Caractérisation directe d'un état de polarisation à l'aide des mesures faibles temporelles

Thèse présentée à la faculté des sciences de l'université de Moncton

pour l'obtention du grade de

maitrise ès sciences et spécialisation physique (M. Sc.)

Shane Gervais

A00198792

Département de physique et d'astronomie

Université de Moncton

8 Juillet 2025

Composition du jury

Président du jury : Alexandre Melanson

Professeur,

Université de Moncton

Examinateur interne : Normand Beaudoin

Professeur,

Université de Moncton

Examinateur externe : Guillaume Thekkadath

Agent de recherche,

Conseil national de recherches Canada

Directeur de thèse : Lambert Giner

Professeur,

Université de Moncton

Remerciements

Sommaire

La caractérisation des états quantiques est essentielle au développement de la technologie quantique. Pour développer des ordinateurs quantiques, des capteurs quantiques pour la métrologie quantique, ou des télécommunications quantiques, il est crucial de pouvoir caractériser les états des qubits. La caractérisation des états quantiques est un domaine de recherche actif, car elle permet de comprendre et de manipuler les systèmes quantiques.

Les méthodes de caractérisation traditionnelles, telles que la tomographie quantique, reconstruisent l'état du système quantique en effectuant des mesures projectives dans toutes les bases possibles du système. Cela permet d'obtenir une description de l'état quantique à l'aide de la matrice densitée. Cependant, cette approche est une méthode indirecte qui nécessite de nombreuses mesures projectives et ne permet pas de suivre l'évolution temporelle de l'état quantique. De plus, elle est limitée par la complexité croissante des systèmes quantiques à dimension élevée, rendant la reconstruction de l'état du système de plus en plus difficile et coûteuse en ressources expérimentales. Elle ne convient pas aux systèmes nécessitant une caractérisation en temps réel, où l'évolution temporelle de l'état est cruciale, que ce soit pour la métrologie quantique ou pour la détection d'erreurs dans les ordinateurs quantiques pendant les calculs.

Une méthode alternative, comme les mesures faibles, présente un bon potentiel pour la caractérisation directe de l'état quantique, sans effondrement complet du système ; toutefois, dans sa forme actuelle, elle n'est pas intégrable aux technologies quantiques. Nous proposons de réaliser des mesures faibles temporels en exploitant le domaine temporel des photons, comme le pointeur ; et ce en concevant un dispositif expérimental dans ce régime pour caractériser un état quantique facile à implanter dans un laboratoire d'optique commun. Cela permettrait une intégration directe dans notre infrastructure photonique existante et dans les technologies quantiques.

Cette technique permet de déterminer directement et en temps réel l'évolution d'un état quantique, en minimisant la perte d'information grâce à une intervention minimale sur le système. Dans cette étude, nous illustrons la théorie requise pour cette méthode de caractérisation et réalisons des expériences visant à mesurer la partie réelle et imaginaire de la valeur faible du système. Nous élaborons sur les applications potentielles pour ce type de caractérisation dans les technologies quantiques, notamment dans les ordinateurs quantiques, la communication quantique et la métrologie quantique.

Abstract

Development of new quantum technologies, such as quantum computers, advanced cybersecurity using quantum communication protocols, and the development of sensitive quantum sensors used in metrology, relies on the state characterization of qubits, which are states containing the system's information. Similarly, classical bits in computing can be 0 or 1 ; a qubit takes advantage of the fundamental laws of physics, namely quantum mechanics, allowing it to have both outcomes in a superposition state.

The concept of a quantum computer (and later qubits) arises from the famous Richard Feynman, opening the world to new possibilities for technologies. David P. DiVincenzo laid the groundwork for the physical implementation of a quantum computer, for which measurement is, in fact, crucial. Unlike the classical world, quantum mechanics makes it challenging to measure the components of the system. Because of the Heisenberg uncertainty principle, one cannot know the precise location and momentum of a particle ; thus, in quantum mechanics, there's always a trade-off between what you are trying to observe for full state characterization.

Traditionally, quantum state tomography is used for state characterization, where one projectively measures the system in all possible states, which can then be represented and reconstructed indirectly. This method can become very tedious to consider for systems with many dimensions, and such reconstructions are also resource-intensive.

Alternatively, quantum weak measurements can present an advantage, as they offer a more direct way of measuring the quantum state. Weak measurements take advantage of what's called the "weak value," a value that arises experimentally when introducing a weak interaction between a coupled system and a pointer, where the

pointer can be thought of as a needle on a measurement apparatus. This strategy, famously described by Yakir Aharonov, David Albert, and Lev Vaidman (along with post-selection on a known state) can give rise to how the pointer evolves for different input states, proportional to this weak value. This could allow for less information loss during characterization, preserving the integrity of the original state, which is essential for quantum communications.

However, recent research in quantum weak measurements—particularly in the quantum photonic context—focuses on the position and momentum degrees of freedom for polarization state characterization, which is not considered to be practical for quantum technology applications. We propose to look at the time and energy (frequency) domains of photons as a more practically implementable approach for future quantum technologies. This would enable real-time tracking of a quantum state, which could bring considerable advantages to technologies such as quantum computers and quantum sensors for metrology.

In this thesis, we shall explore the fundamentals of weak measurement theory, while briefly reviewing quantum state tomography and proposing our theoretical expectations for the experimental realization of temporal weak measurements. Experimental verification of our capability to measure small temporal shifts will be carried out by comparing the speed of an electric signal and that of light. We will then perform a temporal weak measurement of a pure state with the objective of measuring the real and imaginary parts of the weak value, which will allow us to directly reconstruct our prepared quantum states.

Table des matières

Liste des tableaux

Table des figures

Liste des symboles

Symbole	Description	Chapitre
$\lvert H\rangle$	Polarisation horizontale $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$	2
$\lvert V\rangle$	Polarisation verticale $\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$	2
$\lvert D\rangle$	Polarisation diagonale $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$	2
$\lvert A\rangle$	Polarisation anti-diagonale $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}$	2
$\lvert R\rangle$	Polarisation circulaire droite $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\i\end{pmatrix}$	2
$\lvert L\rangle$	Polarisation circulaire gauche $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\-i\end{pmatrix}$	2
ρ	Matrice densité d'un système	2
ψ	Fonction d'onde d'un état quantique	2
$S_{0,1,2,3}$	Paramètres de Stokes	2
$\sigma_{x,y,z}$	Matrices de Pauli	2
$\hat{S}$	Opérateur arbitraire du système	2
$\lvert\psi_i\rangle$	État initial arbitraire	2
$\lvert\psi_f\rangle$	État final arbitraire	2
$\left\langle \hat{S}_W \right\rangle$	Valeur faible du système	2
$\hat{p}$	Observable du système	2
$\hat{q}$	Observable conjuguée de celle du système	2
σ	Écart-type de la distribution du pointeur	2
i	Nombre imaginaire $\sqrt{-1}$	2
S	Base du système	2
P	Base du pointeur	2
g	Force de couplage entre le système et le pointeur	2
$\lvert\bar{p}\rangle$	Position moyenne de l'observable du pointeur	2
$\lvert s\rangle$	Valeur ou vecteur propre du système	2
$\hbar$	Constante de Planck	2
$\hat{U}$	Opérateur d'interaction de von Neumann	2
$\mathcal{O}$	Ordre analytique d'une série	2
$\lvert\varphi\rangle$	État de projection	2
$\lvert\Psi\rangle$	État total incluant le système et le pointeur	2
$\langle\hat{\pi}_W\rangle$	Valeur faible de polarisation	2
a	Amplitude de probabilité pour l'état horizontal	2
b	Amplitude de probabilité pour l'état vertical	2
$\lvert\xi\rangle$	Distribution du pointeur	2
$\lvert t\rangle$	Domaine temporel du pointeur	2
$\lvert\xi(t)\rangle$	Fonction temporelle du pointeur	2
$\hat{U}^H$	Interaction de von Neumann appliquée à H	2

$\mathcal{H}$	Hamiltonien du système	2
$\hat{\pi}$	Observable de polarisation	2
$\hat{E}$	Opérateur d'énergie	2
t	Temps	2
τ	Délai temporel	2
$\|\varsigma\rangle$	État de projection de polarisation	2
μ	Amplitude de probabilité de l'état horizontal projeté	2
ν	Amplitude de probabilité de l'état vertical projeté	2
$\langle\hat{t}\rangle$	Position temporelle moyenne	2
$\langle\hat{\omega}\rangle$	Position fréquentielle moyenne	2
A	μ^*a	2
B	ν^*b	2
$F(\omega)$	Fonction du domaine fréquentiel du pointeur	2
c	Vitesse de la lumière	3
a_0, b_0, c_0	Paramètres d'ajustement	3
$\hat{T}$	Opérateur d'une plaque d'onde	3
θ	Orientation d'une composante	3
ϕ	Orientation d'une composante	3

1 INTRODUCTION DES PROCÉDURES DIRECTES POUR LES MESURES QUANTIQUES

1.1 Introduction

À l'heure actuelle, de grandes entreprises technologiques, telles que Google et IBM, développent des ordinateurs quantiques. Même des entreprises, telles que Xanadu, basées au Canada, travaillent sur des systèmes photoniques pour les ordinateurs quantiques. Ces ordinateurs quantiques utilisent les propriétés naturelles de la mécanique quantique pour résoudre des problèmes complexes [1, 2]. Contrairement aux ordinateurs classiques, un ordinateur quantique utilise ce qu'on appelle des qubits (un état de bit quantifié tel que $|0\rangle$ et $|1\rangle$) qui tire parti de la nature physique de la mécanique quantique permettant à un état d'être dans une combinaison linéaire des deux états à la fois, également appelée superposition, telle que $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$. Cela signifie qu'un ordinateur quantique peut contenir simultanément 2^n états possibles. Cette utilisation des propriétés physiques de la mécanique quantique est également exploitée pour développer des systèmes de communication quantique [3]. Ces systèmes utilisent un état quantique pour stocker des informations ou des messages afin d'envoyer des messages cryptés de manière ultra sécuriser via une clé de distribution quantique, ce qui permet également de détecter toute écoute clandestine. Des travaux sont également menés sur des capteurs quantiques capables de détecter des changements infimes dans les champs gravitationnels, ce qui permet de mieux cartographier les ressources souterraines [4]. Dans le même domaine, les gyroscopes quantiques peuvent être utilisés pour les systèmes de navigation sans avoir besoin d'un système de positionnement global (GPS) [5]. Sans aborder les autres applications des technologies quantiques, nous constatons qu'elles peuvent avoir un impact considérable sur le monde.

En effet, pour connaitre le résultat d'un qubit ou même le message lors d'un protocole de communication quantique, le développement des technologies quantiques repose sur la capacité à mesurer et à caractériser les états quantiques avec une précision et une fiabilité accrues [6, 5]. Dans ce contexte, le domaine de la photonique quantique occupe une place centrale grâce aux propriétés étonnantes des photons. Les photons se distinguent par leur faible décohérence, divers degrés de liberté (polarisation, domaine positionnel, quantité de mouvement, temporel et fréquentiel), et leur intégration naturelle dans les infrastructures optiques existantes [7, 8]. L'état de polarisation des photons, sous forme de qubit, possède des caractéristiques idéales pour de nombreuses applications, notamment la télécommunication quantique sécurisée, l'imagerie quantique à haute résolution, la métrologie quantique et d'autres encore, comme mentionné [3, 4, 9, 5].

Par conséquent, il est crucial d'effectuer des mesures afin de caractériser avec précision les états quantiques pour soutenir ces diverses technologies. Cependant, effectuer des mesures quantiques pose un défi en raison de la nature aléatoire de la théorie. Contrairement à la mécanique classique, il est impossible de mesurer simultanément deux variables complémentaires (ex : le moment d'arrivée et la fréquence spectrale) avec une précision absolue à cause du principe d'incertitude d'Heisenberg. Dans ce cadre, on décrit que l'état du système comme se trouvant dans une superposition de tous ses états possibles. Une mesure ou une interaction avec le système quantique cause une perturbation qui fait s'effondrer l'état dans l'un de ses états propres possibles. Une fois perturbé à une de ces valeurs propres, l'état du système demeure inchangé. La figure 1 ci-dessous illustre ce concept.

Les techniques conventionnelles, comme la tomographie quantique, permettent une reconstruction complète des états à l'aide de plusieurs mesures projectives prédéterminées. Toutefois, elles deviennent rapidement inadaptées aux systèmes de grande dimension en raison de leur coût computationnel et expérimental exponentiel. Comme ces techniques reposent sur un grand nombre de mesures de projection, ceci les rend inadaptées à certaines applications nécessitant des mesures en temps réel.

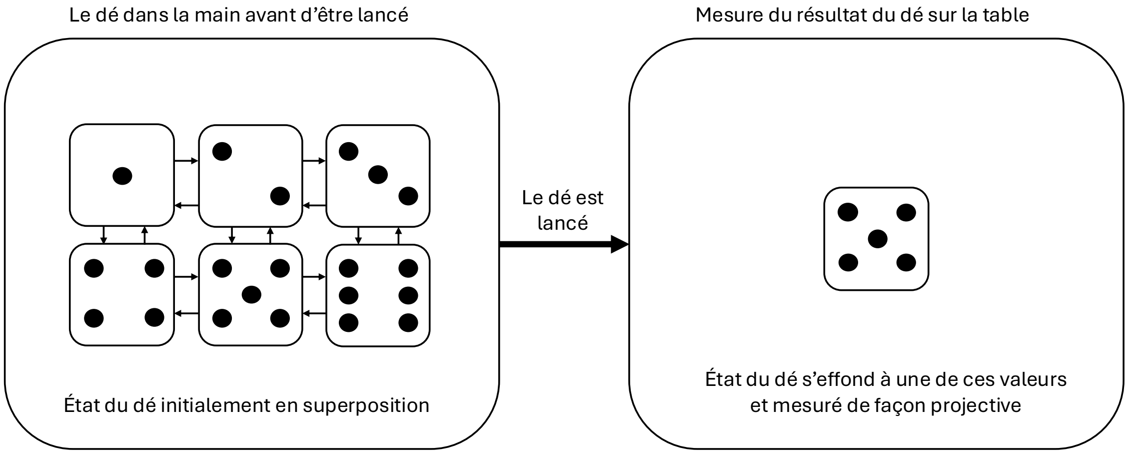

FIGURE 1 – Envisageons maintenant que nous lancions un dé. Avant de lançer un dé, nous supposons qu'il se trouve dans un état de superposition $|\text{dé}\rangle = c_1\,|1\rangle + c_2\,|2\rangle + c_3\,|3\rangle + c_4\,|4\rangle + c_5\,|5\rangle + c_6\,|6\rangle$, où tous les états propres possibles $\{|1\rangle\,,|2\rangle\,,|3\rangle\,,|4\rangle\,,|5\rangle\,,|6\rangle\}$ et leurs coefficients de probabilité $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6$ se trouvent dans notre main. Une fois lancés sur la table et en observant leur résultat, nous disons que le système s'effondre vers l'une de ses valeurs possibles, comme l'état $|5\rangle$, qui a une probabilité de $\frac{1}{6}$ de se produire. Une fois qu'il s'est effondré, les mesures ultérieures du système restent les mêmes. L'objectif des mesures quantiques est de caractériser complètement l'état du système quantique du dé. Comme nous sommes limités aux mesures projectives, nous discuterons des techniques possibles, telles que l'effondrement continu du système via la tomographie et la reconstruction indirecte de l'état quantique, ainsi que notre méthode alternative utilisant la mesure faible pour la caractérisation directe de l'état quantique.

Une approche alternative consiste à utiliser des mesures faibles qui permettent d'extraire des informations sur un état quantique directement sans entraîner son effondrement complet. Ce dernier repose sur le modèle de mesure quantique de von Neumann [10] et exploite un pointeur couplé au système, dont le déplacement minimal appliqué sur le système est proportionnel à un observable complexe nommé la «valeur faible ». Cette technique a été introduite par Aharonov, Albert et Vaidman (AAV) [11].

Bien que les mesures faibles aient été largement étudiées en théorie, leur mise en œuvre expérimentale dans le domaine temporel des photons est relativement peu explorée, en particulier dans le contexte d'applications pratiques pour des technologies quantiques.

1.2 Motivation de la thèse

Les recherches et applications sur les mesures faibles ont démontré leur potentiel, notamment la théorie des mesures quantiques, l'informatique quantique, la télécommunication optique, etc. [12, 13, 14, 15, 16]. Elles peuvent même se révéler plus efficaces que les méthodes traditionnelles en certains cas. Dans l'étude : [17], ils comparent les mesures faibles à l'interférométrie standard pour mesurer de petits décalages de phase longitudinaux. La partie imaginaire de la valeur faible contient l'information complexe du système quantique, soit l'ellipticité d'un état de polarisation. Cette méthode permet de mesurer directement cette information, ce qui s'avère plus efficace que l'interférométrie standard. De plus, d'autres études montrent que les mesures faibles peuvent surpasser des méthodes traditionelles [18, 19].

Cette thèse se concentre sur la caractérisation d'un état de polarisation dans un système photonique en s'appuyant sur les travaux : [20, 21, 22, 23]. Ils ont démontré la faisabilité de cette approche en utilisant des mesures faibles, en exploitant le mode spatial et/ou quantité de mouvement des photons comme pointeur. Leur méthode repose sur l'observation de ces variables complémentaires du pointeur (position et quantité de mouvement) permettant d'extraire respectivement les parties réelles et imaginaire de la valeur faible pour caractériser des états de polarisation complètement et directement.

Toutefois, ces méthodes présentent certaines limites, en vue d'applications et d'intégration dans des technologies photoniques quantiques exigeant une configuration en espace libre. Elles reposent généralement sur l'utilisation de cristaux BBO (bêta-borate de baryum) de taille spécifique pour implémenter l'interaction faible [22, 23, 24]. Cette exigence rend leur flexibilité difficile pour s'adapter à divers systèmes intégrés.

Comme les photons possèdent différents degrés de liberté, nous proposons d'utiliser le mode temporel comme pointeur pour la caractérisation de l'état de polarisation à l'aide de méthodes interférométriques. Cette approche offre une implémentation plus facile, puisqu'elle ne nécessite pas de composants optiques spécifiques, tels qu'un cristal. Il ne faut que des miroirs pour interagir avec le système de manière contrôlable. Cette flexibilité rend possible l'intégration de mesures faibles temporelles dans des technologies quantiques [25, 26]. Elles peuvent également être facilement implantées dans nos systèmes optiques existant, par exemple dans les télécommunications à fibre optique [14].

Notre objectif est d'évaluer directement la composante réelle et imaginaire de la valeur faible provenant d'un pointeur temporel, ce qui permet une description directe de l'état de polarisation. Cette méthode utilise la polarisation comme base quantique, car elle est facile à contrôler et à mettre en pratique en laboratoire. Bien que certaines études aient déjà exploré des mesures faibles dans ce régime, elles se sont principalement concentrées à partir d'un délai fréquentiel [27, 28, 14, 29]. Cette thèse vise à améliorer la méthode de caractérisation directe des états quantiques, contribuant ainsi à l'avancement des technologies quantiques et à l'exploration de nouvelles opportunités dans les domaines scientifique et industriel.

Pour résumé, on propose une nouvelle méthode de mesure faible qui exploite le mode temporel des photons pour caractériser des états de polarisation. Cette méthode offre un cadre plus robuste pour son implantation dans les technologies quantiques. Dans la suite de cette thèse, nous explorerons notre compréhension des mesures faibles, de leur réalisation expérimentale et de leurs applications dans l'informatique quantique, la communication quantique et d'autres domaines. Nous commencerons par une analyse des principes fondamentaux des mesures quantiques. Ensuite, nous discuterons les approches tomographiques et des mesures faibles en termes de leurs avantages et limites. Nous présenterons ensuite une méthode innovante, spécialement conçue pour les systèmes photoniques, qui permettra de collecter le plus d'information possible sur l'état quantique tout en limitant l'influence de la mesure (interaction) sur le système. Cette méthode sera évaluée à travers des expériences en laboratoire. Ensuite, nous discuterons des résultats et des implications pour les technologies quantiques émergentes.

2 LES MESURES FAIBLES TEMPORELLES D'UN SYSTÈME QUANTIQUE

Ce chapitre explore les fondements théoriques des mesures quantiques, en ce qui concerne la tomographie quantique et les mesures faibles. Nous examinons les bases de la tomographie quantique, puis introduisons les fondements théoriques des mesures faibles selon le formalisme proposé par AAV [11], ainsi que dans le cadre expérimental développé dans : [12]. Nous dérivons la valeur faible en suivant la procédure directe sur un système quantique dont son résultat final du pointeur est proportionnel à cette valeur en moyenne (avec un état de projection). Cette relation est un outil important dans le processus de caractérisation de l'état quantique. Enfin, nous démontrerons que cette valeur est composée en une partie réelle et une partie imaginaire, dans lesquelles elles peuvent être mesurées en laboratoire.

2.1 La tomographie quantique

Traditionnellement, la tomographie quantique est utilisée pour reconstruire la fonction d'onde d'un état quantique à partir d'un ensemble de mesures projectives. En photonique quantique, ce processus consiste à effectuer des mesures de projection sur divers états quantiques en utilisant des bases orthogonales sélectionnées, soit $\{|H\rangle, |V\rangle\}$, $\{|D\rangle, |A\rangle\}$ et $\{|R\rangle, |L\rangle\}$, (polarisation horizontale, verticale) (diagonale, anti-diagonale) et (circulaire droite, gauche) respectivement. Ensuite, les résultats obtenus sont analysés par un algorithme qui reconstruit implicitement la matrice densitée de l'état quantique. La matrice densitée représente un opérateur hermitien qui renferme toutes les informations sur l'état quantique, y compris la fonction d'onde ainsi que certaines caractéristiques probabilistes qu'un tel système peut présenter. Elle se présente sous la forme $\hat{\rho} = |\psi\rangle \langle\psi|$ pour un état $|\psi\rangle$ et on peut facilement vérifier sa pureté en prenant la trace de $\hat{\rho}^2$, $Tr(\hat{\rho}^2) = 1$.

Pour approfondir nos connaissances, considérons un exemple arbitraire. Supposons un photon préparé dans l'état de polarisation suivant :

$$|\psi\rangle = a\,|H\rangle + b\,|V\rangle \tag{1}$$

où a, $b \in \mathcal{C}$, $|a|^2 + |b|^2 = 1$ et dans la base $\{|H\rangle\,, |V\rangle\}$. La matrice de densité de cet état, que l'on retrouvera prochainement dans cet exemple, s'écrit comme suit :

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} |a|^2 & ab^* \\ a^*b & |b|^2 \end{pmatrix} \tag{2}$$

L'objectif d'une tomographie quantique est de déterminer les coefficients de la matrice. Pour ce faire, il faut effectuer des mesures projectives pour obtenir les probabilités ou intensités de détection dans différentes bases de polarisation. La fraction de photons détectés en sortie $|H\rangle$ correspond alors à $|a|^2$ et en sortie $|V\rangle$ correspond à $|b|^2$. Pour accéder aux termes d'interférence, comme ab^*, il faut réaliser des mesures dans des bases complémentaires, telles que $\{|D\rangle\,, |A\rangle\}$ pour la polarisation diagonale et antidiagonale, et/ou $\{|R\rangle\,, |L\rangle\}$ pour la polarisation circulaire. Les différences d'intensité observées dans ces diverses configurations de mesure projective permettent de reconstruire les éléments de matrice densité.

En photonique quantique, cette matrice densité peut également être exprimée en termes des paramètres de Stokes [30]. Ce derniers décrivent les paramètres de Stokes décrivent complètement l'état de polarisation et ils sont liés aux probabilités de détection dans différentes bases de polarisation [31]. Les paramètres sont définis par :

$$S = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{|H\rangle} + P_{|V\rangle} \\ P_{|H\rangle} - P_{|V\rangle} \\ P_{|D\rangle} - P_{|A\rangle} \\ P_{|R\rangle} - P_{|L\rangle} \end{pmatrix} \tag{3}$$

Où $P_{|H\rangle}$ la probabilité de détection pour l'état de polarisation horizontale $|H\rangle$ et $P_{|V\rangle}$ la probabilité de détection pour l'état de polarisation verticale $|V\rangle$. Ainsi, les paramètres de Stokes : S_0 représente l'intensité ou probabilité totale du faisceau, S_1 représente la différence de probabilités entre les polarisations $|H\rangle$ et $|V\rangle$, S_2 représente la différence de probabilités entre les polarisations $|D\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle)$ et $|A\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle - V)$ et S_3 représente la différence de probabilités entre les polarisations $|R\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + iV)$ et $|L\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle - i\,|V\rangle)$. En notant les probabilités de mesure pour chacune de ces bases, on reconstruit la matrice densité à partir de :

$$\hat{\rho} = \frac{1}{2}\sum_{i=0}^{3} S_i \sigma_i \tag{4}$$

Soit $\hat{\sigma}_i$ sont les matrices de Pauli définies comme suit :

$$\hat{\sigma}_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \hat{\sigma}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \hat{\sigma}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \hat{\sigma}_3 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \tag{5}$$

Utilisant l'état arbitraire que nous avons mentionné, trouvons la matrice densité avec les paramètres de Stokes. Commençons par réécrire la matrice densité comme suit :

$$\hat{\rho} = \frac{1}{2}(S_0\hat{\sigma}_0 + S_1\hat{\sigma}_1 + S_2\hat{\sigma}_2 + S_3\hat{\sigma}_3) \tag{6}$$

Ensuite, trouvons chacun des paramètres de Stokes en projetant les différentes bases sur l'état de polarisation. Les deux premiers paramètres S_0 et S_1 sont simples ; trouvons les probabilités $P_{|H\rangle}$ et $P_{|V\rangle}$.

$$P_{|H\rangle} = |\langle H|\psi\rangle|^2 = (a\langle H|H\rangle + b\langle H|V\rangle)(a^*\langle H|H\rangle + b^*\langle H|V\rangle) \tag{7}$$

$$= |a|^2 \tag{8}$$

$$P_{|V\rangle} = |\langle V|\psi\rangle|^2 = (a\langle V|H\rangle + b\langle V|V\rangle)(a^*\langle V|H\rangle + b^*\langle V|V\rangle) \tag{9}$$

$$= |b|^2 \tag{10}$$

Les paramètres de stokes S_0 et S_1 sont donc les suivants :

$$S_0 = P_{|H\rangle} + P_{|V\rangle} = |a|^2 + |b|^2 = 1 \tag{11}$$

$$S_1 = P_{|H\rangle} - P_{|V\rangle} = |a|^2 - |b|^2 \tag{12}$$

Pour les deux paramètres suivants S_2 et S_3, nous devons exprimer les états projetés dans nos états de base $\{|H\rangle, |V\rangle\}$.

$$P_{|D\rangle} = |\langle D|\psi\rangle|^2 = \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(a\langle H|H\rangle + a\langle V|H\rangle)\right)\right. \tag{13}$$

$$\left.+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(b\langle H|V\rangle + b\langle V|V\rangle)\right)\right]\left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(a^*\langle H|H\rangle + a^*\langle V|H\rangle)\right)\right. \tag{14}$$

$$\left.+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(b^*\langle H|V\rangle + b^*\langle V|V\rangle)\right)\right] = \frac{1}{2}(a+b)(a^*+b^*) \tag{15}$$

$$= \frac{1}{2}(|a|^2 + ab^* + a^*b + |b|^2) \tag{16}$$

$$P_{|A\rangle} = |\langle A|\psi\rangle|^2 = \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(a\langle H|H\rangle - a\langle V|H\rangle)\right)\right. \tag{17}$$

$$\left.+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(b\langle H|V\rangle - b\langle V|V\rangle)\right)\right]\left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(a^*\langle H|H\rangle - a^*\langle V|H\rangle)\right)\right. \tag{18}$$

$$\left.+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(b^*\langle H|V\rangle - b^*\langle V|V\rangle)\right)\right] = \frac{1}{2}(a-b)(a^*-b^*) \tag{19}$$

$$= \frac{1}{2}(|a|^2 - ab^* - a^*b + |b|^2) \tag{20}$$

$$S_2 = P_{|D\rangle} - P_{|A\rangle} = ab^* + a^*b = 2\mathcal{R}(ab^*) \tag{21}$$

On répète la même technique pour S_3 :

$$P_{|R\rangle} = |\langle R|\psi\rangle|^2 = \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(a\langle H|H\rangle + ia\langle V|H\rangle)\right)\right. \tag{22}$$

$$\left.+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(b\langle H|V\rangle + ib\langle V|V\rangle)\right)\right]\left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(a^*\langle H|H\rangle + ia^*\langle V|H\rangle)\right)\right. \tag{23}$$

$$\left.+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(b^*\langle H|V\rangle + ib^*\langle V|V\rangle)\right)\right] = \frac{1}{2}(a+ib)(a^*+ib^*) \tag{24}$$

$$= \frac{1}{2}(|a|^2 + iab^* + ia^*b - |b|^2) \tag{25}$$

$$P_{|L\rangle} = |\langle L|\psi\rangle|^2 = \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(a\langle H|H\rangle - ia\langle V|H\rangle)\right)\right. \tag{26}$$

$$\left.+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(b\langle H|V\rangle - ib\langle V|V\rangle)\right)\right]\left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(a^*\langle H|H\rangle - ia^*\langle V|H\rangle)\right)\right. \tag{27}$$

$$\left.+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(b^*\langle H|V\rangle - ib^*\langle V|V\rangle)\right)\right] = \frac{1}{2}(a-ib)(a^*-ib^*) \tag{28}$$

$$= \frac{1}{2}(|a|^2 - iab^* - ia^*b - |b|^2) \tag{29}$$

$$S_3 = P_{|R\rangle} - P_{|L\rangle} = i(ab^* + a^*b) = 2\mathcal{I}(ab^*) \tag{30}$$

Ensuite, écrivons nous résultats dans notre matrice densité :

$$\hat{\rho} = \frac{1}{2}(S_0\hat{\sigma}_0 + S_1\hat{\sigma}_1 + S_2\hat{\sigma}_2 + S_3\hat{\sigma}_3) \tag{31}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} S_0 + S_1 & S_2 - S_3 \\ S_2 + S_3 & S_0 - S_1 \end{pmatrix} \tag{32}$$

$$= \begin{pmatrix} |a|^2 & \mathcal{R}(ab^*) - i\mathcal{I}(ab^*) \\ \mathcal{R}(a^*b) - i\mathcal{I}(a^*b) & |b|^2 \end{pmatrix} \tag{33}$$

$$= \begin{pmatrix} |a|^2 & ab^* \\ a^*b & |b|^2 \end{pmatrix} \tag{34}$$

Nous avons maintenant reconstruit notre matrice de densité à partir d'un état de polarisation arbitraire en utilisant les paramètres de Stokes.

