ , nous pouvons calculer directement les amplitudes de probabilité.

$$|a|^2 = \frac{\langle \hat{t} \rangle}{\tau} \quad (98)$$

$$|b|^2 = 1 - |a|^2 \quad (99)$$

Selon l'état d'entrée, la valeur faible varie. Il est crucial de souligner que le délai  $\tau$  correspond au délai maximal que nous utilisons pour interagir avec le système. Ce dernier normalise les amplitudes de probabilité. Lorsque nous modifions les états d'entrée, le délai  $\tau$  devrait varier entre l'absence de délai et le délai maximal, c'est-à-dire entre les polarisations  $|V\rangle$  et  $|H\rangle$ .

## 2.6 Mots finale sur la théorie

Ce chapitre a posé les bases théoriques des mesures faibles temporelles et leur potentiel pour les systèmes photoniques. En s'appuyant sur des techniques innovantes et des travaux antérieurs, cette thèse vise à démontrer l'utilité des mesures faibles temporelles pour caractériser directement les états quantiques. Le prochain chapitre abordera les aspects expérimentaux de la mise en œuvre de ces méthodes.

### **3 MESURE EXPÉRIMENTALE DIRECTE D'UN ÉTAT DE POLARISATION EN UTILISANT UNE MESURE FAIBLE TEMPORELLE**

Pour caractériser les états de polarisation avec une mesure faible temporelle, nous devons d'abord tester notre capacité à mesurer des délais très courts et la précision avec laquelle nous le faisons. Pour ce faire, nous allons réaliser des expériences en mesurant la vitesse d'un signal se déplaçant sur différentes longueurs de câble, car il s'agit d'une zone fermée que nous pouvons isoler pour analyser le signal et où nous pouvons déterminer notre précision pour les mesures temporelles. Nous testerons ensuite la précision de cette méthode dans une expérience sur la vitesse de la lumière avec des déplacements de miroir variables, qui servira de précurseur à la caractérisation de la polarisation à l'aide de délais temporels. Par la suite, nous discuterons de nos appareils expérimentaux pour mesurer à la fois la partie réelle et la partie imaginaire de la valeur faible de notre système photonique.

#### **3.1 Mesure de délai temporel ultra courte**

Nous vous invitons à évaluer notre capacité à mesurer des délais temporels avec précision. Pour ce faire, nous devons déterminer notre précision de la vitesse de la lumière via des délais temporels. Voici un diagramme du dispositif d'expérimentation que nous utiliserons pour les deux prochaines expériences qui se suivent, visible à la figure 5. Nous allons utiliser un laser pulsé ultra-court de type nanoseconde dans le cadre de nos expériences [37]. Ce dispositif laser est capable de générer des impulsions allant de 5 à 39 ns. Nous avons opté pour une impulsion de 10 ns dans cette plage, car les intervalles de temps plus longs ont tendance à présenter une distribution temporelle similaire à celle d'une fonction porte. Nous cherchons une impulsion dans le domaine temporel qui ressemble à une fonction gaussienne, ce qui se produit lorsque les impulsions du laser sont plus courtes. Cette forme

est souvent utilisée dans les mesures de faibles [17, 23, 25, 26, 19] pour faciliter l’identification de la position maximale de l’impulsion, que nous identifierons comme correspondant à la position temporelle moyenne de l’impulsion, plus sur ceci se suit. Le laser possède une longueur d’onde comprise entre  $640 \pm 10 \text{ nm}$ , avec une énergie d’impulsion maximale de  $2,0 \text{ nJ}$ . Sa puissance de pointe s’élève à  $50 \text{ mW}$  lorsque le taux de répétition et la largeur d’impulsion maximale sont utilisés. Toutefois, dans le cadre de notre protocole, nous fixons la fréquence de répétition à  $1 \text{ MHz}$ , assurant ainsi une fréquence constante tout au long de l’expérience. Cela n’affectera pas l’expérience elle-même. Nous recueillons nos données à l’aide d’un oscilloscope [38] et les analyserons sur un logiciel de programmation soit MATLAB ou Python à volonté (plus ceux-ci se suivent).

### 3.1.1 L’importance de l’acquisition de données

La façon dont nous acquérons nos données est importante, car nous devons nous assurer que nous utilisons la méthode la plus précise pour déterminer la position temporelle moyenne de l’état en vue d’une analyse ultérieure des mesures faibles. Des implications importantes à considérer pour la précision de nos mesures est la façon dont l’oscilloscope est déclenché, ça méthode qu’elle acquiert des données pour le domaine temporel, ainsi que ça méthode d’échantillonnage et ce qu’on définit comme un délai.

Le signal est détecté par le photodéTECTeur rapide, puis il est introduit dans l’oscilloscope à l’aide d’un câble BNC, figure 5. Il est ensuite déclenché par le front montant gauche de notre signal de déclenchement. Ce signal correspond à notre déclencheur, qui constitue une origine temporelle pour l’oscilloscope. Nous insérons le signal de déclenchement dans la porte externe (auxiliaire) de l’oscilloscope afin d’obtenir la meilleure résolution possible lors de l’acquisition et de l’échantillonnage. Nous avons établi qu’il fallait au moins  $30 \mu\text{W}$  d’intensité de signal pour déclencher l’oscilloscope

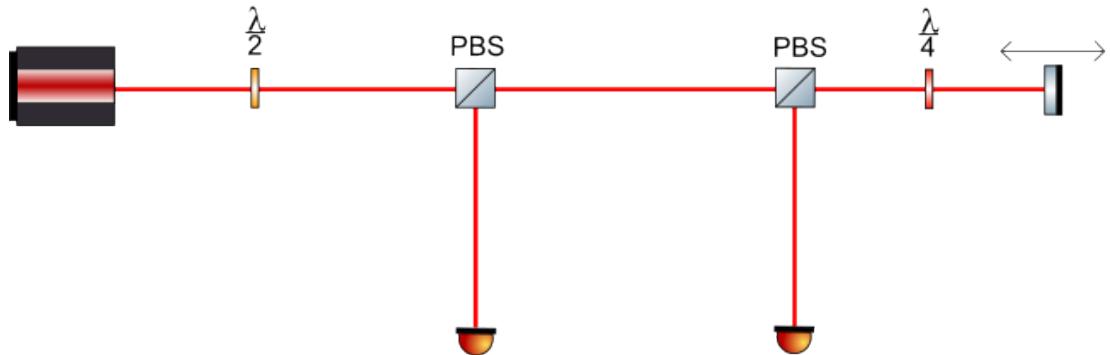


FIGURE 5 – Représentation de notre dispositif expérimental pour évaluer la précision de nos mesures temporelles en mesurant la vitesse d'un signal dans les câbles BNC et la vitesse de la lumière en déplaçant un miroir. L'impulsion du laser est d'abord réglée en intensité par une lame demi-onde, puis dirigée vers un séparateur de faisceau polarisant (PBS) qui divise les états de polarisation horizontaux et verticaux de base de l'impulsion d'entrée en deux voies orthogonales. Celui qui est réfléchi par le PBS sera notre signal de référence pour déclencher l'oscilloscope déçu. L'autre subit encore un autre PBS. Une des voies sera ensuite ignorée à l'aide d'un bloc. Nous définissons les états de polarisation comme suit : le faisceau réfléchi représente l'état de base de polarisation verticale  $|V\rangle$  de l'état d'entrée  $|\psi\rangle$ , tandis que le faisceau transmis correspond à l'état de base horizontal  $|H\rangle$ . Nous orientons l'état horizontal vers un miroir, que nous réglerons en fonction des différentes distances à évaluer pour l'expérience de la vitesse de la lumière. Il est ensuite renvoyé vers le PBS pour y être réfléchi. Ce procédé utilise une lame quart d'onde pour convertir l'état de polarisation  $|H\rangle$  en un état  $|V\rangle$  pour qu'il soit réfléchi. Il est ensuite détecté avec un photodétecteur rapide à base de Si [39] puis interprété par notre oscilloscope. Pour l'expérience de la vitesse d'un signal dans un câble BNC, nous utilisons simplement de différentes longueurs de câble attachées sur notre photodétecteur.

dans cette porte [38]. Nous déterminons le délai de chaque acquisition par rapport à notre référence temporelle de départ, qui correspond à la position du miroir à l'origine, c'est-à-dire lorsqu'il se trouve à l'emplacement 0. De cette manière, nous isolons l'expérience pour observer uniquement ce qui se produit lorsqu'on modifie la longueur du câble ou lorsqu'on déplace le miroir de son emplacement initial vers des positions plus éloignées.

Les capacités et la résolution de l'oscilloscope sont influencées par sa méthode d'acquisition du signal entré. L'oscilloscope possède plusieurs modes d'acquisition : échantillonnage («Sample »), détection de pic, enveloppe, haute résolution et moyenne. Nous avons choisi le mode d'acquisition moyen, car il nous fournit le signal de sortie le plus typique du laser. Ce réglage gère le nombre de signaux sinusoïdaux que nous pouvons définir dans le signal d'entrée, ce qui permet de créer une moyenne des ondes sinusoïdales acquises [38]. Pour obtenir un signal propre et éliminer le bruit de fond, nous devions acquérir en moyenne plus de 10000 formes d'ondes. Cela nous permet d'obtenir une mesure plus précise de la position temporelle moyenne du temps d'arrivée d'un signal. Nous avons aussi réalisé l'expérience dans l'obscurité pour réduire le bruit de fond, mais nous avons constaté que cette étape n'était pas nécessaire. Les résultats n'ont pas été radicalement différents, mais nous l'avons quand même fait.

Le mode d'échantillonnage est un autre aspect important de la façon dont l'oscilloscope collecte des données dans le domaine temporel. Ces modes sont l'échantillonnage en temps réel, l'interpolation et l'équivalence temporelle. En mode d'échantillonnage en temps réel, l'oscilloscope numérise tous les points acquis après un événement déclencheur. Ce mode d'échantillonnage est principalement utilisé pour les mesures ponctuelles où les variations du signal en temps réel sont importantes. Le mode d'interpolation crée des points intermédiaires entre les points d'échantillonnage, ce qui permet de combler les éventuelles lacunes. Cela donne une ligne droite ou une onde

sinusoïdale entre les points, ce qui rend la courbe plus lisse. Nous ne voulons pas faire cela, car nous ne souhaitons pas que le signal soit surchargé d'interpolations. Enfin, le mode d'échantillonnage par équivalence de temps permet d'augmenter le taux d'échantillonnage au-delà du taux d'échantillonnage maximum en temps réel. Voyez la figure 6 pour comprendre comment cela fonctionne. Ainsi, il est possible d'obtenir le taux d'échantillonnage complet de l'oscilloscope, soit  $500 \text{ GS/s}$  (gigéchantillons par seconde), en utilisant ce mode. Notez que, si le déclenchement n'est pas en mode externe et que votre état d'entrée se trouve sur un canal différent de celui du signal de référence, votre taux d'échantillonnage maximal sera désormais divisé par deux. L'échantillonnage maximal est crucial pour l'oscilloscope, car il permet d'atteindre sa résolution temporelle maximale pour notre signal, qui est de  $4 \pm 2 \text{ ps}$ . Cela nous assure des mesures temporelles précises.

Avec ces paramètres, nous avons la meilleure résolution possible avec l'équipement servant à collecter des données sur notre signal. Nous enregistrons ensuite les signaux d'onde de sortie sous forme de tableau CSV sur un ordinateur, ce qui facilitera une analyse plus approfondie des données. Ce processus d'acquisition prend environ trois minutes. Par la suite, discutons des procédures et des résultats de nos expériences pour valider notre capacité de mesurer des délais ultra-courts.

L'une consiste à mesurer la vitesse d'un signal dans un câble BNC RG-58 [40] avec des délais temporels à l'aide de différentes longueurs de câbles. Cette expérience facilite nos mesures, car les câbles ont une longueur déterminée par le fabricant. Le délai est lié aux variations de longueur entre les différentes longueurs de câbles. Ces dernières sont de 172, 270, 522, 1032 et 3000 mm. Les délais commencent par une mesure avec un câble plus court que le premier. Dans ce cas, le miroir ajustable est fixe.

L'autre expérience consiste en un principe semblable, soit la mesure de la vitesse de

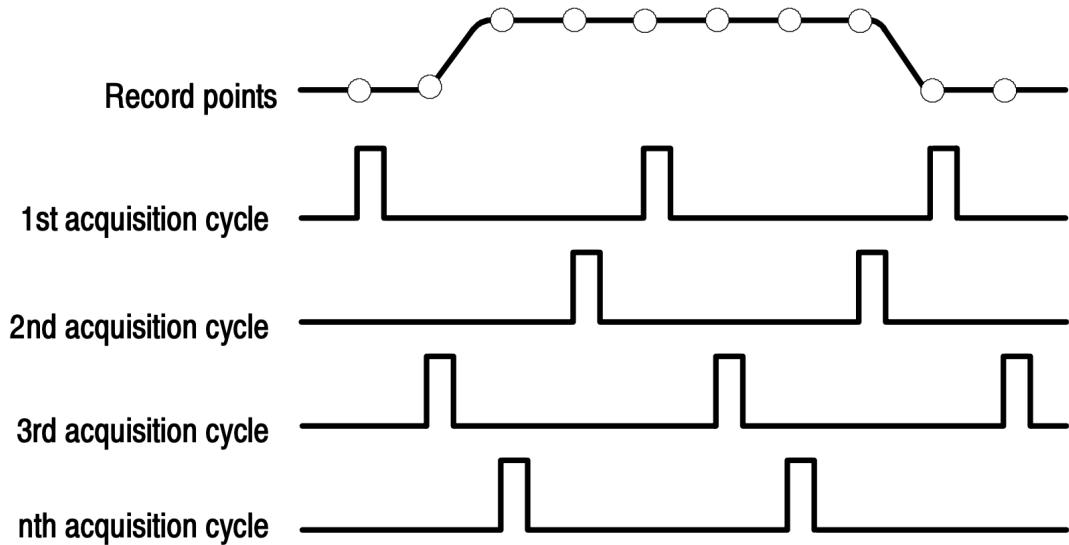


FIGURE 6 – Diagramme illustrant le fonctionnement du mode d’acquisition du temps d’équivalence de l’oscilloscope [38]. Cet appareil collecte un petit nombre d’échantillons au moment où l’événement de déclenchement se produit, ce qui lui permet d’obtenir le signal complet de notre impulsion. Le taux d’échantillonnage est supérieur à celui de son homologue en temps réel. L’oscilloscope fonctionne en mode équivalence de temps en effectuant un échantillonnage aléatoire, qui est déclenché par des événements aléatoires définis par l’horloge d’échantillonnage de l’instrument. Cette horloge fonctionne de manière asynchrone par rapport au signal d’entrée et au signal de déclenchement. Il enregistre ensuite un certain nombre d’échantillons d’acquisition. Après cela, l’oscilloscope combine plusieurs échantillons d’un signal répétitif en cours d’acquisition. Il régule ensuite la fréquence d’échantillonnage du signal d’entrée pour un enregistrement d’ondes régulières et complètes.

la lumière à partir d'un miroir et à prendre des mesures à différentes distances (2,52, 5,48, 10,10, 20,19, 30,29, 40,38, 50,48 et 65,62 cm (mesuré à l'œil avec une règle)). Le délai mesuré part d'une référence, appelée position 0, située à 11,5 cm du PBS. La lumière doit parcourir une distance double de celle envoyée dans les deux sens à partir du séparateur de faisceau. Ensuite, analyser les données afin de trouver le délai obtenu pour chaque distance du miroir.

### **3.1.2 Analyse et résultats de l'expérience de la vitesse de la lumière**

Maintenant, analysons nos données de l'expérience de la vitesse d'un signal à travers un câble BNC à partir des délais d'impulsion. Nous avons configuré l'oscilloscope en mode EQ-time (temps d'équivalence), avec une durée de 100 ns, une longueur d'enregistrement de 10000 points et une résolution de 4 ps. Plus tard, lors d'expériences de mesures faibles, nous constaterons que nous n'avons pas besoin d'une telle durée. Nous commençons par observer l'impulsion typique du laser dans la figure 7.

Observez que le profil temporel des impulsions n'est pas une fonction de Gauss, mais plutôt une fonction de porte. En allongeant la durée de l'impulsion du laser, l'impulsion ressemble de plus en plus à une fonction de port au fur et à mesure. La raison pour laquelle nous souhaitons une forme gaussienne est qu'elle est simplement plus fréquente dans les mesures faibles ayant un sens physique plus naturel et qu'il est plus facile de déterminer la valeur moyenne de la position temporelle de l'impulsion (le moment le plus probable pour détecter un photon de cette impulsion) que nous définissons comme le pic. Par conséquent, notre objectif est de calculer numériquement la dérivée des données de l'impulsion, ce qui nous permettra de localiser précisément le pic et de le comparer à d'autres impulsions.

