

**Caractérisation directe d'un état de polarisation à l'aide des mesures
faibles temporelles**

Thèse présentée à la faculté des sciences de l'université de Moncton
pour l'obtention du grade de
maîtrise ès sciences et spécialisation physique (M. Sc.)

Shane Gervais
A00198792

Département de physique et d'astronomie
Université de Moncton

DATE

Composition du jury

Président du jury : **noms**
Professeur,
Université de Moncton

Examineur interne : **noms**
Professeur,
Université de Moncton

Examineur externe : **noms**
Professeur,
Université de **noms de l'uni**

Directeur de thèse : Lambert Giner
Professeur,
Université de Moncton

Remerciements

Sommaire

Abstract

Table des matières

Page titre	i
Composition du jury	ii
Remerciements	iii
Sommaire	iv
Abstract	v
Liste des tableaux	viii
Liste des figures	ix
Liste des symboles	x
1 INTRODUCTION DES PROCÉDURES DIRECTES POUR LES MESURES QUANTIQUES	1
1.1 La notion des mesures quantiques	1
1.2 Les procédures des mesures directes	4
1.2.1 Avec mesure forte	5
1.2.2 Avec mesure faible	7
1.3 Motivation de la thèse	10
2 LES MESURES FAIBLES TEMPORELLES ET FRÉQUENCIELLES D'UN SYSTÈME QUANTIQUE	11
2.1 Proposition d'une procédure directe avec des mesures temporelles faibles	11
2.2 Relation d'un délai temporel et la valeur faible de l'état de polarisation	12
2.2.1 La partie réelle du système	12
2.2.2 La relation d'une mesure temporelle et un décalage de fréquence	12
2.2.3 La partie imaginaire du système	12
2.3 Proposition expérimentale pour la caractérisation de la valeur faible .	13
3 MESURE EXPÉRIMENTALE DIRECTE D'UN ÉTAT DE POLARISATION EN UTILISANT UNE MESURE FAIBLE TEMPORELLE	14
3.1 Acquisition de donnée et mesure d'un délai en utilisant un oscilloscope	14
3.1.1 Fonctionnement d'un oscilloscope	14
3.1.2 Acquisition du délai temporel	14
3.1.3 Note physique sur la réalité de l'acquisition	14
3.2 Caractérisation de la partie réelle de la valeur faible	15
3.2.1 Montage expérimental	15
3.2.2 Résultats expérimentaux sur la partie réelle	15
3.3 Caractérisation de la partie imaginaire de la valeur faible	16

3.3.1	**SECTION SUR LA MÉTHODE DE MESURE SUR LES DÉCALAGES DE FRÉQUENCE	16
3.3.2	**SECTION SUR LE MONTAGE DE LA PARTIE IMAGINAIRE	16
3.3.3	**SECTION SUR LES RÉSULTATS	16
4	CONCLUSION	17
4.1	Discussion des résultats expérimentaux	17
4.2	Conclusion sur la thèse	18
4.3	Applications et projet de future	19

Liste des tableaux

Table des figures

1	L'état du dé en superposition et puisque réduit à une de ses valeurs .	2
2	Un Frederiksen voltmètre appartenant au département qui mesure le voltage d'un aliment électrique. Ici, l'aiguille du voltmètre serait le pointeur qui «pointe» (mesure) à une valeur de 10V pour le système (l'aliment).	3