Pour un état pur, comme notre exemple, on a la propriété $Tr(\hat{\rho^2}) = 1$, ce qui se traduit par une cohérence quantique maximale. En revanche, un état mixte se caractérise par une matrice densité statistique, qui est une somme pondérée d'états purs :

$$\hat{\rho}_{mixte} = \sum_i^N p_i \left|\psi\right\rangle_i \left\langle\psi\right|_i \tag{35}$$

Nous avons N états, chacun étant associé à une probabilité p_i, de sorte que $\sum_i^N p_i = 1$. Chaque état $|\psi_i\rangle$ correspond à un mélange statistique représenté par une matrice densité mixte. Dans ce contexte, $Tr(\hat{\rho}^2_{mixte}) < 1$. Cela signifie que la pureté d'une matrice densité peut être mesurée par sa trace. Un état pur possède une cohérence parfaite, tandis qu'un état mixte résulte d'un mélange statistique d'états. Il est aussi possible d'évaluer la pureté d'un état à l'aide des paramètres de Stokes, avec la relation suivante (en supposant une normalisation avec $S_0 = 1$) :

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{3} S_i^2} = \text{DOP} \tag{36}$$

Où DOP, le dégré de polarisation, peut être soit 1 pour un état pur (entièrement polarisé) ou strictement inférieur à 1 pour un état mixte (partiellement polarisé). Il est possible de visualiser l'état de polarisation sur la sphère de Poincaré (figure 2) une représentation tridimensionnelle où chaque axe correspond à un paramètre de Stokes, excluant ainsi S_0. Chaque point sur cette surface représente un état distinct de polarisation complète.

Enfin, les protocoles de la tomographie quantique permettent de déterminer empiriquement ces coefficients de la matrice densité, à partir des paramètres de Stokes, et peuvent donc reconstruire et caractériser entièrement la matrice densité complète d'un état de polarisation.

Toutefois, cette méthode présente plusieurs inconvénients : elle est indirecte, complexe et nécessite un traitement algorithmique intensif [20], en particulier lorsque la dimension de l'espace d'état est élevée. De plus, elle ne permet pas d'accéder facilement à des éléments individuels de la matrice densité, car elle se repose sur une reconstruction globale [23]. Ces limitations rendent la tomographie peu adaptée aux applications nécessitant un accès direct ou simultané à certains paramètres de la matrice densitée, ou des mesures en temps réel [32].

2.2 Introduction aux mesures faibles

Une alternative intéressante consiste à utiliser des mesures faibles, une méthode permettant d'accéder à la fonction d'onde d'un système quantique directement.

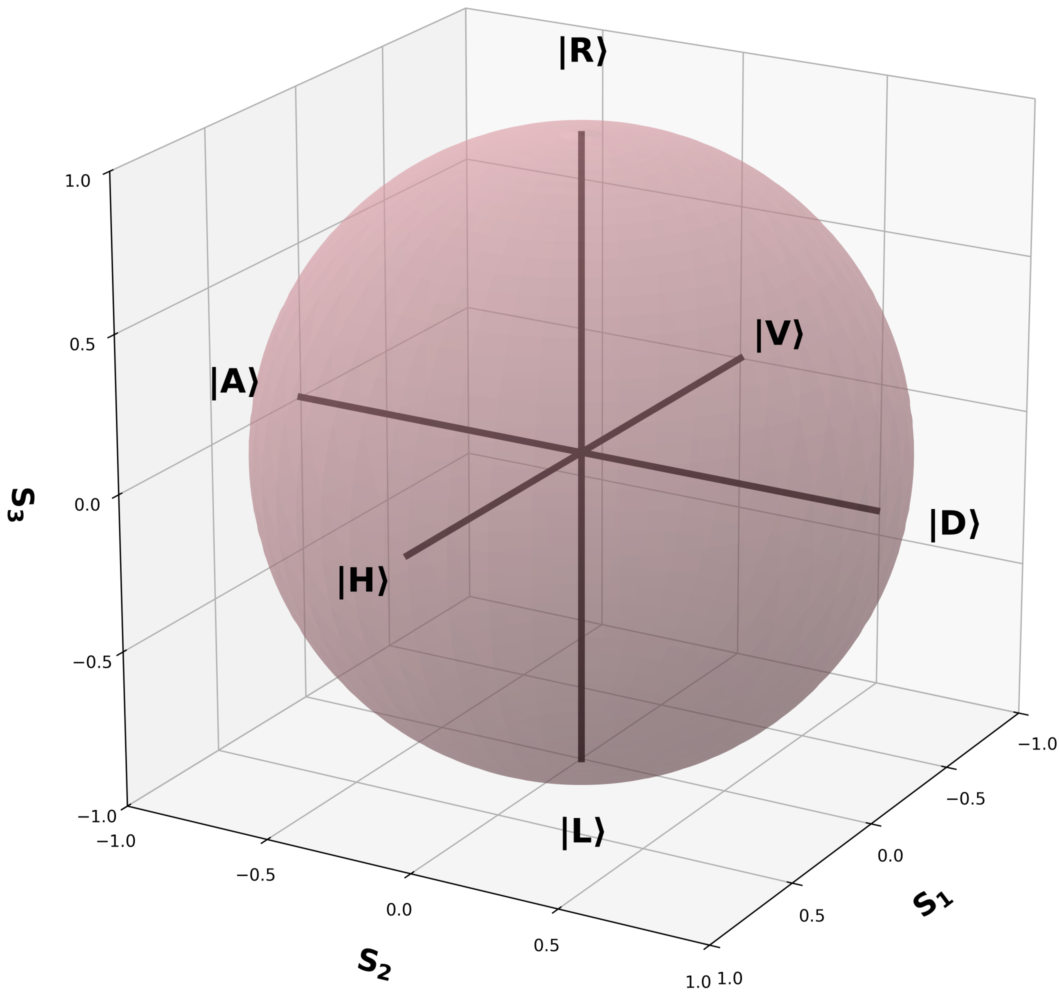

FIGURE 2 – La sphère Poincarré

AAV ont proposé cette méthode dans leur article «How the result of a measurement of a component of the spin of a spin-1/2 particle can turn out to be 100 »(Comment le résultat de la mesure de la composante spin d'une particule ayant un spin-1/2 peut devenir 100) en 1988 [11]. Cette méthode s'inspire du modèle de von Neumann [10], dans lequel un système faiblement lié à un «pointeur »subit une interaction (perturbation) faible. La mesure du résultat est représentée par un déplacement du pointeur proportionnel à ce que l'on appelle la «valeur faible ».

Le modèle von Neumann des mesures quantiques sert de fondement théorique pour comprendre les mesures faibles. Dans ce modèle, le système quantique et ce qu'on appelle un «pointeur »(nommé en référence à l'aiguille d'un instrument de mesure [10]) sont entremêlés par un opérateur d'interaction faible, permettant ainsi d'extraire des informations sur la fonction d'onde. Le pointeur indique l'état de la mesure moyenne de l'appareil de mesure [10]. Voici un schéma (figure 3) illustrant l'utilisation du modèle de Von Neumann dans le cadre des mesures à faible intensité.

Contrairement aux interactions fortes, qui provoquent un effondrement complet de la fonction d'onde et détruisent la superposition quantique des états de base, une interaction faible préserve cette superposition en minimisant la perturbation du système. Pour illustrer la différence entre une interaction forte et faible, on peut représenter celle-ci par un pointeur ayant une forme gaussienne couplée à un état $|\psi\rangle$ où les états de base sont soit fortement, soit faiblement séparés. La figure 4 permettrait de clarifier comment les mesures faibles minimisent l'interaction tout en extrayant des informations précises.

Dans le contexte des mesures faibles, la force de l'interaction, soit δ, est choisie pour que le déplacement du pointeur soit inférieur à la largeur de la distribution des probabilités. Cette méthode permet ainsi de mesurer directement le déplacement du pointeur après une mesure projective et d'en obtenir la valeur faible.

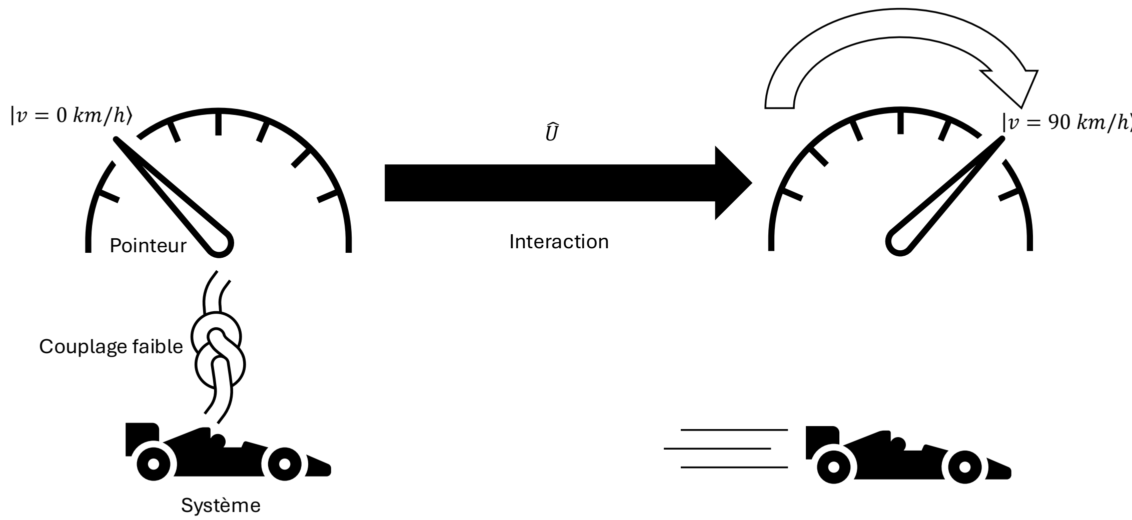

FIGURE 3 – Une voiture de Formule 1 rapide peut être décrite comme un système faiblement couplé au départ, avec l'indicateur de vitesse comme pointeur. On peut imaginer que ce couplage est rompu lorsque le conducteur relâche le frein en même temps que l'accélérateur. Une fois que le conducteur interagit avec le système, le pointeur est déplacé.

$$\hat{S}_W = \frac{\langle\psi_f|\,\hat{S}\,|\psi_i\rangle}{\langle\psi_f|\psi_i\rangle} \tag{37}$$

La valeur faible $\hat{S}_W$, pour soit un observable $\hat{S}$ du système, un état d'entrée $|\psi_i\rangle$ et l'état d'une mesure projective $|\psi_f\rangle$, issue d'une mesure faible, est une variable complexe composée d'une partie réelle et imaginaire [11, 12]. Ces composantes renferment des informations sur l'observable de la variable du pointeur $\hat{p}$ ainsi que sur sa variable conjuguée $\hat{q}$, permettant une caractérisation complète [21].

$$\hat{S}_W = \frac{1}{\delta}\left(\langle\hat{p}\rangle + i4\sigma^2\,\langle\hat{q}\rangle\right) \tag{38}$$

Les mesures faibles servent d'œil de Judas au monde quantique [33]. Cela nous permet

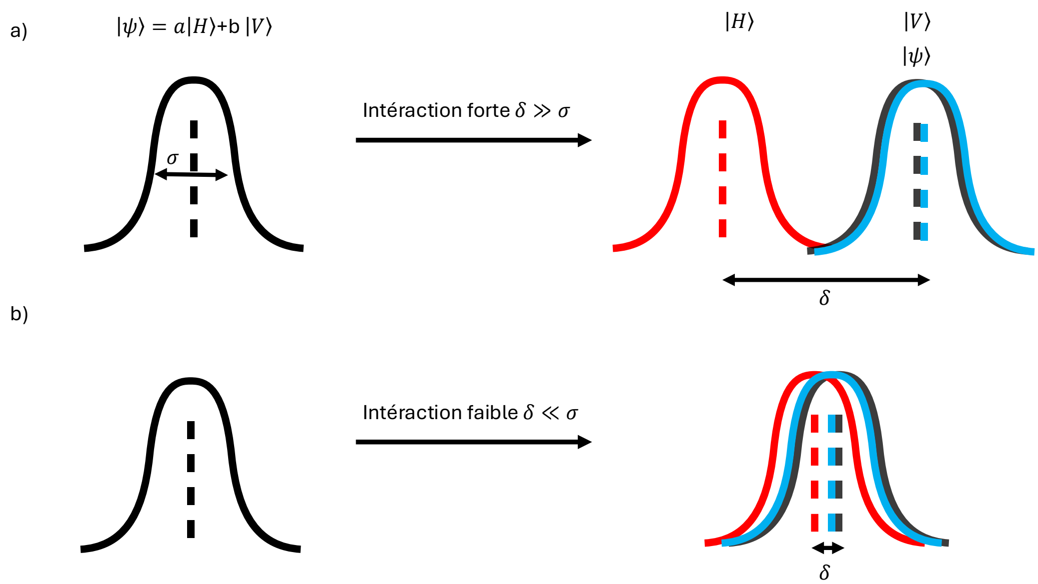

FIGURE 4 – Considérons qu'un pointeur possède une forme gaussienne avec une position moyenne, démontré par la ligne pointillée, avec une distribution de probabilité σ dans l'état $|\psi\rangle = a\,|H\rangle + b\,|V\rangle$ et un coefficient d'interaction δ qui décrivent la force de séparation des états. a) Interaction forte : une interaction forte impliquerait un effondrement complet de l'état séparant complètement les états de base. Cela se produirait lorsque $\delta \gg \sigma$. Par conséquent, nous mesurerions l'un ou l'autre via une mesure projective. b) Interaction faible : Elle consiste en une faible interaction avec le système qui permet aux deux états de base de se chevaucher, de sorte que, lors d'une mesure projective, nous obtenions en retour un état qui comprend essentiellement l'état initial du système. Cela se produit lorsque $\delta \ll \sigma$.

de perturber le système le moins possible pour obtenir de l'information sur le système quantique. L'adoption des mesures faibles repose sur plusieurs avantages clés : elles réduisent les perturbations induites sur le système, préservent la cohérence quantique et permettent une approche directe et intuitive pour caractériser des états quantiques [34].

2.3 Fondamentaux théoriques des mesures faibles

Tout d'abord, nous aborderons les principes théoriques sous-jacents aux mesures faibles, en expliquant comment leur valeur est liée à la fonction d'onde de l'état quantique et peut être mesurée directement. Ces mesures sont une étape clé dans la procédure décrite par l'AAV [11] et dans [12], qui se compose des éléments suivants. Voici les étapes de la procédure à suivre :

— Préparation de l'état initial
— Interaction faible, sujet de discussion dans la présente section
— Postsélection (mesure projective), souvent réalisée sur un état possédant une quantité égale des deux états de base de l'état initial.

Dans cette section, nous nous attarderons sur l'étape de l'interaction faible, qui correspond à une perturbation faible de l'état quantique. Comme cela a été mentionné précédemment, cette procédure directe via des mesures faibles s'appuie sur le modèle de von Neumann pour les mesures quantiques. Ce modèle implique un système quantique composé de deux objets : le système à mesurer S et l'appareil de mesure (pointeur) P. Ces deux objets sont traités comme des objets de la mécanique quantique couplés dans un système total T [22, 10]. Lorsqu'un état quantique est soumis à une mesure, il se trouve initialement dans un état superposé inconnu, noté $|\psi\rangle_S = \sum_j^N c_j |s_j\rangle_S$, dont les composantes sont des combinaisons linéaires de bases propres $|s_j\rangle_S$, d'un observable du système $\hat{S}$, avec des valeurs propres s_j (avec coefficients complexes) et entraine un déplacement du pointeur en fonction de la force d'interaction δ et de la valeur propre s_j, $\Delta p = \delta s_j$ appelée la valeur moyenne faible [21, 22, 10].

Cette réduction de l'état quantique se traduit par une translation de la position du pointeur, initialement dans l'état $|\xi\rangle_P = |\bar{p} = 0\rangle_P$ dans la base P, où $\bar{q}$ représente la valeur moyenne d'une variable p avec une distribution de probabilité σ passe de sa position initiale à $|\bar{p} = \delta s_j\rangle_P$. La quantification de cette interaction se définit à travers un opérateur d'interaction, communément désigné sous le nom d'opérateur d'interaction de von Neumann. Ce dernier est exprimé comme suit :

$$\hat{U} \equiv exp\Big(-\frac{i\mathcal{H}t}{\hbar}\Big) \tag{39}$$

Il s'agit d'un opérateur d'évolution temporelle, où t représente le temps d'interaction avec le système, $\hbar$ la constante de Planck et $\mathcal{H}$ le hamiltonien du système total T, qui est défini comme suit :

$$\mathcal{H} \equiv g(\hat{S} \otimes \hat{q}) \tag{40}$$

Soit g la constante de couplage, qui doit être réelle pour que le hamiltonien soit hermitien, et $\hat{q}$ la variable pointeur conjuguée de l'observable $\hat{S}$. Le pointeur et l'état mesuré sont étroitement liés dans un état décrivant l'ensemble du système T, initialement écrit sous la forme :

$$\left|\Psi^i\right\rangle_T = |\psi\rangle_S \otimes |\bar{p} = 0\rangle_P \tag{41}$$

Après la mesure, le pointeur se déplace en fonction de la force d'interaction $\delta \equiv \frac{gt}{\hbar}$. Lorsque combiné, l'état du système évolue comme suit :

$$\left|\Psi^f\right\rangle_T = \hat{U}\Big[\left|\psi\right\rangle_S \otimes \left|\bar{p}=0\right\rangle_P\Big] \tag{42}$$

$$= \sum_j^N c_j \left|s_j\right\rangle_S \otimes \left|\bar{p}=\delta s_j\right\rangle_P \tag{43}$$

Dans un régime de mesures faibles, où l'interaction est plus faible que la distribution de probabilité du pointeur, c'est-à-dire $\delta \ll \sigma$, le système mesuré est faiblement couplé avec le pointeur, entraînant ainsi un effondrement minimal préservant la superposition. La mesure de $\hat{S}$ par la suite déplace légèrement $\hat{p}$ [22, 12]. Considérons ce qui suit :

$$\hat{U}\left|\Psi^i\right\rangle_T = \hat{U}\Big[\left|\psi\right\rangle_S \otimes \left|\bar{p}=0\right\rangle_P\Big] \tag{44}$$

Examinons une étude plus approfondie du système initial total qui subit une interaction faible. Réécrivons l'opérateur d'interaction de von Neumann sous la forme d'une série de Taylor.

$$\hat{U}\left|\Psi^i\right\rangle_T = \hat{U}\Big[\left|\psi\right\rangle_S \otimes \left|\bar{p}=0\right\rangle_P\Big] \tag{45}$$

$$= e^{-i\delta(\hat{S}\otimes\hat{q})}\Big[\left|\psi\right\rangle_S \otimes \left|\bar{p}=0\right\rangle_P\Big] \tag{46}$$

$$= \Big(1 - i\delta(\hat{S}\otimes\hat{q}) + \mathcal{O}(\delta^2)\Big)\Big[\left|\psi\right\rangle_S \otimes \left|\bar{p}=0\right\rangle_P\Big] \tag{47}$$

$$= \left|\psi\right\rangle_S \otimes \left|\bar{p}=0\right\rangle_P - i\delta\hat{S}\left|\psi\right\rangle_S \otimes \hat{q}\left|\bar{p}=0\right\rangle_P + \mathcal{O}(\delta^2)\left|\psi\right\rangle_S \otimes \left|\bar{p}=0\right\rangle_P \tag{48}$$

Où $\mathcal{O}(\delta^2)$ correspond à les ordres plus élevés de la série de Taylor, que nous négligeons. En suivant la procédure de mesure faible, nous projetterons une postsélection ultérieure sur le système avec l'état $|\varphi\rangle_S$, qui a les mêmes états de base que $|\psi\rangle_S$.

$$|\varphi\rangle_S \langle\varphi|_S \hat{U} \left|\Psi^i\right\rangle_T = |\varphi\rangle_S \langle\varphi|_S |\psi\rangle_S \otimes |\bar{p}=0\rangle_P - i\delta\, |\varphi\rangle_S \langle\varphi|_S \hat{S} |\psi\rangle_S \otimes \hat{p}\, |\bar{p}=0\rangle_P \tag{49}$$

Normalisent l'état du système total avec le module de la probabilité $\langle\varphi|_S |\psi\rangle_S = \sqrt{Prob}$, dont $Prob \equiv |\langle\varphi|_S |\psi\rangle_S|^2$ [12, 15, 29].

$$|\varphi\rangle_S \frac{\langle\varphi|_S \hat{U} |\Psi^i\rangle_T}{\langle\varphi|_S |\psi\rangle_S} = |\varphi\rangle_S \frac{\langle\varphi|_S |\psi\rangle_S}{\langle\varphi|_S |\psi\rangle_S} \otimes |\bar{p}=0\rangle_P - i\delta\, |\varphi\rangle_S \frac{\langle\varphi|_S \hat{S} |\psi\rangle_S}{\langle\varphi|_S |\psi\rangle_S} \otimes \hat{q}\, |\bar{p}=0\rangle_P \tag{50}$$

$$= |\varphi\rangle_S \otimes |\bar{p}=0\rangle_P - i\delta\, |\varphi\rangle_S \frac{\langle\varphi|_S \hat{S} |\psi\rangle_S}{\langle\varphi|_S |\psi\rangle_S} \otimes \hat{q}\, |\bar{p}=0\rangle_P \tag{51}$$

En ce cas, le $\frac{\langle\varphi|_S |\psi\rangle_S}{\langle\varphi|_S |\psi\rangle_S}$ sur le côté droit est annulé et nous déplaçons le $\frac{1}{\langle\varphi|_S |\psi\rangle_S}$ du côté gauche vers le côté droit. L'état final est maintenant le suivant :

$$\left|\Psi^f\right\rangle_T \equiv |\varphi\rangle_S \langle\varphi|_S \hat{U} |\psi\rangle_S \tag{52}$$

$$\simeq \langle\varphi|_S |\psi\rangle_S \left[|\bar{p}=0\rangle_P - i\delta \frac{\langle\varphi|_S \hat{S} |\psi\rangle_S}{\langle\varphi|_S |\psi\rangle_S} \hat{q}\, |\bar{p}=0\rangle_P\right] \otimes |\varphi\rangle_S \tag{53}$$

Les parenthèses carrées représentent l'état final du pointeur, c'est-à-dire le déplacement du pointeur après l'interaction faible s'écrivant comme suit :

$$\left|\bar{p}=\delta s_j\right\rangle_P \equiv \left|\bar{p}=0\right\rangle_P - i\delta\frac{\langle\varphi|_S\,\hat{S}\,|\psi\rangle_S}{\langle\varphi|_S\,|\psi\rangle_S}\hat{q}\left|\bar{p}=0\right\rangle_P \tag{54}$$

Observez que la position finale du pointeur est proportionnelle à ce qui suit :

$$\hat{S}_W \equiv \frac{\langle\varphi|_S\,\hat{S}\,|\psi\rangle_S}{\langle\varphi|_S\,|\psi\rangle_S} \tag{55}$$

Il s'agit de la valeur faible dérivée pour la première fois par AAV, une valeur complexe composée d'une partie réelle et d'une partie imaginaire. Celle-ci correspond au décalage de la variable du pointeur p et à son décalage par rapport à sa variable conjuguée q. En d'autres termes, si une particule présente un décalage dans sa position, il y aura également un décalage dans sa quantité de mouvement. Par exemple, le temps d'arrivée d'un photon et sa fréquence centrale varieront l'une par rapport à l'autre lors d'une interaction. Si l'interaction est faible, il est possible de mesurer ces valeurs décalées individuellement lors d'une procédure directe via une mesure faible [22, 12, 20, 23]. Pour conclure, écrivons l'état final avec cette valeur :

$$\begin{aligned}
\left|\Psi^f\right\rangle_T &= \langle\varphi|_S\,|\psi\rangle_S\left[\left|\bar{p}=0\right\rangle_P - i\delta\hat{S}_W\hat{q}\left|\bar{p}=0\right\rangle_P\right]\otimes|\varphi\rangle_S && (56)\\
&= \langle\varphi|_S\,|\psi\rangle_S\left[1-i\delta\hat{S}_W\hat{p}\right]\left|\bar{p}=0\right\rangle\otimes|\varphi\rangle_S && (57)\\
&= \langle\varphi|_S\,|\psi\rangle_S\,e^{-i\delta\hat{S}_W\hat{q}}\left|\bar{p}=0\right\rangle\otimes|\varphi\rangle_S && (58)\\
&= |\psi\rangle_S\,e^{-i\delta\hat{S}_W\hat{q}}\left|\bar{p}=0\right\rangle && (59)
\end{aligned}$$

C'est-à-dire que si nous avons une mesure faible parfaite, en prenant la limite que $\delta \to 0$, nous avons essentiellement l'état initial. Nous pouvons même mesurer et caractériser l'état quantique directement sans aucune reconstruction algorithmique à l'aide des parties réelles et imaginaires de la valeur faible. Démontrons cela [15, 12] :

$$\langle \bar{p} = \delta s_j | \, \hat{p} \, | \bar{p} = \delta s_j \rangle = -i\delta \mathcal{R}\Big(\hat{S}_W\Big) \, \langle \bar{p} = \delta s_j | \, (\hat{p}\hat{q} - \hat{q}\hat{p}) \, | \bar{p} = \delta s_j \rangle \tag{60}$$

$$+ \, \delta \mathcal{I}\Big(\hat{S}_W\Big) \, \langle \bar{p} = \delta s_j | \, (\hat{p}\hat{q} + \hat{q}\hat{p}) \, | \bar{p} = \delta s_j \rangle \tag{61}$$

$$= \delta \mathcal{R}\Big(\hat{S}_W\Big) = \langle \hat{p} \rangle \tag{62}$$

Ainsi, pour la variable conjuguée :

$$\langle \bar{q} = \delta s_j | \, \hat{q} \, \big| \bar{P} = \delta s_j \big\rangle = -i\delta \mathcal{R}\Big(\hat{S}_W\Big) \, \langle \bar{p} = \delta s_j | \, (\hat{q}^2 - \hat{q}^2) \, | \bar{p} = \delta s_j \rangle \tag{63}$$

$$+ \, \delta \mathcal{I}\Big(\hat{S}_W\Big) \, \langle \bar{p} = \delta s_j | \, (\hat{q}^2 + \hat{q}^2) \, | \bar{p} = \delta s_j \rangle \tag{64}$$

$$= \frac{\delta}{4\sigma^2} \mathcal{I}\Big(\hat{S}_W\Big) \tag{65}$$

Ensemble, la valeur faible s'écrit :

$$\hat{S}_W = \frac{1}{\delta}\Big(\langle \hat{p} \rangle + i4\sigma^2 \, \langle \hat{q} \rangle\Big) \tag{66}$$

En démontrant que la valeur faible est proportionnelle à la fonction d'onde (l'état quantique), comme l'a fait dans [12], et qu'on peut en déduire directement les paramètres, on a ouvert un tout nouveau domaine dans les mesures quantiques et une alternative à la tomographie quantique traditionnelle.