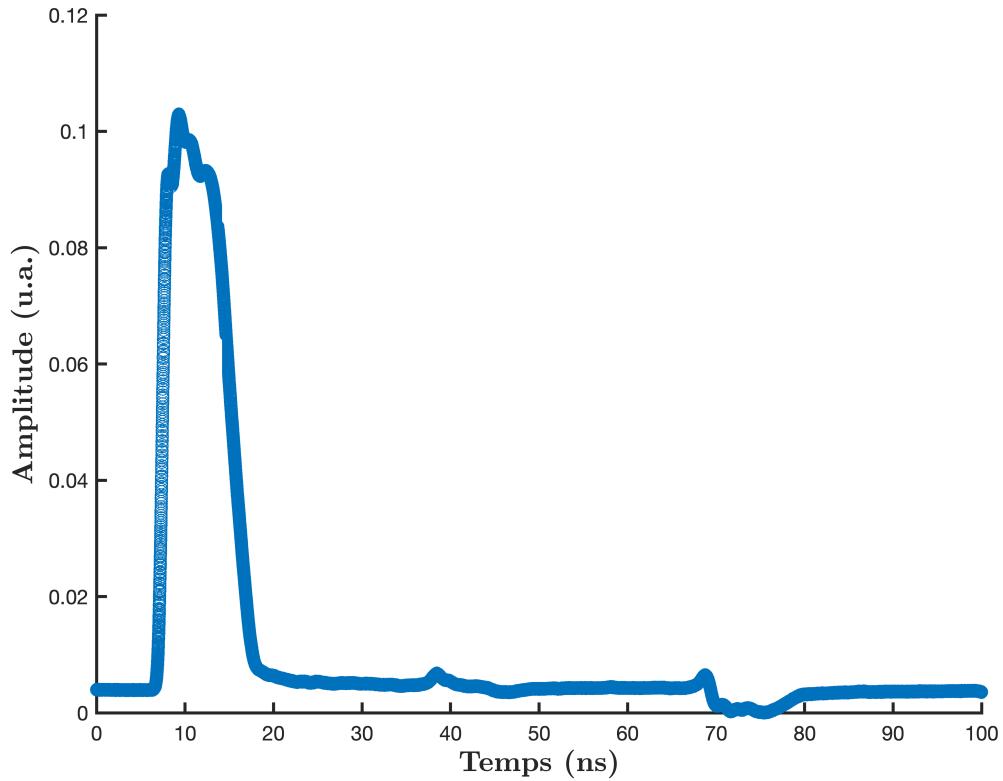


FIGURE 7 – Profil temporel typique de notre impulsion laser ultra-courte NPL64B [37], mesurée avec un photodétecteur DET025A à base de Si [39] et acquise à l'aide du mode d'acquisition temporelle EQ-time de l'oscilloscope [38].

Notez que le profil temporel des impulsions n'est pas une fonction gaussienne, mais plutôt une fonction porte. En prolongeant la durée de l'impulsion du laser, l'impulsion tend vers une fonction porte de plus en plus. Nous désirons une distribution gaussienne, car elle se révèle plus fréquente dans les mesures à faible intensité, présentant ainsi une signification physique plus naturelle. De plus, il est plus facile de déterminer la valeur moyenne de la position temporelle de l'impulsion (le moment le plus probable pour détecter un photon de cette impulsion), que nous nommons le «pic ». Par conséquent, notre objectif est de calculer numériquement la dérivée des données de l'impulsion. La méthode des différences finies est utilisée comme type de dérivé numérique. Elle s'avère suffisante pour cette expérience. Ce dernier nous permettra de localiser précisément le pic en prenant un ajustement de courbe avec un domaine temporel plus fini pour la localisation du pic. Cette méthode nous permettra aussi de choisir un point temporel pour le temps d'arrivée, qui n'est pas nécessairement situé entre deux points de données. On comparera ensuite chacun de ces temps d'arrivée, pour chacune des longueurs de câble.

À partir de là, l'ajustement de la courbe devient un aspect vraiment important dans la localisation du temps d'arrivée de notre signal. Nous effectuons de nombreux calculs numériques pour constater que l'option la plus adéquate était d'utiliser un pas de temps de  $1/10000$  de la résolution des oscilloscopes pour l'axe des temps sur lequel nous effectuons l'ajustement. Nous avons remarqué qu'en négligeant environ 40% des données d'amplitude initiales, l'ajustement était plus susceptible d'être optimal. Le reste du signal ne présentait pas d'intérêt. On prend alors la position temporelle de ce pic et on l'ajoute dans un dictionnaire des temps d'arrivée, puis on la compare à notre câble de référence, qui est considéré comme notre origine, donc une position temporelle 0 ou sans délai. Le tableau suivant, table 2, montre les différents ajustements que nous avons essayés ainsi que le temps moyen d'arrivée pour chaque distance en utilisant ces ajustements. Il montre également l'écart-type de la façon

dont la position du temps d'arrivée change pour chaque fichier individuel de cette même longueur de câble et le coefficient de détermination  $R^2$  qui a également été utilisé comme paramètre pour déterminer la qualité de l'ajustement ainsi que la visualisation de tous ces ajustements. Nous avons sélectionné 5 échantillons distincts pour chaque longueur de câble. Nous avions initialement prévu d'en prélever plus de 5, mais nous avons réalisé que c'était excessif et qu'il suffisait d'en prélever au moins 3.

TABLE 2 – Résultats des temps d'arrivées et écart-type de différent ajustement de courbe pour l'expérience de vitesse dans les câbles BNC

Type de fit	Longueur du câble (mm)	Temps d'arrivée (ns)	Écart-type (ns)	Qualité du fit
poly2	0	7.44310	0.00068	0.24743
poly2	172	8.37596	0.00105	0.24363
poly2	270	8.86583	0.00182	0.23058
poly2	522	10.12025	0.00104	0.24149
poly2	1032	12.68037	0.00099	0.24337
poly2	3000	22.62379	0.00354	0.24339
poly3	0	7.46342	0.00222	0.23412
poly3	172	8.39546	0.00278	0.23143
poly3	270	8.88637	0.00227	0.21571
poly3	522	10.14113	0.00196	0.22738
poly3	1032	12.70091	0.00150	0.23016
poly3	3000	22.64460	0.00396	0.23005
poly4	0	7.45750	0.00114	0.21840
poly4	172	8.38888	0.00177	0.21391
poly4	270	8.88005	0.00136	0.19823
poly4	522	10.13472	0.00099	0.20934
poly4	1032	12.69463	0.00132	0.21404
poly4	3000	22.63830	0.00336	0.21629
poly5	0	7.46484	0.00131	0.21682

Continued on next page

Type de fit	Longueur du câble (mm)	Temps d'arrivée (ns)	Écart-type (ns)	Qualité du fit
poly5	172	8.39631	0.00106	0.21231
poly5	270	8.88844	0.00185	0.19591
poly5	522	10.14197	0.00119	0.20773
poly5	1032	12.70253	0.00211	0.21218
poly5	3000	22.64039	0.00294	0.21483
poly6	0	7.46521	0.00202	0.21675
poly6	172	8.39659	0.00153	0.21216
poly6	270	8.88736	0.00307	0.19582
poly6	522	10.14084	0.00182	0.20762
poly6	1032	12.69214	0.00663	0.21204
poly6	3000	22.29098	0.18052	0.21469
poly7	0	7.33751	0.03120	0.21499
poly7	172	8.21566	0.13047	0.21160
poly7	270	8.52569	0.11581	0.19487
poly7	522	9.72629	0.12391	0.20682
poly7	1032	12.23442	0.00780	0.21036
poly7	3000	22.16566	0.01151	0.21381
poly8	0	6.99619	0.00997	0.21454
poly8	172	7.92408	0.01360	0.21110
poly8	270	8.41125	0.01215	0.19425
poly8	522	9.66966	0.01255	0.20656
poly8	1032	12.23447	0.00776	0.21055
poly8	3000	22.16570	0.01148	0.21527
poly9	0	6.99605	0.00983	0.21387
poly9	172	7.92413	0.01359	0.21270
poly9	270	8.41132	0.01220	0.19766
poly9	522	9.66971	0.01257	0.20799
poly9	1032	12.23498	0.00810	0.21169
poly9	3000	22.16569	0.01146	0.22500
fourier1	0	7.44586	0.00075	0.22821
fourier1	172	8.37913	0.00125	0.22118

Continued on next page

Type de fit	Longueur du câble (mm)	Temps d'arrivée (ns)	Écart-type (ns)	Qualité du fit
fourier1	270	8.86896	0.00128	0.20785
fourier1	522	10.12332	0.00084	0.21928
fourier1	1032	12.68338	0.00115	0.22325
fourier1	3000	22.62676	0.00359	0.22515
fourier2	0	7.46383	0.00189	0.21728
fourier2	172	8.39629	0.00139	0.21263
fourier2	270	8.88716	0.00276	0.19641
fourier2	522	10.14204	0.00308	0.20802
fourier2	1032	12.70221	0.00217	0.21270
fourier2	3000	22.64465	0.00462	0.21526
fourier3	0	7.41817	0.06115	0.21482
fourier3	172	8.37827	0.00987	0.21003
fourier3	270	8.87882	0.01193	0.19474
fourier3	522	10.12619	0.01515	0.20527
fourier3	1032	12.68675	0.01349	0.21032
fourier3	3000	22.61673	0.00260	0.20832
fourier4	0	7.42123	0.00635	0.21111
fourier4	172	8.34673	0.00717	0.20424
fourier4	270	8.84979	0.00872	0.19021
fourier4	522	10.10293	0.00667	0.20169
fourier4	1032	12.66846	0.00449	0.20740
fourier4	3000	22.60242	0.00497	0.20594
fourier5	0	7.42623	0.00692	0.21058
fourier5	172	8.36756	0.05475	0.20214
fourier5	270	8.85968	0.01496	0.18814
fourier5	522	10.10500	0.00430	0.19736
fourier5	1032	12.67241	0.00725	0.20597
fourier5	3000	22.52103	0.19931	0.20521
fourier6	0	7.43023	0.01046	0.21021
fourier6	172	8.41189	0.06274	0.20157
fourier6	270	8.85976	0.01835	0.18777

Continued on next page

Type de fit	Longueur du câble (mm)	Temps d'arrivée (ns)	Écart-type (ns)	Qualité du fit
fourier6	522	10.19384	0.19938	0.19661
fourier6	1032	12.76117	0.19404	0.20516
fourier6	3000	22.52226	0.19765	0.20480
gauss1	0	7.44584	0.00059	0.22856
gauss1	172	8.37897	0.00111	0.22152
gauss1	270	8.86887	0.00131	0.20805
gauss1	522	10.12319	0.00082	0.21959
gauss1	1032	12.68330	0.00116	0.22352
gauss1	3000	22.62690	0.00346	0.22570

En plus de la vérification de l'ajustement présentant le moins d'écart entre les fichiers pour chaque longueur de câble possible, le tableau suivant, table 3, présente les différents types d'ajustement, en testant également la précision de la vitesse des mesures du signal en fonction des ajustements trouvés pour le temps d'arrivée. La vitesse est déterminée en effectuant un ajustement linéaire sur les valeurs moyennes du temps d'arrivée, pour chaque longueur de câble. Nous comparons ensuite ces données à la valeur théorique, qui est d'environ  $0,66c$  [41].

Nous en concluons que, selon nos deux tableaux, le meilleur ajustement possible est un polynôme du troisième ordre, une série de Fourier du premier ou du deuxième ordre, ainsi qu'un ajustement gaussien. Nous avons choisi un ajustement gaussien comme type d'ajustement à utiliser, car il présente un bon équilibre des écarts-types à travers des différents fichiers, 2. Cela est optimal pour obtenir la meilleure résolution possible pour les procédures directes via mesure faible, ainsi que la forme typique qu'on retrouve. Il présente également un bon pourcentage d'erreur par rapport à la théorie. Vous pouvez trouver les mêmes tableaux que nous avons créés pour mesurer la vitesse de la lumière sur différentes longueurs de miroir à l'annexe A, table 4.

TABLE 3 – Mesure de la vitesse du signal dans les câbles BNC pour différent ajustement de courbe

Type de fit	Vitesse mesurée (m/s)	Vitesse théorique (m/s)	Erreur (%)	Qualité du fit
poly2	198125399	197863022	0.1326	0.0303
poly3	198116966	197863022	0.1283	0.0301
poly4	198117476	197863022	0.1286	0.0298
poly5	198191774	197863022	0.1662	0.0301
poly6	203054996	197863022	2.6240	0.0637
poly7	201780752	197863022	1.9800	0.1358
poly8	198220958	197863022	0.1809	0.0271
poly9	198220258	197863022	0.1805	0.0271
fourier1	198125807	197863022	0.1328	0.0304
fourier2	198124682	197863022	0.1322	0.0302
fourier3	198150017	197863022	0.1450	0.0454
fourier4	198105100	197863022	0.1223	0.0295
fourier5	199361343	197863022	0.7573	0.0386
fourier6	199614259	197863022	0.8851	0.0779
gauss1	198122675	197863022	0.1312	0.0304

Discutons nos données dans une façon plus visuelle. Sur la figure 8, on voit chaque impulsion provenant de différentes longueurs de câble BNC. Cette expérience ne mesure pas seulement la vitesse de la lumière dans les câbles BNC, elle teste aussi nos paramètres d'ajustement, puisque nous avons utilisé les mêmes paramètres pour la vitesse de la lumière pour les miroirs ajustables ainsi que nos mesure faibles.

Nous procédons à l'ajustement des données en leur appliquant une fonction gaussienne, qui s'écrit comme suit :

$$y(t) = a_0 e^{-(\frac{t-b_0}{c_0})^2} \quad (100)$$

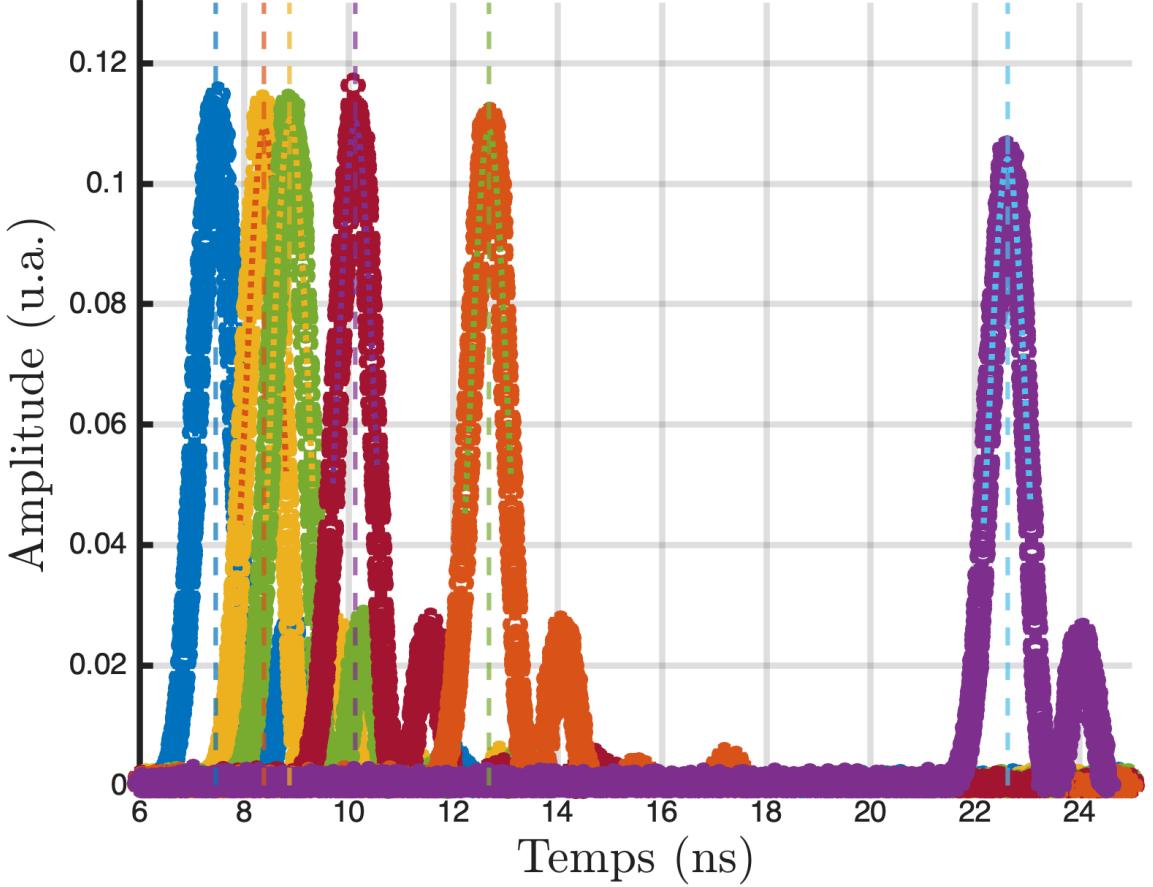


FIGURE 8 – Profil temporel de la dérivée des données d’impulsion dans l’expérience des câbles BNC RG-58 avec chacun de ses ajustements de courbe.

Les paramètres d’ajustement  $a_0$ ,  $b_0$  et  $c_0$  de la fonction avec variable  $y$ , qui représente l’amplitude, et  $t$ , qui correspond à la position temporelle des courbes, sont sélectionnés pour optimiser l’ajustement de nos données. Parmi ces données, 40% des points de l’axe d’amplitude et de l’axe temporel sont ignorés. Ces paramètres correspondent le mieux à nos données. Il est difficile d’attribuer une valeur numérique pour évaluer la qualité du réglage de notre courbe, puisque celui-ci a principalement découlé d’une analyse visuelle. Nous avons néanmoins utilisé le coefficient de détermination ( $R^2$ ) comme boussole, mais nous avons tenté d’éviter un ajustement excessif. Ce réglage nous permet maintenant d’identifier la position optimale, qui correspond à une position réelle observée dans nos données. Ensuite, nous comparons chaque position temporelle à celle des distances de référence pour obtenir les délais mesurés pour

notre expérience. Ces délais sont tracés en fonction de la distance associée, et, par ajustement linéaire de la courbe, nous pouvons déterminer que la pente correspond à la vitesse du signal.