Liste des symboles

1 INTRODUCTION DES PROCÉDURES DIRECTES POUR LES MESURES QUANTIQUES

1.1 La notion des mesures quantiques

Les mesures en physique ont toujours troublé les scientifiques et les philosophes depuis aussi longtemps qu'on puisse l'imaginer. Même l'idée d'une mesure simple comme telle que la mesure de la taille d'une personne pourrait être discutée en profondeur. De nombreux éléments sont à prendre en compte, tel que la définition du point de départ et du point d'arrivée de la mesure, les unités ou la méthodologie à utiliser pour mesurer la taille de la personne, on considère-tu la hauteur de ses cheveux ou pas ? Qu'est-ce que sont les incertitudes de nos mesures, etc. Aujourd'hui, nous discutons ces idées en profondeur dans nos cours d'expérimental au baccalauréat. Ce n'est qu'au cours des années 1900 que le domaine de la mécanique quantique a été introduit, ce qui a encore compliqué ces notions de mesures. Il y a encore beaucoup de physiciens et philosophes qui décrivent les mesures quantiques comme étant « problème ». C'est les travaux de Paul Dirac et Jon von Neumann qui ont débuté en 1930 sur les principes des mesures quantiques. Dans cette section, nous discuterons principalement de l'approche de John von Neumann concernant les mesures en mécanique quantique et de la manière dont elle est utilisée dans des procédures directes d'une mesure d'un état quantique à l'aide des mesures faibles. Premièrement, la façon qu'on interprète la description de Paul Dirac des mesures quantiques c'est avec des observables. En mécanique quantique, les observables sont des opérateurs qui peuvent être appliqués à un état quantique pour réduire physiquement l'état à l'une de ses valeurs propres associées à son état propre mesuré $\hat{A}|\Psi\rangle = a_i|\psi_i\rangle$ dont a_i une valeur propre de l'observable \hat{A} que l'état quantique $|\Psi\rangle$ est réduit dessus. Cet état se décrit comme étant $|\Psi\rangle \equiv \sum_i^N c_i |\psi_i\rangle$, qui vit dans un espace d'Hilbert $ket\Psi \in \mathcal{H}$ a dimension N avec des vecteurs propres $|\psi_i\rangle$ chacun associé avec un coefficient de probabilité c_i où chaque élément dans cet espace est un état $|\psi_i\rangle$ possible auquel l'état quantique $|\Psi\rangle$ peut se réduire quand elle est mesurée. Les observables sont simplement des propriétés physiques d'un système, comme la taille d'une personne ou la position d'une particule. Classiquement, des mesures de ces observables sont analysées avec une méthode statistique, soit l'inférence bayésienne, pour déterminer sa valeur et son incertitude. En mécanique quantique, la méthode statistique est plus probabiliste que la mécanique classique dont simplement mesurer le système change le résultat à chaque fois. Nous pouvons utiliser comme analogie un dé à six faces en tant d'un état quantique, sa valeur comme observable et nous comme l'observateur.

On tire le dé et note sa valeur. Avant de lancer le dé, l'état du dé peut s'exprimer par une superposition de toutes ses valeurs possibles (de 1 à 6). Après le lancer, le dé est tombé sur une de ses faces et son état est parfaitement défini comme étant la valeur inscrite sur cette face. Définissons l'état du dé avant le lancer comme étant la superposition des états propres représentant chaque face du dé soit $|1\rangle, |2\rangle \dots |6\rangle$ avec des probabilités égales de $\frac{1}{\sqrt{6}}$ à chacun des états propres. Après le lancer, le dé se trouve à d'être dans l'un de ses états propres. Donc, en mécanique quantique, l'état d'un système quantique est une superposition de tous ses vecteurs. Lors d'une mesure, l'état se réduit à une de ces valeurs propres.