2.4 Proposition d'une procédure directe avec une mesure faible temporelle

Les mesures faibles temporelles exploitent les propriétés temporelles et fréquentielles d'une impulsion lumineuse pour caractériser un état quantique. Cette approche est fondée sur l'hypothèse selon laquelle les délais temporels peuvent être directement liés aux composantes réelles et imaginaires de la valeur faible. Dans les sections suivantes et dans ce projet de thèse, nous nous concentrerons sur la mesure de la valeur faible à partir d'une faible interaction temporelle. Nous effectuerons des mesures faibles répétées sur un grand ensemble d'impulsions identiquement préparées dans un système photonique quantique. Ces mesures nous permettront de déterminer la position temporelle moyenne d'une impulsion gaussienne, utilisée comme pointeur, ainsi que l'effet sur sa variable conjuguée, un décalage fréquentiel variant avec la valeur faible. Ce faisant, nous pourrons caractériser l'état de polarisation du système.

2.4.1 La partie réelle du système

Nous voulons caractériser l'état de polarisation avec une mesure faible temporelle. Pour ce faire, il est nécessaire de calculer l'attendue des composantes de la valeur faible $\hat{\pi}_W$ du système que nous allons implémenter. Pour y parvenir, nous devons d'abord analyser chaque composante de cette valeur. Tout d'abord, examinons la partie réelle en définissant les paramètres de l'expérience potentielle que nous souhaitons éventuellement réaliser. L'état de polarisation du système que nous souhaitons mesurer est défini comme suit :

$$|\psi\rangle \equiv a\,|H\rangle + b\,|V\rangle \tag{67}$$

Où a et b les amplitudes de probabilité des bases $\{|H\rangle\ ,\ |V\rangle\}$, respectivement, avec

$|a|^2 + |b|^2 = 1$, ainsi que $|H\rangle$ et $|V\rangle$ représentent la polarisation horizontale et verticale d'un photon.

$$|\xi(t)\rangle = \langle t|\xi\rangle \equiv \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)^{1/2}} e^{-\frac{t^2}{4\sigma^2}} \tag{68}$$

Le pointeur du système utilisé possède un profil temporel gaussien pour un faisceau, caractérisé par une position temporelle moyenne t et une dispersion σ. L'état initial total s'écrit :

$$\left|\Psi(t)^i\right\rangle \equiv |\psi\rangle \otimes |\xi(t)\rangle \tag{69}$$

Procédons à une faible interaction temporelle sur l'état $|H\rangle$ avec l'opérateur de von Neumann $\hat{U}^H$, dont l'indice H indique qu'il translate la composante horizontale. L'opérateur d'interaction de von Neumann peut être étudié sous la forme $\hat{U} = exp(-\frac{i}{\hbar}\int \hat{\mathcal{H}}dt)$, où $\hat{\mathcal{H}} \equiv g(\hat{\pi} \otimes \hat{E})$, avec $\hat{\pi}$ l'observable du système (l'état de polarisation) et $\hat{E}$ la variable conjuguée du pointeur. Nous voulons appliquer l'opérateur sur un état de base unique, donc l'observable du système $\hat{\pi}$ devient $|J\rangle\langle J|$, où $J \equiv H,V$. Lorsque nous appliquons l'opérateur, nous obtenons une intéraction sur la partie $|H\rangle$ donnent son observale [21]. Le conjugué de la variable de pointeur temporel est l'énergie $\hat{E}$, puisque, en mécanique quantique, on sait comment le temps et l'énergie se comportent réciproquement [35, 36]. L'opérateur d'énergie s'écrit ainsi :

$$\hat{E} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t} \tag{70}$$

L'interaction de von Neumann pour une interaction temporelle s'écrit alors comme ceci :

$$\hat{U}^H = exp\Big(-i\tau \left|H\right\rangle \left\langle H\right| \otimes \frac{\partial}{\partial t}\Big) \tag{71}$$

En supposant que la constante de couplage g soit faible, sur un temps d'interaction τ, nous l'appliquons à la partie horizontale de l'état $\left|H\right\rangle$, ce qui entraine un décalage du pointeur $exp\Big(-\tau\frac{\partial}{\partial t}\Big)\xi(t) = \xi(t-\tau)$. L'état évolue ensuite de cette manière :

$$\hat{U^H} \left|\Psi(t)^i\right\rangle = \hat{U}^H\Big[\left|\psi\right\rangle \otimes \left|\xi(t)\right\rangle\Big] \tag{72}$$

$$= \hat{U}^H\Big[a\left|H\right\rangle \otimes \left|\xi(t)\right\rangle + b\left|V\right\rangle \otimes \left|\xi(t)\right\rangle\Big] \tag{73}$$

$$= a\left|H\right\rangle \otimes \hat{U}^H\left|\xi(t)\right\rangle + b\left|V\right\rangle \otimes \left|\xi(t)\right\rangle \tag{74}$$

$$= a\left|H\right\rangle \otimes \left|\xi(t-\tau)\right\rangle + b\left|V\right\rangle \otimes \left|\xi(t)\right\rangle \tag{75}$$

Lorsque nous interagissons avec un système quantique pour en extraire des informations, nous réalisons une postsélection à l'aide de l'état superposé $\left|\varsigma\right\rangle = \mu\left|H\right\rangle + \nu\left|V\right\rangle$. Les paramètres ν et μ représentent les amplitudes de probabilités respectives des états $\left|H\right\rangle$ et $\left|V\right\rangle$ de l'état de projection, dont $|\mu|^2 + |\nu|^2 = 1$. L'état s'écrit :

$$\left|\Psi(t)^f\right\rangle = \left|\varsigma\right\rangle\left\langle\varsigma\right|\hat{U}^H\left|\Psi(t)^i\right\rangle = \Big[\bar{\mu}\left\langle H\right| + \bar{\nu}\left\langle V\right|\Big]a\left|H\right\rangle \otimes \left|\xi(t-\tau)\right\rangle + b\left|V\right\rangle \otimes \left|\xi(t)\right\rangle \tag{76}$$

$$= \Big[\bar{\mu}a\left|\xi(t-\tau)\right\rangle + \bar{\nu}b\left|\xi(t)\right\rangle\Big] \otimes \left|\varsigma\right\rangle \tag{77}$$

$$= F(t) \otimes \left|\varsigma\right\rangle \tag{78}$$

Où $F(t) \equiv A\left|\xi(t-\tau)\right\rangle + B\left|\xi(t)\right\rangle$, $A \equiv a\bar{\mu}$ et $B \equiv b\bar{\nu}$. Trouvons la valeur moyenne de la position temporelle du pointeur $\left\langle \hat{t} \right\rangle$.

$$\left\langle \hat{t} \right\rangle = \left\langle \Psi(t)^f \middle| \hat{t} \middle| \Psi(t)^f \right\rangle \tag{79}$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} I(t) t dt \tag{80}$$

Où $I(t) \equiv |F(t)|^2$, nous pouvons le normaliser en divisant par $\frac{1}{\left\langle \Psi(t)^f \middle| \Psi(t)^f \right\rangle}$:

$$\left\langle \hat{t}^{norm} \right\rangle = \frac{\left\langle \Psi(t)^f \middle| \hat{t} \middle| \Psi(t)^f \right\rangle}{\langle \Psi(t)^f | \Psi(t)^f \rangle} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} I(t) t dt}{\int_{-\infty}^{\infty} I(t) dt} \tag{81}$$
$$= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |A|^2 \Xi(t-\tau) t + |B|^2 \Xi(t) t + A\bar{B}\Xi(t,\tau) t + \bar{A}B\Xi(t,\tau) t dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |A|^2 \Xi(t-\tau) + |B|^2 \Xi(t) + A\bar{B}\Xi(t,\tau) + \bar{A}B\Xi(t,\tau) dt} \tag{82}$$

Où $\Xi(t) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$ et $\Xi(t,\tau) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{2t^2 - 2t\tau + \tau^2}{4\sigma^2}}$. Remarquons qu'en raison d'une interaction faible avec le système, il existe une superposition entre le pointeur et les composantes de polarisation horizontale et verticale. Les solutions de chaque intégrale sont énumérées ci-dessous. Nous allons reprendre notre analyse de la partie réelle de la valeur faible.

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \Xi(t-\tau) t dt &= \tau & \int_{-\infty}^{\infty} \Xi(t) dt &= 1 \\ \int_{-\infty}^{\infty} \Xi(t-\tau) dt &= 1 & \int_{-\infty}^{\infty} \Xi(t,\tau) t dt &= \frac{\tau}{2} e^{-\frac{t^2}{8\sigma^2}} \\ \int_{-\infty}^{\infty} \Xi(t) t dt &= 0 & \int_{-\infty}^{\infty} \Xi(t,\tau) dt &= e^{-\frac{t^2}{8\sigma^2}} \end{aligned}$$

Donc, avec ces solutions, la partie réelle se trouve :

$$\left\langle \hat{t}^{norm} \right\rangle = \tau \frac{|A|^2 + (A\bar{B} + \bar{A}B)e^{-\frac{\tau^2}{8\sigma^2}}}{|A|^2 + |B|^2 + (A\bar{B} + \bar{A}B)e^{-\frac{\tau^2}{8\sigma^2}}} \tag{83}$$

Comme nous sommes dans le régime des mesures faibles, prenons la limite où $\tau \ll \sigma$:

$$\lim_{\frac{\tau}{\sigma} \to 0} \left\langle \hat{t}^{norm} \right\rangle = \tau \frac{|A|^2 + A\bar{B} + \bar{A}B}{|A|^2 + |B|^2 + A\bar{B} + \bar{A}B} \tag{84}$$

$$\equiv \mathcal{R}(\langle \hat{\pi}_W \rangle) \tag{85}$$

Ce terme représente la position moyenne temporelle du pointeur lors d'une mesure. Il s'agit de la partie réelle de la valeur faible $\langle \hat{\pi}_W \rangle$.

2.4.2 La partie imaginaire du système

Comme nous l'avons déjà évoqué, un déplacement de la variable du pointeur, tels que sa position temporelle t par rapport à un t_0, devrait entraîner un déplacement de sa position fréquentielle ω, vue que $\hat{E} = \hbar\hat{\omega}$ [35, 36]. Vérifions-le en calculant la partie imaginaire de la valeur faible $\langle \hat{\pi}_W \rangle$. Tout d'abord, effectuons la transformation de Fourier de la fonction temporelle $F(t)$ de l'état quantique $\left| \Psi(t)^f \right\rangle$:

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(t) e^{-i\omega t} dt \tag{86}$$

$$= \frac{\sqrt[4]{2}\sqrt{\sigma}}{\sqrt[4]{\pi}} (A + Be^{i\omega\tau}) e^{-\omega^2\sigma^2 - i\omega\tau} \tag{87}$$

Avec ce dernier, l'état quantique s'écrit :

$$\left|\Psi(\omega)^f\right\rangle = F(\omega) \otimes |\varsigma\rangle \tag{88}$$

Ensuite, déterminons la valeur moyenne de la position fréquentielle en suivant les mêmes étapes que celles pour la partie réelle :

$$\begin{aligned}\langle\hat{\omega}\rangle &= \left\langle\Psi(\omega)^f\right|\hat{\omega}\left|\Psi(\omega)^f\right\rangle & (89)\\ &= \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)d\omega & (90)\end{aligned}$$

Où $S(\omega) \equiv |F(\omega)|^2$ et normalisons cette valeur :

$$\langle\hat{\omega}^{norm}\rangle = \frac{\sqrt{2}\sigma}{\sqrt{\pi}} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |A|^2\omega e^{i\omega\tau} + |B|^2\omega e^{i\omega\tau} + A\bar{B}\omega + \bar{A}Be^{2i\omega\tau}\omega d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |A|^2 e^{i\omega\tau} + |B|^2 e^{i\omega\tau} + A\bar{B} + \bar{A}Be^{2i\omega\tau} d\omega} e^{-2\omega^2\sigma^2 - i\omega\tau} \tag{91}$$

En utilisant des méthodes d'intégration similaires, nous arrivons à :

$$\langle\hat{\omega}^{norm}\rangle = \frac{i\tau}{4\sigma^2} \frac{(B\bar{A} - A\bar{B})e^{-\frac{\tau^2}{8\sigma^2}}}{|A|^2 + |B|^2 + \bar{A}B + A\bar{B}} \tag{92}$$

Prenons encore la limite dont $\tau \ll \sigma$, qui s'applique au domaine des mesures faibles :

$$\lim_{\frac{\tau}{\sigma}\to 0} \langle \hat{\omega}^{norm} \rangle = \frac{i\tau}{4\sigma^2} \frac{B\bar{A} - A\bar{B}}{|A|^2 + |B|^2 + \bar{A}B + A\bar{B}} \tag{93}$$

$$\equiv \mathcal{I}(\langle \hat{\pi}_W \rangle) \tag{94}$$

Ce terme correspond à la partie imaginaire de la valeur faible attendue $\langle \hat{\pi}_W \rangle$.

2.5 Proposition expérimentale pour la caractérisation de la valeur faible

Nous continuons avec notre système photonique quantique, en nous appuyant sur nos résulats théoriques concernant la partie réelle et imaginaire de la valeur faible. Nous pouvons calculer que, pour un état d'entrée, soit :

$$\left|\psi^{in}\right\rangle = a\,|H\rangle + b\,|V\rangle \tag{95}$$

Puisque a et b sont des amplitudes de probabilité pour les états de base $|H\rangle$ et $|V\rangle$ respectivement (c'est-à-dire $a = \langle H|\psi^{in}\rangle$ et $b = \langle V|\psi^{in}\rangle$), on peut, en pratique, calculer directement les amplitudes de probabilités en fonction des parties de la valeur mesurée. Cette possibilité découle du fait que la valeur faible est proportionnelle à l'état quantique, comme nous l'avons démontré. Pour caractériser l'état de polarisation d'un système quantique, il s'agit de mesurer faiblement $\hat{\pi}^J = |J\rangle\langle J|$ soit $J = H{,}V$ [22, 20, 21], puis de mesurer par projection sur un état intermédiaire tel que $|D\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle)$. Donc cette opération réussie, elle permettra d'obtenir un ensemble restreint d'essais dont la moyenne des résultats expérimentaux (tels que les déplacements temporels ou fréquentiels du pointeur) sera proportionnelle à la partie réelle ou imaginaire de la valeur faible.

$$\hat{\pi}_W^J = \frac{\langle D| \hat{\pi}^J |\psi^{in}\rangle}{\langle D|\psi^{in}\rangle} = \sqrt{N}\left\langle J\middle|\psi^{in}\right\rangle \tag{96}$$

Où N est une constante de normalisation indépendante de J. On peut écrire l'état quantique en fonction de la valeur faible.

$$\left|\psi^{in}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}}\Big(\hat{\pi}_W^H |H\rangle + \hat{\pi}_W^V |V\rangle\Big) \tag{97}$$

Puisque $N = \left|\hat{\pi}_W^H\right|^2 + \left|\hat{\pi}_W^V\right|^2$, $N = \left|\hat{\pi}_W^H\right|^2 + \left|1 - \hat{\pi}_W^H\right|^2$:

$$\left|\psi^{in}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}}\Big(\hat{\pi}_W^H |H\rangle + \Big(1 - \hat{\pi}_W^H\Big) |V\rangle\Big) \tag{98}$$

Ce dernier est l'état d'entrée que nous pouvons reconstruire à partir de la valeur faible. En d'autres termes, nous pouvons reconstruire l'état d'entrée à partir de la valeur faible mesurée. Certain fixe la phase globale, qui varierait selon l'état d'entrée, nous supposons que a est toujours réel. Donc l'ellipticité (ou la phase) se trouve dans b et sera dépendante de la partie imaginaire [22].

À partir des données expérimentales des deux observables $\left\langle \hat{t} \right\rangle$ et $\langle \hat{\omega} \rangle$, nous pouvons calculer directement les amplitudes de probabilité.

$$|a| = \sqrt{\frac{\mathcal{R}(\langle\hat{\pi}\rangle_W)}{\tau}} \tag{99}$$

$$|b| = \sqrt{|a|^2 - 1} \tag{100}$$

Selon l'état d'entrée, la valeur faible varie. Il est crucial de souligner que le délai

τ correspond au délai maximal que nous utilisons pour interagir avec le système. Ce dernier normalise les amplitudes de probabilité. Lorsque nous modifions les états d'entrée, le délai τ devrait varier entre l'absence de délai et le délai maximal, c'est-à-dire entre les polarisations $|V\rangle$ et $|H\rangle$.

2.6 Mots finaux sur la théorie

Ce chapitre a posé les bases théoriques des mesures faibles temporelles et leur potentiel pour les systèmes photoniques. En s'appuyant sur des techniques innovantes et des travaux antérieurs, cette thèse vise à démontrer l'utilité des mesures faibles temporelles pour caractériser directement les états quantiques. Le prochain chapitre abordera les aspects expérimentaux de la mise en œuvre de ces méthodes.

3 MESURE EXPÉRIMENTALE DIRECTE D'UN ÉTAT DE POLARISATION EN UTILISANT UNE MESURE FAIBLE TEMPORELLE

Pour caractériser les états de polarisation avec une mesure faible temporelle, nous devons d'abord tester notre capacité à mesurer des délais ultra courts avec une précision fiable afin de pouvoir caractériser l'état de polarisation d'un signal. Pour ce faire, nous allons réaliser des expériences en mesurant la vitesse d'un signal électrique se déplaçant sur différentes longueurs de câble BNC, un système isolé dont on peut aisément changer les délais électriques et dont l'analyse est indépendante de facteurs extérieurs. Nous testerons ensuite la précision de cette méthode dans une expérience de mesure de la vitesse de la lumière en mesurant des différentes parcourt de la lumière dans un système photonique, qui servira de précurseur à la caractérisation de l'état de polarisation. Par la suite, nous discuterons de la façon dont nous pouvons utiliser cette méthode pour mesurer l'état de polarisation d'un signal en utilisant la mesure faible temporelle. Nous réaliserons des expériences pour mesurer la partie réelle et la partie imaginaire de la valeur faible de l'état de polarisation de notre système photonique.

3.1 Mesure de délais temporels ultra courts

Nous souhaitons d'évaluer notre capacité à mesurer des délais temporels avec précision. À cet effet, nous allons déterminer notre précision de mesure temporelle en mesurant la vitesse d'un signal électrique qui se déplaçant dans un câble BNC de différentes longueurs. Nous utiliserons ensuite cette méthode pour mesurer la vitesse de la lumière dans un système photonique, qui nous permettra de tester notre précision de mesure temporelle dans un système plus complexe. Ces expériences nous permettront de caractériser notre capacité à mesurer des délais temporels avec précision, ce qui est essentiel pour la caractérisation des états de polarisation avec une mesure faible temporelle. Dans la figure 5, nous présentons le dispositif expérimental que nous utiliserons pour les deux prochaines expériences.

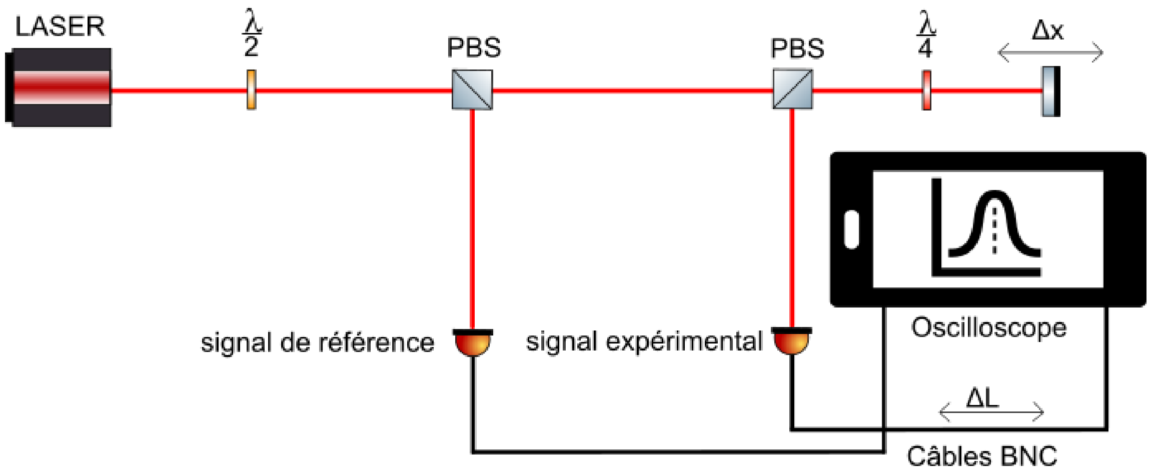

FIGURE 5 – Représentation de notre dispositif expérimental pour évaluer la précision de nos mesures temporelles en mesurant la vitesse d'un signal dans les câbles BNC et la vitesse de la lumière. L'impulsion du laser est d'abord réglée en intensité par une lame demi-onde, puis dirigée vers un séparateur de faisceau polarisant (PBS) qui divise les états de polarisation horizontaux et verticaux en deux voies orthogonales. Le faisceau réfléchi, représenté par l'état de base de polarisation verticale $|V\rangle$, sera notre signal de référence pour déclencher l'oscilloscope, à gauche. Le faisceau transmis, correspondant à l'état de base horizontal $|H\rangle$, subit encore un autre PBS et se revoit avec un miroir fixe ainsi qu'une lame quart d'onde pour convertir l'état de polarisation $|H\rangle$ en un état $|V\rangle$ pour qu'il soit réfléchi. Il est ensuite détecté avec un autre photodétecteur puis mesuré par notre oscilloscope, à droite. Pour l'expérience de la vitesse d'un signal dans un câble BNC, nous utilisons simplement différentes longueurs de câble attachées sur notre photodétecteur, désigner par ΔL. Pour l'expérience de la vitesse de la lumière, nous orientons l'état de polarisation horizontal vers un miroir, que nous réglerons en fonction des différentes distances à évaluer pour l'expérience de la vitesse de la lumière, désigner par Δx. Il est ensuite renvoyé vers le PBS pour y être réfléchi. Ce procédé utilise une lame quart d'onde pour convertir l'état de polarisation.

Notre laser est une source à diodes pulsés nanosecondes, capable de générer des impulsions allant de 5 à 39 ns. Nous utilisons une impulsion de 10 ns pour nos expériences, car les intervalles de temps plus longs rendent la mesure moins précise.

Cette perte de précision se présente dans la mesure de la partie imaginaire. À ces longueurs d'impulsion, la distribution temporelle du signal devient plus similaire à celle d'une fonction porte [37] Or, les discountinuités de cette fonction entrainent la présence de bruit à hautes fréquences ce qui rend l'analyse moins facile. Nous voulons une impulsion de forme gaussienne, car cette forme est souvent utilisée dans les mesures faibles [14, 20, 22, 23, 16] et pour faciliter l'identification de la position maximale de l'impulsion, que nous identifierons comme correspondant à la position temporelle moyenne de l'impulsion. Le laser possède une longueur d'onde comprise entre 640 ± 10 nm, avec une énergie d'impulsion maximale de 2,0 nJ. Sa puissance de crête s'élève pas plus qu'à 50 mW, dont sa puissance moyenne est de 20 MW. Nous fixons le taux de répétition à 1 MHz, pour avoir un temps suffisamment long entre les impulsions. Nous recueillons les données à l'aide d'un photodétecteur rapide à base de Si [38], qui possède une bande passante de 2 GHz, ce qui est suffisant pour mesurer les impulsions de 10 ns. Le photodétecteur est connecté à un câble BNC de 50 Ω [39] qui est ensuite connecté à un oscilloscope pour l'enregistrement des données. Nous utilisons un oscilloscope Tektronix TDS 5000 [40], qui est un oscilloscope numérique à mémoire profonde, capable d'acquérir des signaux à des vitesses allant jusqu'à 500 GS/s (gigéchantillons par seconde), et qui possède une bande passante de 500 MHz. Ensuite, nous analysons les données avec MATLAB et/ou PYTHON pour en tirer des conclusions sur la précision de nos mesures temporelles.