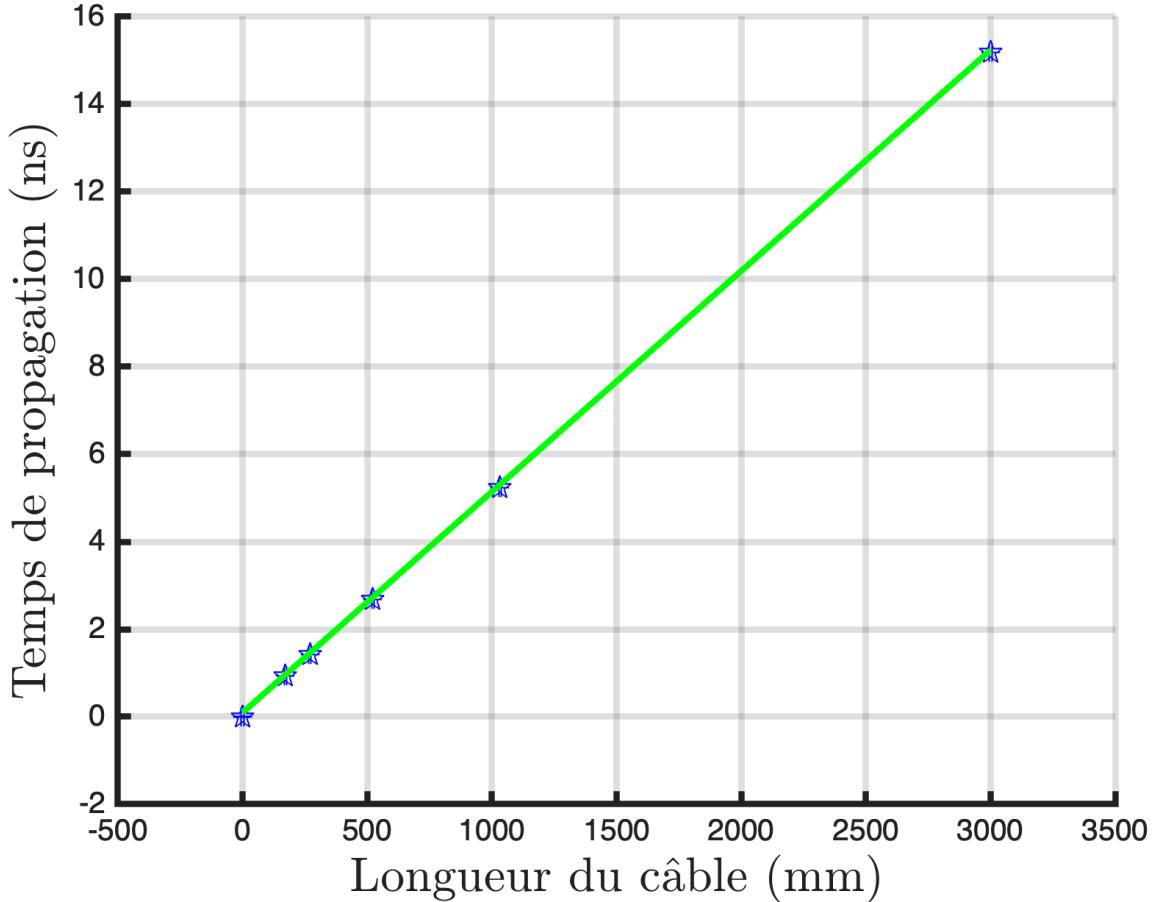


FIGURE 9 – Délais mesurés pour la longueur du câble BNC eux avec son ajustement de courbe.

Notre résultat pour la vitesse du signal est  $197863022\text{ m/s}$ , ce qui représente une erreur en pourcentage de 0.1312% correspondant que la vitesse du signal dans un câble BNC possède un différentiel de 0.66 par rapport à  $c$ , table 3, ce qui est réaliste et cohérent avec l'erreur observée lors de l'expérience précédente [41, 42]. En effet, nous avons donc démontré notre capacité à mesurer des délais très précis. C'est un élément essentiel pour pouvoir commencer à mesurer de petits délais entre des états polarisation d'entrée de changement dans le biais de mesures faibles.

Voici les résultats des données issues des impulsions de l'expérience du miroir déplacé, figure 10. Ces données dérivées montrent clairement une forme gaussienne avec un pic maximal nettement visible. Cela facilite grandement son identification de sa position temporelle.

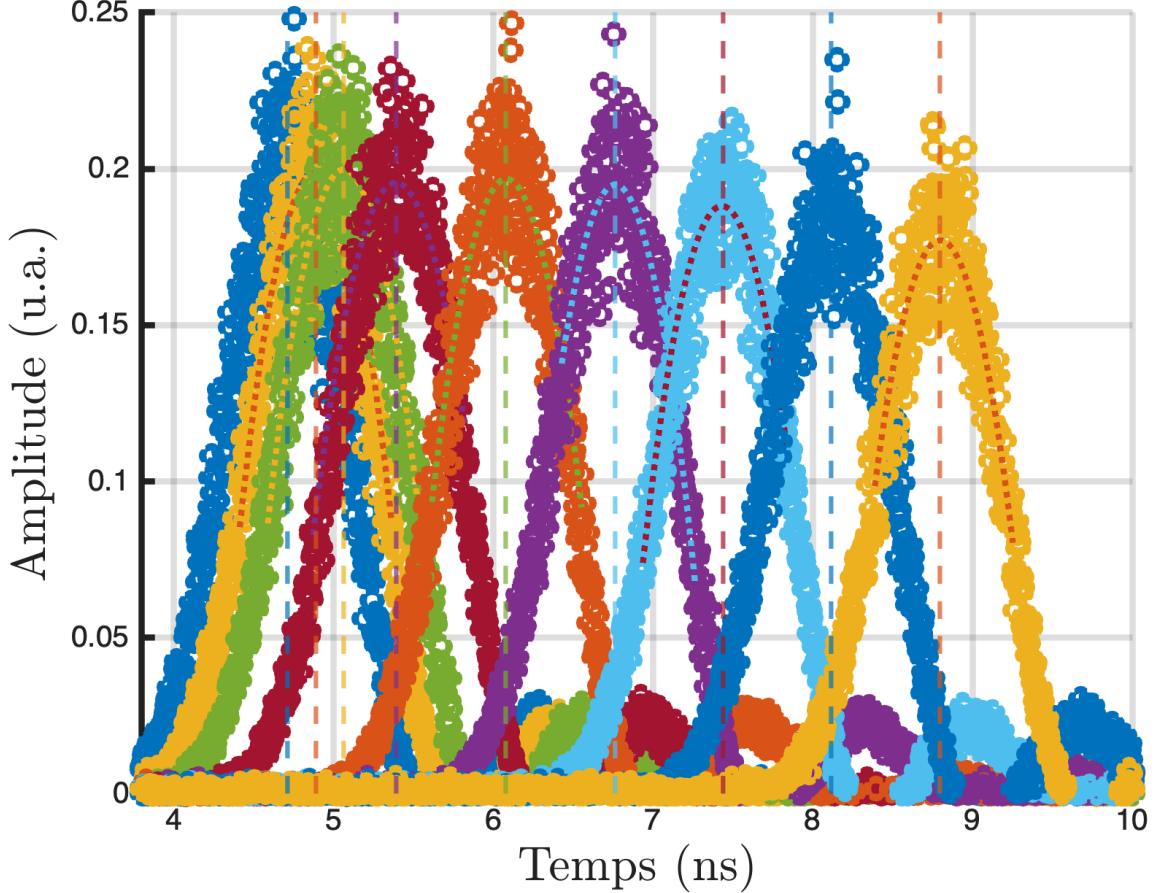


FIGURE 10 – Profil temporel de la dérivée des données d'impulsion pour chacune des distances mesurées et ajustement de la courbe pour l'expérience de la vitesse de la lumière avec un miroir réglable.

Le résultat de notre expérience sur la vitesse de la lumière est de  $296991901\text{ m/s}$  avec une marge d'erreur de 0.91 % par rapport à la valeur actuelle, table 5. Cela correspond à une différence de 0,9998 par rapport à la vitesse de la lumière  $c$  dans l'air ( $c_{air} = 0.9998c$ ) [32].

À partir des résultats de ces deux expériences, nous concluons que nous pouvons me-

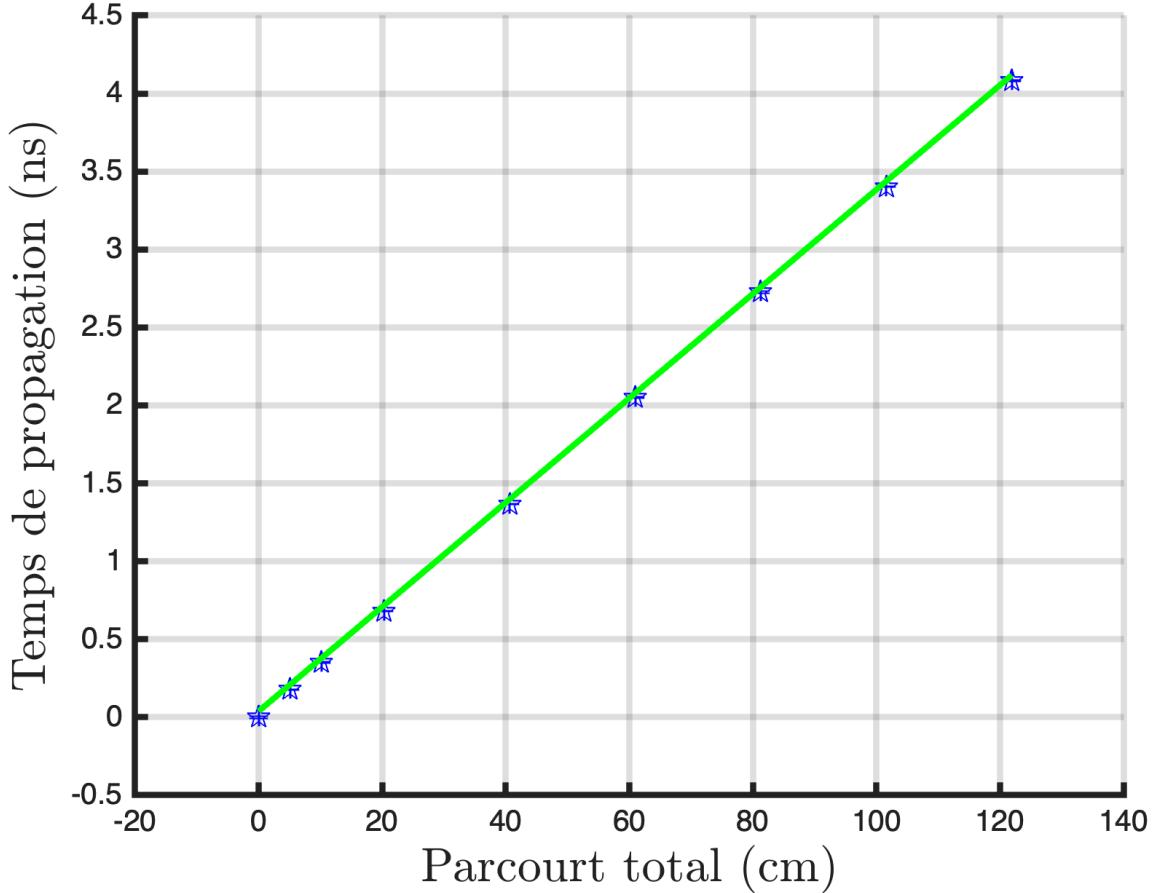


FIGURE 11 – Résultats des délais mesurés pendant l’expérience sur la vitesse de la lumière, ainsi que leur ajustement linéaire. Les barres d’erreur horizontales représentent l’incertitude de nos mesures de la distance, soit  $\pm 0,5 \text{ mm}$ , qui est trop petite pour être visible sur le graphique. Les barres d’erreurs verticales correspondent à l’erreur de l’ajustement Fourier basé sur l’expérience de la vitesse de la lumière dans les câbles BNC  $\pm 0,03\%$ .

surer des délais temporels très courts, de l'ordre de 2 ps avec une variation inférieure à 1 ps entre les ensembles de données. Cette résolution est suffisante pour mettre en œuvre notre proposition de mesure du temps. Les sections suivantes seront consacrées à la caractérisation des états de polarisation par un petit décalage temporel entre les états de base.

### 3.2 Caractérisation de la partie réelle de la valeur faible

Pour caractériser la partie réelle de la valeur faible, nous introduisons une interaction faible entre les états de base de la polarisation  $|H\rangle$  et  $|V\rangle$  via un délai temporel. Ce délai doit être inférieur au profil temporel du laser  $\sigma \ll \tau$  [14, 15]. Aucun modèle ne décrit spécifiquement comment l'interaction devrait être faible, mais il doit y avoir un chevauchement évident entre les états de base pour atteindre de l'information significative de l'état quantique [18]. Nous supposons que, pour être dans le régime des mesures faibles, au moins 90 % du chevauchement entre les états de base est nécessaire. Ensuite, pour mesurer l'état directement par des mesures faibles, nous devons effectuer une mesure projective qui contient les deux états de base afin de pouvoir caractériser les états d'entrée de polarisation entre nos états de base. L'un de ces états correspond au délai maximal appliqué, tandis que l'autre correspond à l'absence de délai. Ici, le terme délai fait référence à un signal extérieur qui active l'oscilloscope, comme dans l'expérience sur la vitesse de la lumière. La différence est que nous postulons que la manière la plus simple de créer des délais temporels entre les états de base est d'utiliser un type d'interféromètre de polarisation dont l'un des bras est légèrement décalé d'une quantité correspondant à notre délai maximum par rapport à l'autre bras non décalé. La section suivante décrit le dispositif expérimental que nous avons utilisé pour caractériser la partie réelle de la valeur faible ainsi que nos attestations de mesure de la partie imaginaire.

### 3.2.1 Montage préposé et étape de préparation

Notre dispositif expérimental, figure 12, est composé de notre laser pulsé de tout à l'heure entrant dans une demi-plaque d'onde principalement utilisée pour réguler l'intensité. En effet, l'entrée externe de l'oscilloscope a besoin d'une intensité assez élevée pour se déclencher sur le signal de référence.

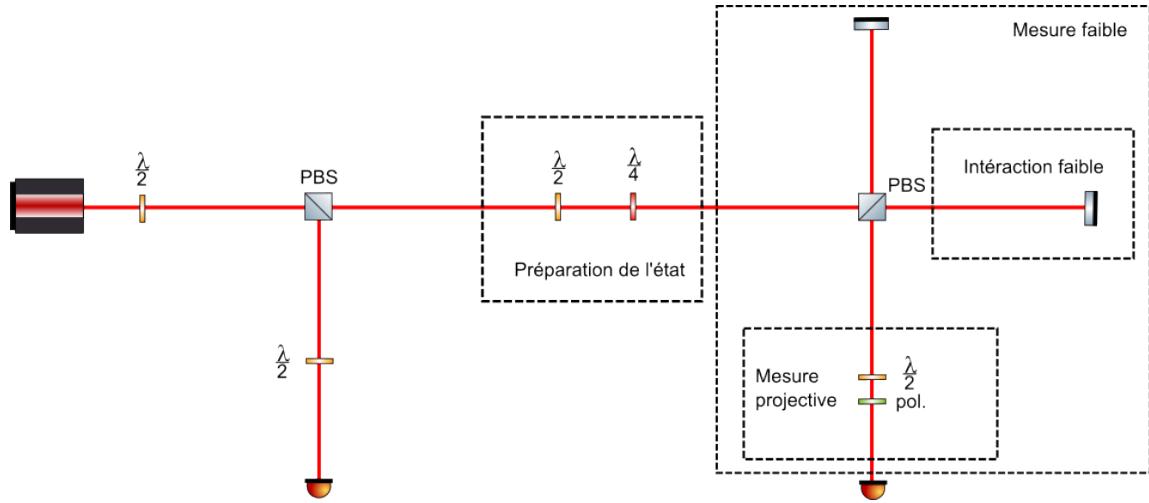


FIGURE 12 – Dispositif expérimental pour la partie réelle de la valeur faible

Une fois de plus, nous souhaitons déclencher le signal de référence de manière externe, car nous voulons bénéficier de la résolution temporelle maximale offerte par l'oscilloscope, qui possède une fréquence d'échantillonnage de 500 GS/s, pour déterminer les délais. Un séparateur de faisceau polarisant divise le faisceau laser en deux voies : celui réfléchi sert de signal de référence pour le déclenchement de l'oscilloscope, tandis que celui transmit sera préparé dans divers trajets de polarisation sur la sphère Poincaré et subira une mesure faible pour une caractérisation. Les trajets de polarisation testés sont les suivants et sont obtenus en changeant les plaques d'onde lors de l'étape de préparation. La première consiste seulement d'une lame demi-onde définie par l'opérateur suivant :

$$\hat{T}_{HWP}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(2\theta) & \sin(2\theta) \\ \sin(2\theta) & -\cos(2\theta) \end{pmatrix} \quad (101)$$

Où l'indice  $HWP$  fait référence à une demi-plaque d'onde pour un angle  $\theta$  («halfwaveplate» en anglais). Ce premier trajet consiste à passer d'un état de base à un autre sans polarisation circulaire, de  $H \rightarrow D \rightarrow V \rightarrow A \rightarrow \dots$ , et ainsi de suite. Pour comprendre en détail, l'état commence dans l'état horizontal  $|H\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  défini par la transmission d'un séparateur de faisceau polarisant. Ensuite, l'état évolue dans cette façon suivante en fonction de l'angle de la plaque d'onde  $\theta$  :

$$\hat{T}_{HWP}(\theta) |H\rangle = \begin{pmatrix} \cos(2\theta) & \sin(2\theta) \\ \sin(2\theta) & -\cos(2\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (102)$$

$$= \begin{pmatrix} \cos(2\theta) \\ \sin(2\theta) \end{pmatrix} \quad (103)$$

Donc, l'état d'entrée préparé est soit :

$$|\psi_i^1\rangle = \cos(2\theta) |H\rangle + \sin(2\theta) |V\rangle \quad (104)$$