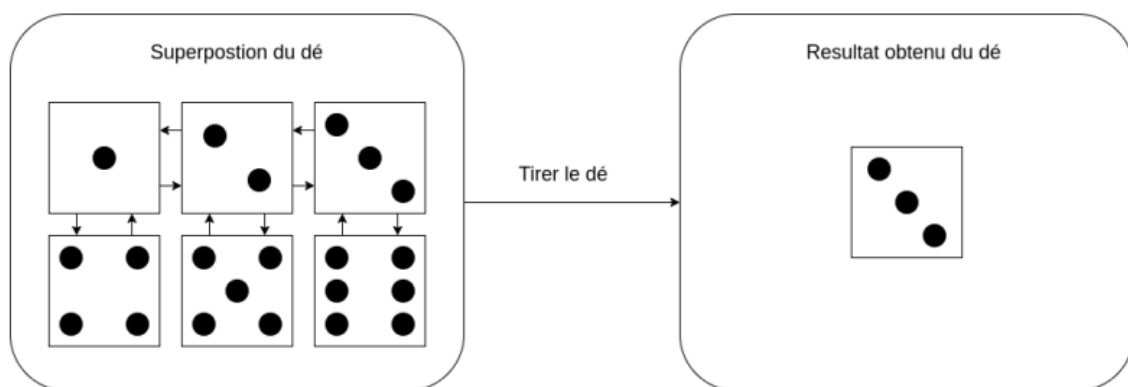


FIGURE 1 – L'état du dé en superposition et puisque réduit à une de ses valeurs

Les observables sont ce que nous pouvons physiquement observer, mais nous n'obtenons pas toute l'information du système quantique simplement par ses observables. Même en sciences humaines, nous pouvons faire des observations sur une personne, comme son ton ou ses goûts personnels, mais nous ne comprendrons toujours pas cette personne à son juste niveau, nous y reviendrons plus tard. En physique, nous pouvons mesurer l'intensité de la lumière, mais nous ne pouvons pas mesurer directement son champ électrique. Ensuite, von Neumann décrit les mesures quantiques étant comme la dualité des observables et le système quantique. Ceci veut dire que nous pouvons décrire un système S pour être couplé avec un l'appareil de mesure utiliser qui s'appelle le «pointeur» P . Le mot «pointeur» est utilisé en hommage d'une aiguille qui «pointe» au résultat de la mesure. En utilisant l'exemple d'un voltmètre qui mesure le voltage d'une source électrique, nous pourrions dire que l'aiguille était initialement à la position zéro $|\xi = 0\rangle$ puis, une fois que nous avons interagi avec le système (mesuré le système), l'aiguille est déplacée de $|\xi = \delta V\rangle$ et ce résultat est $|\xi = 10V\rangle$.