3.1.1 Notes sur l'importances de l'acquisition des données

La façon dont nous acquérons nos données est importante, car nous devons nous assurer que nous utilisons la méthode la plus précise pour déterminer la position temporelle moyenne de l'état en vue d'une analyse ultérieure. Des implications importantes à considérer pour la précision de nos mesures est la façon dont l'oscilloscope est configuré : mode d'acquisition des données, résolution temporelle et mode de déclenchement.

Pour mesurer des délais temporels, nous avons besoin d'un signal de référence et un signal expérimental. Nous obtenons ce signal en prélevant une partie du signal du laser à l'aide d'un PBS (voir la figure 5). Le signal de référence est envoyé à un photodétecteur rapide, qui est utilisé pour déclencher l'oscilloscope. Le signal expérimental est envoyé à un autre photodétecteur rapide, qui est utilisé pour mesurer le délai temporel par rapport au signal de référence. Le signal de référence est déclenché sur son front montant et est connecté à l'entrée auxiliaire afin de ne pas affecter le taux d'échantillonnage de l'oscilloscope. Nous avons établi qu'il fallait au moins 30 μW d'intensité de signal pour déclencher l'oscilloscope sur ce port [40]. Nous déterminons le délai de chaque acquisition par rapport à notre référence, qui correspond à la longueur initiale du câble ou la position du miroir. De cette manière, nous isolons l'expérience pour observer uniquement ce qui se produit lorsqu'on modifie la longueur du câble ou lorsqu'on déplace le miroir.

Le mode d'acquisition est un mode crucial pour la résolution des données. Notre oscilloscope possède plusieurs modes d'acquisition : échantillonnage direct, détection de pic, enveloppe, haute résolution et moyennage. Nous choisissons le mode d'acquisition moyen, car il permet de réduire le bruit dans la prise de données. Ce réglage effectue la moyenne sur N signaux expérimentaux générant un signal moyenné. Pour obtenir un signal clair et éliminer le bruit de fond, nous devions effectuer la moyenne sur 1000 signaux expérimentaux.

Le mode d'échantillonnage est un autre aspect important de la façon dont l'oscilloscope collecte des données. Ces modes sont l'échantillonnage en temps réel, l'interpolation et le temps d'équivalent. En mode d'échantillonnage en temps réel, l'oscilloscope numérise tous les points après un événement déclencheur. Ce mode d'échantillonnage est principalement utilisé pour les mesures ponctuelles où les variations du signal en temps réel sont importantes [40]. Le mode d'interpolation crée des points intermédiaires entre les points d'échantillonnage, ce qui permet de combler les éventuelles lacunes. Les options d'interpollation sont linéaire ou sinusoidale entre les points, ce qui rend la courbe plus lisse [40]. Cependant, la résolution temporelle est insufisante pour nos mesures. Le mode d 'échantillonnage par temps d'équivalent permet d'augmenter le taux d'échantillonnage au-delà du taux d'échantillonnage maximum de l'oscilloscope. La figure 6 illustre le fonctionnement de ce mode.

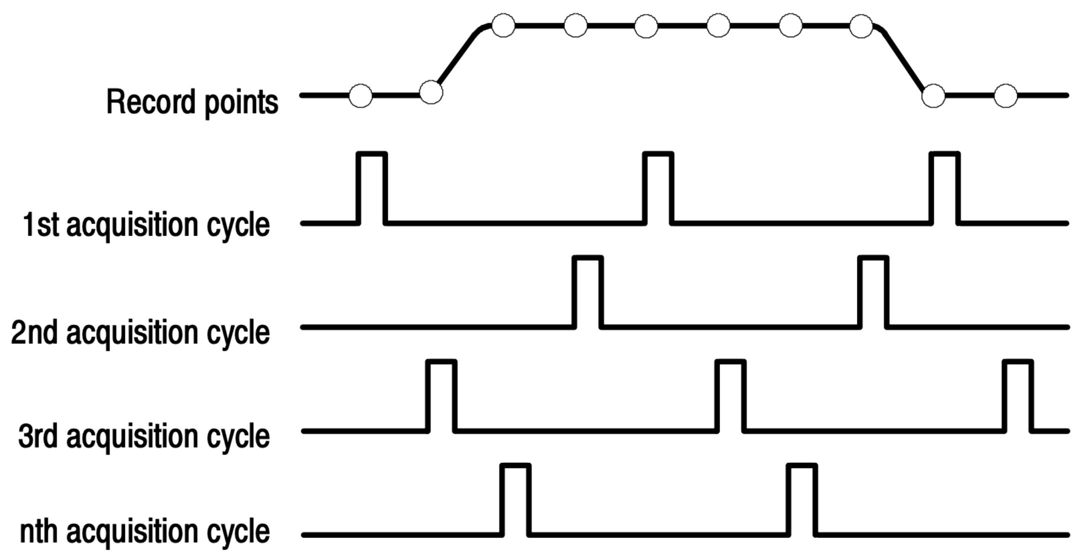

FIGURE 6 – Diagramme illustrant le fonctionnement du mode d'échantillonnage en temps de équivalent de l'oscilloscope [40]. Cet appareil collecte un petit nombre d'échantillons au moment où l'événement de déclenchement se produit, ce qui lui permet d'obtenir le signal complet de notre impulsion. Le taux d'échantillonnage est supérieur à celui du mode en temps réel. L'oscilloscope en mode de temps d'équivalent effectue un échantillons à chaque déclenchement du signal de référence. Il enregistre un certain nombre d'échantillons d'acquisition, puis combine plusieurs échantillons d'un signal répétitif en cours d'acquisition. Il régule ensuite la fréquence d'échantillonnage du signal d'entrée pour un enregistrement du signal complet.

Dans ce mode, il est possible d'obtenir le taux d'échantillonnage complet de 500 GS/s (gigéchantillons par seconde) et un taux d'échantillonnage électronique maximum de 20 GS/s. Si le déclenchement n'est pas en mode externe et que le signal de reférence se trouve sur un port, le taux d'échantillonnage maximal sera désormais divisé par deux. L'échantillonnage maximal est crucial pour l'oscilloscope, car il permet d'atteindre une résolution temporelle maximale de $4 \pm 2 \quad ps$. Cela nous assure des mesures temporelles précises.

Avec ces paramètres, nous avons la meilleure résolution possible avec l'équipement servant à collecter des données sur notre signal. Nous enregistrons ensuite les signaux d'onde de sortie au format CSV. Une mesure d'acquisition prend environ trois minutes et nous prenons 10 différentes acquisitions pour chaque different délai. Nous mesurons la vitesse d'un signal dans un câble BNC RG-58 [39] avec des délais temporels implémentés en faisant parcourir le signal expérimental sur différentes longueurs de câbles. Cette expérience facilite nos mesures, car les câbles ont une longueur déterminée par le fabricant. Le délai est lié aux variations de longueur entre les différentes longueurs de câbles ΔL. Ces dernières sont de 172, 270, 522, 1032 et 3000 ± 0.5 mm (mesuré à l'œil avec une règle). Les délais commencent par une mesure avec un câble possèdant la longueur la plus courte ; dans ce cas, le miroir ajustable est fixe. Pour l'expérience de mesures de la vitesse de la lumière, nous introduisons un délai en déplaçant le miroir à différentes distances Δx : 2,52 , 5,48 , 10,10 , 20,19 , 30,29 , 40,38 , 50,48 et 65,62 cm ± 2 μm (converti à partir des pouces, car notre platine de translation linéaire manuelle est en unités impériales [41]). Le délai mesuré part d'une référence, appelée position 0, correspondant à la position initiale du miroir. Comme le montre la figure 5, la lumière doit parcourir une distance double car elle parcourt deux fois la distance entre le PBS et le miroir qui se déplace. Ensuite, les données sont analysées afin de trouver le délai obtenu pour chaque distance du miroir.

3.1.2 Analyse et résultats de l'expérience de la vitesse d'un signal électrique dans un câble BNC

Maintenant, analysons nos données de l'expérience de la vitesse d'un signal électrique à travers un câble BNC à partir des délais d'impulsion. Nous avons configuré l'oscilloscope en mode EQ-time (temps de équivalent) et acquérons des données sur une durée de 100 ns (lors des expériences de mesures faibles, nous constaterons que nous n'avons pas besoin d'une telle durée), avec une longueur d'enregistrement de 10000 points , une résolution temporelle de 4 ps, moyennée sur 1000 signaux expérimentaux et moyennée sur 10 différentes prises de données. La figure 7 montre le profil temporel typique de notre impulsion laser d'une série de données avec ces paramètres.

Le profil temporel des impulsions n'est pas une fonction gaussienne, mais plutôt une fonction de porte. En allongeant la durée de l'impulsion du laser, l'impulsion ressemble de plus en plus à une fonction porte au fur et à mesure. Pour préciser la position temporelle de l'impulsion, nous allons effectuer la dérivée de la fonction d'amplitude du signal pour identifier le temps d'arrivée du signal représenté par le pic maximal de la dérivée. Ensuite, nous ajusterons une courbe à ce pic pour déterminer la position temporelle du pic (le temps d'arrivée du signal) avec une précision maximale. Nous allons utiliser MATLAB pour effectuer ces ajustements.

Nous avons essayé plusieurs types d'ajustements, notamment des polynômes de différents ordres N, de degré 2 à 9, démarquant par *polyN*,

$$y(t) = a_0 + a_1 T + a_2 t^2 + \ldots + a_N t^N \tag{101}$$

Où a_i sont les coefficients du polynôme et t est le temps. Des séries de Fourier de

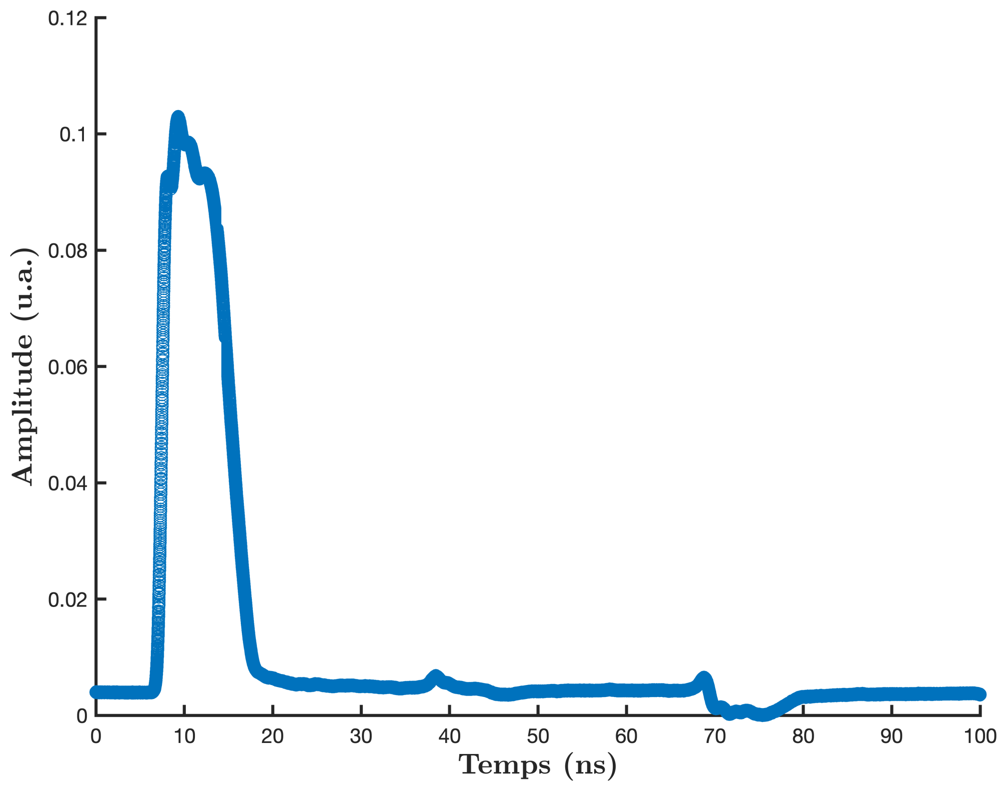

FIGURE 7 – Profil temporel typique de notre impulsion laser ultra-courte NPL64B [37], mesurée avec un photodétecteur DET025A à base de Si [38] et acquise à l'aide du mode d'acquisition temporelle EQ-time de l'oscilloscope [40].

degré 1 à 6, démarquant par *fourierN*,

$$y(t) = a_0 + a_1 cos(\omega t) + a_2 sin(\omega t) + \ldots + a_N cos(N\omega t) + b_1 sin(N\omega t) \qquad (102)$$

Où a_i et b_i sont les coefficients de la série de Fourier, ω est la fréquence angulaire et t est le temps. Et une fonction gaussienne, démarquant par *gauss1* qui est :

$$y(t) = a_0 + a_1 e^{-\frac{(t-t_0)^2}{2\sigma^2}} \qquad (103)$$

À partir de ces ajustements paramétriques, nous avons pu déterminer la position temporelle du pic de la dérivée de l'impulsion. Pour chaque longueur de câble (ainsi que pour les différents parcourts de la mirroir pour l'expérience de la vitesse de la lumière), nous avons ajusté les courbes à la dérivée de l'impulsion, en utilisant la fonction *fit* de MATLAB. Ensuite utilisé la fonction *polyval* pour évaluer la position temporelle du pic de la dérivée de l'impulsion avec une résolution de 1/10000 de la résolution de l'oscilloscope et négligeons environ 40% des données d'amplitude initiales ; l'ajustement était donc susceptible d'être optimal. Le reste du signal ne présente pas d'intérêt. Nous trouvons le délai en comparant à la position initiale, c'est-à-dire l'expérience réalisée avec le cable le plus court. Le tableau 2 démontre les différents ajustements que nous avons essayés ainsi que le temps moyen d'arrivée pour chaque distance en utilisant ces ajustements.

Table 2 – Résultats des temps d'arrivée et écart-type de différents ajustements de courbe pour l'expérience de vitesse dans les câbles BNC. Plus de chiffres significatifs ont été ajoutés pour les ajustements de courbe pour qu'ils soient compatibles avec l'écart-type.

Type de fit	Longueur du câble ΔL (mm)	Temps d'arrivée (ns)	Écart-type (ns)
poly2	0	7.44310	0.00068
poly2	172	8.37596	0.00105
poly2	270	8.86583	0.00182
poly2	522	10.12025	0.00104
poly2	1032	12.68037	0.00099
poly2	3000	22.62379	0.00354
poly3	0	7.46342	0.00222
poly3	172	8.39546	0.00278
poly3	270	8.88637	0.00227
poly3	522	10.14113	0.00196
poly3	1032	12.70091	0.00150
poly3	3000	22.64460	0.00396
poly4	0	7.45750	0.00114
poly4	172	8.38888	0.00177
poly4	270	8.88005	0.00136
poly4	522	10.13472	0.00099
poly4	1032	12.69463	0.00132
poly4	3000	22.63830	0.00336
poly5	0	7.46484	0.00131
poly5	172	8.39631	0.00106
poly5	270	8.88844	0.00185
poly5	522	10.14197	0.00119
poly5	1032	12.70253	0.00211
poly5	3000	22.64039	0.00294
poly6	0	7.46521	0.00202
			...

Type de fit	Longueur du câble ΔL (mm)	Temps d'arrivée (ns)	Écart-type (ns)
poly6	172	8.39659	0.00153
poly6	270	8.88736	0.00307
poly6	522	10.14084	0.00182
poly6	1032	12.69214	0.00663
poly6	3000	22.29098	0.18052
poly7	0	7.33751	0.03120
poly7	172	8.21566	0.13047
poly7	270	8.52569	0.11581
poly7	522	9.72629	0.12391
poly7	1032	12.23442	0.00780
poly7	3000	22.16566	0.01151
poly8	0	6.99619	0.00997
poly8	172	7.92408	0.01360
poly8	270	8.41125	0.01215
poly8	522	9.66966	0.01255
poly8	1032	12.23447	0.00776
poly8	3000	22.16570	0.01148
poly9	0	6.99605	0.00983
poly9	172	7.92413	0.01359
poly9	270	8.41132	0.01220
poly9	522	9.66971	0.01257
poly9	1032	12.23498	0.00810
poly9	3000	22.16569	0.01146
fourier1	0	7.44586	0.00075
fourier1	172	8.37913	0.00125
fourier1	270	8.86896	0.00128
fourier1	522	10.12332	0.00084
fourier1	1032	12.68338	0.00115
fourier1	3000	22.62676	0.00359
			...

Type de fit	Longueur du câble ΔL (mm)	Temps d'arrivée (ns)	Écart-type (ns)
fourier2	0	7.46383	0.00189
fourier2	172	8.39629	0.00139
fourier2	270	8.88716	0.00276
fourier2	522	10.14204	0.00308
fourier2	1032	12.70221	0.00217
fourier2	3000	22.64465	0.00462
fourier3	0	7.41817	0.06115
fourier3	172	8.37827	0.00987
fourier3	270	8.87882	0.01193
fourier3	522	10.12619	0.01515
fourier3	1032	12.68675	0.01349
fourier3	3000	22.61673	0.00260
fourier4	0	7.42123	0.00635
fourier4	172	8.34673	0.00717
fourier4	270	8.84979	0.00872
fourier4	522	10.10293	0.00667
fourier4	1032	12.66846	0.00449
fourier4	3000	22.60242	0.00497
fourier5	0	7.42623	0.00692
fourier5	172	8.36756	0.05475
fourier5	270	8.85968	0.01496
fourier5	522	10.10500	0.00430
fourier5	1032	12.67241	0.00725
fourier5	3000	22.52103	0.19931
fourier6	0	7.43023	0.01046
fourier6	172	8.41189	0.06274
fourier6	270	8.85976	0.01835
fourier6	522	10.19384	0.19938
fourier6	1032	12.76117	0.19404
			...

Type de fit	Longueur du câble ΔL (mm)	Temps d'arrivée (ns)	Écart-type (ns)
fourier6	3000	22.52226	0.19765
gauss1	0	7.44584	0.00059
gauss1	172	8.37897	0.00111
gauss1	270	8.86887	0.00131
gauss1	522	10.12319	0.00082
gauss1	1032	12.68330	0.00116
gauss1	3000	22.62690	0.00346

Il montre également l'écart-type de la façon dont la position du temps d'arrivée change pour chaque fichier individuel pour la même longueur de câble. La figure 8 montre le profil temporel de la dérivée des données d'impulsion pour l'expérience des câbles BNC RG-58 avec chacun de ses ajustements de courbe.

La vitesse est déterminée en effectuant un ajustement linéaire des valeurs moyennes du temps d'arrivée, pour chaque longueur de câble. Nous comparons ensuite ces données à la valeur théorique, qui est d'environ 0,66c [42]. Le tableau 3 présente les résultats de la vitesse mesurée dans les câbles BNC pour chaque type d'ajustement de courbe.

TABLE 3 – Mesure de la vitesse du signal dans les câbles BNC pour différents ajustements de courbe (vitesse théorique 197863022 m/s [42])

Type de fit	Vitesse mesurée (m/s)	Erreur (%)
poly2	198125399	0.1326
poly3	198116966	0.1283
		...

Type de fit	Vitesse mesurée (m/s)	Erreur (%)
poly4	198117476	0.1286
poly5	198191774	0.1662
poly6	203054996	2.6240
poly7	201780752	1.9800
poly8	198220958	0.1809
poly9	198220258	0.1805
fourier1	198125807	0.1328
fourier2	198124682	0.1322
fourier3	198150017	0.1450
fourier4	198105100	0.1223
fourier5	199361343	0.7573
fourier6	199614259	0.8851
gauss1	198122675	0.1312

Il inclut les différents ajustements, vitesse mesurée et l'erreur en pourcentage. Nous avons utilisé la vitesse théorique de 197863022 m/s comme référence, qui est la vitesse du signal dans un câble BNC RG-58 [42, 43].

Le tableau 3 démontre que les ajustements polynomiaux de degré 2 à 5, les séries de Fourier de degré 1 et 4, ainsi que l'ajustement gaussien donnent des résultats très proches de la vitesse théorique, avec des erreurs en pourcentage inférieures à 0,2%. Les ajustements polynomiaux de degré 5 et supérieur, ainsi que les séries de Fourier de degré 5 et supérieur, donnent des résultats moins précis, avec des erreurs en pourcentage supérieures à 0,7%. Notons qu'on peut voir selon la figure 8 que la dérivée de l'impulsion est bien ajustée par un polynôme du quatrième ordre et selon les deux tableaux, le meilleur ajustement possible est ce type de polynôme. Une série

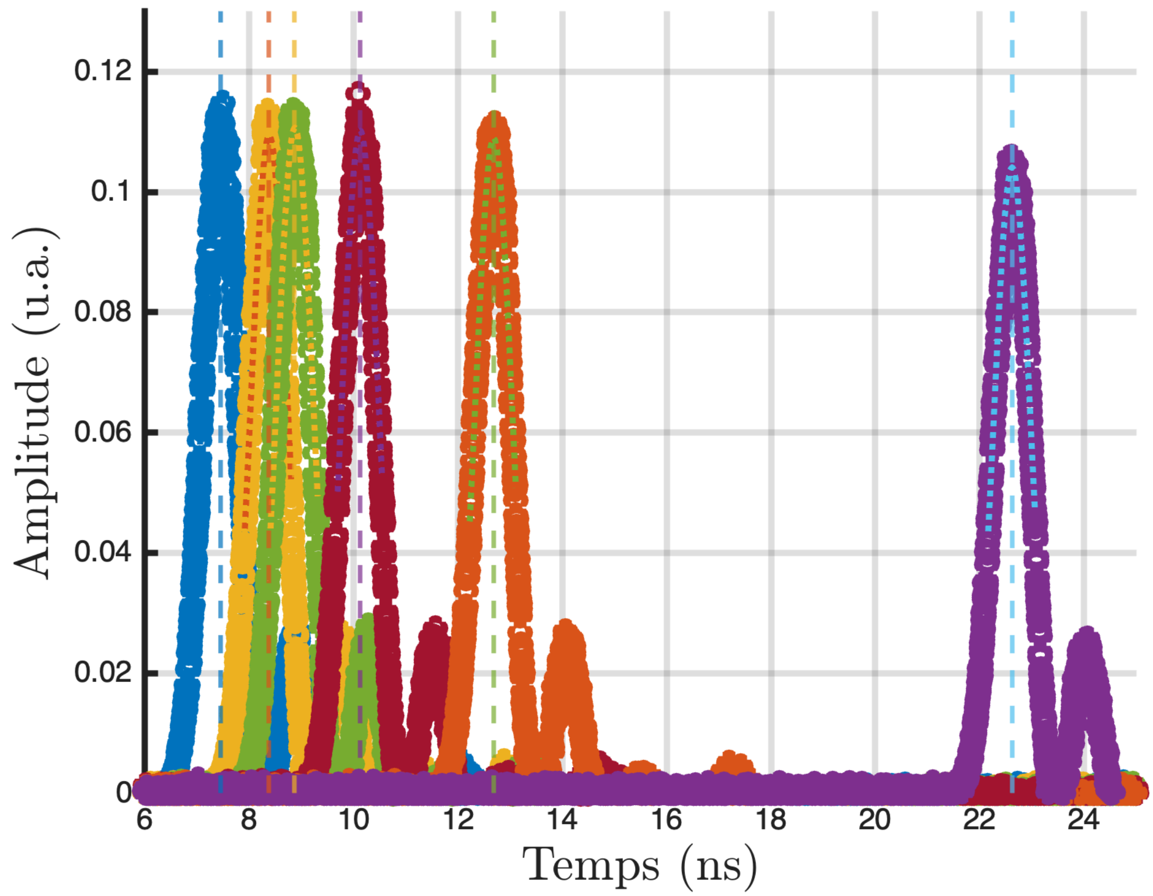

FIGURE 8 – Profil temporel de la dérivée des données d'impulsion dans l'expérience des câbles BNC RG-58 avec chacun de ses ajustements de courbe (désignés par les lignes pointillées) de type *poly4*.

de Fourier du premier ordre et du deuxième ordre, ainsi qu'un ajustement gaussien sont également très bons cependant, nous avons choisi de continuer avec le polynôme du quatrième ordre, car il est légèrement plus précis que les autres ajustements avec un écart-type très faible et possède une forme plus simple. Cette ajustement de la courbe s'écrit comme suit :

$$y(t) = a_0 + b_0 t^2 + c_0 t^3 + d_0 t^4 \tag{104}$$

Les paramètres d'ajustement a_0, b_0, c_0 et d_0 de la fonction avec variable dépendante y, qui représente l'amplitude, et t, qui correspond à la position temporelle des courbes, sont sélectionnés pour optimiser l'ajustement de nos données. La figure 9 montre les délais mesurés pour chaque longueur de câble BNC ainsi que leur ajustement de courbe.

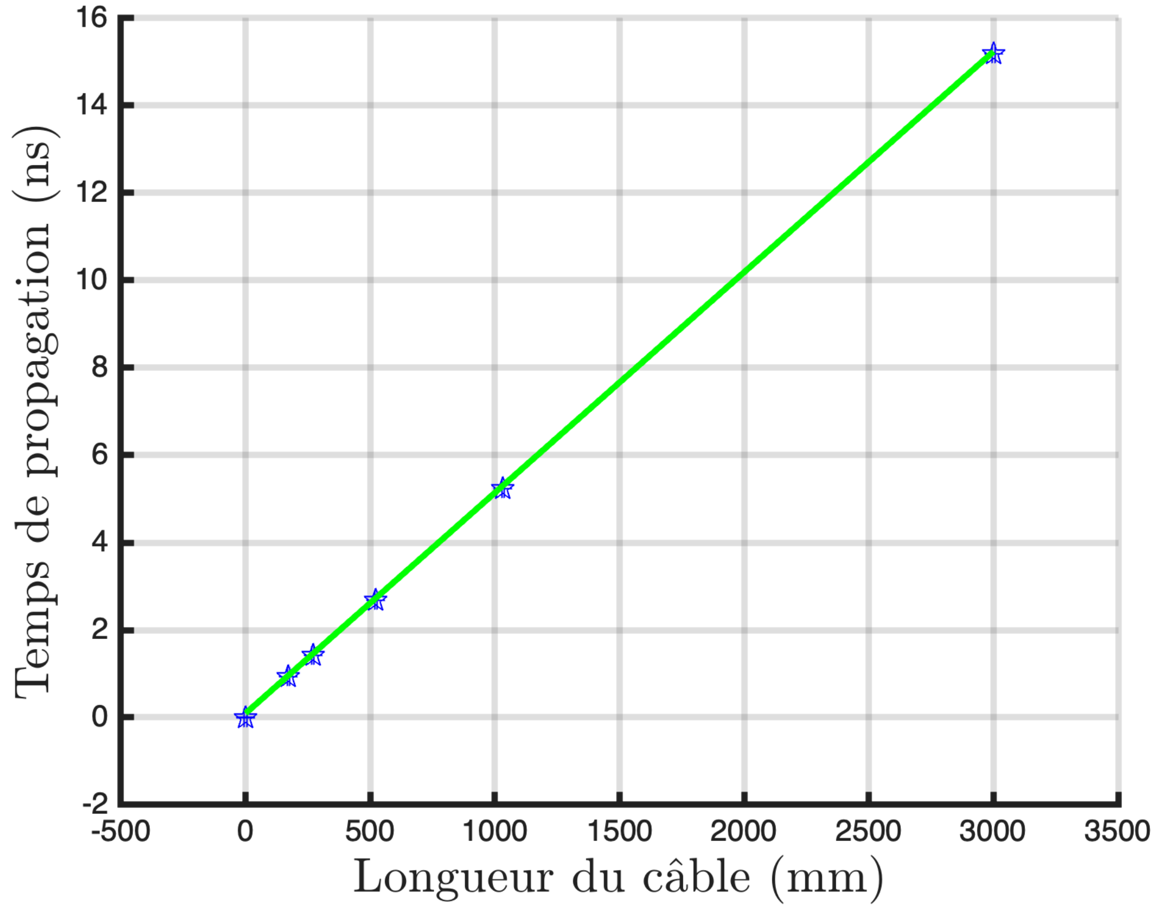

FIGURE 9 – Résultats des délais mesurés pendant l'expérience sur la vitesse d'un signal électrique dans un câble BNC, ainsi que leur ajustement linéaire. Les barres d'erreur horizontales représentent l'incertitude de nos mesures de la distance, soit $\pm 0{,}5\ mm$. Les barres d'erreurs verticales correspondent à l'erreur de l'ajustement *poly4* basé sur la variation de la position du pic de la dérivée de l'impulsion pour chaque longueur de câble, soit $\pm 2\ ps$. Ils sont tros petits pour être visibles sur la figure.