En fonction des paramètres de Stokes pour démontrer le trajet sur la sphère Poincaré, figure 13 :

$$S = \begin{pmatrix} S_0 = |a|^2 + |b|^2 \\ S_1 = |a|^2 - |b|^2 \\ S_2 = 2\mathcal{R}(\bar{a}b) \\ S_3 = 2\mathcal{I}(\bar{a}b) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \cos^2(2\theta) - \sin^2(2\theta) = \cos(4\theta) \\ 2\cos(2\theta)\sin(2\theta) = \sin(4\theta) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (105)$$

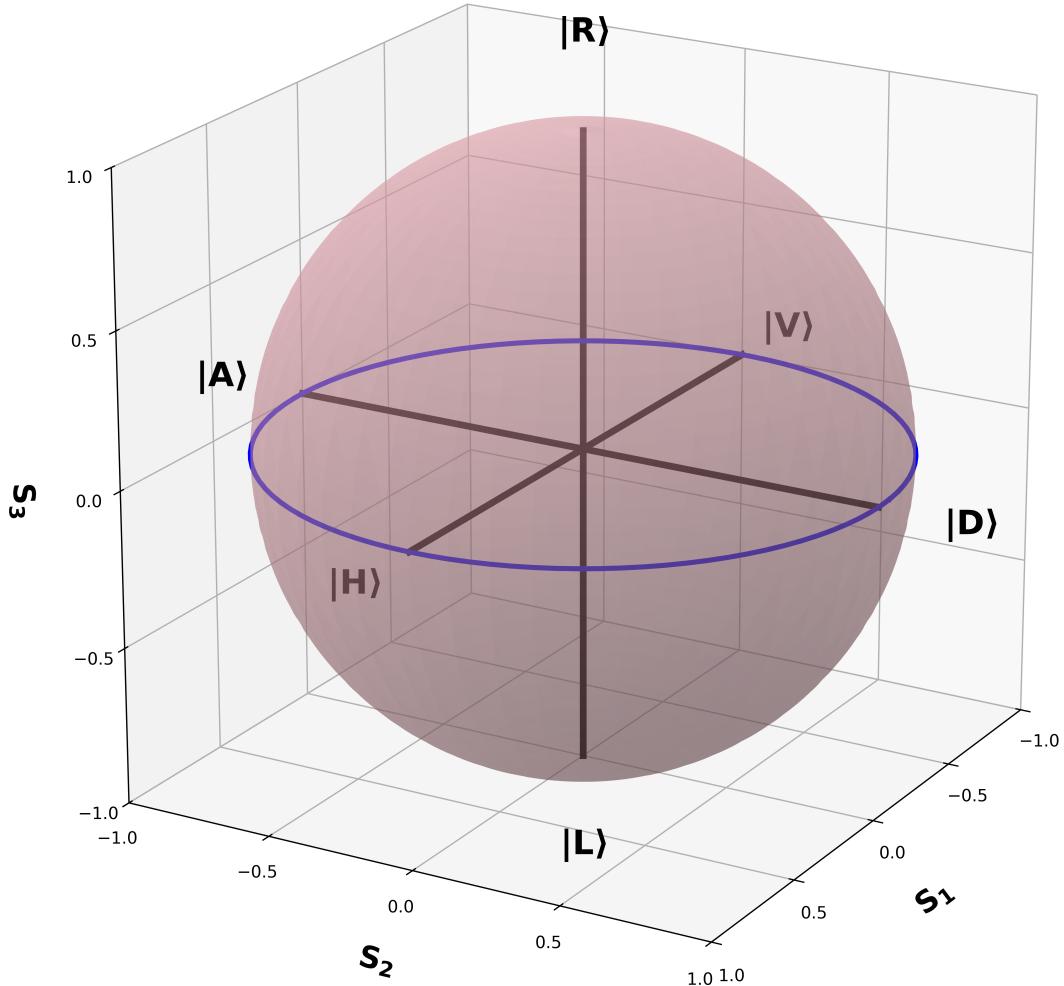


FIGURE 13 – Schéma du trajet  $|H\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |A\rangle \dots$  utilisant seulement une lame demi-onde dans la préparation de l'état d'entrée

Ce trajet est réalisé en tournant uniquement une lame demi-onde. On tourne l'angle de la plaque d'onde par pas de 2,5 degrés. Chaque degré  $\theta'$  que nous tournons en réalité équivaut à tourner de 5 degrés sur un plan circulaire  $\theta' \equiv 2\theta$  ou de 10 degrés sur la sphère de Poincaré.

Le trajet suivant consiste à passer d'un état de base à un autre en passant par une polarisation circulaire  $|H\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |L\rangle \dots$ . Cela se fait avec une demi-plaque d'onde tournant de la même manière que précédemment, et un quart de

plaque d'onde réglée à 0 degré par rapport à  $|H\rangle$ . L'opération de cette plaque d'onde se définit par l'opérateur suivant :

$$\hat{T}_{QWP}(\phi) = \begin{pmatrix} \cos^2(\phi) + i\sin^2(\phi) & (1-i)\cos(\phi)\sin(\phi) \\ (1-i)\cos(\phi)\sin(\phi) & \sin^2(\phi) + i\cos^2(\phi) \end{pmatrix} \quad (106)$$

$$\hat{T}_{QWP}(\phi = 0^\circ) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \quad (107)$$

La forme de cet opérateur  $\hat{T}_{QWP}(\phi)$ , avec l'angle  $\phi$  pour la plaque d'onde et l'indice QWP signifiant quart de plaque d'onde ou «lame quart d'onde» («quarter waveplate» en anglais), permet de conserver  $a \in \mathcal{R}$  et de laisser  $b \in \mathcal{C}$  contenir l'information complexe. Nous procédons ainsi pour que la partie imaginaire de la valeur faible soit principalement contenue dans  $b$  pour des raisons de simplicité. Avec cette opération l'état évolue comme suit :

$$\hat{T}_{QWP}(\phi = 0^\circ) \hat{T}_{HWP}(\theta) |H\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(2\theta) & \sin(2\theta) \\ \sin(2\theta) & -\cos(2\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (108)$$

$$= \begin{pmatrix} \cos(2\theta) \\ i\sin(2\theta) \end{pmatrix} \quad (109)$$

Donc, l'état d'entrée est :

$$|\psi_i^2\rangle = \cos(2\theta) |H\rangle + i\sin(2\theta) |V\rangle \quad (110)$$

Avec les paramètres de Stokes pour démontrer sa trajectoire, figure 14 :

$$S = \begin{pmatrix} S_0 = |a|^2 + |b|^2 \\ S_1 = |a|^2 - |b|^2 \\ S_2 = 2\Re(\bar{a}b) \\ S_3 = 2\Im(\bar{a}b) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \cos^2(2\theta) - \sin^2(2\theta) = \cos(4\theta) \\ 0 \\ 2\cos(2\theta)\sin(2\theta) = \sin(4\theta) \end{pmatrix} \quad (111)$$

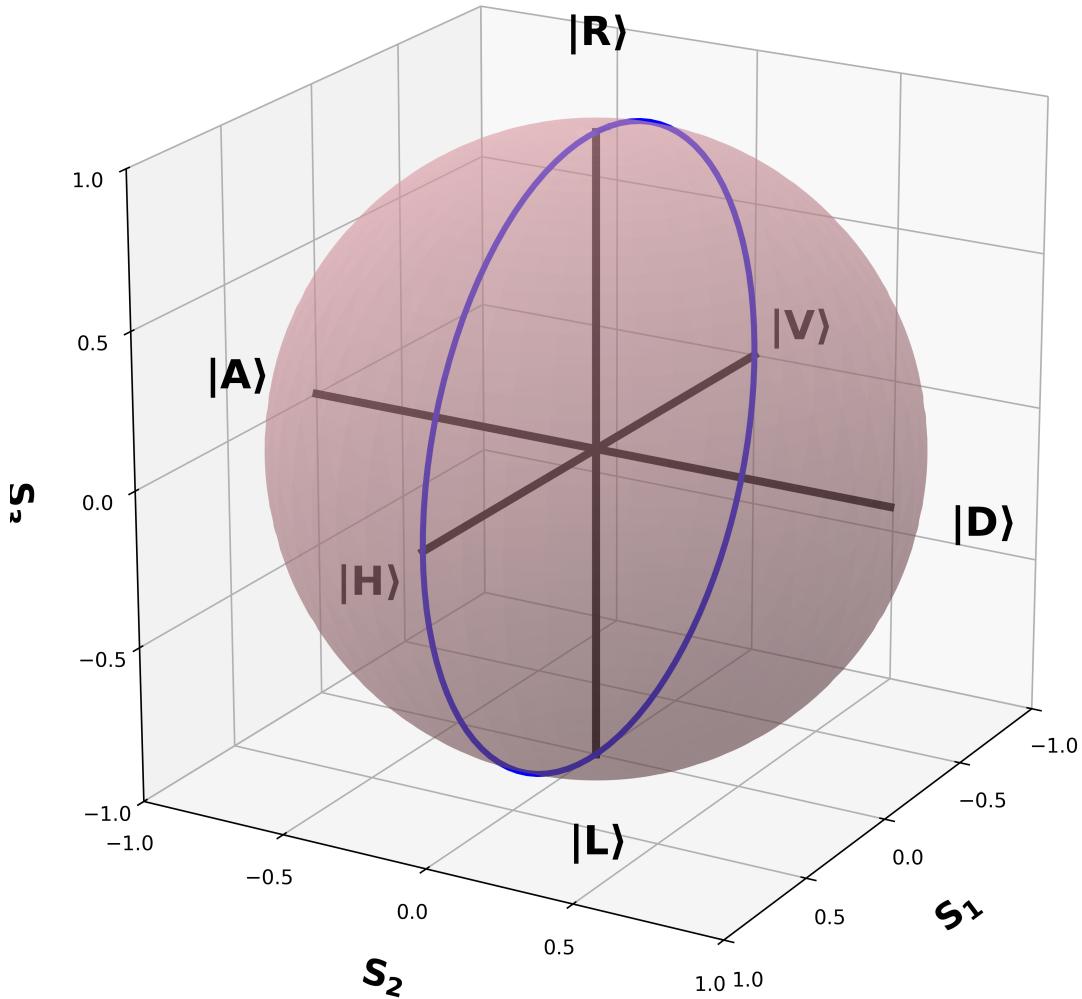


FIGURE 14 – Schéma du trajet  $|H\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |L\rangle \dots$  utilisant seulement une lame demi-onde et une lame quart d'onde à 0 dégré dans la préparation de l'état d'entrée

Le trajet final est un parcours captivant qui nous fait passer constamment entre deux états de base, soit d'une polarisation linéaire  $\{|D\rangle, |A\rangle\}$  à une polarisation circulaire

$\{|R\rangle, |L\rangle\}$ . La trajectoire résultante est  $|D\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |A\rangle |L\rangle \dots$ . Cette dernière est obtenue en tournant une demi-plaque d'onde avec un quart de plaque d'onde réglée à 45 degrés par rapport à l'état de base  $|H\rangle$ , dont le quart de plaque d'onde à ce réglage est défini comme suit :

$$\hat{T}_{QWP}(\phi = 45^\circ) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1+i & 1-i \\ 1-i & 1+i \end{pmatrix} \quad (112)$$

Avec cette opération l'état évolue comme suit :

$$\hat{T}_{QWP}(\phi = 45^\circ) \hat{T}_{HWP}(\theta) |H\rangle = \begin{pmatrix} \frac{1+i}{2} & \frac{1-i}{2} \\ \frac{1-i}{2} & \frac{1+i}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(2\theta) & \sin(2\theta) \\ \sin(2\theta) & -\cos(2\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (113)$$

$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \cos(2\theta) + \sin(2\theta) + i(\cos(2\theta) - \sin(2\theta)) \\ \cos(2\theta) + \sin(2\theta) - i(\cos(2\theta) - \sin(2\theta)) \end{pmatrix} \quad (114)$$

Donc, l'état d'entrée est :

$$|\psi_i^3\rangle = \frac{1}{2} \left( ((1-i)\sin(2\theta) + (1+i)\cos(2\theta)) |H\rangle + ((1+i)\sin(2\theta) + (1-i)\cos(2\theta)) |V\rangle \right) \quad (115)$$

Avec les paramètres de Stokes pour démontrer sa trajectoire, figure 15 :

$$S = \begin{pmatrix} S_0 = |a|^2 + |b|^2 \\ S_1 = |a|^2 - |b|^2 \\ S_2 = 2\mathcal{R}(\bar{a}b) \\ S_3 = 2\mathcal{I}(\bar{a}b) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \sin(4\theta) \\ \sin^2(2\theta) - \cos^2(2\theta) \end{pmatrix} \quad (116)$$

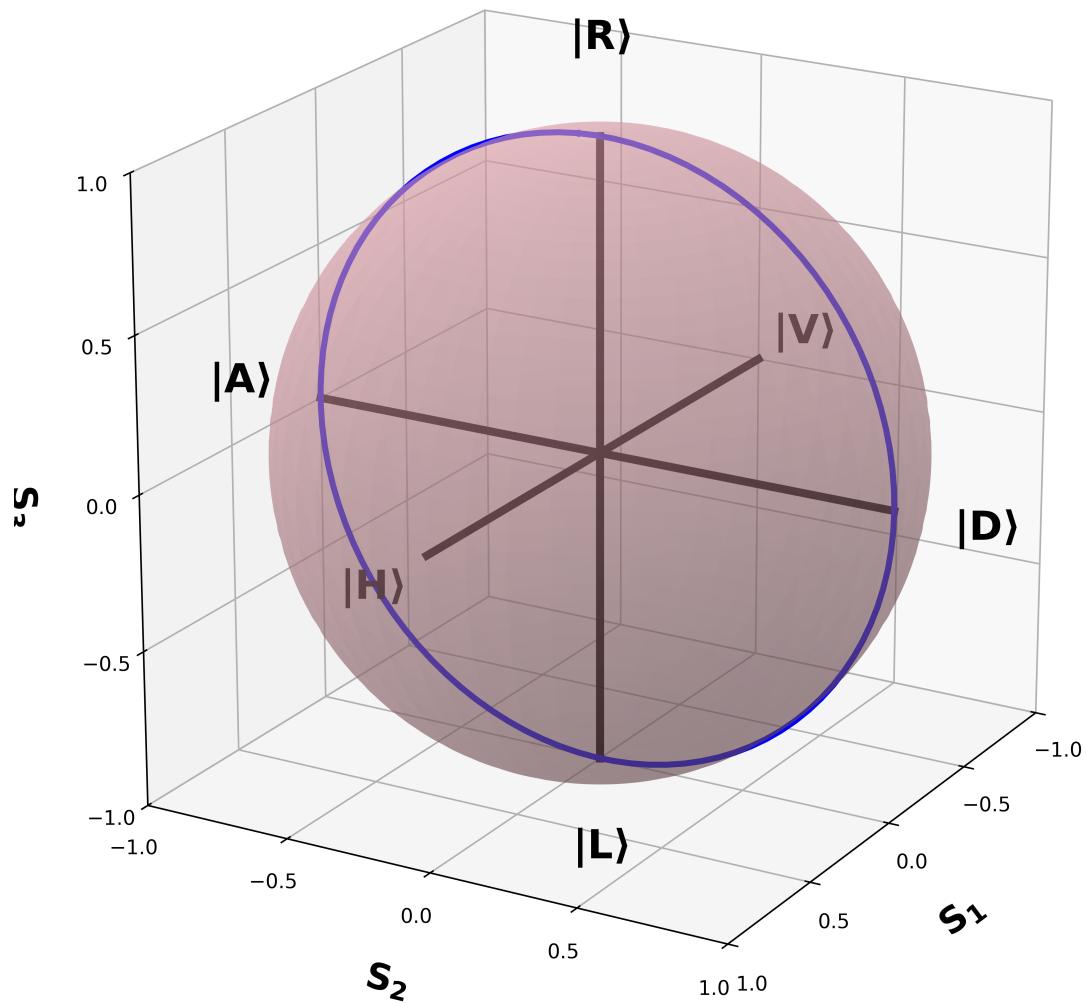


FIGURE 15 – Schéma du trajet  $|D\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |L\rangle \dots$  utilisant seulement une lame demi-onde et une lame quart d'onde à 45 degrés dans la préparation de l'état d'entrée

### 3.2.2 Mesure faible temporelle

Après avoir préparé l'état, nous interagissons faiblement avec le système en introduisant un petit délai temporel entre les deux états de base. Pour ce faire, nous utilisons un deuxième séparateur de faisceau polarisant dans l'étape d'interaction faible. Nous faisons en sorte qu'un des bras parcourt un trajet légèrement plus long que l'autre. Chaque bras du séparateur de faisceaux est équipé d'un quart de plaque d'onde pour inverser l'état de base pour que le bras réfléchi soit transmis et que celui transmis soit réfléchi, afin qu'ils puissent se chevaucher. Il y a donc un changement d'état de base à considérer dans notre théorie, mais celui-ci n'affecte pas radicalement le résultat. La partie transmise, que nous définissons comme étant la partie horizontale de l'état de polarisation  $a|H\rangle$ , subit une interaction faible en parcourant un trajet plus long. Cela introduit un délai  $\tau$  sur le pointeur couplé avec cet état  $a|H\rangle \otimes |\xi(t - \tau)\rangle$ . Celui-ci se transforme de 90 degrés en traversant une plaque d'onde quart d'onde et en revenant. Il produira un état de polarisation  $|V\rangle$  qui sera réfléchi. Le bras initialement réfléchi, c'est-à-dire la partie verticale de l'état de polarisation  $b|V\rangle$ , subit également un changement, mais son pointeur demeure pareil  $b|V\rangle \otimes |\xi(t)\rangle$  : il est transformé de 90 degrés pour pouvoir être transmis à travers du séparateur de faisceau de polarisation, puis mis en forme avec le nouvel état de base  $|V\rangle$ , légèrement retardé en tant qu'état de base  $|H\rangle$ .

$$\hat{U}^H |\psi_i\rangle = a|H\rangle \otimes |\xi(t - \tau)\rangle + b|V\rangle \otimes |\xi(t)\rangle \quad (117)$$

L'impulsion superposée est ensuite mesurée de manière projective par un état de polarisation qui contient les deux états de base. Pour des raisons de simplicité, nous avons opté pour une mesure projective avec l'état  $|D\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle)$ , qui est réalisée à l'aide d'une demi-plaque d'onde et d'un polariseur. Le polariseur sert de référence. Il est réglé pour être polarisé verticalement, et la plaque demi-onde est

réglée à 45 degrés par rapport à ce polariseur, ce qui donne un état de polarisation  $|D\rangle$  qui est projeté sur notre état à faible interaction.

$$|\psi_f\rangle \equiv \langle D| \hat{U}^H |\psi_i\rangle = \frac{a}{\sqrt{2}} |\xi(t - \tau)\rangle + \frac{b}{\sqrt{2}} |\xi(t)\rangle \quad (118)$$

Avant de poursuivre avec une caractérisation quantique de la partie réelle de la valeur faible, nous effectuons une séance de calibration en envoyant l'état  $|H\rangle$  et  $|V\rangle$  et en notant leurs positions temporelles, ainsi qu'en assurant le délai entre les deux, qui correspond au délai que nous avons orienté le bras de la partie horizontale dans l'état de l'interaction faible.