Ce dernier signifie que nous pouvons constater que la procédure d'une me-

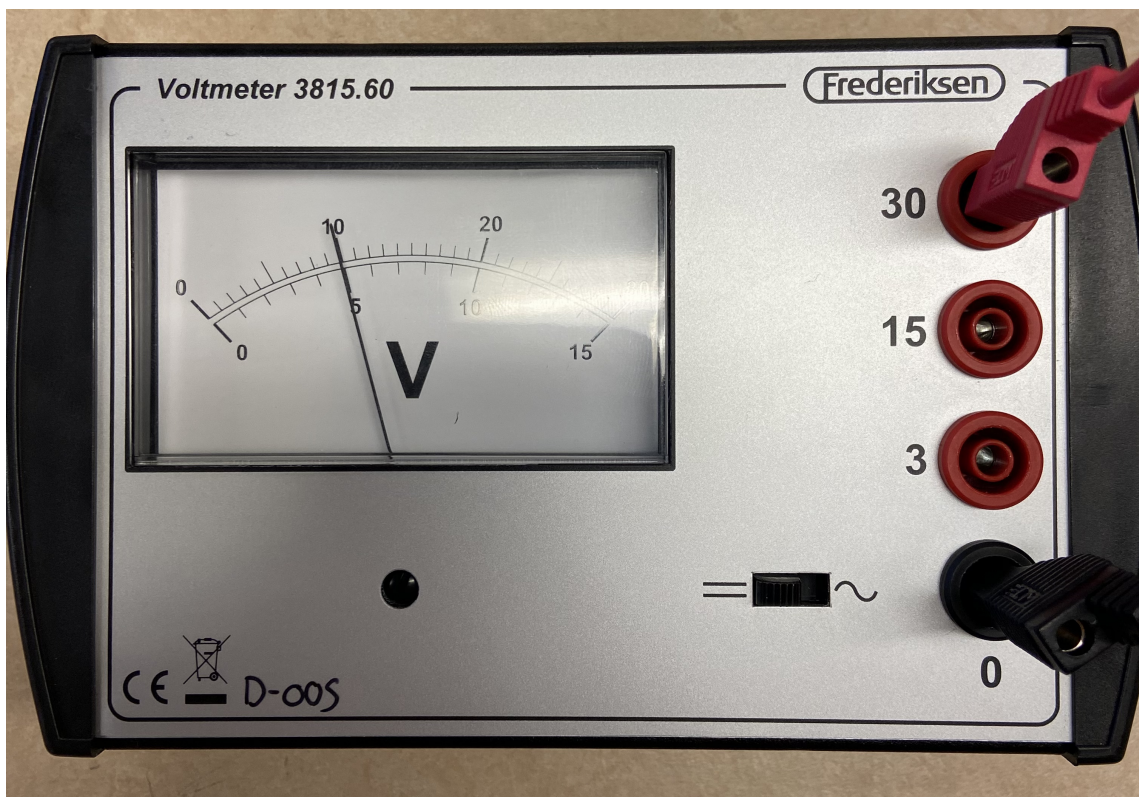


FIGURE 2 – Un Frederiksen voltmètre appartenant au département qui mesure le voltage d'un aliment électrique. Ici, l'aiguille du voltmètre serait le pointeur qui «pointe» (mesure) à une valeur de 10V pour le système (l'aliment).

sure quantique se compose de la préparation de l'état, soit préparé l'espèce (système) qu'on veut mesurée, la mesure elle-même $\hat{\pi}$ soit l'interaction entre le système et l'appareil de mesure (pointeur) et ensuite la registration de la mesure. Ce que von Neumann décrit comme une mesure quantique est ce que nous appelons aujourd'hui le modèle standard. La section suivante sera consacrée à la description des procédures de mesures directes d'un état quantique général avec cette méthodologie.

1.2 Les procédures des mesures directes

À partir de l'interprétation de von Neumann des mesures quantiques, écrivons une procédure pour mesurer un état particulier soit $|\psi\rangle$ d'un système \hat{S} dont $|\psi\rangle \in \hat{S}$. L'appareil de mesure ou le pointeur \hat{P} , pour des utilisations ultérieures dans cette thèse nous allons utiliser des impulsions gaussien comme pointeur, sera d'obtenir le décalage δ d'une fonction $|\zeta(x)\rangle$ avec un profil gaussien et dans le domaine d'une variable indépendante étant x dont $|\zeta(x)\rangle \in \hat{P}$. Supposons que le décalage δ soit sur et dans le même domaine que la variable x , comme l'aiguille du voltmètre qui commence à $V_i = 0V$ et après $V_f = 0V + 10V$ où $\delta = 10V$. L'hamiltonien du système total comprenant le système mesuré et le pointeur s'écrit :

$$\mathcal{H} = g(\hat{S} \otimes \hat{P}) \quad (1)$$

Soit g la force de couplage entre le système et le pointeur qui est proportionnelle au décalage de la variable du pointeur comme $g \propto \frac{-\hbar\delta}{it}$ où $\ll t \gg$ soit le temps d'interaction entre l'appareil et le système. Cet-à-dire l'opérateur d'interaction s'écrit :

$$\hat{U} = e^{-\frac{i\mathcal{H}t}{\hbar}} = e^{\frac{-igt}{\hbar}(\hat{S} \otimes \hat{P})} \quad (2)$$

Ce dernier est un opérateur unitaire et ce qui nous permettons d'effectuer une mesure sur le système quantique. On peut alors écrire les étapes de la procédure de mesurer un état $|\psi\rangle$. Initialement, on écrit l'état désirable à mesurer avec les bases orthogonales $|0\rangle$ et $|1\rangle$ comme le suivant :

$$|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle \quad (3)$$

Dont a et b sont des paramètres pour chaque bases où $|a|^2 + |b|^2 = 1$. Les bases choisi peuvent être soit la polarisation $|H\rangle$ et $|V\rangle$, $|D\rangle$ et $|A\rangle$ ou même le spin $|\uparrow\rangle$ et $|\downarrow\rangle$, etc... Ensuite le pointeur dans sa position initial s'écrit :

$$|\zeta(x)\rangle = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)^{1/2}} e^{\frac{-x^2}{4\sigma^2}} \quad (4)$$