On peut voir que les délais mesurés sont linéaires en fonction de la distance, ce qui est conforme à nos attentes. Notre résultat pour la vitesse du signal est 198117476 m/s, ce qui représente une erreur en pourcentage de 0,1286% par rapport à la vitesse du signal dans un câble BNC qui est environ 0,66 par rapport à c (voir le tableau 3) ce qui est réaliste et cohérent avec l'erreur observée lors de l'expérience précédente [42, 43]. En effet, nous avons démontré notre capacité à mesurer des délais très précis. C'est un élément essentiel pour pouvoir commencer à mesurer de petits délais entre des impulsions de lumière, qui est l'objectif de la prochaine expérience.

3.1.3 Analyse et résultats de l'expérience de mesure de la vitesse de la lumière

Nous savons mesurer des délais sur des impulsions électriques, nous souhaitons démontrer que nous sommes capables de mesurer des délais sur des impulsions lumineuses. Pour ce faire, nous allons vérifier notre capacité à mesurer la vitesse de la lumière. Le dispositif expérimental (voir figure 5) est conçu pour mesurer la vitesse d'un signal électrique dans les câbles BNC peux être que utiliser pour mesurer la vitesse de la lumière en utilisant un miroir ajustable pour créer un délai temporel. Ce dernier se fait en déplaçant le miroir ajustable, ce qui modifie la distance parcourue par le signal. En mesurant le temps que met le signal à parcourir cette distance, nous pouvons calculer la vitesse de la lumière dans notre milieu. Nous allons maintenant présenter les résultats de cette expérience, ainsi que les données dérivées de l'impulsion mesurée.

Nous analysons les données de l'expérience en utilisant la méthode que nous avons acquise précédemment, et ce en effectuant un ajustement de la courbe de la dérivée de l'impulsion mesurée. Cette approche permet de déterminer le temps d'arrivée des impulsions. Le tableau 4 présente les résultats de l'expérience, qui présente les temps d'arrivée mesurés pour différentes distances parcourues par les impulsions, ainsi que les écarts-types et la qualité des ajustements de courbe.

TABLE 4 – Résultats des temps d'arrivée mesurés pour différentes parcours des impulsions et types d'ajustement de courbe, avec leurs écarts-types et qualités des ajustements pour l'expérience de la vitesse de la lumière

Type de fit	Parcours Δx (cm)	Temps d'arrivée (ns)	Écart-type (ns)
poly2	0	4.71331	0.00540
poly2	5.08	4.89051	0.00260
poly2	10.16	5.06522	0.00269
poly2	20.32	5.39393	0.00350
poly2	40.64	6.07951	0.00302
poly2	60.96	6.76310	0.00531
poly2	81.28	7.44000	0.00568
poly2	101.6	8.11442	0.00226
poly2	121.92	8.79659	0.00352
poly3	0	4.72475	0.01273
poly3	5.08	4.90564	0.00548
poly3	10.16	5.07506	0.00277
poly3	20.32	5.41906	0.00608
poly3	40.64	6.08960	0.00444
poly3	60.96	6.76516	0.01389
poly3	81.28	7.45457	0.01290
poly3	101.6	8.12238	0.01007
poly3	121.92	8.80146	0.01551
poly4	0	4.72134	0.00366
poly4	5.08	4.89551	0.00187
			...

Type de fit	Parcours Δx (cm)	Temps d'arrivée (ns)	Écart-type (ns)
poly4	10.16	5.07134	0.00393
poly4	20.32	5.31017	0.21437
poly4	40.64	6.08475	0.00196
poly4	60.96	6.76839	0.00235
poly4	81.28	7.44816	0.00308
poly4	101.6	8.11833	0.00449
poly4	121.92	8.80287	0.00408
poly5	0	4.72634	0.00810
poly5	5.08	4.80277	0.20913
poly5	10.16	4.99172	0.18918
poly5	20.32	5.11453	0.26545
poly5	40.64	6.08785	0.00248
poly5	60.96	6.96124	0.26574
poly5	81.28	7.35435	0.21549
poly5	101.6	8.12024	0.00382
poly5	121.92	8.80513	0.00999
poly6	0	4.72661	0.00817
poly6	5.08	4.97781	0.18094
poly6	10.16	5.07586	0.00696
poly6	20.32	5.40079	0.00798
poly6	40.64	6.08851	0.00310
poly6	60.96	6.86658	0.21361
poly6	81.28	7.35519	0.21417
			...

Type de fit	Parcours Δx (cm)	Temps d'arrivée (ns)	Écart-type (ns)
poly6	101.6	8.12101	0.00479
poly6	121.92	8.80259	0.00943
poly7	0	4.71966	0.01125
poly7	5.08	4.81158	0.19912
poly7	10.16	5.07004	0.00832
poly7	20.32	5.40111	0.00790
poly7	40.64	6.08673	0.00729
poly7	60.96	6.67275	0.21349
poly7	81.28	7.44627	0.00925
poly7	101.6	8.11835	0.00488
poly7	121.92	8.81123	0.30484
poly8	0	4.72029	0.01048
poly8	5.08	4.81604	0.19913
poly8	10.16	5.07020	0.00792
poly8	20.32	5.40480	0.00838
poly8	40.64	6.08686	0.00920
poly8	60.96	6.67051	0.19889
poly8	81.28	7.43096	0.33318
poly8	101.6	7.92769	0.20935
poly8	121.92	8.42229	0.13732
poly9	0	4.72486	0.33006
poly9	5.08	4.70720	0.22780
			...

Type de fit	Parcours Δx (cm)	Temps d'arrivée (ns)	Écart-type (ns)
poly9	10.16	4.88903	0.22563
poly9	20.32	5.20094	0.25460
poly9	40.64	5.80773	0.23018
poly9	60.96	6.38899	0.10911
poly9	81.28	7.09352	0.15865
poly9	101.6	7.69569	0.08447
poly9	121.92	8.38099	0.05428
fourier1	0	4.71572	0.00457
fourier1	5.08	4.89408	0.00229
fourier1	10.16	5.06706	0.00226
fourier1	20.32	5.39963	0.00321
fourier1	40.64	6.08169	0.00254
fourier1	60.96	6.76347	0.00355
fourier1	81.28	7.44291	0.00361
fourier1	101.6	8.11617	0.00191
fourier1	121.92	8.79741	0.00198
fourier2	0	4.72877	0.01125
fourier2	5.08	4.89736	0.00518
fourier2	10.16	4.99303	0.19275
fourier2	20.32	5.40637	0.00155
fourier2	40.64	6.08968	0.00487
fourier2	60.96	6.77192	0.00455
fourier2	81.28	7.45179	0.00598
			...

Type de fit	Parcours Δx (cm)	Temps d'arrivée (ns)	Écart-type (ns)
fourier2	101.6	7.93620	0.25209
fourier2	121.92	8.89100	0.19440
fourier3	0	4.63993	0.18354
fourier3	5.08	4.89476	0.00496
fourier3	10.16	5.07082	0.01047
fourier3	20.32	5.30076	0.21511
fourier3	40.64	6.08743	0.00893
fourier3	60.96	6.76993	0.00735
fourier3	81.28	7.44726	0.01016
fourier3	101.6	8.12069	0.01187
fourier3	121.92	8.71801	0.19372
fourier4	0	4.72830	0.01700
fourier4	5.08	4.82117	0.19003
fourier4	10.16	5.16231	0.16442
fourier4	20.32	5.32363	0.21445
fourier4	40.64	6.18942	0.19740
fourier4	60.96	6.85717	0.18283
fourier4	81.28	7.47014	0.00785
fourier4	101.6	8.01239	0.20774
fourier4	121.92	8.80669	0.04605
fourier5	0	4.71827	0.03783
fourier5	5.08	4.81994	0.18129
			…

Type de fit	Parcours Δx (cm)	Temps d'arrivée (ns)	Écart-type (ns)
fourier5	10.16	4.99705	0.21753
fourier5	20.32	5.30335	0.20536
fourier5	40.64	6.09325	0.01973
fourier5	60.96	6.60507	0.26801
fourier5	81.28	7.44084	0.06341
fourier5	101.6	7.96551	0.26103
fourier5	121.92	8.70882	0.22482
fourier6	0	4.67487	0.21258
fourier6	5.08	4.87912	0.30044
fourier6	10.16	5.01425	0.15367
fourier6	20.32	5.40065	0.04759
fourier6	40.64	6.02640	0.20386
fourier6	60.96	6.82890	0.21281
fourier6	81.28	7.56540	0.18348
fourier6	101.6	8.01208	0.20554
fourier6	121.92	8.67386	0.20449
gauss1	0	4.71424	0.00450
gauss1	5.08	4.89228	0.00232
gauss1	10.16	5.06612	0.00245
gauss1	20.32	5.39707	0.00293
gauss1	40.64	6.08066	0.00273
gauss1	60.96	6.76292	0.00380
gauss1	81.28	7.44163	0.00415
			...

Type de fit	Parcours Δx (cm)	Temps d'arrivée (ns)	Écart-type (ns)
gauss1	101.6	8.11554	0.00192
gauss1	121.92	8.79674	0.00190

Nous remarquons que les ajustements de courbe sont de bonne qualité, avec des résultats (ajustement sur les données) similaires à celle de l'expérience précédente, ce qui indique que les données sont cohérentes et fiables. Les écarts-types sont également faibles, ce qui suggère que les mesures sont précises et répétables. La figure 10 présente les ajustements de courbe pour les données d'impulsion mesurées dans l'expérience de la vitesse de la lumière.

Le tableau 5 présente les résultats de la mesure de la vitesse de la lumière pour différents ajustements de courbe. Les valeurs mesurées sont comparées à la vitesse théorique de la lumière dans l'aire (l'indice de refraction dans l'aire : $n_{aire} \approx 1.00129382$ [44]), qui est de $\sim 0.998\,c$ [45, 31].

Table 5 – Mesure de la vitesse de la lumière pour différents ajustements de courbe (vitesse théorique 299406042 m/s [31, 44])

Type de fit	Vitesse mesurée (m/s)	Erreur (%)
poly2	298948041	0.1529
poly3	299593785	0.0628
poly4	297557352	0.6174
poly5	291020596	2.8005
poly6	302282720	0.9619
		...

Type de fit	Vitesse mesurée (m/s)	Erreur (%)
poly7	297220542	0.7307
poly8	320556240	7.0713
poly9	326791560	9.1477
fourier1	299104313	0.1007
fourier2	299334235	0.0239
fourier3	298537843	0.2902
fourier4	300580478	0.3915
fourier5	303509743	1.3706
fourier6	301689685	0.7633
gauss1	299025597	0.1270

Nous plaçons les résultats des délais obtenus dans l'expérience de la vitesse de la lumière et les comparons au temps d'arrivée d'un impulsion où le miroir est fixe, ce qui nous permet de déterminer les délais pour la vitesse de la lumière. La figure 11 présente les résultats de notre expérience.

En utilisant les résultats de cette expérience, nous avons pu mesuré la vitesse de la lumière, avec une valeur de 297557352 m/s, ce qui correspond à un écart-type de $\sim$ 0,62 % par rapport à la valeur théorique de la vitesse de la lumière dans l'aire. Également la vitesse d'un signal électrique dans un câble BNC, avec une valeur de 198117476 m/s, correspondant à un erreur pourcentage de $\sim$ 0,13 %, nous permetons de confirmer que nous sommes capables de mesurer des délais très courts dans l'ordre des picosecondes.

En conclusion, nous avons démontré que nous sommes capables de mesurer des dé-

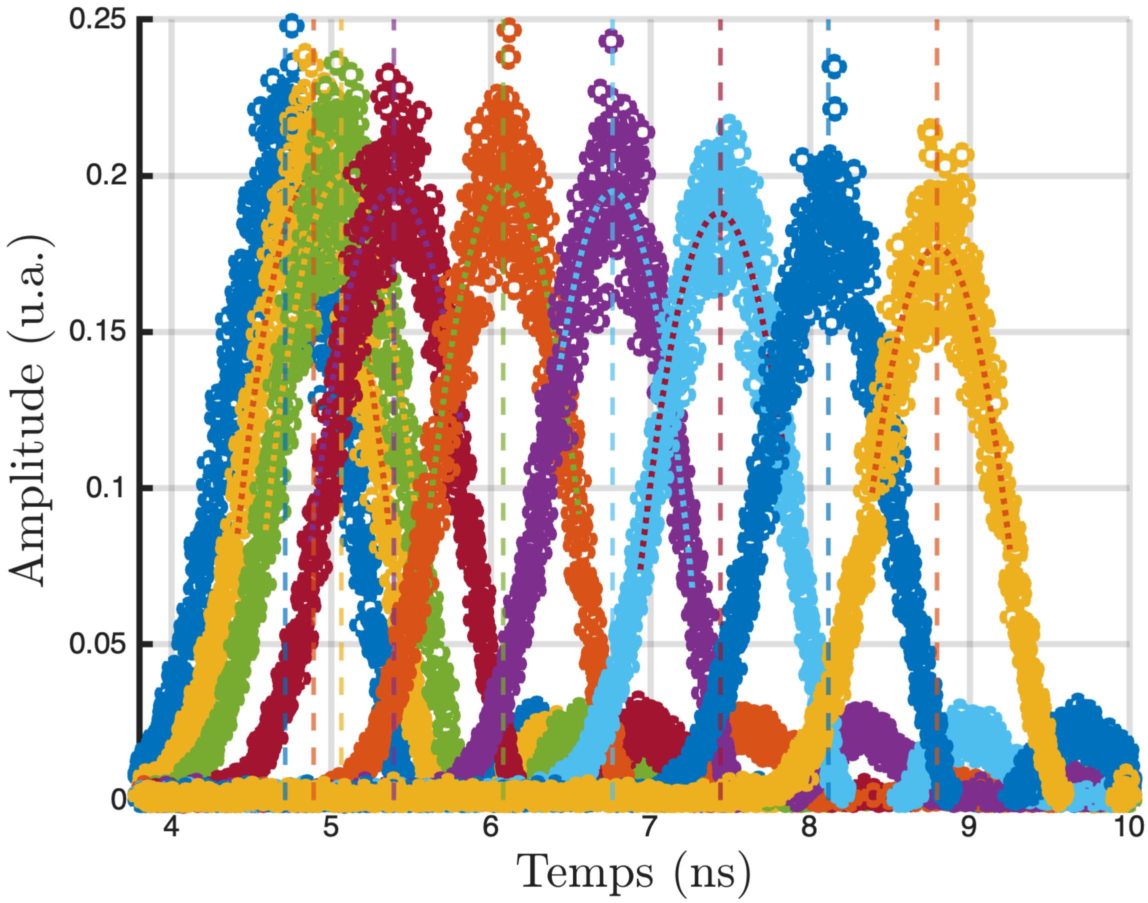

FIGURE 10 – Profil temporel de la dérivée des données d'impulsion pour chacune des distances mesurées et ajustement de la courbe pour l'expérience de la vitesse de la lumière avec un miroir réglable.

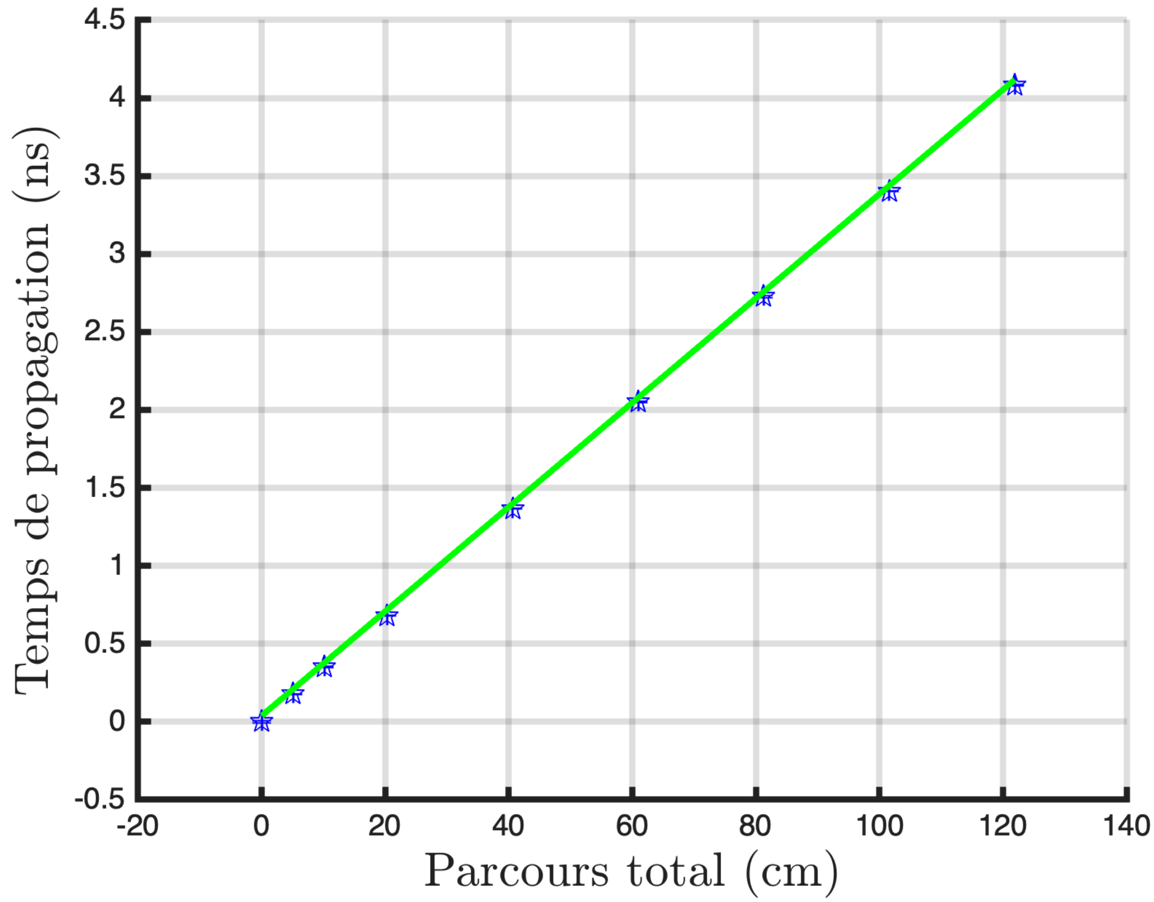

FIGURE 11 – Résultats des délais mesurés pendant l'expérience sur la vitesse de la lumière, ainsi que leur ajustement linéaire. Les barres d'erreur horizontales représentent l'incertitude de nos mesures de la distance, soit $\pm 2\ \mu m$. Les barres d'erreurs verticales correspondent à l'erreur de l'ajustement *poly4* basé sur l'expérience de la vitesse du signal électrique dans les câbles BNC (voir figure 9). Ils sont tros petits pour être visibles sur la figure.

lais temporels très courts sur des impulsions lumineuses, en utilisant notre dispositif expérimental et les méthodologies que nous avons développées dans les sections précédentes. Les sections suivantes seront consacrées à la caractérisation des états de polarisations en utilisant des délais temporels du pointeur.

3.2 Caractérisation de la partie réelle de la valeur faible

Pour caractériser la partie réelle de la valeur faible, nous introduisons une interaction faible entre les états de base de la polarisation $|H\rangle$ et $|V\rangle$ via un délai temporel. Ce délai doit être inférieur à la largeur à mi-hauteur de l'impulsion du laser $\sigma \ll \tau$ [11, 12]. On suppose que l'exponentielle dans l'équation 83 est négligeable, ce qui signifie que l'interaction est faible. En effet, si l'interaction est faible, la valeur de l'exponentielle est proche de 1, ce qui signifie que l'interaction n'a pas d'effet significatif sur l'état quantique. En revanche, si l'interaction est forte, la valeur de l'exponentielle peut être significativement différente de 1, ce qui signifie que l'interaction a un effet significatif sur l'état quantique. Une fois l'interaction est faible, il y a un chevauchement évident entre les états de base, ce qui permet d'extraire significativement l'état de polarisation de l'état d'entrée. Après, la valeur faible temps vers 0.5 car les deux impulsions sont complètement séparés donc le déplacement moyen est 0.5. Pour l'interaction faible, nous introduisons un délai temporel suffisamment court entre les deux états de polarisation $|H\rangle$ et $|V\rangle$ avec un interféromètre de polarisation. Nous supposons que, pour être dans le régime des mesures faibles, au moins 90 % du chevauchement entre les états de base est suffisant. Pour ce faire, l'un de ses bras est légèrement long correspondant à notre délai maximum par rapport à l'autre bras. Ensuite, pour mesurer l"état directement, nous devons déterminer le délai moyen que l'état a subit en traversant l'interféromètre de polarisation. Pour ce faire, nous effectuons une postsélection qui est une mesure projective permettant de faire interférer les composantes $|H\rangle$ et $|V\rangle$ de la polarisation. Si l'état n'a subit aucun délai, cela correspond à $|V\rangle$. Si l'état est maximalement retardé, cela correspond à $|H\rangle$. Et, pour les autres états, nous comparons le délai à un étalon afin de pouvoir associer délai à son état de polarisation correspondant. La section suivante décrit le dispositif expérimental que nous avons utilisé pour caractériser la partie réelle de la valeur faible.

3.2.1 Montage et étapes de préparation

Notre dispositif expérimental, représenté à la figure 12, est composé du laser pulsé et possède une configuration similaire à celle de notre montage précédent (figure 5). Après le premier séparateur de faisceau polarisant, l'état de polarisation d'entrée est préparé à l'aide de lame d'ondes et ensuite soumis à une mesure faible en introduisant un court délai avec une différence de parcours entre les deux composantes orthogonales de la polarisation. Finalement, la postsélection est effectuée pour une caractérisation complète et directe.

Une fois de plus, nous utilisons le signal de référence comme signal déclencheur de l'oscilloscope en le branchant sur l'entrée externe, car nous voulons bénéficier de la résolution temporelle maximale offerte qui possède une fréquence d'échantillonnage de 500 GS/s. Un séparateur de faisceau polarisant divise le faisceau laser en deux voies : celui réfléchi sert de signal de référence pour le déclenchement de l'oscilloscope, tandis que celui transmit sera préparé dans divers trajets de polarisation sur la sphère Poincaré et sera caractérisé à l'aide du dispositif experimentale (figure 12). Les trajets de polarisation testés et sont obtenus en modifiant les angles des lames d'onde lors de l'étape de préparation. Le premiers traject correspond à l'ensemble des états de polarisation linéaire et est réalisé uniquement avec une lame demi-onde définie par l'opérateur unitaire suivant :

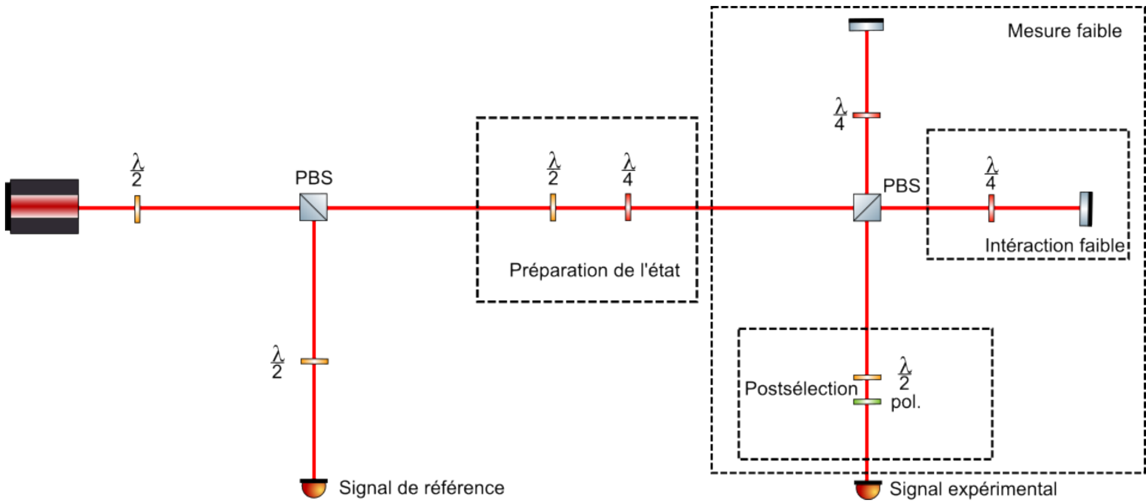

FIGURE 12 – Dispositif expérimental pour caractériser la partie réelle de la valeur faible. L'impulsion du laser est réglée en intensité par une lame demi-onde, puis dirigée vers un PBS qui divise les états de polarisation horizontaux et verticaux de base de l'impulsion d'entrée en deux voies orthogonales. Celui qui est réfléchi sera notre signal de référence (ou signal de déclenchement) pour déclencher l'oscilloscope et l'autre sera caractérisé à l'aide d'une mesure faible. Différents états sont préparés en combinant différentes lames. Lors de la mesure faible, le couplage faible temporel est réalisé en introduisant une différence de parcours entre la voie transmise et réfléchie du deuxième PBS. Le faisceau réfléchi représente l'état de base de polarisation verticale $|V\rangle$ de l'état d'entrée $|\psi\rangle$, tandis que le faisceau transmis correspond à l'état de base horizontal $|H\rangle$. Le miroir de la voie de l'état vertical est considéré sans délai et il se trouve à 10,5 cm du PBS. Le miroir de la voie de l'état horizontal est positionné à la même distance, mais avec le délai que nous ajusterons. Les deux voies subissent une rotation de leur polarisation réalisée avec des lames quart-d'onde et sont recombinées sur un PBS. L'état recombiné qui a subit la mesure faible subit une postsélection réakusé par une lame demi-onde inclinée à 45 degrés par rapport à un polariseur initialement orienté à 0 degré. Cela crée une projection avec l'état $|D\rangle$ qui permet l'interférence des états de base. Ce dernier est ensuite détecté avec un photodétecteur et le signal est détecté par un oscillocope.

$$T_{HWP}(\theta) = \begin{pmatrix} cos(2\theta) & sin(2\theta) \\ sin(2\theta) & -cos(2\theta) \end{pmatrix} \tag{105}$$

où l'indice HWP fait référence à une lame demi-onde («halfwaveplate »en anglais) et l'angle θ l'angle de rotation de la lame par rapport à l'axe rapide. Ce dernier est une matrice de Jones qui représente la transformation de polarisation induite par la lame demi-onde. Ce premier trajet réalise le trajet $|H\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |H\rangle$. Pour comprendre en détail, l'état initial est l'état horizontal $|H\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ correspondant dans notre cas à l'état de polarisation transmis par un séparateur de faisceau polarisant. Ensuite, l'état évolue de la façon suivante en fonction de l'angle de la lame d'onde θ :

$$T_{HWP}(\theta)\,|H\rangle = \begin{pmatrix} cos(2\theta) & sin(2\theta) \\ sin(2\theta) & -cos(2\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{106}$$

$$= \begin{pmatrix} cos(2\theta) \\ sin(2\theta) \end{pmatrix} \tag{107}$$

Donc, l'état d'entrée préparé est :

$$\left|\psi_i^1\right\rangle = cos(2\theta)\,|H\rangle + sin(2\theta)\,|V\rangle \tag{108}$$

Afin de donner une représentation visuelle de nos états de polarisation, nous utilisons la sphère de Poincaré. Les coefficients de la fonction de l'état de l'équation 107 correspondent à la représentation de Jones de la polarisation. Et, il est possible de convertir la représentation de Jones en présentation sur la sphères de Poincaré à l'aide des paramètres de Stokes (figure 13) :

$$S = \begin{pmatrix} S_0 = |a|^2 + |b^2| \\ S_1 = |a|^2 - |b|^2 \\ S_2 = 2\mathcal{R}(\bar{a}b) \\ S_3 = 2\mathcal{I}(\bar{a}b) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ cos^2(2\theta) - sin^2(2\theta) = cos(4\theta) \\ 2cos(2\theta)sin(2\theta) = sin(4\theta) \\ 0 \end{pmatrix} \tag{109}$$

Ce permier trajet, correspond à une rotation autour de S_3, est réalisé en tournant uniquement la lame demi-onde en l'absence de la lame quart-d'onde. On tourne l'angle de la lame d'onde de 2,5 degrés pour chaque acquisition. Chaque degré θ' que nous tournons en réalité équivaut à tourner de 5 degrés sur un plan circulaire $\theta' \equiv 2\theta$ ou de 10 degrés sur la sphère de Poincaré.