Nous caractérisons ensuite le trajet de polarisation par la partie réelle de la valeur faible, c'est-à-dire le délai entre les positions temporelles trouvées pour chaque état d'entrée lorsque nous tournons la plaque d'onde en comparaison avec notre calibration.

$$\langle \hat{t} \rangle = \langle \psi_f | \hat{t} | \psi_f \rangle \quad (119)$$

$$\mathcal{R}(\langle \hat{\pi}_W \rangle) \equiv \frac{\langle \hat{t} \rangle}{\tau} \propto |\psi_i\rangle \quad (120)$$

Comme nous avons calculé dans le chapitre 2, voici les parties réelles de la valeur faible pour chaque état d'entrée que nous allons investiguer. Soit pour  $|\psi_i^1\rangle = \cos(2\theta)|H\rangle + \sin(2\theta)|V\rangle$  :

$$\langle \hat{t} \rangle = \frac{\tau}{2} (\cos^2(2\theta) + 2\sin(2\theta)\cos(2\theta)) \quad (121)$$

Ainsi pour  $|\psi_i^2\rangle = a|H\rangle + b|V\rangle$  :

$$\langle \hat{t} \rangle = \frac{\tau}{2}(\cos^2(2\theta)) \quad (122)$$

et  $|\psi_i^3\rangle = \frac{1}{2}\left((1-i)\sin(2\theta)+(1+i)\cos(2\theta)\right)|H\rangle + \left((1+i)\sin(2\theta)+(1-i)\cos(2\theta)\right)|V\rangle$  :

$$\langle \hat{t} \rangle = \frac{\tau}{2}\left(1 + \frac{\sin(4\theta)}{4}\right) \quad (123)$$

Cette expérience a été optimisée pour qu'elle fonctionne de manière autonome grâce à des supports de rotation motorisés [43] contrôlés par un code Python. Ce dernier utilise la bibliothèque Kinesis [44] pour faire tourner ces supports et l'API de l'oscilloscope [38] pour enregistrer chaque fichier de chaque état d'entrée. Toutes les données sont ensuite analysées numériquement. Les résultats sont présentés au chapitre 4. La différenciation entre un trajet de polarisation linéaire ou circulaire se trouve dans la partie imaginaire de la valeur faible. Cette distinction est proposée dans la section suivante.

### 3.3 Caractérisation de la partie imaginaire de la valeur faible

Dans cette section, nous aborderons l'expérience que nous proposons pour mesurer la partie imaginaire de la valeur faible, ainsi que les résultats attendus. La partie imaginaire de la valeur faible contient l'information complexe de l'état quantique. Dans notre cas, c'est l'ellipticité de l'état de polarisation. Certaines expériences impliquant une interaction de fréquence faible ont réussi à mesurer la valeur faible [30], mais, étant donné qu'on utilise un délai temporel, nous devons contourner ce problème. Des approches théoriques ont été développées à ce sujet, mais aucune n'a été appliquée en pratique [17, 45].

### 3.3.1 Montage préposé

Nous proposons une expérience consistant à incorporer notre dispositif expérimental dans un interféromètre de Mach-Zedner (MZ), impliquant des effets interférométriques hétérodynes. Nous faisons interférer la fréquence bien connue de notre laser avec l'impulsion faiblement mesurée.

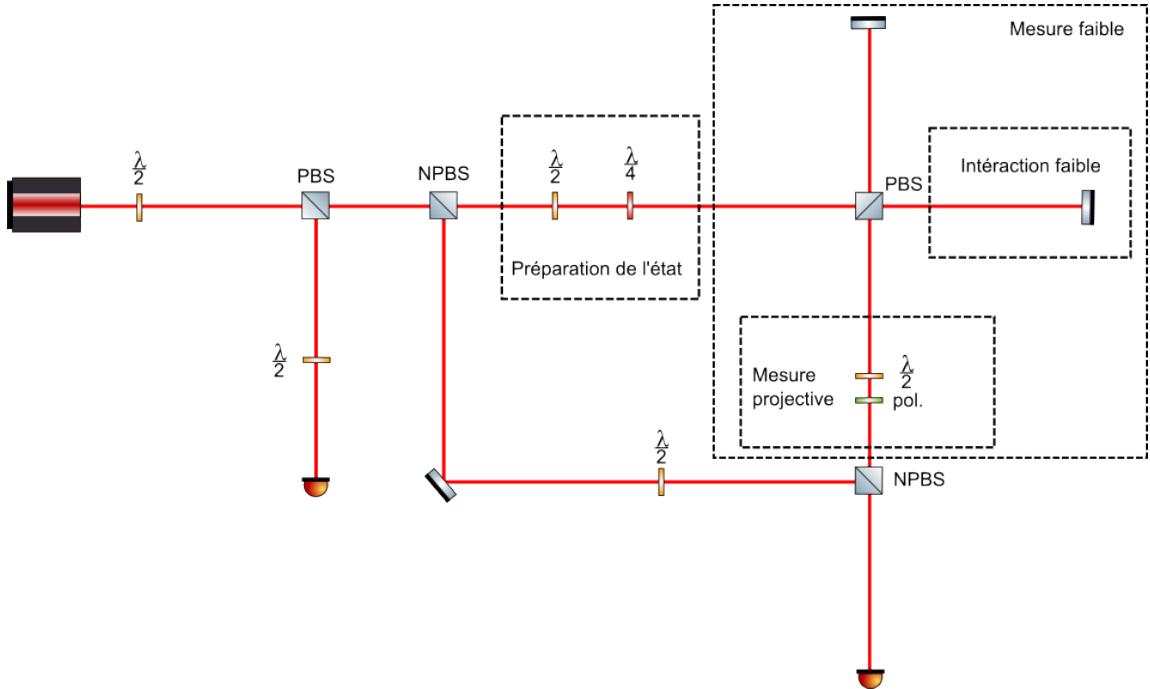


FIGURE 16 – Dispositif expérimental pour la partie imaginaire de la valeur faible

Nous commençons par faire interférer les impulsions sous le même état de polarisation. Comme mentionné précédemment, le polariseur est réglé sur un état de polarisation verticale pendant notre mesure projective. Par conséquent, grâce à une lame demi-onde, nous pouvons permettre des interférences avec le bras non faiblement mesuré dans le MZ. Nous cherchons à détecter les variations d'interférence entre chaque état de polarisation, où un état de polarisation circulaire devrait entraîner le décalage fréquentiel maximal par rapport à un état de polarisation linéaire. Cependant, nous avons rencontré des difficultés qui seront abordées dans le chapitre suivant.

### 3.3.2 Résultats attendus théoriques de la partie imaginaire de la valeur faible

Nous allons maintenant écrire les résultats attendus pour la partie imaginaire de la valeur faible pour chaque état d'entrée.

$$\mathcal{I}(\langle \hat{\pi}_W \rangle) \equiv \frac{\langle \hat{\omega} \rangle}{\tau} \propto |\psi_i\rangle \quad (124)$$

En commençant par  $|\psi_i^1\rangle$  :

$$\langle \hat{\omega} \rangle = 0 \quad (125)$$

Ensuite,  $|\psi_i^2\rangle$  :

$$\langle \hat{\omega} \rangle = \frac{i\tau}{4\sigma^2} (\cos(2\theta)\sin(2\theta)) \quad (126)$$

Et finalement,  $|\psi_i^3\rangle$  :

$$\langle \hat{\omega} \rangle = \frac{\tau}{8\sigma^2} (\sin^2(2\theta) - \cos^2(2\theta)) \quad (127)$$

Considérons le terme proportionnel dans la partie imaginaire de la valeur faible :

$$\frac{\mathcal{I}(\langle \hat{\pi}_W \rangle)}{\tau} = \langle \hat{\omega} \rangle \propto \frac{\tau}{4\sigma^2} \quad (128)$$

Cela signifie que, pour une période temporaire de notre laser de 10 ns, associée à un retard de 167 PS, on doit observer un retard en fréquence de seulement 417,5 kHz.

Cette valeur est extrêmement petite par rapport à la fréquence de notre laser, qui se situe dans les térahertz, et qui est difficile à mesurer. Les mesures interférométriques régulières effectuées dans un laboratoire ne présentent qu'une résolution en MHz, ce qui nécessite un délai extrêmement long, ce qui dépasse la marge de mesure minimale ainsi que sa facilité d'utilisation dans un laboratoire. En effet, pour effectuer la mesure dans un interféromètre de Michelson, les distances nécessaires dépassent la longueur de cohérence du laser de 0,2 mm. Des spectromètres ou d'autres méthodes photoniques, telles que les combes de fréquence, qui atteignent cette résolution sont vraiment coûteux qui contredit l'objectif de créer un dispositif dans un laboratoire commun pour la caractérisation d'un état quantique.

Cela résume nos approches expérimentales menées dans le cadre de ce projet de maîtrise. Le chapitre suivant présentera nos méthodes d'analyse, nos résultats et les implications que nous et d'autres pourrions rencontrer.

## 4 RÉSULTATS ET DISCUSSION

L'interprétation de nos résultats expérimentaux est cruciale pour mesurer le délai de chaque état de polarisation initial d'entrée. Comme nous avons démontré avec l'expérience de la vitesse de la lumière, nous allons employer une méthode similaire pour l'analyse des données de la partie réelle. L'expérience sur la vitesse de la lumière était un excellent test pour savoir comment ajuster efficacement nos données et mesurer la résolution minimale possible de ce que nous pouvons réaliser dans notre laboratoire pour caractériser des états quantiques à l'aide des délais. Dans les prochaines sections, nous allons analyser nos résultats expérimentaux et démontrer que la valeur faible est effectivement mesurée grâce à nos installations décrites au chapitre 3. Nous aborderons ensuite l'interprétation physique de ces résultats avant de conclure dans le chapitre suivant.

### 4.1 Analyse des résultats expérimentaux pour la partie réelle de la valeur faible

Comme nous l'avons vu dans les chapitres précédents, nous voulons que notre impulsion soit semblable à une impulsion de Gauss afin de faciliter la détermination de sa position temporelle moyenne. Il est également bien connu qu'on utilise les profils d'impulsion de Gauss pour les mesures faibles. Par conséquent, nous avons procédé au même ajustement des données que celui effectué dans les expériences de la vitesse de la lumière au chapitre précédent. Cependant, pour obtenir des délais, il faut d'abord calibrer l'expérience. Pour ce faire, nous mesurons la position temporelle moyenne sans introduction de retard, soit le bras en  $|V\rangle$  de l'appareil expérimental, également la position temporelle moyenne du délai maximal, soit le bras  $|H\rangle$ . Une fois que l'expérience a été calibrée en fonction du délai maximum et minimum, nous pouvons mesurer la position temporelle de chaque degré d'état d'entrée et trouver le

délai qui lui correspond selon cet état  $\psi_i(\theta)$ . Comme nous l'avons vu au chapitre 3, notre méthode expérimentale consiste à préparer des états de polarisation selon les trajectoires de polarisation mesurées. Ils subiront ensuite une interaction faible, puis ils seront projetés par un état de polarisation diagonale. La section suivante discutera des résultats obtenus à partir de nos données concernant la partie réelle de la valeur faible et la façon dont nous recueillons nos données est expliquée plus en détail.

#### 4.1.1 La partie réelle

Nous avons optimisé notre expérience pour qu'elle soit automatisée. Tout d'abord, pendant la phase de calibration, notre dispositif expérimental subit un étalonnage consistant en une seule demi-plaque d'onde. Cette dernière est ensuite tournée pour envoyer la polarisation  $|V\rangle$  correspondant à notre position temporelle moyenne de référence, qui est notre état d'entrée possédant un délai de 0. L'oscilloscope prend des données, puis notre code fait tourner la demi-plaque d'onde pour envoyer le délai maximal, soit l'état de polarisation  $|H\rangle$ . Chaque état de polarisation d'étalonnage ( $|H\rangle$  et  $|V\rangle$ ) est mesuré séparément, puis on en calcule la moyenne à partir de dix résultats différents. L'oscilloscope est évidemment utilisé pour mesurer les temps d'équivalence et il calcule ensuite la moyenne de plus de 10000 formes d'onde. Après la calibration, nous pouvons exécuter chaque trajet de polarisation mentionné dans le chapitre précédent. Pour changer de trajet de polarisation, nous devons ajouter un quart de plaque d'onde à la préparation de l'état d'entrée, en fonction du trajet que nous caractérisons. Le premier trajet consiste seulement en une demi-plaque d'onde. Nous collectons des données toutes les 2,5 dégrés. Pour chaque état d'entrée de polarisation, nous prenons trois fichiers distincts que nous moyennons, puis nous comparons leur position temporelle moyenne avec le dossier de calibration pour obtenir le délai associé à cet état. Voici les résultats de chaque

délai pour les différents états d'entrée pour le trajet  $|H\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |A\rangle$ , figure 17.

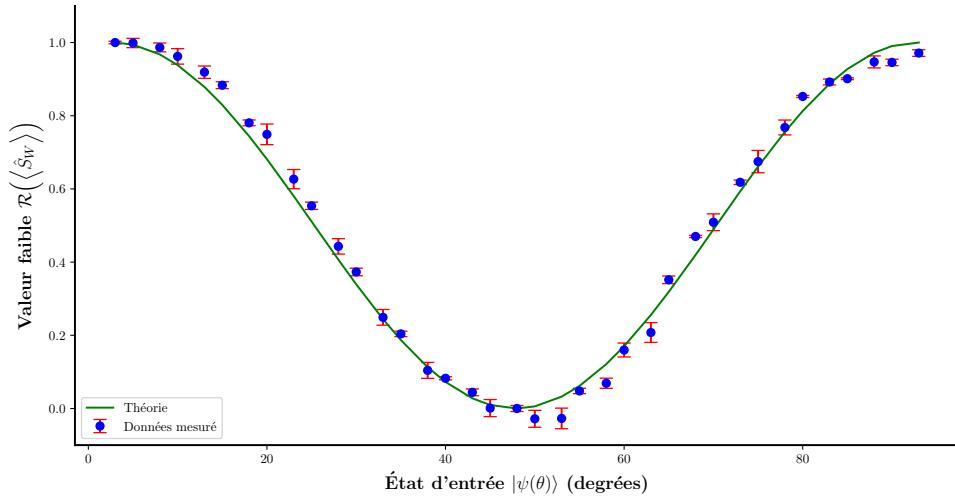


FIGURE 17 – Résultats expérimentaux pour la partie réelle de la valeur faible du trajet de polarisation  $|H\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |A\rangle$ . Les barres d'erreurs horizontales représentent la variance de la position temporelle de chaque fichier, et les barres d'erreurs verticales, l'erreur de la position de l'angle induite par notre stade motorisé. L'erreur est trop petite pour être prise en considération, alors nous l'avons négligée.

Cette série de données a été collectée avec une interaction faible correspondant à un délai de  $167\text{ ps}$ , obtenu en allongeant le bras  $|H\rangle$  de  $2,5\text{ cm}$  par rapport au bras  $|V\rangle$ . En utilisant les mêmes méthodes d'ajustement que celles employées dans l'expérience sur la vitesse de la lumière, nous mesurons les délais de chaque état  $\psi(\theta)$ . Nous redéfinissons l'angle  $\theta$  pour qu'il ait une forme similaire à un plan circulaire, et nous combinons les résultats pour la partie réelle de la valeur faible correspondant à nos valeurs théoriques calculées dans le chapitre précédent. En réalité, la courbe théorique de cette partie réelle est une valeur cosinus carré en ignorant la partie  $2\sin(\theta)\cos(\theta)$  de notre résultat théorique, car elle correspond mieux à nos résultats expérimentaux. Cette partie  $2\sin(\theta)\cos(\theta)$  n'a pas de signification physique, car, lorsque nous passons de  $|V\rangle$  à  $|H\rangle$ , nous devrions éviter tout délai négatif, ce que nous constatons effectivement et pour garder la symétrie positive

de la mesure. Une erreur additionnelle à noter est l'incohérence de nos modifications physiques dans notre expérience, que nous ne pouvons pas compenser numériquement. Par exemple, les vibrations de la table et les variations d'alignement du laser sont des facteurs que nous ne pouvons pas prendre en compte pendant les longues périodes d'acquisition de données pour chaque état d'entrée. Cette erreur se trouve dans le trajet à venir. Voici les résultats pour le trajet  $|H\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |L\rangle$ , figure 18.