On définit l'étape de préparation Σ d'un état désirable à mesurer d'être dans un état total $|\Psi_i\rangle$ initialement :

$$|\Psi_i\rangle \equiv |\psi\rangle \otimes |\zeta(x)\rangle \quad (5)$$

Les prochaines sous-section sont dédiées à démontrer la différence entre une mesure qu'on appelle forte et une qui est faible.

1.2.1 Avec mesure forte

Appliquons l'opérateur d'interaction sur état préparé. Nous pouvons appliquer l'opérateur sur les deux bases ou sur les bases individuel. Pour la simplicité et de l'applications ultérieures, nous allons seulement l'appliquer sur un état de base soit $|0\rangle$ donné sur l'opérateur par \hat{U}^0 ,

$$\hat{U}^0 |\Psi_i\rangle = \hat{U}^0 [|\psi\rangle \otimes |\zeta(x)\rangle] \quad (6)$$

$$= \hat{U}^0 [a |0\rangle \otimes |\zeta(x)\rangle + b |1\rangle \otimes |\zeta(x)\rangle] \quad (7)$$

$$= [a |0\rangle \otimes \hat{U}^0 |\zeta(x)\rangle + b |1\rangle \otimes |\zeta(x)\rangle] \quad (8)$$

$$= [a |0\rangle \otimes |\zeta(x - \delta)\rangle + b |1\rangle \otimes |\zeta(x)\rangle] \equiv |\Psi_{\hat{\pi}}\rangle \quad (9)$$

Cette étape on le surnomme l'étape de la mesure signifiant avec le symbole $\hat{\pi}$, ce que j'appelle cet état intermédiaire soit l'état après avoir subi une mesure $|\Psi_{\hat{\pi}}\rangle$. L'opérateur d'interaction subit un décalage δ sur le pointeur de la base $|0\rangle$, ce qui déplace l'état du pointeur de $|\zeta(x)\rangle$ à une nouvelle « position » après la mesure $|\zeta(x - \delta)\rangle$. Ensuite la procédure du modèle standard des mesures quantiques dit que pour qu'on puisse obtenir de l'information sur notre état il faut appliquer un état (contenant les mêmes bases que notre état qu'on veut mesurer) connue de projection $|\phi\rangle \equiv u |0\rangle + v |1\rangle$ (l'étape se dénote par le symbole Λ). Ce dernier, nous permettons d'obtenir un observable pour chaque possibilité qu'on peut retrouver notre état $|\psi\rangle$. Soit des paramètres des bases u et v qu'on peut connaître et changer. Cet état est projecter sur notre état qui a été subit à une interaction par l'appareil de mesure,

$$|\Psi_f\rangle \equiv |\phi\rangle \langle\phi|\Psi_{\hat{\pi}}\rangle \quad (10)$$

$$= |\phi\rangle [\bar{u}\langle 0| + \bar{v}\langle 1|][a|0\rangle \otimes |\zeta(x-\delta)\rangle + b|1\rangle \otimes |\zeta(x)\rangle] \quad (11)$$

$$= [\bar{u}a|\zeta(x-\delta)\rangle + \bar{v}b|\zeta(x)\rangle] \otimes |\phi\rangle \quad (12)$$

$$= F(x) \otimes |\phi\rangle \quad (13)$$

Dont $|\Psi_f\rangle$ dénote l'état finale à la fin de la procédure et $F(x) \equiv \bar{u}a|\zeta(x-\delta)\rangle + \bar{v}b|\zeta(x)\rangle$ une fonction décrivant le chevauchement entre notre état $|\psi\rangle$, notre projection $|\phi\rangle$ et le pointeur $|\zeta(x)\rangle$. En fin de la procédure, il faut obtenir de l'information sur l'état en trouvant la distribution de probabilité sur chaque état, comme qu'on souvent en physique classique.