Le deuxième trajet correspond à une rotation autour de S_2 c'est à dire que nous traversons les états suivants : $|H\rangle \to |R\rangle \to |V\rangle \to |L\rangle \to |H\rangle$. Cela se fait avec une lame demi-onde tournant de la même manière que précédemment, et une lame quart d'onde réglée à 0 degré par rapport à $|H\rangle$. L'opération de cette lame d'onde se définit par l'opérateur suivant :

$$T_{QWP}(\phi) = e^{\frac{-i\pi}{4}} \begin{pmatrix} cos^2(\phi) + isin^2(\phi) & (1-i)cos(\phi)sin(\phi) \\ (1-i)cos(\phi)sin(\phi) & sin^2(\phi) + icos^2(\phi) \end{pmatrix} \tag{110}$$

$$T_{QWP}(\phi = 0^\circ) = e^{\frac{-i\pi}{4}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \tag{111}$$

La forme de cet opérateur $T_{QWP}(\phi)$, avec l'angle ϕ pour la lame d'onde et l'indice QWP fait référence à une lame quart d'onde («quarter waveplate »en anglais). Avec ces lames d'ondes, l'état évolue comme suit :

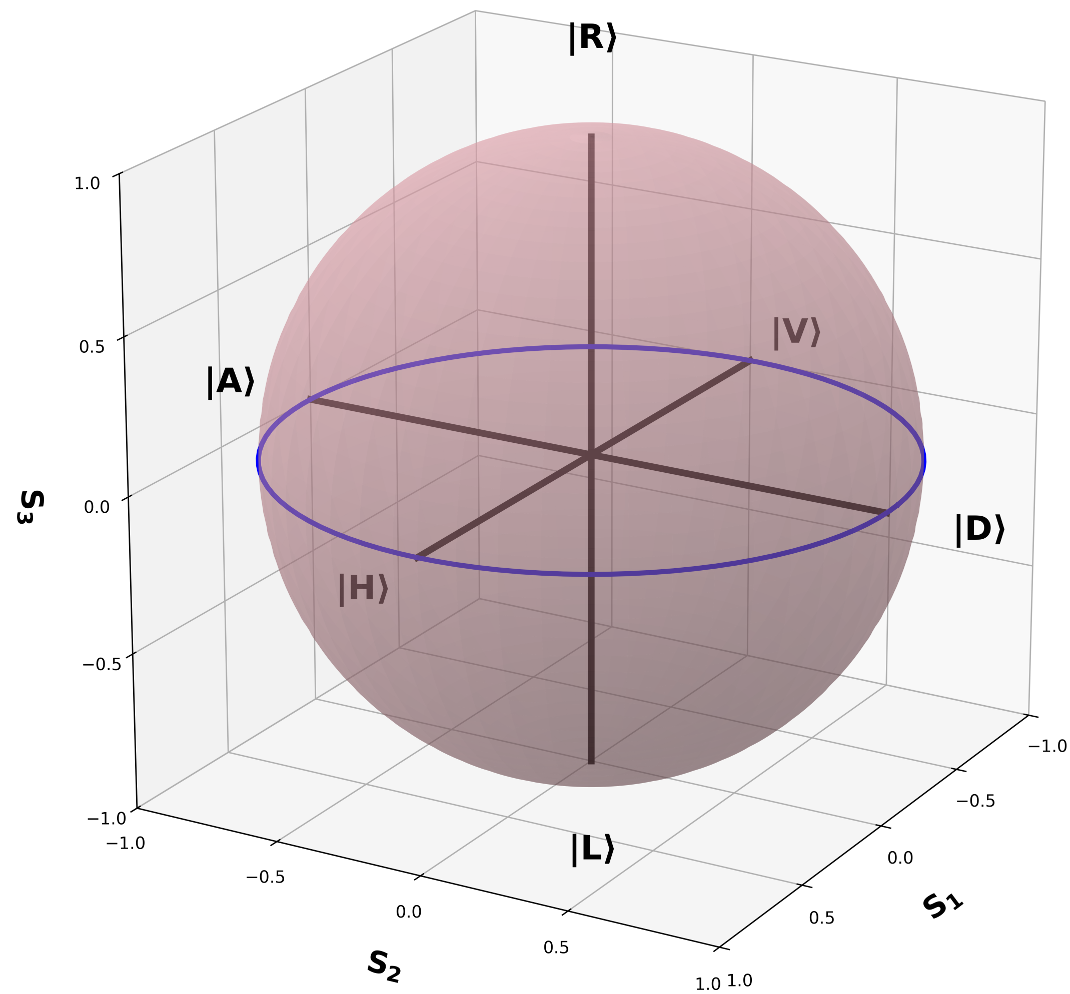

FIGURE 13 – Schéma du trajet $|H\rangle \to |D\rangle \to |V\rangle \to |A\rangle \to |H\rangle$ utilisant seulement une lame demi-onde dans la préparation de l'état d'entrée. Ici, un état de polarisation horizontal vecteur $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ représentation de Jones est représenté par le vecteur $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ sur la sphère de Poincaré. Un état de polarisation diagonal $\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$ et un état de polarisation circulaire gauche $\begin{pmatrix}0\\0\\-1\end{pmatrix}$ sont également représentés.

$$T_{QWP}(\phi = 0^{\circ})T_{HWP}(\theta)\left|H\right\rangle = e^{\frac{-i\pi}{4}}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & i\end{pmatrix}\begin{pmatrix}cos(2\theta) & sin(2\theta)\\ sin(2\theta) & -cos(2\theta)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix} \tag{112}$$

$$= e^{\frac{-i\pi}{4}}\begin{pmatrix}cos(2\theta)\\ isin(2\theta)\end{pmatrix} \tag{113}$$

Donc, l'état d'entrée est :

$$\left|\psi_i^2\right\rangle = cos(2\theta)\left|H\right\rangle + isin(2\theta)\left|V\right\rangle \tag{114}$$

Avec les paramètres de Stokes pour démontrer sa trajectoire (figure 14) :

$$S = \begin{pmatrix}S_0 = |a|^2 + |b^2|\\ S_1 = |a|^2 - |b|^2\\ S_2 = 2\mathcal{R}(\bar{a}b)\\ S_3 = 2\mathcal{I}(\bar{a}b)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\ cos^2(2\theta) - sin^2(2\theta) = cos(4\theta)\\ 0\\ 2cos(2\theta)sin(2\theta) = sin(4\theta)\end{pmatrix} \tag{115}$$

Le trajet final est une rotation autour de S_1 qui nous fait passer des états de polarisation diagonal $\{\left|D\right\rangle, \left|A\right\rangle\}$ aux polarisations circulaires $\{\left|R\right\rangle, \left|L\right\rangle\}$. La trajectoire résultante est $\left|D\right\rangle \rightarrow \left|R\right\rangle \rightarrow \left|A\right\rangle \rightarrow \left|L\right\rangle \rightarrow \left|D\right\rangle$. Cette dernière est obtenue en tournant une lame demi-onde avec une lame quart d'onde réglée à 45 degrés, la lame quart d'onde réalise l'opération suivante :

$$T_{QWP}(\phi = 45^{\circ}) = \frac{e^{\frac{-i\pi}{4}}}{2}\begin{pmatrix}1-i & 1+i\\ 1+i & 1-i\end{pmatrix} \tag{116}$$

Avec cette opération, l'état évolue comme suit :

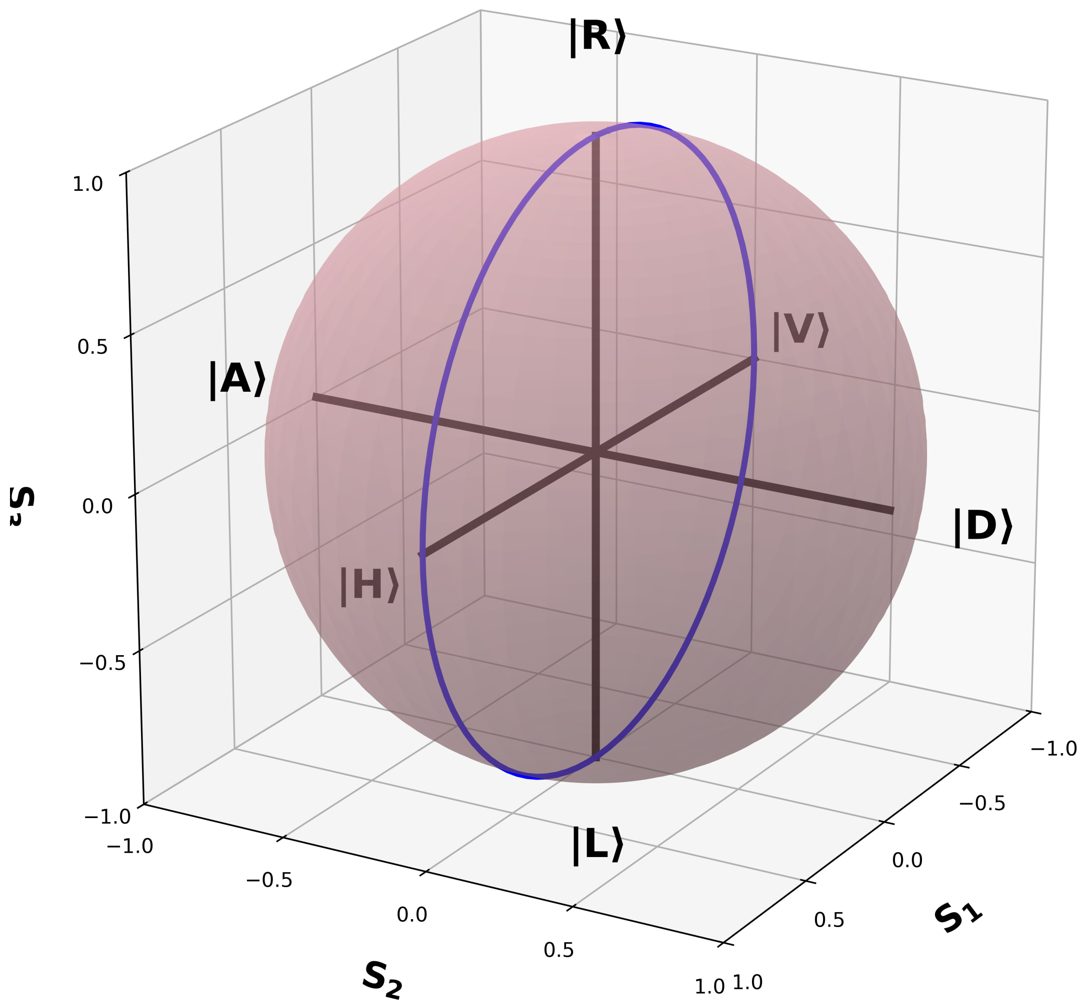

FIGURE 14 – Schéma du trajet $|H\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |L\rangle \rightarrow |H\rangle$ utilisant seulement une lame demi-onde et une lame quart d'onde à 0 dégré dans la préparation de l'état d'entrée

$$T_{QWP}(\phi = 45^{\circ})T_{HWP}(\theta)\left|H\right\rangle = e^{\frac{-i\pi}{4}}\begin{pmatrix}\frac{1-i}{2} & \frac{1+i}{2}\\ \frac{1+i}{2} & \frac{1-i}{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}cos(2\theta) & sin(2\theta)\\ sin(2\theta) & -cos(2\theta)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix} \tag{117}$$

$$= \frac{e^{\frac{-i\pi}{4}}}{2}\begin{pmatrix}cos(2\theta) + sin(2\theta) + i(cos(2\theta) - sin(2\theta))\\ cos(2\theta) + sin(2\theta) - i(cos(2\theta) - sin(2\theta))\end{pmatrix} \tag{118}$$

Donc, l'état d'entrée est :

$$\left|\psi_i^3\right\rangle = \frac{e^{\frac{-i\pi}{4}}}{2}\Big(((1-i)sin(2\theta)+(1+i)cos(2\theta))\left|H\right\rangle+((1+i)sin(2\theta)+(1-i)cos(2\theta))\left|V\right\rangle\Big) \tag{119}$$

Avec les paramètres de Stokes pour démontrer sa trajectoire (figure 15) :

$$S = \begin{pmatrix}S_0 = |a|^2 + |b^2|\\ S_1 = |a|^2 - |b|^2\\ S_2 = 2\mathcal{R}(\bar{a}b)\\ S_3 = 2\mathcal{I}(\bar{a}b)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\ 0\\ sin(4\theta)\\ -cos(4\theta)\end{pmatrix} \tag{120}$$

3.2.2 Mesure faible temporelle

Après avoir préparé l'état, nous interagissons faiblement avec le système en introduisant un court délai temporel entre les deux états de base. Pour ce faire, nous utilisons un deuxième séparateur de faisceau polarisant dans l'étape d'interaction faible. Nous faisons en sorte qu'un des bras soit légèrement plus long que l'autre. Chaque bras de l'interféromètre est équipé d'une lame quart d'onde pour inverser l'état de polarisation afin que la lumière dans le bras réfléchie soit transmise et que celle dans le bras transmise soit réfléchie, de sorte qu'ils puissent recombiner sur le PBS. La partie transmise, que nous définissons comme étant la partie horizontale de

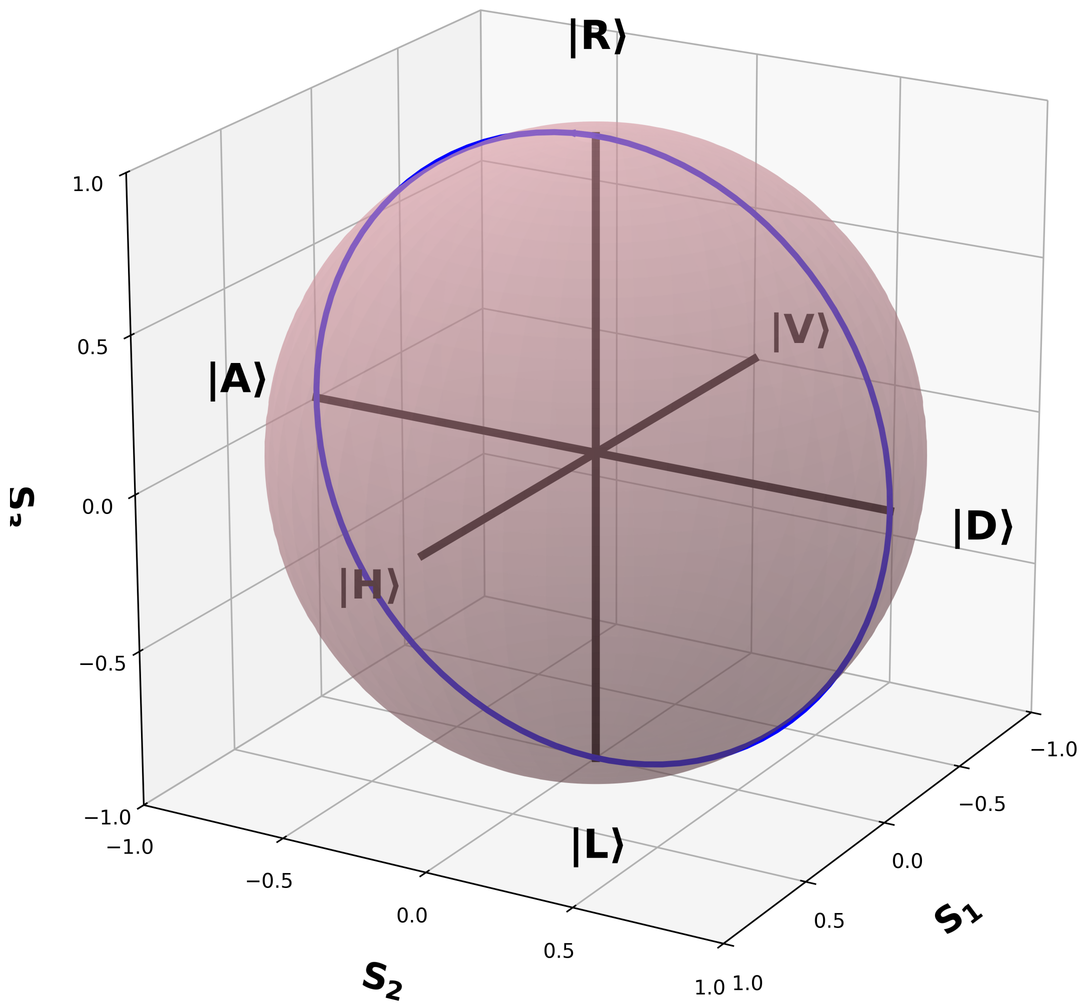

FIGURE 15 – Schéma du trajet $|D\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |L\rangle \rightarrow |D\rangle$ utilisant une lame demi-onde et une lame quart d'onde à 45 dégrés dans la préparation de l'état d'entrée

l'état de polarisation $a\,|H\rangle$, subit une interaction faible en parcourant un trajet plus long. Cela introduit un délai τ sur le pointeur couplé avec cet état $a\,|H\rangle \otimes |\xi(t-\tau)\rangle$. La partie réfléchie, c'est-à-dire la partie verticale de l'état de polarisation $b\,|V\rangle$ restent inchangée et est couplée avec l'état du pointeur $b\,|V\rangle \otimes |\xi(t)\rangle$:

$$\hat{U}^H\,|\psi_i\rangle = a\,|H\rangle \otimes |\xi(t-\tau)\rangle + b\,|V\rangle \otimes |\xi(t)\rangle \tag{121}$$

Pour avoir une interférence avec des poids égaux de $|H\rangle$ et $|V\rangle$, nous avons opté pour une postsélection sur l'état $|D\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle)$, qui est réalisée à l'aide d'une lame demi-onde à 45 dégré et d'un polariseur à 90 dégré dont le polariseur sert de référence pour une postsélection diagonale. L'état final après postsélection est :

$$|\psi_f\rangle \equiv \langle D|\,\hat{U}^H\,|\psi_i\rangle = \frac{a}{\sqrt{2}}\,|\xi(t-\tau)\rangle + \frac{b}{\sqrt{2}}\,|\xi(t)\rangle \tag{122}$$

Avant de poursuivre avec la caractérisation quantique de la partie réelle de la valeur faible, nous effectuons une séance de calibration en envoyant l'état $|V\rangle$ et $|H\rangle$ qui corresponde respectivement au temps de référence t_0 par rapport auxquels tous les délais seront calculé et le temps de référence $t_0+\tau$ correspondant au délai de référence et du délai introduit. On s'assure que le délai τ est égal à celui implémenté dans l'expérience.

Nous caractérisons ensuite les trajets de polarisation pour mesurer la partie réelle de la valeur faible, c'est-à-dire mesurer les délais temporels associés aux impulsions des états de polarisation. Pour rappeler, la partie réelle de la valeur faible est donnée par la relation suivante :

$$\langle \hat{t} \rangle = \langle \psi_f | \, \hat{t} \, | \psi_f \rangle \tag{123}$$

$$\mathcal{R}\Big(\langle \hat{\pi}_W \rangle \Big) \equiv \frac{\langle \hat{t} \rangle}{\tau} \propto | \psi_i \rangle \tag{124}$$

Voici les parties réelles de la valeur faible pour chaque trajets que nous allons investiguer. Soit pour $|\psi_i^1\rangle = cos(2\theta)\,|H\rangle + sin(2\theta)\,|V\rangle$:

$$\langle \hat{t} \rangle = \frac{\tau}{2}(cos^2(2\theta) + 2sin(2\theta)cos(2\theta)) \tag{125}$$

Ainsi pour $|\psi_i^2\rangle = a\,|H\rangle + b\,|V\rangle$:

$$\langle \hat{t} \rangle = \frac{\tau}{2}(cos^2(2\theta)) \tag{126}$$

et $|\psi_i^3\rangle = \frac{1}{2}\Big(((1-i)sin(2\theta)+(1+i)cos(2\theta))\,|H\rangle+((1+i)sin(2\theta)+(1-i)cos(2\theta))\,|V\rangle\Big)$:

$$\langle \hat{t} \rangle = \frac{\tau}{2}\Big(1 + \frac{sin(4\theta)}{4}\Big) \tag{127}$$

Cette expérience a été optimisée pour qu'elle fonctionne de manière autonome grâce à des supports de rotation motorisés [46] pour les lames d'onde contrôlés par un code PYTHON et un oscilloscope interfaçé à un ordinateur. Ce dernier utilise la bibliothèque Kinesis [47] est utilisé pour faire tourner ces supports et l'API de l'oscilloscope [40, 48] pour enregistrer chaque fichier de chaque état d'entrée. Toutes les données sont ensuite analysées avec MATLAB. Les résultats sont présentés au chapitre 4.

3.3 Caractérisation de la partie imaginaire de la valeur faible

Dans cette section, nous aborderons l'expérience que nous proposons pour mesurer la partie imaginaire de la valeur faible ainsi que les résultats attendus. La partie imaginaire de la valeur faible contient l'information complexe de l'état quantique. Dans notre cas, c'est l'ellipticité de l'état de polarisation. Des approches théoriques ont été développées à ce sujet, mais aucune n'a été appliquée en pratique [14, 49]. À partir de l'expérience de la partie réelle, notre interaction faible est réalisée en introduisant un décalage temporel faible entre les deux composantes de la polarisation du système. Ce décalage modifie la forme temporelle du paquet d'ondes (pointeur) de manière cohérente, sans perturber fortement l'état quantique. Ces effets se manifestent dans le domaine conjugué du temps, c'est-à-dire dans le spectre d'interférence, sous la forme d'un déplacement des peignes de fréquences. Comme le temps et la fréquence sont des quantités conjuguées au sens de Fourier, le principe d'incertitude d'Heisenberg intervient naturellement lors de cette interaction faible.

3.3.1 Montage proposé

Pour observer ce spectre, on peut soit utiliser un spectromètre. Cependant, cette méthode peut offrir une bonne résolution, mais il reste coûteux. Donc, nous avons choisi d'intégrer notre dispositif de mesure faible temporelle (figure 12) dans un interféromètre de Mach-Zehnder (MZ) ce qui permet d'extraire le décallage dans le domaine fréquentiel afin de caractériser des états de polarisation à partir des variations d'intensité en sortie avec sont spectre de puissance (figure 16).

Cette technique repose sur l'interférence entre deux impulsions émises par un seul laser, l'une ayant subi une mesure faible (signal expérimental) et l'autre servant de référence (signal d'interférence). (figure 16). L'interférence entre ces deux signaux modifie le spectre de fréquence du signal mesuré. L'information sur l'état de polari-

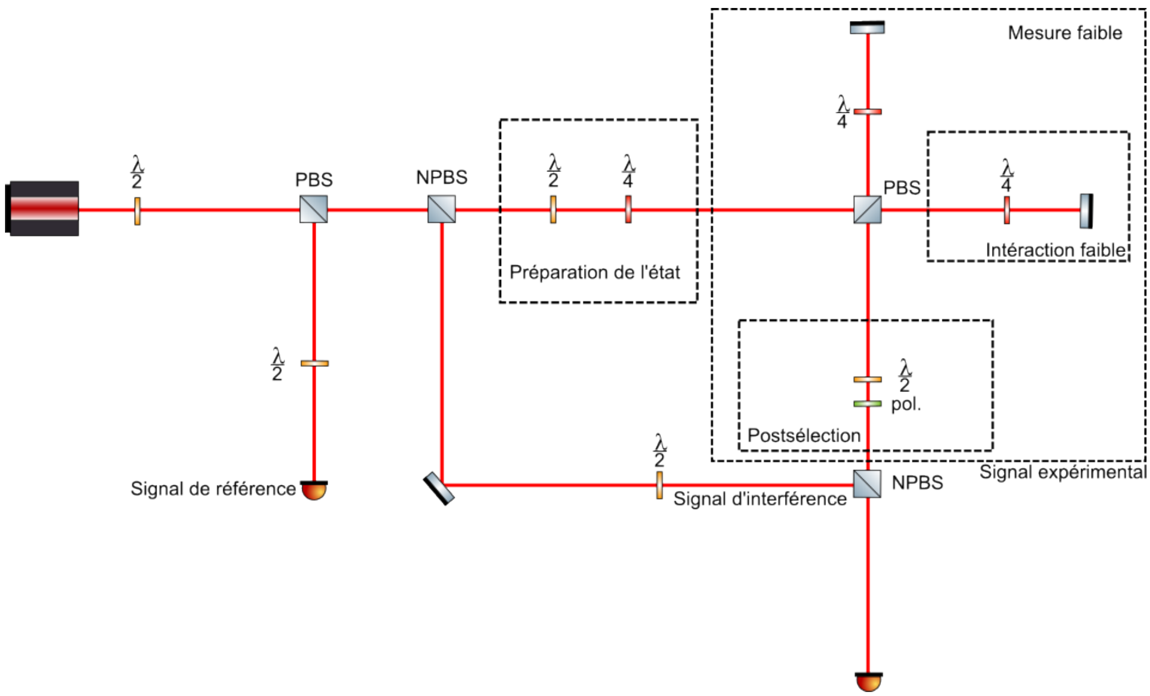

FIGURE 16 – Dispositif expérimental pour la caractérisation de la partie imaginaire de la valeur faible. Cette configuration utilise le dispositif de la partie réelle dans un interféromètre de Mach-Zehdner. Un séparateur de faisceau non polarisant (NPBS) est utilisé avant l'étape de préparation de l'état pour diviser le faisceau en deux voies. L'une de ces voies sert de référence pour interférer avec l'autre voie, qui a subi une mesure faible. Une lame demi-onde a été placée sur le trajet de cette référence afin de modifier son état de polarisation pour permettre des interférences avec l'autre dernier.

sation se retrouve dans les modifications de ce spectre. Cependant la résolution de l'interféromètre doit être suffisante pour distinguer les variations de fréquence causées par l'interaction faible. Car que notre laser a une faible longueur de cohérence (entre 2 et 8 μm) et qu'il y a plusieurs modes fréquentiels [37], c'est difficile d'obtenir une résolution suffisante pour observer directement les franges d'interférence et distinguer les variations de fréquence causées par l'interaction faible. Pour contourner ce problème, nous allons observer les variations de fréquence avec l'enveloppe de ce spectre, c'est-à-dire le spectre de puissance, qui est obtenu en effectuant une transformation de Fourier rapide (FFT) sur les données temporelles de l'interféromètre.