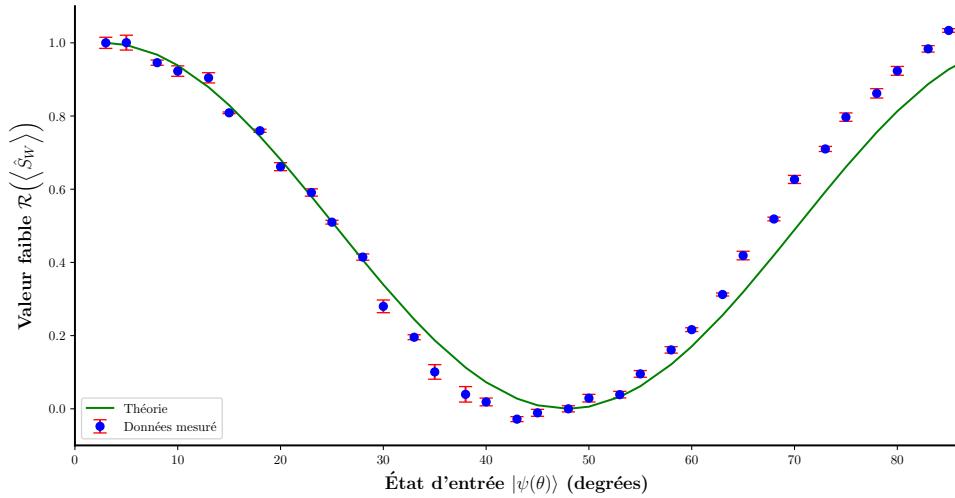


FIGURE 18 – Résultats expérimentaux pour la partie réelle de la valeur faible du trajet de polarisation  $|H\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |L\rangle$

Ces résultats sont similaires à ceux du trajet précédent, ce qui est logique, car les états de polarisation  $|R\rangle$  et  $|L\rangle$  possèdent toujours les mêmes états de base que  $|D\rangle$  et  $|A\rangle$  mais avec une composante imaginaire. On ne peut pas déterminer à partir de la partie réelle de la valeur faible si l'état initial est elliptique ou circulaire. Les informations sur le passage de phase ou d'ellipticité des états de polarisation se trouvent dans la partie imaginaire de la valeur faible. Ensuite, voici les résultats pour le trajet  $|D\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |L\rangle$ , figure 17.

Cela s'avère captivant, car cela démontre incontestablement que nous conservons

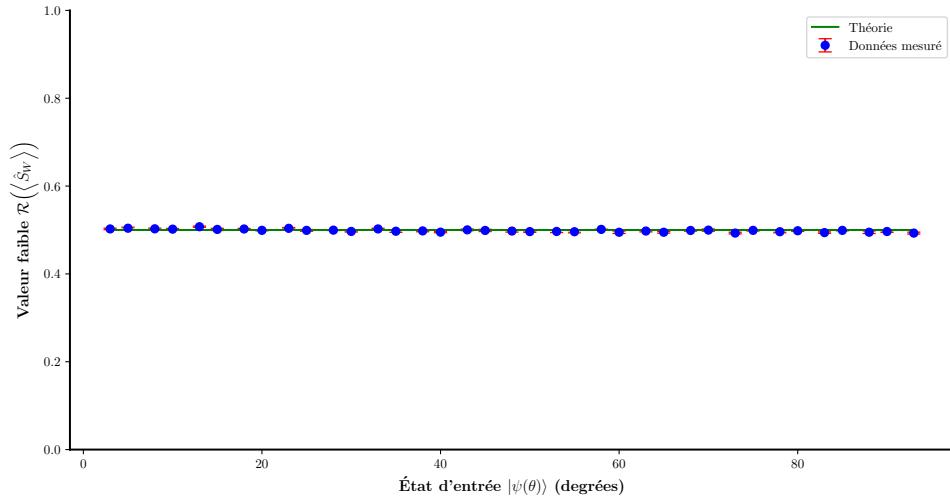


FIGURE 19 – Résultats expérimentaux pour la partie réelle de la valeur faible du trajet de polarisation  $|D\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |L\rangle$

toujours la même composante réelle de la faible valeur. Cette constatation met en évidence la symétrie quantique, qui correspond à la symétrie optique des états de polarisation D, A, L et R. Par conséquent, l'ensemble des données sur l'ellipticité entre ces polarisations est contenu dans la variable conjuguée du décalage temporel, c'est-à-dire le décalage de fréquence obtenu en mesurant la partie imaginaire de la valeur faible. En outre, à partir de ces données pour chaque trajet, nous pouvons directement calculer les amplitudes de probabilité de l'état quantique à partir de ces mesures de délai, comme nous l'avons mentionné dans la section 2.3. Voici  $|H\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |A\rangle$ , figure 20 :

Ensuite  $|H\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |L\rangle$ , figure 21 :

Finalement  $|D\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |L\rangle$ , figure 22 :

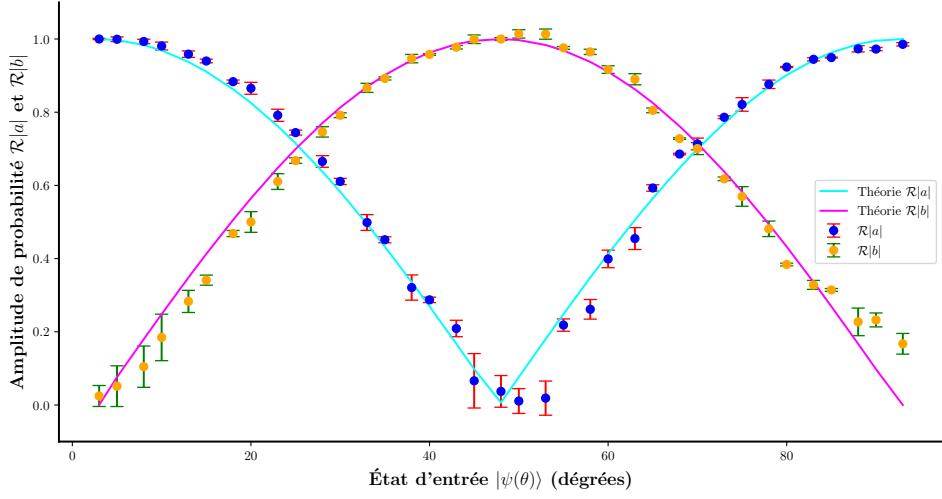


FIGURE 20 – Résultats de l'amplitude de probabilité pour le trajet de polarisation  $|H\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |A\rangle$ . Les courbes théoriques provenant de nos calculs dans la section 2.3. Les barres d'erreur sont les incertitudes propagées à partir de notre partie réelle de la valeur faible via Monte-Carlo, car la propagation analytique fait exploser certaines incertitudes de façon irrégulières.

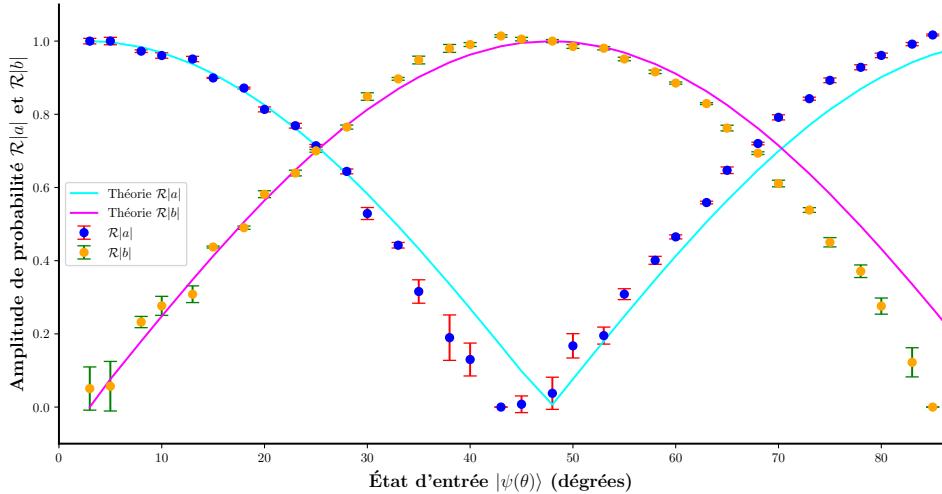


FIGURE 21 – Résultats de l'amplitude de probabilité pour le trajet de polarisation  $|H\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |L\rangle$

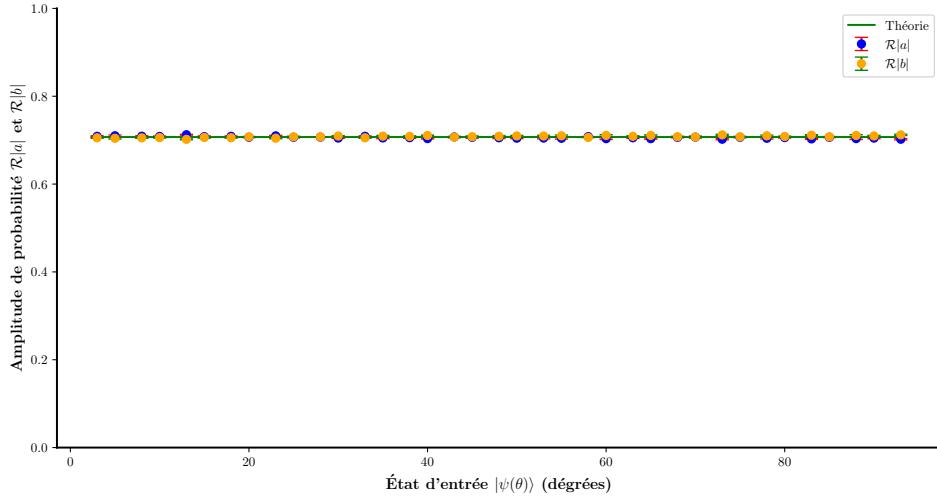


FIGURE 22 – Résultats de l'amplitude de probabilité pour le trajet de polarisation  $|D\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |L\rangle$

#### 4.1.2 Discussion sur les résultats expérimentaux de la partie réelle

Nous avons calculé les amplitudes de probabilité en appliquant les principes fondamentaux étudiés dans notre chapitre consacré à la théorie. Ces résultats correspondent à nos attentes théoriques concernant la norme des amplitudes de probabilité réelles de chaque trajet de polarisation. Cette concordance nous permet de conclure que nous avons correctement mesuré la partie réelle de la valeur faible et de l'utiliser pour caractériser les amplitudes de probabilité de nos états initiaux. Il y a toutefois certains éléments à considérer quand on néglige certaines parties de la valeur faible, mais, lors du calcul du module des amplitudes de probabilité, les termes additionnels, comme ceux du premier trajet de polarisation de sa partie réelle, disparaissent. Quoi qu'il en soit, nous sommes en mesure de caractériser les états de polarisation d'entrée avec un succès relatif. Il y a cependant l'information complexe de l'état quantique que nous devons mesurer. La section suivante traitera de nos tentatives de mesure de la partie imaginaire.

## 4.2 La partie imaginaire

Notre méthode pour mesurer la partie imaginaire de la valeur faible est assez simple. Nous faisons passer une impulsion faiblement mesurée à travers un interféromètre MZ en y ajoutant un signal de référence, soit celui du laser à une fréquence connue  $f_0 = 4,68 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ . Ce dernier fait en sorte que la fréquence mesurée sera  $f_0 + \langle \hat{\omega} \rangle$ . Cependant, certaines implications nous empêchent de mesurer la partie imaginaire de la valeur faible.

### 4.2.1 Implication sur la partie imaginaire

Nous pourrions envisager de mesurer si un pic se produit lors de l'interférence entre un état de polarisation linéaire et circulaire. Le trajet de polarisation qui nous permet de bien vérifier ceci est D to R to A to L, car elle possède une superposition de nos états de base, combinés linéairement avec D et A et circulairement avec R et L. Comment pouvons-nous observer ce pic ? Avec le spectre de puissance, car nous pouvons simplement le mesurer directement à l'aide de l'oscilloscope et qu'il démontre l'enveloppe du spectre. On suppose que, grâce à l'enveloppe du spectre fréquentiel (le spectre de puissance), nous pouvons observer si un pic apparaît, et que nous pourrons mesurer le décalage fréquentiel du spectre fréquentiel avec la résolution nécessaire à l'avenir. Cela nous permettra de déterminer que la partie imaginaire comme étant réelle.

Le spectre de puissance est directement lié à la transformation de Fourier de l'intensité :

$$P(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} I(t)e^{-i\omega t} dt \quad (129)$$

Comme nous souhaitons maximiser notre capacité à atteindre le potentiel de voir le pic, nous avons réduit la taille du faisceau au minimum du laser, soit 4 ns. Notre analyse consiste à effectuer une transformation de Fourier rapide (fft fast Fourier transform) à l'aide de la bibliothèque numpy pour python. Il y a d'autres bibliothèques qu'on peut utiliser, comme celle de scipy, mais celle de numpy suffit. Pour une réduire les fuites spectrales lors de la transformée de Fourier rapide, nous appliquons une fenêtre de Hanning au signal, car il présente une discontinuité de l'amplitude du signal. Donc, on suppose que le signal est périodique et fini, ce qui réduit le bruit à 0. La fenêtre de Hanning diminue les oscillations en appliquant un coefficient sur chaque élément, ce qui donne un signal plus lisse. Ensuite, la figure A illustre les données du spectre de puissance pour le trajet de polarisation B.

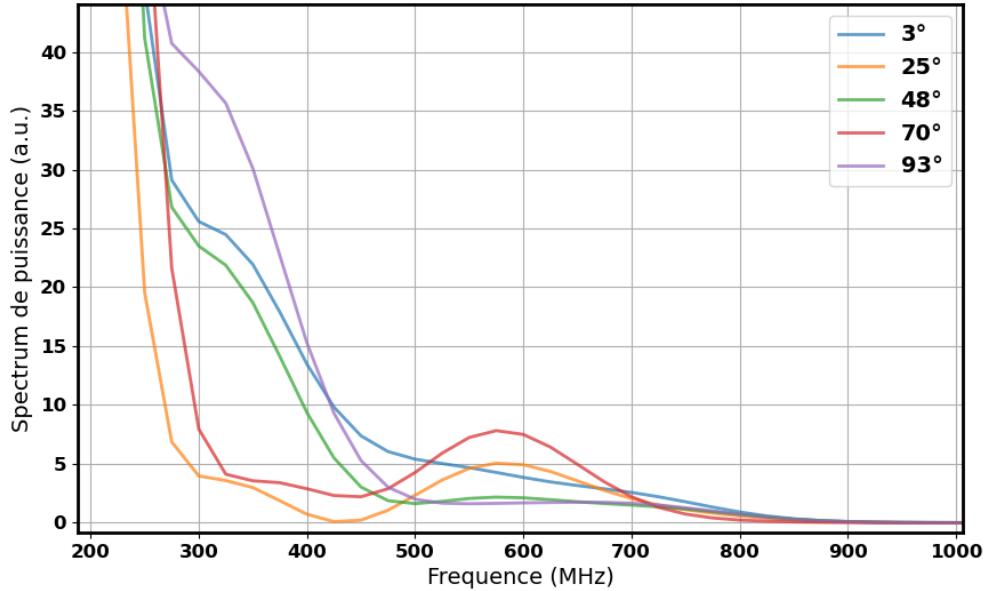


FIGURE 23 – Le spectre de puissance d'une impulsion avec un taille temporel de 4 ns interférente avec un état faiblement mesuré avec un délai de 167 ps dont le degré 3 est l'état  $|D\rangle$ , 25 est  $|R\rangle$ , 48 est  $|A\rangle$  et 70 est  $|L\rangle$ , puis 93 est de retour à  $|D\rangle$ . On remarque que les états linéaires, c'est-à-dire  $|D\rangle$  et  $|A\rangle$ , restent à 3,3 MHz, alors que  $|R\rangle$  et  $|L\rangle$  se situent à 5,8 MHz. Dont le pic initial (le plus à gauche) soit le pic central du spectre

Cela montre qu'un pic existe dans une polarisation linéaire (D et A) par rapport

à (R et L), correspondant à une différence de 250 MHz. Ce résultat ne suit pas le modèle de notre partie imaginaire, mais il démontre qu'il est possible de mesurer la partie imaginaire.

## 5 CONCLUSION

### 5.1 Conclusion sur la thèse

Nous avons maintenant démontré que nous pouvons caractériser complètement la partie réelle de la valeur faible, tout en montrant l'existence et la mesurabilité de la partie imaginaire. De plus, le résultat obtenu pour la partie réelle de la valeur faible montre que la symétrie quantique pour l'état de polarisation, lorsque les états d'entrée varient, est respectée et suit notre théorie dérivée. En utilisant le domaine temporel comme pointeur nous permet de caractériser la polarisation d'un système photonique quantique, ouvrant ainsi la voie à des applications intégrables dans les technologies quantiques plutôt qu'utilisant d'autres domaines du photon comme pointeur. Grâce à notre méthodologie interférométrique des mesures faibles, il est possible d'envisager des applications dans des technologies telles que les systèmes de télécommunication photonique quantique [17, 19], l'informatique quantique [46], la cryptographie quantique [47], la métrologie quantique et l'avancement sur nos mesure quantique précise [48].