$$|F(x)|^2 = [\bar{u}a\langle\zeta(x-\delta)| + \bar{v}b\langle\zeta(x)|][\bar{u}a|\zeta(x-\delta)\rangle + \bar{v}b|\zeta(x)\rangle] \quad (14)$$

$$= |a\bar{u}|^2 \langle\zeta(x-\delta)|\zeta(x-\delta)\rangle + u\bar{a}\bar{v}b \langle\zeta(x-\delta)|\zeta(x)\rangle \quad (15)$$

$$+ v\bar{b}\bar{u}a \langle\zeta(x)|\zeta(x-\delta)\rangle + |b\bar{v}|^2 \langle\zeta(x)|\zeta(x)\rangle \quad (16)$$

Nous savons que quand $\delta \gg \sigma$, les distributions gaussien du pointeur ne chevauche pas donc $\langle\zeta(x-\delta)|\zeta(x)\rangle \approx 0$ et laissons $\langle\zeta(x)|\zeta(x)\rangle \equiv Z(x)$,

$$|F(x)|^2 = |a\bar{u}|^2 Z(x-\delta) + |b\bar{v}|^2 Z(x) \quad (17)$$

$$= Prob(\phi|0)Prob(0|\phi)Z(x-\delta) + Prob(\phi|1)Prob(1|\phi)Z(x) \quad (18)$$

Dont $Prob(0|\psi) \equiv |a|^2$, $Prob(1|\psi) \equiv |b|^2$, $Prob(1|\phi) \equiv |v|^2$ et $Prob(0|\phi) \equiv |u|^2$. La probabilité que l'état soit $|0\rangle$ démontrer par la loi d'Aharanov-Bergmann-Lebowitz (ABL) (loi des probilités et évènements séquentiels) :

$$Prob(0) = \frac{\int_0^\infty |F(x)|^2 dx}{\int_{-\infty}^\infty |F(x)|^2 dx} = \frac{Prob(\phi|0)Prob(0|\psi)}{\sum_{K=0,1} Prob(\phi|K)Prob(K|\psi)} \quad (19)$$

Même affaire pour la probabilité que sa soit $|1\rangle$ dont $Prob(1) = 1 - Prob(0)$. Avec ce dernier nous pouvons mesuré l'observable de la « position » du pointeur :

$$\langle \hat{x} \rangle = \delta Prob(0) + Prob(1) \quad (20)$$

L'interaction entre l'appareil de mesure et le système est dite forte car nous réduisons (« collapse ») l'état. Mais qu'est ce passe-t'il si on réduisons le l'interaction entre le système et l'appareil de mesure ?

1.2.2 Avec mesure faible

C'est que Aharonov, Albert et Vaidman (AAV) se questionnaient sur les sujets quand ils démontrent que le resultat d'une particule d'un spin de $1/2$ s'évalue à 100. Dans ce papier ils discutent et démontre initialement la valeur faible. C'est démontré que la valeur faible est proportionnelle à l'état quantique et que c'est une variable complexe. Dans la thèse doctorale de Jeff Lundeen, il généralise les propriétés de la valeur faible ainsi qu'est reliée au opérateur d'annihilation et création. Jeff et Charles Bamber ont aussi écrit un article sur les procédures pour une mesure quantique. La mesure faible se décrit comme une interaction entre le système et le pointeur se qui est « faible ». Ce qu'on veut dire par cela, c'est qu'on réduit (collapse) l'état quantique assez faiblement (vraiment peu) que nous avons approximativement le même état après la mesure et la projection qu'on avait durant la préparation. Ce dernier, ce sert plus comme une méthode « directe » comparativement a ce qu'on appelle la mesure standard une mesure forte. Comme analogie considéré que vous êtes dans votre appartement et ils y a enfants qui fais du bruit dans le couloir et t'aimerais s'avoir qu'est ce qu'ils font. Mais à chaque fois qu'on ouvre la porte, les enfants arrête de faire se qu'ils font (on collapse le système). Une mesure faible est comme un judas sur la porte qui nous permet de vérifier le système sans complètement le réduire. Dans cette sous-section, nous allons démontrer la même procédure d'une mesure quantique mais avec l'application de la notions des mesures faibles. Commençons avec l'état initial :