Nous commençons par régler l'interféromètre de MZ de manière à ce qu'il y ait une visibilité maximale avec le bras correspondant à l'état de polarisation vertical $|V\rangle$ dans la partie mesure faible du dispositif, correspondant à l'absence de délai. Le spectre de visibilité obtenu lors de l'alignement avec ce dernier est présenté à la figure 17.

Nous avons décidé d'aligner l'interaction faible avec le troisième pique du spectre de visibilité de l'interféromètre. Cela signifie que nous plaçons l'état de polarisation horizontale ($|H\rangle$) sur ce pic, un déplacement du mirroir d'environ 1.2 cm (aller-retour), de sorte que l'effet du décalage temporel introduit soit maximal à cet endroit. En effet, les états de polarisation ciruclaires droit et gauche possède un délai temporel correspondant au deuxième pic. Ainsi, ces états interféreront avec une bonne visibilité, 0,77, avec le signal de référence permettant d'analyser le spectre fréquentiel. Cette configuration nous permet ensuite d'observer un effet de décalage fréquentiel maximal pour les états de polarisation circulaires. À l'aide d'une lame demi-onde dans le bras du signal d'interférence, nous pouvons intérférer contrustivement ou destructivement le signal expériemental et le signal d'interférence pour identifier quels pics sont causés par des interférences.

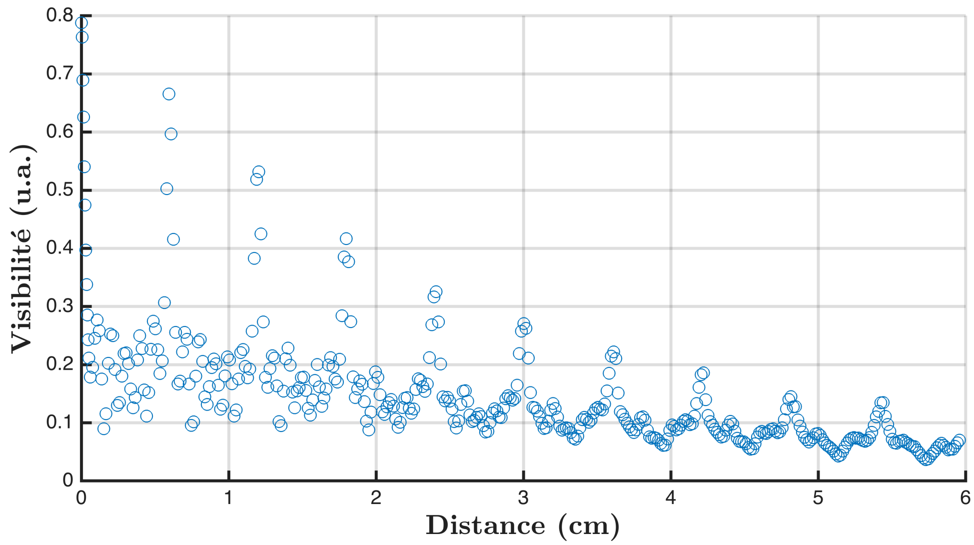

FIGURE 17 – Spectre de visibilité de notre laser. La visibilité obtenue est d'environ 0,78, ce qui est relativement élevé. On constate que le pic de visibilité à 0 *cm* correspond à l'état de polarisation verticale $|V\rangle$, tandis que le pic à 1,2 *cm* correspond à l'état de polarisation horizontale $|H\rangle$ avec une visibilité de 0,54 . Le pic à 0,6 *cm* est dû à l'état de superposition donc à l'interférence entre les deux états de polarisation, avec une visibilité de 0,77.

Les données sont acquises sur plusieurs impulsions pendant 400 *ns*. On moyenne ensuite à partir de 10 séries de mesures. Comme cette aspect de l'expérience est plus difficile, dans un premier temps, nous allons vérifier si nous pouvons mesurer l'écart maximal attendu entre des polarisations linéaires et circulaires qui est attendu par la relation dans l'équation 94. Les variations du spectre de puissance entre les états de polarisation linéaires et circulaires, où un état de polarisation circulaire devrait entraîner le décalage fréquentiel maximal par rapport à un état de polarisation linéaire. Nous allons discuter des résultats attendus dans la section suivante et les méthodes d'analyse que nous avons utilisées, tels que la transformation de Fourier rapide (FFT) pour extraire les variations de fréquence dans le spectre de puissance, dans le chapitre suivant.

3.3.2 Résultats attendus théoriques de la partie imaginaire de la valeur faible

Nous allons maintenant écrire les résultats attendus pour la partie imaginaire de la valeur faible, comme nous l'avons fait avec la partie réelle dans la section précédente, pour chaque état d'entrée. La relation de la partie imaginaire de la valeur faible est donnée par le suivant :

$$\mathcal{I}\Big(\langle\hat{\pi}_W\rangle\Big) \equiv \frac{\langle\hat{\omega}\rangle}{\tau} \propto |\psi_i\rangle \tag{128}$$

Voici les trajets de polarsation correspondant aux états d'entrée que nous avons utilisés pour la partie imaginaire de la valeur faible, qui sont calculés de la même façon que dans la dernière section. Pour $|\psi_i^1\rangle$:

$$\langle\hat{\omega}\rangle = 0 \tag{129}$$

Une absence de délai fréquenciel est attendue pour l'état de polarisation linéaire. Ensuite, $|\psi_i^2\rangle$:

$$\langle\hat{\omega}\rangle = \frac{\tau}{8\sigma^2}(cos(2\theta)sin(2\theta)) \tag{130}$$

Et finalement, $|\psi_i^3\rangle$:

$$\langle\hat{\omega}\rangle = \frac{\tau}{8\sigma^2}(sin^2(2\theta) - cos^2(2\theta)) \tag{131}$$

Cela résume nos approches et attendus expérimentales menées dans le cadre de ce projet de maîtrise. Le chapitre suivant présentera nos méthodes d'analyse, nos résultats et les implications de ce projet.

4 RÉSULTATS ET DISCUSSION

L'objectif de ce chapitre est de démontrer que nous avons effectivement mesuré la partie réelle de la valeur faible et confirmer l'existence de la partie imaginaire de la valeur faible, ainsi que la possibilité d'effectuer une caractérisation complète de l'état quantique à l'aide des délais temporels comme pointeur. Nous allons commencer par présenter les résultats expérimentaux obtenus pour la partie réelle de la valeur faible et les évaluer à l'aide de nos attentes théoriques. Pour la partie imaginaire de la valeur faible, nous allons discuter de la façon dont nous avons mesuré les décalages fréquentiels démonstrant que cette partie de la valeur faible peux être mesurée expérimentalement dans le future. Dans cette thèse, nous confirmerons l'existence de la partie imaginaire de la valeur faible en mesurant les décalages fréquentiels induit par notre interaction faible dans les centaines de kilohertz. Nous allons également aborder les défis rencontrés lors de la mesure de la partie imaginaire de la valeur faible et comment nous avons surmonté certains de ces défis pour observer des décalages fréquentiels.

4.1 Analyse des résultats expérimentaux pour la partie réelle de la valeur faible

Dans cette section, nous allons présenter les résultats expérimentaux obtenus pour la partie réelle de la valeur faible. Nous avons procédé à la mesure des délais temporels entre les états de polarisation d'entrée en utilisant la même ajustement paramétrique que celle effectuée dans les expériences de la vitesse de la lumière/signal électrique au chapitre précédent. Cependant, pour obtenir des délais, il faut d'abord calibrer l'expérience. Pour ce faire, nous mesurons le temps d'arrivé du signal expérimental sans introduire un délai temporel sur le dispositif expérimental ainsi que le temps d'arrivé du signal avec le délai maximal introduit. Pendant cette phase de calibration, notre dispositif expérimental consistant en une seule lame demi-onde à l'étape de préparation de l'état d'entrée (voir figure 12). Cette lame est ensuite tournée pour envoyer la polarisation $|V\rangle$, qui est notre état d'entrée possédant l'absence de délai $\tau = 0$. L'oscilloscope prend des données pour dix acquisitions de données différentes pour cet état d'entrée, puis nous faisons tourner la lame demi-onde pour envoyer le délai maximal τ, soit l'état de polarisation $|H\rangle$. Ces deux mesures sont effectuées séparément, puis nous en calculons la moyenne à partir de dix acquisitions de données différentes. Cette calibration nous permet de déterminer les délais temporels pour chaque état de polarisation d'entrée. Après la calibration, nous pouvons exécuter chaque trajet de polarisation mentionné dans le chapitre précédent. Pour changer de trajet de polarisation, nous devons ajouter une lame quart d'onde à la préparation de l'état d'entrée, en fonction du trajet que nous caractérisons.

4.1.1 La partie réelle

Nous avons optimisé notre expérience pour qu'elle soit automatisée avec un code Python qui contrôle les supports de rotation motorisés pour les lames d'ondes à l'étape d'entrée ainsi que l'oscilloscope qui controle les acquisitions de données. [47, 40, 48]. Nous collectons des données à chaque 2,5 dégrés. Pour chaque état d'entrée de polarisation, nous prenons cinq fichiers distincts que nous moyennons, puis nous comparons leur temps d'arrivé moyen avec le dossier de calibration pour obtenir le délai associé à cet état. Nous combinons les résultats pour la partie réelle de la valeur faible à nos valeurs théoriques calculées dans le chapitre précédent dans les équations : 125, 126 et 127. Pour simplifier la notation des équations, nous redéfinissons l'angle θ de sorte que $\theta \equiv 2\theta$, c'est-à-dire, nous utilisons une nouvelle variable angulaire égale à deux fois l'angle initial. Cela permet de négliger le facteur 2 dans les expressions ultérieures et de se rapprocher de la forme usuelle dans les représentations circulaires.

Voici les résultats de chaque délai pour les différents états d'entrée pour le trajet $|H\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |H\rangle$ (figure 18).

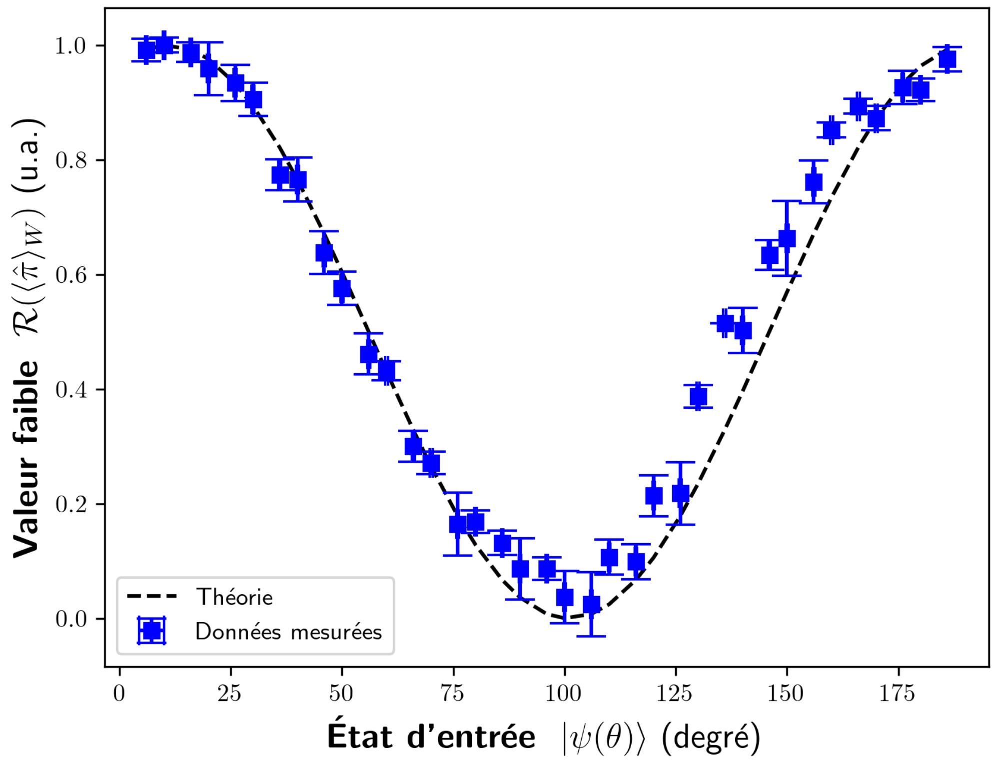

FIGURE 18 – Résultats expérimentaux pour la partie réelle de la valeur faible du trajet de polarisation $|H\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |H\rangle$. Rapellez-vous que nous avons défini l'angle θ de sorte que $\theta \equiv 2\theta$. La courbe théorique est une fonction cosinus carrée décalée de 11° de sorte : $cos^2(\theta - 11°)$. Les barres d'erreurs horizontales représentent l'erreur de la position de l'angle induite par notre support de rotation motorisé de $\pm 0.3°$ [46]. Ils sont pas visibles, car ils sont trop petits pour être prise en considération, alors nous les avons négligées. Les barres verticales représente l'incertitudes de la partie réelle. Chaque point est la moyenne de 5 mesures pour chaque état d'entrée. Les données sont normalisées par le délai de référence τ de 167 ps.

Cette série de données a été collectée avec une interaction faible correspondant à un délai de 167 ps, obtenu en allongeant le bras $|H\rangle$ de 2,5 cm par rapport au bras $|V\rangle$. En utilisant les mêmes méthodes d'ajustement que celles employées dans l'expérience sur la vitesse de la lumière, nous mesurons les délais de chaque état $|\psi(\theta)\rangle$. La courbe est une fonction cosinus carrée, ce qui conforme avec nos données expérimentales. Nous avons également constaté que la partie réelle de la valeur faible est bien représentée par la fonction cosinus carrée, ce qui est conforme à nos attentes théoriques. En effet, la partie réelle de la valeur faible est donnée par l'équation 125, qui est une fonction cosinus carrée, avec un terme additionelle de $2sin(\theta)cos(\theta)$, plus sur laquelle nous allons revenir plus tard à la prochaine sous-section. Voici les résultats pour le trajet $|H\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |L\rangle \rightarrow |H\rangle$ (figure 19).

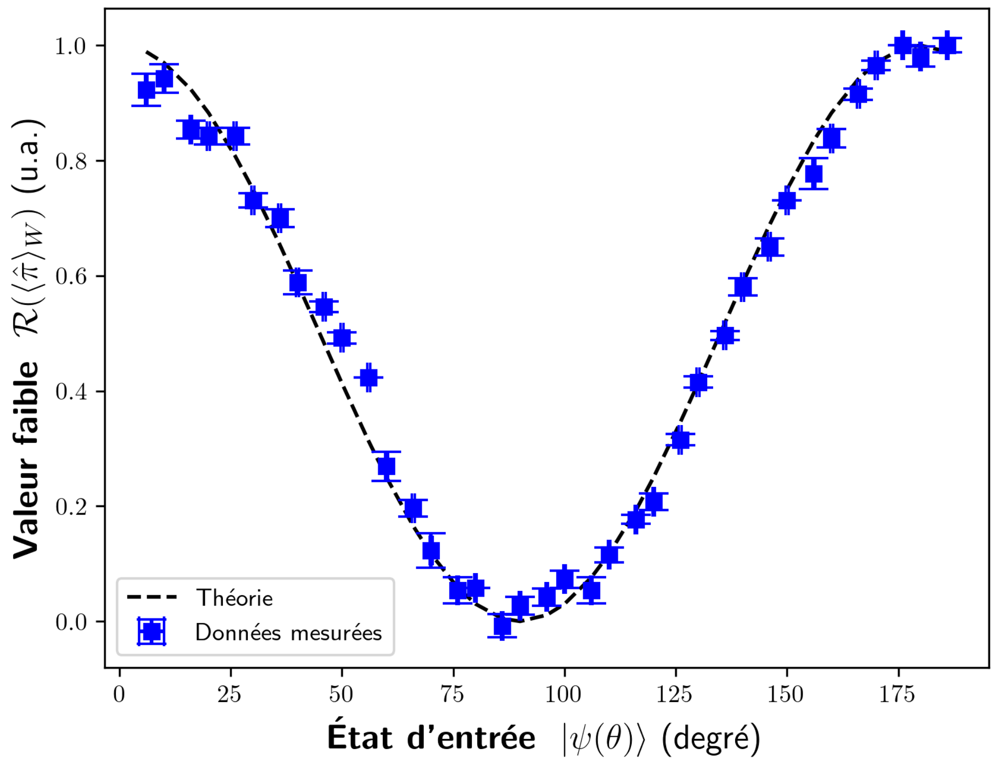

FIGURE 19 – Résultats expérimentaux pour la partie réelle de la valeur faible du trajet de polarisation $|H\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |L\rangle \rightarrow |H\rangle$. La courbe théorique est une fonction cosinus carrée : $cos^2(\theta)$.

Ces résultats sont similaires à ceux du trajet précédent, ce qui est logique, car les états de polarisation $|R\rangle$ et $|L\rangle$ possèdent toujours les mêmes états de base que $|D\rangle$ et $|A\rangle$, mais avec une composante imaginaire. Ce dernier n'affecte pas la partie réelle de la valeur faible, car il ne s'agit que d'un décalage de phase, soit de $e^{i\pi/2}$, qui ne modifie pas la partie réelle de la valeur faible. En effet, la partie réelle de la valeur faible est toujours représentée par la fonction cosinus carrée, ce qui est conforme à nos attentes théoriques trouvées dans l'équation 126. On ne peut pas déterminer à partir de la partie réelle de la valeur faible si l'état initial est elliptique ou circulaire. Les informations sur l'ellipticité des états de polarisation se trouvent dans la partie imaginaire de la valeur faible, où un décalage fréquentiel est observé (maximale pour les états circulaires, null pour les états linéaires et intermédiaire pour les états elliptiques) ce qui permet de distinguer ces états de polarisation. C'est ce que nous allons mesurer dans la section suivante. Ensuite, voici les résultats pour le trajet $|D\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |L\rangle \rightarrow |D\rangle$, qui est le même trajet que le précédent, mais en départant de l'état $|D\rangle$ et en terminant avec l'état $|D\rangle$, qui sont des états de polarisation linéaires possédant les états de base $|H\rangle$ et $|V\rangle$ comme $|R\rangle$ et $|L\rangle$, mais avec pas de composante imaginaire (figure 18).

Cela s'avère captivant, car elle démontre incontestablement que nous conservons toujours la même composante réelle de la faible valeur. Comme l'équation 125, un terme additionelle de $sin(4\theta)/4$ est présent dans l'équation 127, ces derniers seront discutés plus tard. Donc nous pouvons constater que nos données expérimentales sont conformes se conforment avec une relation constante de $\tau/2$ pour la partie réelle de la valeur faible. Par conséquent, l'ensemble des données sur l'ellipticité entre ces polarisations est contenu dans la variable conjuguée du décalage temporel, c'est-à-dire le décalage de fréquence obtenu en mesurant la partie imaginaire de la valeur faible.

En outre, à partir de ces données expérimentales pour chaque trajet, nous pouvons directement calculer les modules d'amplitudes de probabilité de l'état quantique à partir de ces mesures de délai, comme nous l'avons mentionné dans la section 2.5 avec les équations : 99 et 100. Nous allons maintenant présenter les résultats expéri-

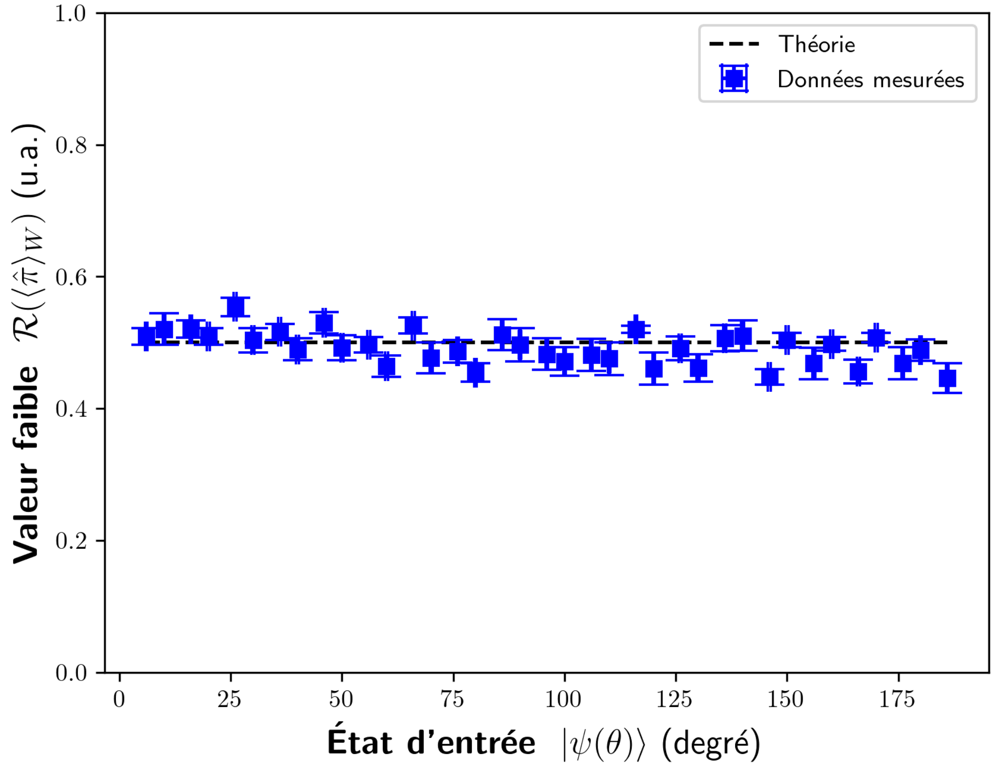

FIGURE 20 – Résultats expérimentaux pour la partie réelle de la valeur faible du trajet de polarisation $|D\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |L\rangle \rightarrow |D\rangle$. La courbe théorique est une constante de 1/2.

mentaux pour les amplitudes de probabilité pour chaque trajet de polarisation que nous avons mesuré. Voici les résultats pour l'amplitudes de probabilités du trajet de polarisation $|H\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |H\rangle$ (figure 21) :

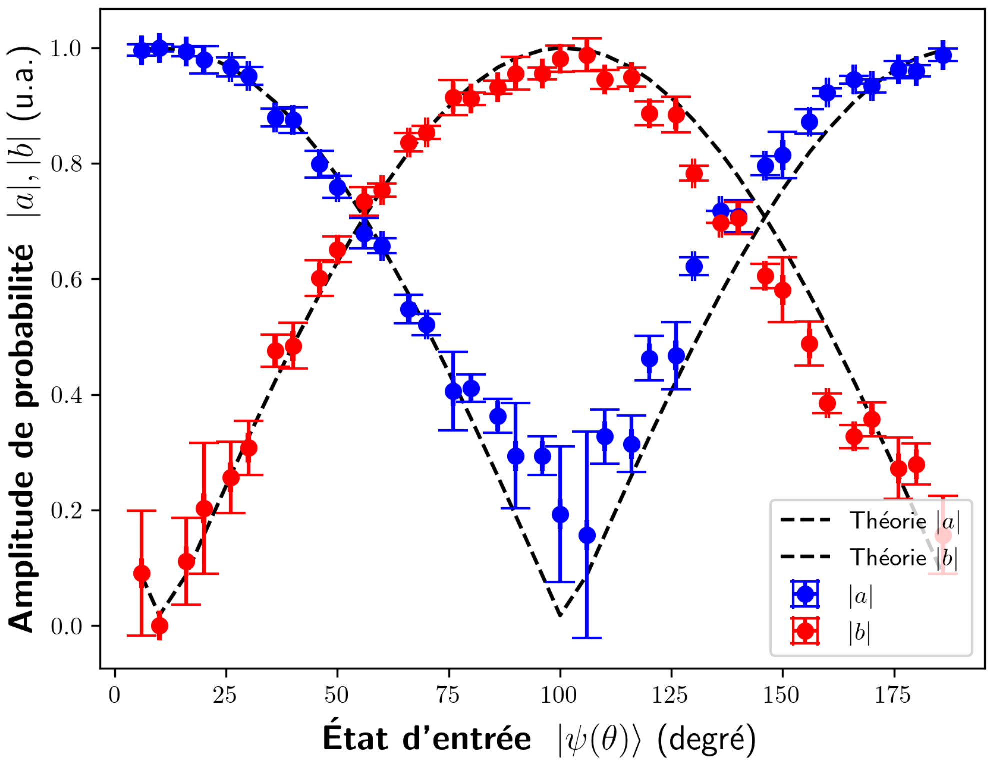

FIGURE 21 – Résultats de l'amplitude de probabilité pour le trajet de polarisation $|H\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |H\rangle$. Les données sont calculées à partir de la partie réelle de la valeur faible par les équations 99 et 100. Les courbes théoriques provenant de les amplitudes de probabilités de l'équation 125 soit $\sqrt{|cos^2(\theta - 11°)|}$ pour $|a|$ et $\sqrt{|sin^2(\theta - 11°)|}$ pour $|b|$.