### 5.2 Applications et projets futurs

Nos futurs travaux consisteront à déterminer la polarisation non linéaire à l'aide des décalages fréquentiels provoqués par notre décalage temporel du pointeur. Pour ce faire, nous pourrions concevoir un système photonique sophistiqué capable de mesurer de petits décalages fréquentiels. Nous pouvons envisager une expérience où nous remplacerions la source laser par quelque chose qui a une longueur de cohérence plus longue et qui nous permettrait d'introduire un délai encore plus grand, mais dans le régime de mesure faible, comme celui du laser HeNe, mais sous forme d'impulsions. Nous pourrions effectuer cette expérience en utilisant un modulateur acousto-optique couplé à un générateur d'impulsions. Ensemble ces dispositifs créent un deuxième

signal sous forme d’impulsion du laser HeNe décalé d’une fréquence connue. Cela nous permettrait de mesurer la variation des décalages fréquentiels du signal décalé en fonction des états de polarisation d’entrée et, ainsi, de mesurer avec succès la partie imaginaire de la valeur faible dans un système photonique quantique, comme dans : [49].

Nous pouvons conclure avec succès nos résultats expérimentaux au cours de ce projet, et laisser la porte ouverte à de futures perspectives en matière de mesures quantiques pour des applications technologiques.

## Références

- [1] Richard P. FEYNMAN. “Simulating physics with computers”. In : *International Journal of Theoretical Physics* 21.6 (1982), p. 467-488. DOI : 10.1007/BF02650179. URL : <https://doi.org/10.1007/BF02650179>.
- [2] John PRESKILL. *Quantum computing 40 years later*. 2023. arXiv : 2106.10522 [quant-ph]. URL : <https://arxiv.org/abs/2106.10522>.
- [3] Sergei SLUSSARENKO et Geoff J. PRYDE. “Photonic quantum information processing: A concise review”. In : *Applied Physics Reviews* 6.4 (oct. 2019), p. 041303. ISSN : 1931-9401. DOI : 10.1063/1.5115814. eprint : [https://pubs.aip.org/aip/apr/article-pdf/doi/10.1063/1.5115814/19739502/041303\\\_\\\_1\\\_\\\_online.pdf](https://pubs.aip.org/aip/apr/article-pdf/doi/10.1063/1.5115814/19739502/041303\_\_1\_\_online.pdf). URL : <https://doi.org/10.1063/1.5115814>.
- [4] James A. LEWIS et Georgia WOOD. *Quantum Technology Applications and Implications*. Rapp. tech. CSIS (Center for Strategic et International Studies), 2023.
- [5] Vicente MARTIN et al. “Quantum technologies in the telecommunications industry”. In : *EPJ Quantum Technology* 8.1 (2021), p. 19. DOI : 10.1140/epjqt/s40507-021-00108-9. URL : <https://doi.org/10.1140/epjqt/s40507-021-00108-9>.
- [6] David P. DiVINCENZO. “The Physical Implementation of Quantum Computation”. In : *Fortschritte der Physik* 48.9–11 (sept. 2000), 771–783. ISSN : 1521-3978. DOI : 10.1002/1521-3978(200009)48:9/11<771::aid-prop771>3.0.co;2-e. URL : [http://dx.doi.org/10.1002/1521-3978\(200009\)48:9/11<771::AID-PROP771>3.0.CO;2-E](http://dx.doi.org/10.1002/1521-3978(200009)48:9/11<771::AID-PROP771>3.0.CO;2-E).
- [7] Dan BROWNE et al. *From Quantum Optics to Quantum Technologies*. 2017. arXiv : 1707.02925 [quant-ph]. URL : <https://arxiv.org/abs/1707.02925>.
- [8] J.B. ALTEPETER, E.R. JEFFREY et P.G. KWIAT. “Photonic State Tomography”. In : sous la dir. de P.R. BERMAN et C.C. LIN. T. 52. Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics. Academic Press, 2005, p. 105-159. DOI : [https://doi.org/10.1016/S1049-250X\(05\)52003-2](https://doi.org/10.1016/S1049-250X(05)52003-2). URL : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1049250X05520032>.

- [9] Alexander TZALENCHUK et al. “The expanding role of National Metrology Institutes in the quantum era”. In : *Nature Physics* 18.7 (2022), p. 724-727. DOI : 10.1038/s41567-022-01659-z. URL : <https://doi.org/10.1038/s41567-022-01659-z>.
- [10] Jianwei WANG et al. “Integrated photonic quantum technologies”. In : *Nature Photonics* 14.5 (oct. 2019), 273–284. ISSN : 1749-4893. DOI : 10.1038/s41566-019-0532-1. URL : <http://dx.doi.org/10.1038/s41566-019-0532-1>.
- [11] A. EINSTEIN, B. PODOLSKY et N. ROSEN. “Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?” In : *Phys. Rev.* 47 (10 1935), p. 777-780. DOI : 10.1103/PhysRev.47.777. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.47.777>.
- [12] JOHN S. BELL. “On the Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics”. In : *Rev. Mod. Phys.* 38 (3 1966), p. 447-452. DOI : 10.1103/RevModPhys.38.447. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.38.447>.
- [13] John von NEUMANN et Robert T. BEYER. *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics: New Edition*. Princeton University Press, fév. 2018. ISBN : 9780691178561. DOI : 10.23943/princeton/9780691178561.001.0001. URL : <https://doi.org/10.23943/princeton/9780691178561.001.0001>.
- [14] Yakir AHARONOV, David Z. ALBERT et Lev VAIDMAN. “How the result of a measurement of a component of the spin of a spin-1/2 particle can turn out to be 100”. In : *Phys. Rev. Lett.* 60 (14 1988), p. 1351-1354. DOI : 10.1103/PhysRevLett.60.1351. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.60.1351>.
- [15] J.S. LUNDEEN et K.J. RESCH. “Practical measurement of joint weak values and their connection to the annihilation operator”. In : *Physics Letters A* 334.5 (2005), p. 337-344. ISSN : 0375-9601. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2004.11.037>. URL : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375960104016342>.
- [16] G. T. FOSTER et al. “Quantum State Reduction and Conditional Time Evolution of Wave-Particle Correlations in Cavity QED”. In : *Phys. Rev. Lett.* 85 (15 2000), p. 3149-3152. DOI : 10.1103/PhysRevLett.85.3149. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.85.3149>.

- [17] Nicolas BRUNNER et al. “Optical Telecom Networks as Weak Quantum Measurements with Postselection”. In : *Phys. Rev. Lett.* 91 (18 2003), p. 180402. DOI : 10.1103/PhysRevLett.91.180402. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.91.180402>.
- [18] Jeff LUNDEEN. “Generalized Measurement and Post-selection in Optical Quantum Information”. Thèse de doct. University of Toronto, 2006.
- [19] Nicolas BRUNNER et al. “Direct Measurement of Superluminal Group Velocity and Signal Velocity in an Optical Fiber”. In : *Physical Review Letters* 93.20 (2004). ISSN : 1079-7114. DOI : 10.1103/physrevlett.93.203902. URL : <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.203902>.
- [20] Nicolas BRUNNER et Christoph SIMON. “Measuring Small Longitudinal Phase Shifts: Weak Measurements or Standard Interferometry?” In : *Phys. Rev. Lett.* 105 (1 2010), p. 010405. DOI : 10.1103/PhysRevLett.105.010405. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.105.010405>.
- [21] Omar S MAGAÑA-LOAIZA et al. “Weak-value measurements can outperform conventional measurements”. In : *Physica Scripta* 92.2 (2016), p. 023001. DOI : 10.1088/1402-4896/92/2/023001. URL : <https://dx.doi.org/10.1088/1402-4896/92/2/023001>.
- [22] Jérémie HARRIS, Robert W. BOYD et Jeff S. LUNDEEN. “Weak Value Amplification Can Outperform Conventional Measurement in the Presence of Detector Saturation”. In : *Phys. Rev. Lett.* 118 (7 2017), p. 070802. DOI : 10.1103/PhysRevLett.118.070802. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.118.070802>.
- [23] Jeff S. LUNDEEN et al. “Direct measurement of the quantum wavefunction”. In : *Nature* 474.7350 (2011), p. 188-191. DOI : 10.1038/nature10120. URL : <https://doi.org/10.1038/nature10120>.
- [24] Jeff S. LUNDEEN et Charles BAMBER. “Procedure for Direct Measurement of General Quantum States Using Weak Measurement”. In : *Phys. Rev. Lett.* 108 (7 2012), p. 070402. DOI : 10.1103/PhysRevLett.108.070402. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.108.070402>.
- [25] A. HARIRI et al. “Experimental simultaneous readout of the real and imaginary parts of the weak value”. In : *Phys. Rev. A* 100 (3 2019), p. 032119. DOI : 10.1103/PhysRevA.100.032119. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.100.032119>.

- [26] G. S. THEKKADATH et al. “Direct Measurement of the Density Matrix of a Quantum System”. In : *Phys. Rev. Lett.* 117 (12 2016), p. 120401. DOI : 10.1103/PhysRevLett.117.120401. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.117.120401>.
- [27] Guillaume THEKKADATH. “Joint measurements of complementary properties of quantum systems”. Mém. de mast. University of Ottawa, 2017.
- [28] Fumihiro KANEDA et Paul G. KWIAT. *High-efficiency single-photon generation via large-scale active time multiplexing*. 2018. arXiv : 1803.04803 [quant-ph]. URL : <https://arxiv.org/abs/1803.04803>.
- [29] Hui DAI et al. “Towards satellite-based quantum-secure time transfer”. In : *Nature Physics* 16.8 (mai 2020), 848–852. ISSN : 1745-2481. DOI : 10.1038/s41567-020-0892-y. URL : <http://dx.doi.org/10.1038/s41567-020-0892-y>.
- [30] Luis José SALAZAR-SERRANO et al. “Measurement of sub-pulse-width temporal delays via spectral interference induced by weak value amplification”. In : *Phys. Rev. A* 89 (1 2014), p. 012126. DOI : 10.1103/PhysRevA.89.012126. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.89.012126>.
- [31] Aephraim M. STEINBERG. “How Much Time Does a Tunneling Particle Spend in the Barrier Region?” In : *Phys. Rev. Lett.* 74 (13 1995), p. 2405-2409. DOI : 10.1103/PhysRevLett.74.2405. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.74.2405>.
- [32] E. HECHT. *Optics*. Pearson, 2012. ISBN : 9788131718070. URL : <https://books.google.ca/books?id=wcMWPBMMzIkC>.
- [33] Yuval GEFEN. “Weak Measurement: A Peephole into the Quantum World”. In : *ICTP Colloquium Series*. Sous la dir. de Weizmann Institute of SCIENCE. 2017.
- [34] Yakir AHARONOV, Eliahu COHEN et Avshalom C. ELITZUR. “Foundations and applications of weak quantum measurements”. In : *Phys. Rev. A* 89 (5 2014), p. 052105. DOI : 10.1103/PhysRevA.89.052105. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.89.052105>.
- [35] David J. GRIFFITHS et Darrell F. SCHROETER. *Introduction to Quantum Mechanics*. 3<sup>e</sup> éd. Cambridge University Press, 2018.
- [36] P.J.E. (Phillip James Edwin) PEEBLES. *Quantum Mechanics*. Princeton University Press, 1992.

- [37] THORLABS. *NPL64B - Nanosecond Pulsed Laser Diode System, 640 nm, 5 - 39 ns Adjustable Pulse Width*. <https://www.thorlabs.com/thorproduct.cfm?partnumber=NPL64B>. Consulté le 25 février 2025.
- [38] TEKTRONIX. *TDS5000 Series Digital Phosphor Oscilloscope User Manual*. Document Number: 071-0858-05. Tektronix, Inc. Beaverton, OR, USA, 2002. URL : <https://www.tek.com/document/manual/tds5000-series-digital-phosphor-oscilloscope-user-manual>.
- [39] THORLABS. *DET025A - 2 GHz Si Free-Space Photodetector with Window, 400 - 1100 nm, 8-32 Tap*. <https://www.thorlabs.com/thorproduct.cfm?partnumber=DET025A>. Consulté le 25 février 2025.
- [40] MULTICOMP PRO. *RF / Coaxial Cable Assembly, BNC Straight Plug, BNC Straight Plug, RG58, 50 ohm*. <https://canada.newark.com/multicomp-pro/24-15626/rf-coax-bnc-straight-plug-10ft/dp/83X8079>. Consulté le 28 mars 2025.
- [41] AMERICAN RADIO RELAY LEAGUE (ARRL). *The ARRL Handbook for Radio Communications*. 96th. Newington, CT : ARRL, 2019. ISBN : 978-1-62595-087-1.
- [42] THORLABS. *2249-C-12 Specification Sheet*. Rev A, August 6, 2021. 2021. URL : <https://www.thorlabs.com>.
- [43] THORLABS. *Motorized Precision Rotation Mount*. [https://www.thorlabs.com/newgroupage9.cfm?objectgroup\\_id=2875](https://www.thorlabs.com/newgroupage9.cfm?objectgroup_id=2875). Consulté le 28 février 2025.
- [44] PYLABLIB DEVELOPERS. *Thorlabs Kinesis Device Support in PyLabLib*. Accessed: 2025-02-28. 2024. URL : [https://pylablib.readthedocs.io/en/latest/devices/Thorlabs\\_kinesis.html](https://pylablib.readthedocs.io/en/latest/devices/Thorlabs_kinesis.html).
- [45] Weining LIU, Yisen WANG et Hailu LUO. “Precision estimation of time delay based on weak measurement with real weak value”. In : *Phys. Rev. A* 108 (5 2023), p. 052606. DOI : 10.1103/PhysRevA.108.052606. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.108.052606>.
- [46] John C. HOWELL et al. “Interferometric weak value deflections: Quantum and classical treatments”. In : *Phys. Rev. A* 81 (3 2010), p. 033813. DOI : 10.1103/PhysRevA.81.033813. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.81.033813>.

- [47] James E. TROUPE et Jacob M. FARINHOLT. *Quantum Cryptography with Weak Measurements*. 2017. arXiv : 1702.04836 [quant-ph]. URL : <https://arxiv.org/abs/1702.04836>.
- [48] Jing-Hui HUANG et al. “Enhancing Interferometry Using Weak Value Amplification with Real Weak Values”. In : *Phys. Rev. Lett.* 134 (8 2025), p. 080802. DOI : 10.1103/PhysRevLett.134.080802. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.134.080802>.
- [49] Richard WAGNER et al. “Direct experimental test of commutation relation via imaginary weak value”. In : *Phys. Rev. Res.* 3 (2 2021), p. 023243. DOI : 10.1103/PhysRevResearch.3.023243. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevResearch.3.023243>.

## ANNEXE A : Tableaux de l'expérience de la vitesse de la lumière

TABLE 4 – Résultats des temps d'arrivées et écart-type de différent ajustement de courbe pour l'expérience de la vitesse de la lumière

Type de fit	Longueur du câble (cm)	Temps d'arrivée (ns)	Écart-type (ns)	Qualité du fit
poly2	0	4.71331	0.00540	0.65535
poly2	5.08	4.89051	0.00260	0.67606
poly2	10.16	5.06522	0.00269	0.62149
poly2	20.32	5.39393	0.00350	0.68970
poly2	40.64	6.07951	0.00302	0.61930
poly2	60.96	6.76310	0.00531	0.66085
poly2	81.28	7.44000	0.00568	0.62715
poly2	101.6	8.11442	0.00226	0.66930
poly2	121.92	8.79659	0.00352	0.65540
poly3	0	4.72475	0.01273	0.65280
poly3	5.08	4.90564	0.00548	0.67392
poly3	10.16	5.07506	0.00277	0.62064
poly3	20.32	5.41906	0.00608	0.68383
poly3	40.64	6.08960	0.00444	0.61804
poly3	60.96	6.76516	0.01389	0.65857
poly3	81.28	7.45457	0.01290	0.62294
poly3	101.6	8.12238	0.01007	0.66779
poly3	121.92	8.80146	0.01551	0.65261
poly4	0	4.72134	0.00366	0.64088
poly4	5.08	4.89551	0.00187	0.66138
poly4	10.16	5.07134	0.00393	0.60899
poly4	20.32	5.31017	0.21437	0.67474
poly4	40.64	6.08475	0.00196	0.60412
poly4	60.96	6.76839	0.00235	0.64813
poly4	81.28	7.44816	0.00308	0.61352
poly4	101.6	8.11833	0.00449	0.65716
poly4	121.92	8.80287	0.00408	0.64269

Continued on next page

Type de fit	Longueur du câble (cm)	Temps d'arrivée (ns)	Écart-type (ns)	Qualité du fit
poly5	0	4.72634	0.00810	0.64049
poly5	5.08	4.80277	0.20913	0.66133
poly5	10.16	4.99172	0.18918	0.60878
poly5	20.32	5.11453	0.26545	0.67455
poly5	40.64	6.08785	0.00248	0.60394
poly5	60.96	6.96124	0.26574	0.64786
poly5	81.28	7.35435	0.21549	0.61320
poly5	101.6	8.12024	0.00382	0.65707
poly5	121.92	8.80513	0.00999	0.64219
poly6	0	4.72661	0.00817	0.63983
poly6	5.08	4.97781	0.18094	0.66097
poly6	10.16	5.07586	0.00696	0.60835
poly6	20.32	5.40079	0.00798	0.67433
poly6	40.64	6.08851	0.00310	0.60386
poly6	60.96	6.86658	0.21361	0.64768
poly6	81.28	7.35519	0.21417	0.61316
poly6	101.6	8.12101	0.00479	0.65679
poly6	121.92	8.80259	0.00943	0.64184
poly7	0	4.71966	0.01125	0.63930
poly7	5.08	4.81158	0.19912	0.66074
poly7	10.16	5.07004	0.00832	0.60817
poly7	20.32	5.40111	0.00790	0.67401
poly7	40.64	6.08673	0.00729	0.60372
poly7	60.96	6.67275	0.21349	0.64746
poly7	81.28	7.44627	0.00925	0.61295
poly7	101.6	8.11835	0.00488	0.65661
poly7	121.92	8.81123	0.30484	0.64079
poly8	0	4.72029	0.01048	0.63920
poly8	5.08	4.81604	0.19913	0.66011
poly8	10.16	5.07020	0.00792	0.60801
poly8	20.32	5.40480	0.00838	0.67384