$$|\Psi_i\rangle = |\psi\rangle \otimes |\zeta(x)\rangle \quad (21)$$

Nous allons ensuite faire une mesure sur le système dénoté par $\pi_{\hat{W}}$ (W pour

« weak », anglais pour « faible »). Appliquons l'opérateur d'interaction sur la base $|0\rangle$ et projecter avec $|\phi\rangle$ encore mais parce qu'on effectue une mesure faible, $\delta \ll \sigma$ donc il vas avoir un chevauchement plus évident au lors de la mesure,

$$|F(x)|^2 = |A|^2 Z(x - \delta) + |B|^2 Z(x) + \bar{A}B \langle \zeta(x - \delta) | \zeta(x) \rangle + \bar{B}A \langle \zeta(x) | \zeta(x - \delta) \rangle \quad (22)$$

Donc, quand nous mesurons l'observable cet variable x avec la « position » moyen de l'observable,

$$\langle \hat{x} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x |F(x)|^2 dx \quad (23)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x |A|^2 Z(x - \delta) + x |B|^2 Z(x) + x \bar{A}B \langle \zeta(x - \delta) | \zeta(x) \rangle + x \bar{B}A \langle \zeta(x) | \zeta(x - \delta) \rangle dx \quad (24)$$

Chaque intégrale est évalué dans l'annexe A,

$$\langle \hat{x} \rangle = \delta |A|^2 + \delta (\bar{A}B + \bar{B}A) e^{-\frac{\delta^2}{8\sigma^2}} \quad (25)$$

Ainsi que les distributions gaussien son chevauché, nous supposons que $\delta \ll \sigma$ car nous effectuons une interaction qui est le plus faible qu'une interaction du model standard. Cet-à-dire, nous prenons limite dont $\frac{\delta^2}{\sigma^2} \rightarrow 0$,

$$\lim_{\frac{\delta}{\sigma} \rightarrow 0} \langle \hat{x} \rangle = \lim_{\frac{\delta}{\sigma} \rightarrow 0} \delta |A|^2 + \delta (\bar{A}B + \bar{B}A) e^{-\frac{\delta^2}{8\sigma^2}} \quad (26)$$

$$= \delta (|A|^2 + \bar{A}B + A\bar{B}) \quad (27)$$

Il est démontré que ceci correspond à la partie réel de ce qu'AAV renomme la valeur faible du système $\langle \hat{\pi}_W \rangle$. Cette valeur introduit sur le système un shift de $\langle \hat{x} \rangle$ sur le pointeur ainsi que dans sont complexe conjugué $\langle \hat{p} \rangle$. Ce dernier, se trouve

à l'aide d'une transformation de Fourier,

$$F(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(x) e^{-i2\pi kx} dx \quad (28)$$

$$= \frac{\sqrt[4]{2}\sqrt{\sigma}}{\sqrt[4]{\pi}} e^{-2\pi k(2\pi k\sigma^2 + i\delta)} (A + B e^{i2\pi k\delta}) \quad (29)$$

Ensuit on repête les mêmes étapes mais pour trouver $\langle \hat{k} \rangle$,

$$\langle \hat{k} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} k |F(k)|^2 dk \quad (30)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} (|A|^2 e^{i2\pi k\delta} + A\bar{B} + B\bar{A} e^{4i\pi k\delta} + |B|^2 e^{i2\pi k\delta}) e^{-2\pi k(4\pi k\sigma^2 + i\delta)} k dk \quad (31)$$

$$= \frac{i\delta e^{-\frac{\delta^2}{8\sigma^2}}}{4\sigma^2} (B\bar{A} - A\bar{B}) \quad (32)$$