Continued on next page

Type de fit	Longueur du câble (cm)	Temps d'arrivée (ns)	Écart-type (ns)	Qualité du fit
poly8	40.64	6.08686	0.00920	0.60324
poly8	60.96	6.67051	0.19889	0.64680
poly8	81.28	7.43096	0.33318	0.61283
poly8	101.6	7.92769	0.20935	0.65582
poly8	121.92	8.42229	0.13732	0.64046
poly9	0	4.72486	0.33006	0.63897
poly9	5.08	4.70720	0.22780	0.65972
poly9	10.16	4.88903	0.22563	0.60786
poly9	20.32	5.20094	0.25460	0.67365
poly9	40.64	5.80773	0.23018	0.60284
poly9	60.96	6.38899	0.10911	0.64666
poly9	81.28	7.09352	0.15865	0.61282
poly9	101.6	7.69569	0.08447	0.65868
poly9	121.92	8.38099	0.05428	0.64209
fourier1	0	4.71572	0.00457	0.64231
fourier1	5.08	4.89408	0.00229	0.66186
fourier1	10.16	5.06706	0.00226	0.60996
fourier1	20.32	5.39963	0.00321	0.67576
fourier1	40.64	6.08169	0.00254	0.60503
fourier1	60.96	6.76347	0.00355	0.64888
fourier1	81.28	7.44291	0.00361	0.61461
fourier1	101.6	8.11617	0.00191	0.65769
fourier1	121.92	8.79741	0.00198	0.64380
fourier2	0	4.72877	0.01125	0.64064
fourier2	5.08	4.89736	0.00518	0.66119
fourier2	10.16	4.99303	0.19275	0.60877
fourier2	20.32	5.40637	0.00155	0.67472
fourier2	40.64	6.08968	0.00487	0.60397
fourier2	60.96	6.77192	0.00455	0.64791
fourier2	81.28	7.45179	0.00598	0.61331
fourier2	101.6	7.93620	0.25209	0.65693

Continued on next page

Type de fit	Longueur du câble (cm)	Temps d'arrivée (ns)	Écart-type (ns)	Qualité du fit
fourier2	121.92	8.89100	0.19440	0.64262
fourier3	0	4.63993	0.18354	0.63971
fourier3	5.08	4.89476	0.00496	0.66074
fourier3	10.16	5.07082	0.01047	0.60822
fourier3	20.32	5.30076	0.21511	0.67417
fourier3	40.64	6.08743	0.00893	0.60372
fourier3	60.96	6.76993	0.00735	0.64743
fourier3	81.28	7.44726	0.01016	0.61299
fourier3	101.6	8.12069	0.01187	0.65622
fourier3	121.92	8.71801	0.19372	0.64159
fourier4	0	4.72830	0.01700	0.63849
fourier4	5.08	4.82117	0.19003	0.65918
fourier4	10.16	5.16231	0.16442	0.60734
fourier4	20.32	5.32363	0.21445	0.67340
fourier4	40.64	6.18942	0.19740	0.60294
fourier4	60.96	6.85717	0.18283	0.64564
fourier4	81.28	7.47014	0.00785	0.61182
fourier4	101.6	8.01239	0.20774	0.65498
fourier4	121.92	8.80669	0.04605	0.63934
fourier5	0	4.71827	0.03783	0.63602
fourier5	5.08	4.81994	0.18129	0.65602
fourier5	10.16	4.99705	0.21753	0.60598
fourier5	20.32	5.30335	0.20536	0.67253
fourier5	40.64	6.09325	0.01973	0.60150
fourier5	60.96	6.60507	0.26801	0.64472
fourier5	81.28	7.44084	0.06341	0.61077
fourier5	101.6	7.96551	0.26103	0.65341
fourier5	121.92	8.70882	0.22482	0.63844
fourier6	0	4.67487	0.21258	0.63513
fourier6	5.08	4.87912	0.30044	0.65545
fourier6	10.16	5.01425	0.15367	0.60510

Continued on next page

Type de fit	Longueur du câble (cm)	Temps d'arrivée (ns)	Écart-type (ns)	Qualité du fit
fourier6	20.32	5.40065	0.04759	0.67185
fourier6	40.64	6.02640	0.20386	0.60054
fourier6	60.96	6.82890	0.21281	0.64294
fourier6	81.28	7.56540	0.18348	0.61024
fourier6	101.6	8.01208	0.20554	0.65208
fourier6	121.92	8.67386	0.20449	0.63782
gauss1	0	4.71424	0.00450	0.64553
gauss1	5.08	4.89228	0.00232	0.66632
gauss1	10.16	5.06612	0.00245	0.61264
gauss1	20.32	5.39707	0.00293	0.67962
gauss1	40.64	6.08066	0.00273	0.60835
gauss1	60.96	6.76292	0.00380	0.65146
gauss1	81.28	7.44163	0.00415	0.61718
gauss1	101.6	8.11554	0.00192	0.66113
gauss1	121.92	8.79674	0.00190	0.64651

TABLE 5 – Mesure de la vitesse de la lumière pour différent ajustement de courbe

Type de fit	Vitesse mesurée (m/s)	Vitesse théorique (m/s)	Erreur (%)	Qualité du fit
poly2	298948041	299792458	0.2817	0.0048
poly3	299593785	299792458	0.0663	0.0061
poly4	297557352	299792458	0.7456	0.0361
poly5	291020596	299792458	2.9260	0.1405
poly6	302282720	299792458	0.8307	0.0605
poly7	297220542	299792458	0.8579	0.0440
poly8	320556240	299792458	6.9261	0.0943
poly9	326791560	299792458	9.0059	0.0690
fourier1	299104313	299792458	0.2295	0.0042

Continued on next page

Type de fit	Vitesse mesurée (m/s)	Vitesse théorique (m/s)	Erreur (%)	Qualité du fit
fourier2	299334235	299792458	0.1528	0.0874
fourier3	298537843	299792458	0.4185	0.0546
fourier4	300580478	299792458	0.2629	0.0943
fourier5	303509743	299792458	1.2400	0.0682
fourier6	301689685	299792458	0.6328	0.0907
gauss1	299025597	299792458	0.2558	0.0044

## ANNEXE B : Validation de la précision fréquentiel par l'effet Doppler

Pour illustrer ce phénomène, imaginez-vous sur une rue. Quand une ambulance d'urgence arrive de votre côté gauche, vous remarquerez que le bruit semble plus aigu. Par contre, si elle se dirige vers votre droite, le bruit semble grave. Cet effet est causé par l'effet Doppler, qui fait varier la fréquence selon la vitesse de la source en relation de l'observateur ou récepteur. Ce principe s'applique à toutes les ondes. Pour les ondes électromagnétiques, on parle de décalage vers le rouge lorsque la fréquence diminue et de décalage vers le bleu quand elle augmente. On observe souvent ce phénomène dans des phénomènes astronomiques, comme quand la lumière traverse un espace-temps courbé ou compressé. L'effet Doppler est décrit par les relations physiques suivantes :

$$\Delta f = \frac{\Delta v}{c} f_0 \quad (130)$$

Le changement de fréquence est directement proportionnel à différence de vitesse  $\Delta v \equiv -(v_r - v_s)$  entre la vitesse de la source de l'onde  $v_s$  et la vitesse du récepteur ou observateur  $v_r$ . Soit  $c$  la vitesse de la lumière et  $f_0$  la fréquence initiale de l'onde. Donc, la fréquence mesurée de l'observateur sera :

$$f = \left(1 + \frac{\Delta v}{c}\right) f_0 \quad (131)$$

Nous savons qu'en mesurant un changement spectral, le laser a souvent une fréquence initiale dans les ordres des *THz*. Donc, il semble difficile de mesurer les décalages fréquentiels, si les décalages sont dans les ordres des *kHz* ou même dans les *Hz*. Ceci arrive lors d'une mesure à faible temporel. Le décalage fréquentiel d'une mesure faible temporel se décrit par la partie imaginaire de la valeur faible :

$$\langle \hat{\omega} \rangle \equiv \frac{\tau}{8\sigma^2} \sin(2\theta) \quad (132)$$

Cela signifie qu'une impulsion possédant une taille  $\sigma$  de 4 à 10 ns du profil temporel, le délai  $\tau$  utilisé pour une mesure faible est souvent d'environ 10 % de sa taille, donc au moins 0,4 à 1 ns. Si on veut les meilleurs résultats possibles pour une mesure faible, il faut un délai plus petit que ça. Le délai effectué pour les résultats obtenus pour la partie réelle de la valeur faible à date est dans l'ordre des picosecondes, soit 167 à 210 ps. Donc, ces derniers nous donnent des décalages fréquentiels de 3 kHz pour une taille de 10 ns et une mesure faible de 167 ps avec une résolution de 5 degrés dans les parties les plus petites du sinusoïdal  $\sin(2\theta)$  (Le  $2\theta$  représente une lame demi-onde dont  $\theta' \equiv 2\theta$  représente l'angle actuel de la lame d'onde). Toutefois, il serait intéressant de quantifier ces décalages fréquentiels, comme le ferait un radar Doppler. Nous mesurons les décalages fréquentiels par rapport à un délai temporel induit par notre mesure faible. Cependant, nous devons savoir si nous sommes capables de mesurer des décalages fréquentiels aussi petits. L'expérience suivante sert à évaluer notre capacité à quantifier des décalages fréquentiels. Nous allons tenter de mesurer le décalage fréquentiel dans un interféromètre induit par l'effet Doppler. Cette expérience repose sur la technique d'interférométrie hétérodyne, où un laser émet à une fréquence de départ, soit  $f_0$ . Le miroir bouge à une vitesse  $v$  ensuite, nous interférons avec la nouvelle fréquence avec celle initiale pour mesurer le décalage.

L'expérience consiste en un laser pulsé dont son signal subit une séparation de ses bases de polarisation par une séparatrice de faisceau polarisant (PBS). L'une d'elles, soit celui horizontal, subit un effet Doppler par un miroir de transition motorisé à la place d'un miroir stationnaire, figure 16, tandis que l'autre sert à notre fréquence de référence (fréquence initiale (la source)). Les deux bras sont ensuite recombinés avec un autre PBS et analysés à l'aide d'un oscilloscope. L'oscilloscope utilise un

mode d'acquisition de données à haute résolution, ce qui entraîne une diminution de la réponse, qui passe de 1 en mode continu à 0,63 (fréquence égale à la moitié de la fréquence d'échantillonnage) dans son mode. Ensuite, nous appliquons le mode MATH avec l'option spectrale magnitude pour observer le spectre du signal. Ce dernier applique une transformation de Fourier rapide sur le signal pour passer du profil temporel au profil spectral. Lors de l'expérience, nous déplaçons le miroir de transition à l'aide d'un code Python à une vitesse de  $0,27 \text{ cm/s}$  (30 % de la vitesse maximale du miroir motorisé) sur une distance de  $0,585 \text{ cm}$ . Calculons théoriquement que sera la valeur dont la fréquence initiale de  $467.33 \text{ THz}$  sera décalée.

$$\Delta f = \frac{2\Delta v}{c} f_0 \quad (133)$$

$$= \frac{2 * (0.0027 \text{ m/s})}{299792458 \text{ m/s}} (467.33 * 10^{12} \text{ (1/s)}) \quad (134)$$

$$= 8.418 \text{ kHz} \quad (135)$$

Le facteur 2 est utilisé pour compenser le trajet aller-retour du faisceau. Sur le graphique obtenu à l'aide de l'oscilloscope, on devrait voir apparaître un pic à  $8.4 \text{ kHz}$  causé par l'effet Doppler. Dès que notre miroir de transition a atteint sa vitesse maximale, l'oscilloscope capture une mesure du signal.

Voici le résultat obtenu au lab,

La figure 24 illustre l'ensemble des données recueillies en laboratoire lors de la détermination de l'effet Doppler. Comme nous l'avons souligné par avant, un pic devrait apparaître autour de  $\sim 8 \text{ kHz}$ . Notre laser fonctionnant à un taux de répétition de  $1 \text{ MHz}$ , prenons ce premier pic de fréquence comme point de repère. Voici un agrandissement de cette zone dans la figure 25.

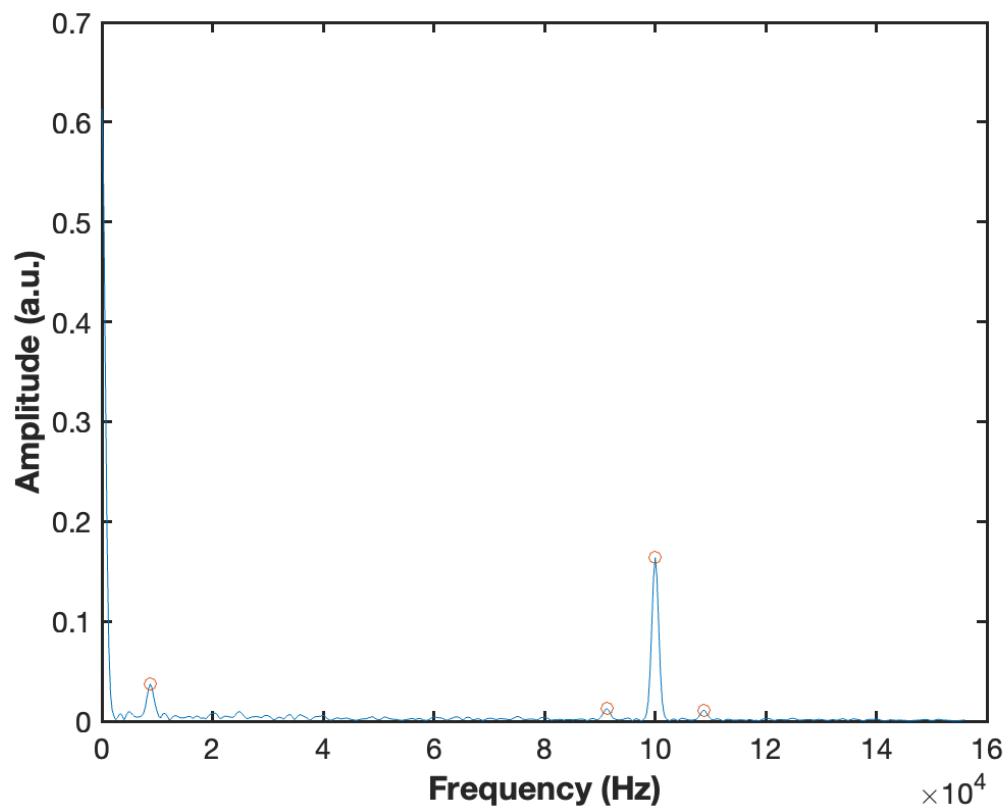


FIGURE 24 – Ensemble du spectre obtenu de l'oscilloscope pendant l'effet Doppler

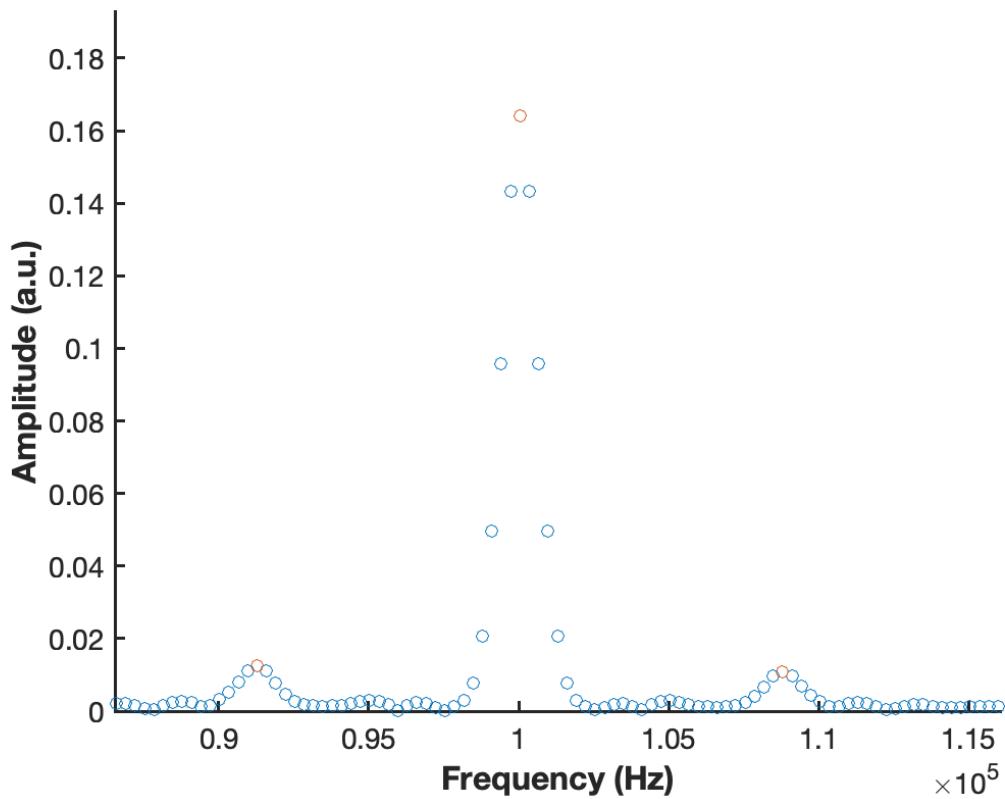


FIGURE 25 – Agrandissement du spectre à 1MHz de la figure 24

D'après notre analyse de donnée, nous déterminons que le décalage fréquentiel causé par l'effet Doppler est estimé à  $8,7535 \text{ kHz}$ . Noté que les pics avant et après le pic central étaient absents avant de bouger le miroir de transition. Ces résultats sont très encourageants, car ils suggèrent qu'il est théoriquement possible de quantifier le décalage fréquentiel causé par une mesure temporelle.