Parce que ceci est t'une mesure faible, on suppose que $\delta \ll \sigma$,

$$\langle \hat{k} \rangle = \frac{i\delta}{4\sigma^2} (B\bar{A} - A\bar{B}) \quad (33)$$

Ce dernier représente le shift sur le conjugué de notre pointeur qui est représentant de la partie imaginaire de la valeur faible du système. Ensemble la partie imaginaire s'écrit :

$$\langle \hat{\pi}_W \rangle = \frac{1}{\delta} (\langle \hat{x} \rangle + i4\sigma^2 \langle \hat{k} \rangle) \quad (34)$$

Dont pour une mesure faible sur la partie $|0\rangle$,

1.3 Motivation de la thèse

2 LES MESURES FAIBLES TEMPORELLES ET FRÉQUENCIAELLES D'UN SYSTÈME QUANTIQUE

2.1 Proposition d'une procédure directe avec des mesures temporelles faibles

2.2 Relation d'un délai temporel et la valeur faible de l'état de polarisation

2.2.1 La partie réelle du système

2.2.2 La relation d'une mesure temporelle et un décalage de fréquence

2.2.3 La partie imaginaire du système

2.3 Proposition expérimentale pour la caractérisation de la valeur faible

3 MESURE EXPÉRIMENTALE DIRECTE D'UN ÉTAT DE POLARISATION EN UTILISANT UNE MESURE FAIBLE TEMPORELLE

3.1 Acquisition de donnée et mesure d'un délai en utilisant un oscilloscope

3.1.1 Fonctionnement d'un oscilloscope

3.1.2 Acquisition du délai temporel

3.1.3 Note physique sur la réalité de l'acquisition

3.2 Caractérisation de la partie réelle de la valeur faible

3.2.1 Montage expérimental

3.2.2 Résultats expérimentaux sur la partie réelle

3.3 Caractérisation de la partie imaginaire de la valeur faible

3.3.1 **SECTION SUR LA MÉTHODE DE MESURE SUR LES DÉ- CALAGES DE FRÉQUENCE

3.3.2 **SECTION SUR LE MONTAGE DE LA PARTIE IMAGINAIRE

3.3.3 **SECTION SUR LES RÉSULTATS

4 CONCLUSION

4.1 Discussion des résultats expérimentaux

4.2 Conclusion sur la thèse

4.3 Applications et projet de future

ANNEXE A

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} x dx = 0 \quad (\text{A.1})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\delta)^2}{2\sigma^2}} x dx = \delta \quad (\text{A.2})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx = 1 \quad (\text{A.3})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x^2+(x-\delta)^2)}{4\sigma^2}} x dx = \frac{\delta}{2} e^{-\frac{\delta^2}{8\sigma^2}} \quad (\text{A.4})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\delta)^2}{2\sigma^2}} dx = 1 \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{4\sigma^2}} e^{-ikx} dx = \frac{\sqrt{2\sigma}}{(\sqrt{2\pi})^{1/2}} e^{-k^2\sigma^2} \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\delta)^2}{4\sigma^2}} e^{-ikx} dx = \frac{\sqrt{2\sigma}}{(\sqrt{2\pi})^{1/2}} e^{-k^2\sigma^2} e^{ik\delta} \quad (\text{A.7})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2\sigma}{\sqrt{2\pi}} e^{-2k^2\sigma^2} k dk = 0 \quad (\text{A.8})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2\sigma}{\sqrt{2\pi}} e^{-2k^2\sigma^2} e^{ik\delta} k dk = i \frac{\delta}{4\sigma^2} e^{-\frac{\delta^2}{8\sigma^2}} \quad (\text{A.9})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2\sigma}{\sqrt{2\pi}} e^{-2k^2\sigma^2} e^{-ik\delta} k dk = -i \frac{\delta}{4\sigma^2} e^{-\frac{\delta^2}{8\sigma^2}} \quad (\text{A.10})$$

ANNEXE B