Les barres d'erreur sont les incertitudes proviennent de l'erreur de la propagation d'erreur à partir de notre partie réelle de la valeur faible de la façon suivante [50] :

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\mathcal{R}(\langle\hat{\pi}\rangle_W)}}{2|a|} \tag{132}$$

$$\sigma_b = \frac{\sigma_{\mathcal{R}(\langle\hat{\pi}\rangle_W)}}{2|b|}, \tag{133}$$

Où $\sigma_{\mathcal{R}(\langle\hat{\pi}\rangle_W)}$ est l'incertitude de la partie réelle de la valeur faible, et σ_a et σ_b sont les incertitudes des amplitudes de probabilité $|a|$ et $|b|$ respectivement. Les amplitudes de probabilité sont bien représentées par ceux des équations 99 et 100 ainsi que les attentes expérimentales pour les amplitudes de probabilité calculées pour ce trajet de polarisation : 108 dont la courbe théorique est donnée par $\sqrt{|cos^2(\theta - 11°)|}$ pour $|a|$ et $\sqrt{|sin^2(\theta - 11°)|}$ pour $|b|$. Nous avons ensuite mesuré les amplitudes de probabilité pour le trajet $|H\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |L\rangle$ (figure 22) :

Ces résultats sont également conformes à nos attentes théoriques, car les amplitudes de probabilité sont bien représentées par ceux des équations 99 et 100, ainsi que les attentes expérimentales pour les amplitudes de probabilité calculées pour ce trajet de polarisation : 114 dont la courbe théorique est donnée par $\sqrt{|cos^2(\theta)|}$ pour a et $\sqrt{|sin^2(\theta)|}$ pour b. Nous avons ensuite mesuré les amplitudes de probabilité pour le trajet $|D\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |L\rangle$ (figure 23) :

Ces résultats démontre bien que les amplitudes de probabilité, soit $\mathcal{R}(a)$ est constante a une valeur de $\frac{1}{\sqrt{2}}$, qui est très interessant, car cela démontre une superposition constante des états de bases $|H\rangle$ et $|V\rangle$ dans ce trajet de polarisation dont la partie réelle de la valeur faible est toujours $\frac{\tau}{2}$, ce qui est conforme à nos attentes expérimentales et théoriques.

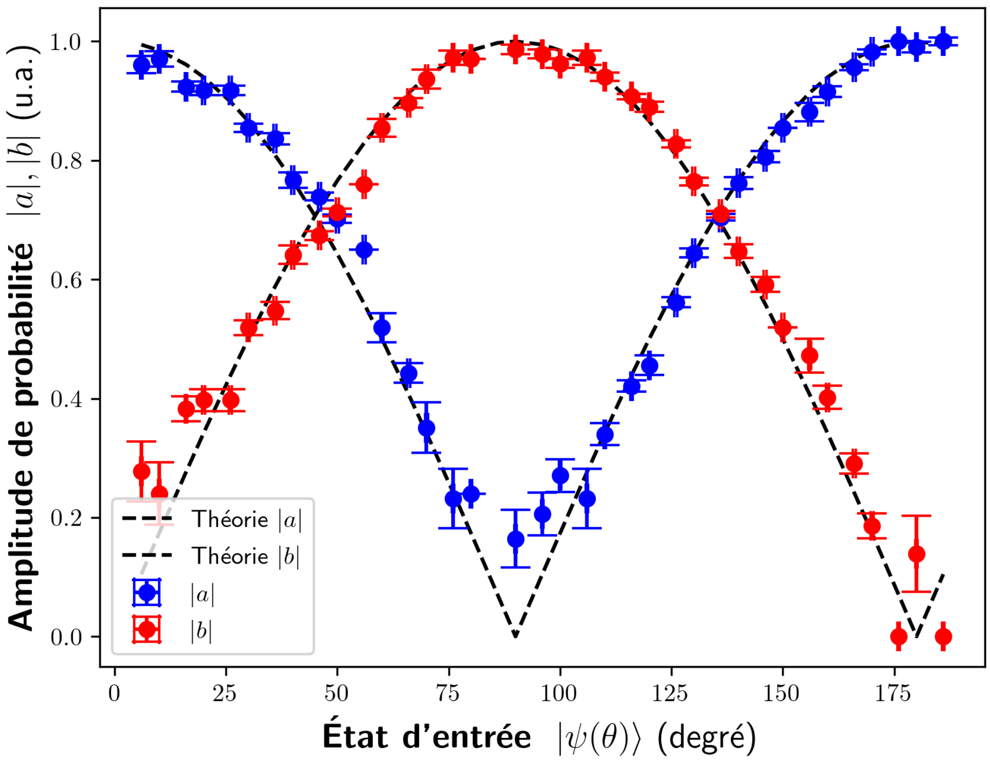

FIGURE 22 – Résultats de l'amplitude de probabilité pour le trajet de polarisation $|H\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |L\rangle$. Les données sont calculées à partir de la partie réelle de la valeur faible par les équations 99 et 100. Les courbes théoriques provenant de les amplitudes de probabilités de l'équation 126 soit $\sqrt{|cos^2(\theta)|}$ pour a et $\sqrt{|sin^2(\theta)|}$ pour b.

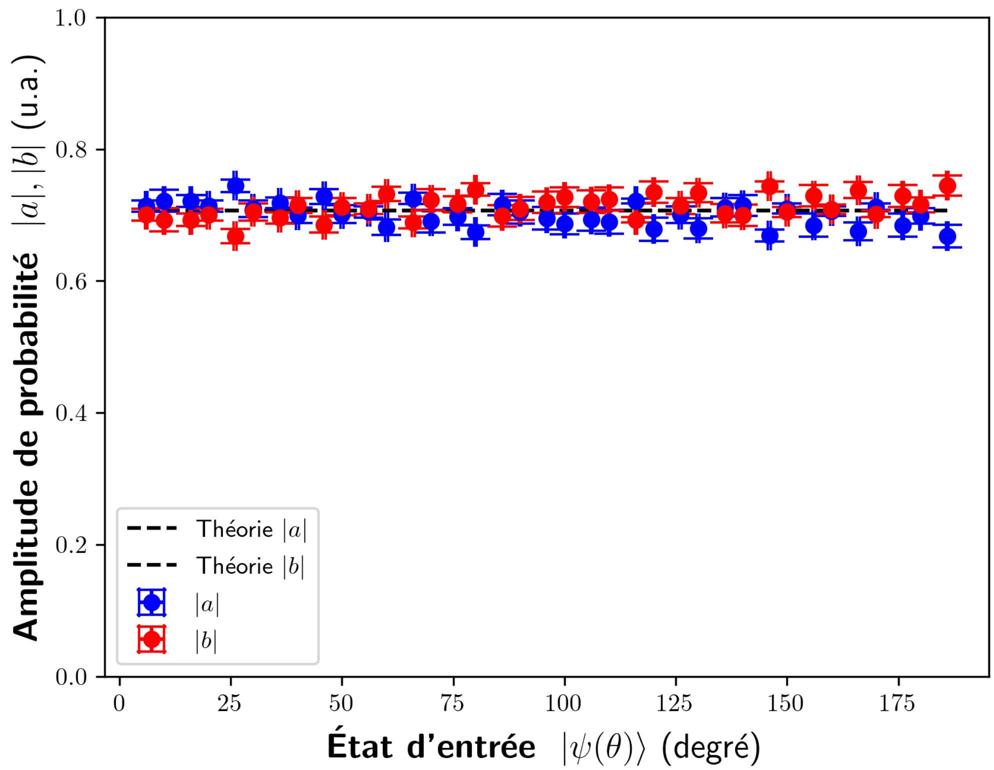

FIGURE 23 – Résultats de l'amplitude de probabilité pour le trajet de polarisation $|D\rangle \to |R\rangle \to |A\rangle \to |L\rangle$. Les données sont calculées à partir de la partie réelle de la valeur faible par les équations 99 et 100. Les courbes théoriques provenant de les amplitudes de probabilités de l'équation 127 soit $1/\sqrt{2}$ pour $|a|$ et $|b|$.

4.1.2 Discussion sur les résultats expérimentaux de la partie réelle

Nous remarquons que les données expérimentales pour les trajets $|H\rangle \rightarrow |D\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |H\rangle$ et $|H\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |L\rangle \rightarrow |H\rangle$ suivent une relations expérimentale d'un cosinus carré et que le trajet $|D\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |L\rangle \rightarrow |D\rangle$ suit une relation constante de $\tau/2$ pour la partie réelle de la valeur faible dans les figures 18, 19 et 20 respectivement, comme nous l'avons vu dans la section précédente. Ainsi, que les amplitudes de probabilité réelles de ces trajets de polarisation dans les figures 21, 22 et 23 suivent respectivement les relations dans les équations 99 et 100. Cependant, nous avons remarqué que les données expérimentales pour les trajets dans les figures 18 et 19 sont légèrement décalées par rapport à l'axe des états de polarisation d'entrée. Nous concacrons que ce décalage est dû au terme additionnel mentionné précédemment, notamment le terme le terme $2sin(\theta)cos(\theta)$ qui est présent dans l'équation 125. Ce terme additionnel apporte des résultats de la partie réelle de la valeur faible négative pour les états d'entrée à ce trajet de polarisation, ce qui est conforme à nos attentes théoriques. Cependant, nous avons remarqué que les données expérimentales pour ce trajet ne comportent pas de données négatives mais bien un décalage au niveau de la position selon l'axe des états de polarisation d'entrée. Revenant sur l'équation 82, ce terme additionnel provient de l'interférence entre le pointeur décalé et non décalé, lors de la mesure de la partie réelle de la valeur faible. Or, nous savons que le laser impulsionnel possède une faible longueur de cohérence (voir figure 17). Par conséquent, ce terme disparait car la visibilité de l'interférence est faible. Ainsi, ce terme génère du bruit et provoque le décalage observée entre les équations 125 et 126 et dans les figures 18 et 19 respectivement. Nous supposons le même phénomène pour le trajet $|D\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |A\rangle \rightarrow |L\rangle \rightarrow |D\rangle$ dans la figure 20. Or, nous sommes en mesure de caractériser les états de polarisation d'entrée avec succès. Il y a cependant l'information de la partie complexe de l'état quantique que nous devons mesurer. La section suivante traitera de nos tentatives de mesure de la partie imaginaire.

4.2 La partie imaginaire

Notre méthode pour mesurer la partie imaginaire de la valeur faible est assez simple. Nous faissons interférer dans un inertféromètre de MZ une impulsion faiblement mesurée avec un signal d'interférence correspondant au spectre du laser, voir la figure 16. Ainsi, nous pouvons accéder après intferérences au spectre du signal qui aura été modifié par la mesure faible. Cependant, certaines implications comme la faible visibilité de l'interférence, la faible résolution de la mesure et la faible longueur de cohérence du laser rendent difficile la mesure de la partie imaginaire de la valeur faible.

À partir de la relation proportionelle à la partie imaginaire de la valeur faible :

$$\mathcal{I}(\langle\hat{\pi}_W\rangle) = \langle\hat{\omega}\rangle \propto \frac{\tau}{8\sigma^2} \tag{134}$$

Cela signifie que, pour une impulsion avec une durée de 10 ns, et un délai de 167 ps appliqué sur le système, on s'attend à un déplacement dans le spectre de fréquence de seulement 3,98 kHz (avec $\omega \equiv 2\pi f$). Cette valeur est extrêmement petite par rapport à la fréquence de notre laser, qui se situe dans l'ordre THz avec plusieurs modes [37]. Les mesures interférométriques régulières effectuées dans un laboratoire ne présentent qu'une résolution de l'ordre MHz, ce qui nécessite des bras d'interféromètres assez longs. Donc, pour améliorer l'effet par l'interaction faible, il faut réduire la durée de l'impulsion. Nous allons choisir une longueur d'impulsion de 4 ns (le minimum que notre laser peut effectuer) pour un attendue de 16,61 kHz, encore très petits.

4.2.1 Vérification de la partie imaginaire

Nous avons commencer par si nous pouvions observer des déplacements fréquentiels dans la DSP causés par la mesure faible. Pour ce faire, nous avons utilisé les états de polarisation $|H\rangle$, $|V\rangle$, $|R\rangle$, $|A\rangle$, $|L\rangle$ et $|D\rangle$ comme états d'entrée. Pour trouver des déplacements induits par la mesure faible, nous calculons la densité spectrale du spectre de puissance (DSP) sur un ensemble d'impulsions du signal expérimentale. La fonction *pspectrum* de MATLAB facilite se calcule pour nous, en effectuent une transformation de Fourier à haute résolution sur plusieurs impulsions pour obtenir la DSP. Voici ce spectre que nous avons obtenu à partir de nos données expérimentales (figure 24).

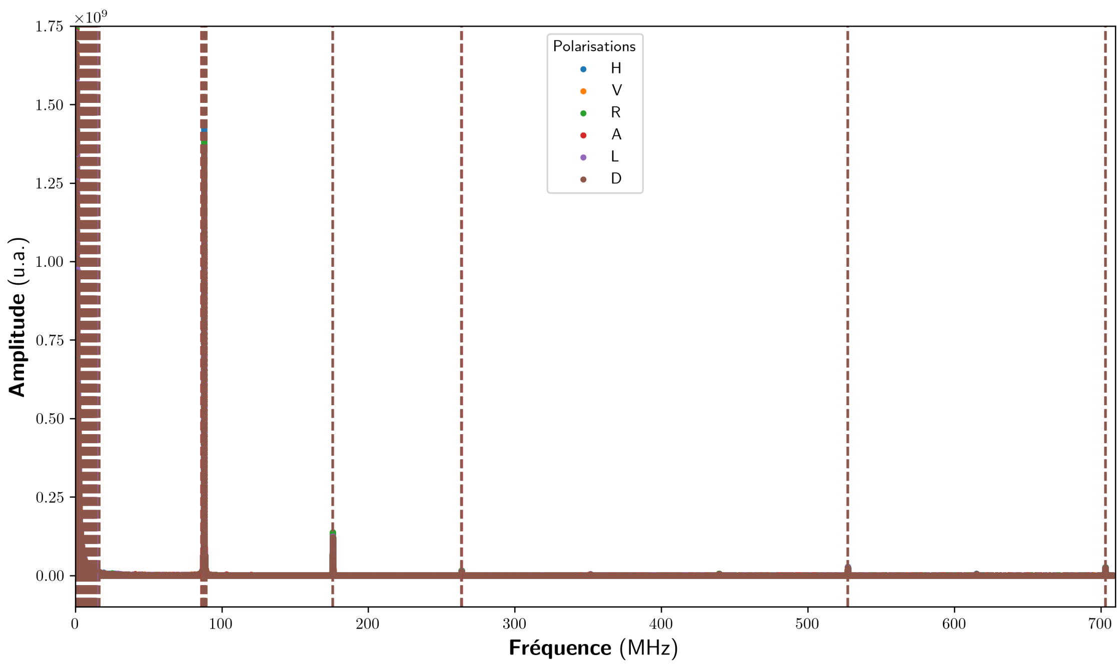

FIGURE 24 – DSP résultant d'une mesure faible temporelle. Ici, les lignes verticales représentent la position des pics de puissance dans le spectre. La fréquence centrale est de 703.12 MHz pour une durée spectrale de 1.4062 GHz avec une résolution temporelle de 4 ps. La figure 25 montre un zoom sur le pic de puissance à 87,9 MHz.

Nous analysons ensuite le spectre pour repérer les pics avec une amplitude supérieure à 1% de la puissance maximale. Pour chacun de ces pics, nous effectuons un ajuste-

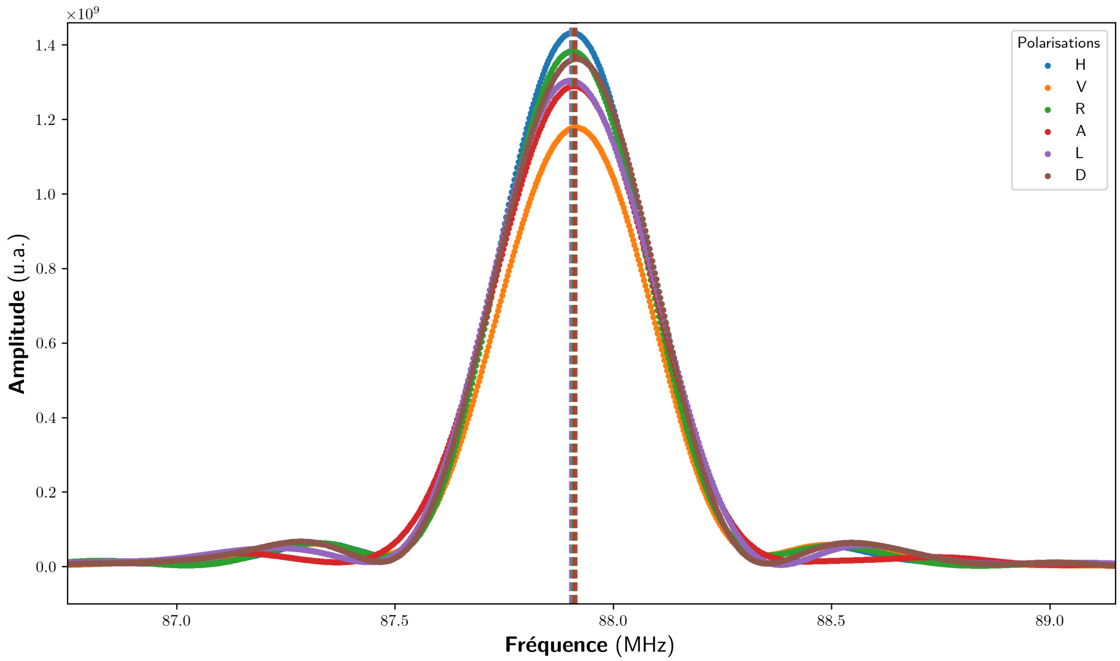

FIGURE 25 – Zoom sur le pic de puissance à 87,9 MHz. On peut observer la présence de plusieurs pics de puissance, avec leur ajustement de courbe polynomiale du quatrième ordre pour determiner chaque position fréquentielle des états d'entrée.

ment de courbe polynomiale du quatrième ordre, comme dans nos dernières analyses pour estimer précisément la position fréquentielle du pic. En comparant chacune de ces fréquences à celles de l'état $|V\rangle$, nous obtenons le tableau suivant pour le pic à la fréquence 87,9 MHz :

TABLE 6 – Tableau récapitulatif des pics de puissance dans le spectre de puissance, avec les états d'entrée, les fréquences mesurées et les déplacements fréquentiels. Les fréquences sont mesurées en mégahertz (MHz) et les déplacements fréquentiels en kilohertz (kHz) par rapport à l'état $|R\rangle$.

État d'entrée	Fréquence (MHz)	Déplacement fréquentiel (kHz)
$\lvert H\rangle$	87.907	+1.000
		...

État d'entrée	Fréquence (MHz)	Déplacement fréquentiel (kHz)
$\|V\rangle$	87.915	+9.000
$\|R\rangle$	87.906	0.000
$\|A\rangle$	87.910	+4.000
$\|L\rangle$	87.902	-4.000
$\|D\rangle$	87.916	+10.000

Bien que la différence prévue soit de 16,61 kHz (du minimum au maximum), ce qui n'a pas été strictement observé, l'analyse de Fourier révèle effectivement un déplacement de certains pics dans le spectre, mesuré dans l'ordre de kilohertz. Cependant, ces déplacements ne semblent pas être cohérents ni suivre une tendance correspondant à notre théorie.

4.2.2 Tentatives de mesurer la partie imaginaire

Considérons une prise de données sur plusieurs état d'entrée, comme l'on fait dans notre expérience de la partie réelle de la valeur faible. Cette fois ici, nous avons pris la mesure de la DSP pour chaque état d'entrée et considéré comment le centroïde de chaque pic se déplace en fonction de l'état d'entrée d'écrit par :

$$f_{cent.} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i \cdot P_i}{\sum_{i=1}^{n} P_i} \tag{135}$$

Où f_i est la fréquence de chaque pic et P_i est la puissance de chaque pic. Nous avons ensuite calculé la différence entre le centroïde de chaque état d'entrée et celui de l'état $|L\rangle$. Cette méthode prend inspiration de : [17, 14]. Nous évaluons la partie imaginaire de la valeur faible de les trajets de polarisation discutés dans le chapitre 3. Voici les résultats que nous avons obtenus pour les déplacements fréquentiels pour le trajet de polarisation $|H\rangle \to |R\rangle \to |V\rangle \to |L\rangle \to |H\rangle$ présenté dans la figure 26.

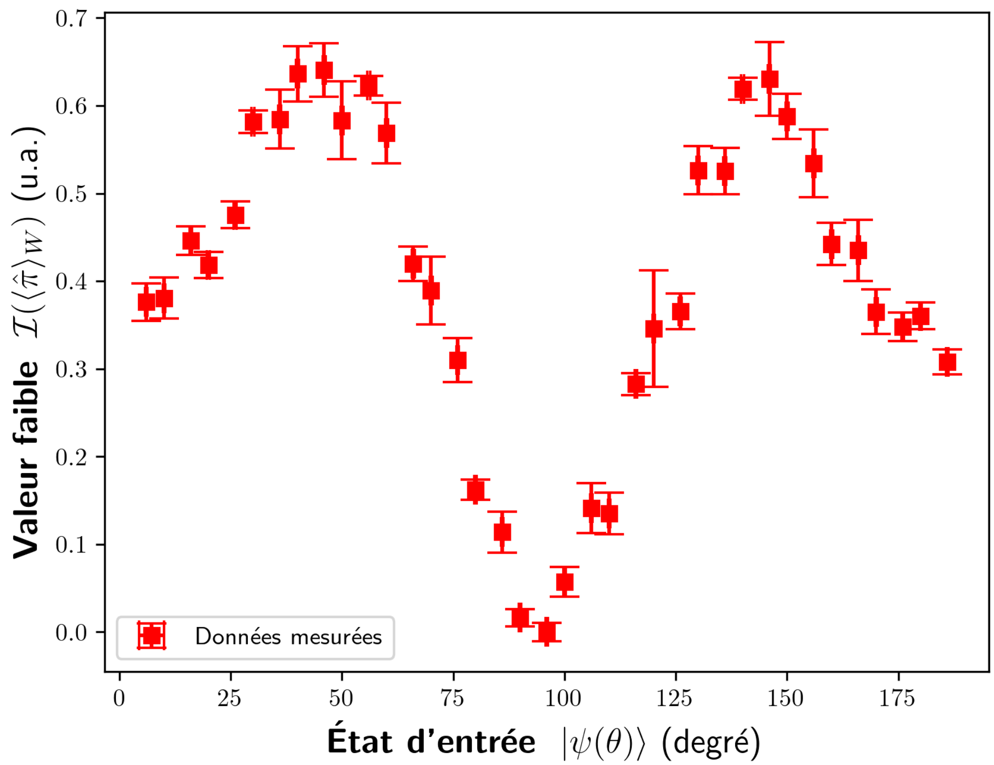

FIGURE 26 – Déplacement fréquentiel mesuré pour les trajets de polarisation $|H\rangle \to |R\rangle \to |V\rangle \to |L\rangle \to |H\rangle$, avec un délai de 167 ps et une durée d'impulsion de 4 ns. Les barres d'erreur verticale représentent l'incertitude de la mesure, calculée à partir de la variations des fréquences mesurées pour chaque état d'entrée. Les déplacements sont mesurés en kilohertz (kHz) par rapport à l'état $|L\rangle$. La courbe théorique n'est pas représentée car les déplacements ne correspondent pas avec nos attentes théoriques.

Ces données on été obtenues en prenant les résultats de la DSP pour chaque état d'entrée, en calculant le centroïde de chaque pic en utilisant l'équation 135 et le comparer à fréquence du centroïde de l'état $|L\rangle$ pour calculer la partie imaginaire de la valeur faible. Nous pouvons effectivement calculé les amplitudes de probabilité (voir figure 27) pour chaque état d'entrée en utilisant les relations suivantes :

$$|a| = \sqrt{\mathcal{I}(\langle\hat{\pi}_W\rangle)} \quad (136)$$

$$|b| = \sqrt{1 - |a|^2} \quad (137)$$

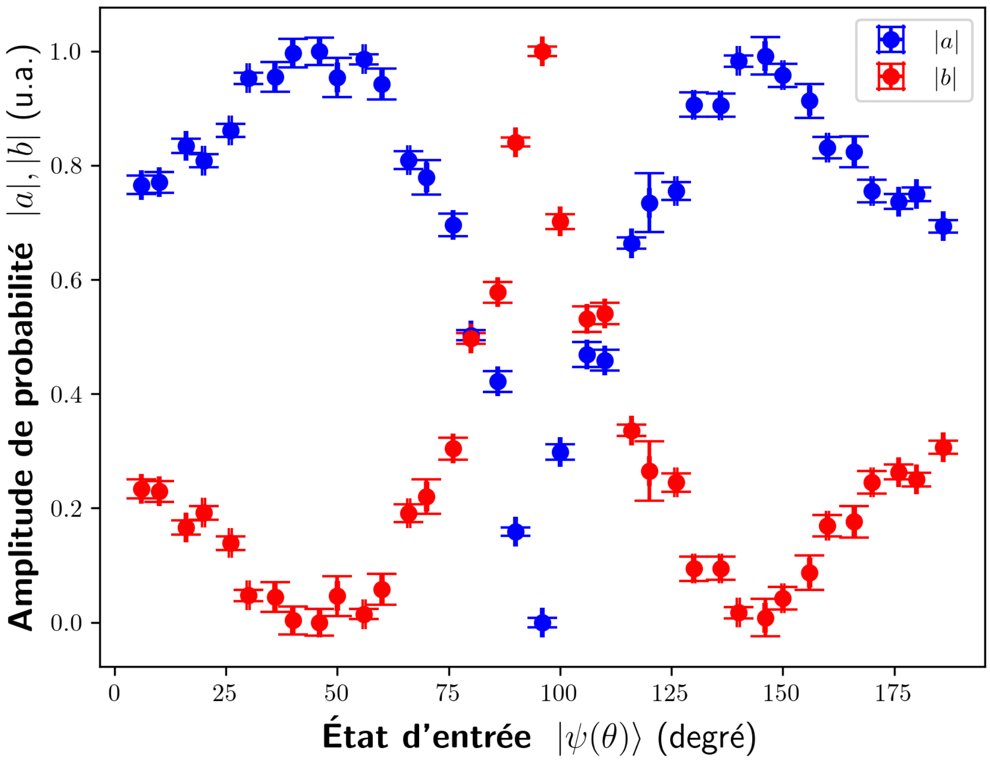

FIGURE 27 – La partie imaginaire des amplitudes de probabilité mesurées pour le trajet de polarisation $|H\rangle \rightarrow |R\rangle \rightarrow |V\rangle \rightarrow |L\rangle \rightarrow |H\rangle$. Les barres d'erreur sont propagées à partir de l'incertitude de la mesure des déplacements fréquentiels de la partie imaginaire de ce trajet de polarisation.

Ces résultats démontrent que la partie imaginaire de la valeur faible est effectivement mesurable, mais que les déplacements ne correspondent pas avec nos attentes théoriques. Cependant, nous avons observé des déplacements dans le spectre de fréquence, ce qui indique que la partie imaginaire de la valeur faible est présente et elle suit une tendance sinusoïdale. À ce moment présent, ceci est nos meilleures résultats pour la partie imaginaire de la valeur faible et que les autres tentatives de mesure n'ont pas été concluantes.

4.2.3 Implications pour la partie imaginaire

Les interférences présentent un comportement imprévisible, ce qui indique que nous avons dépassé la longueur de cohérence du laser. En conséquence, nous observons des interférences constructives et destructives qui se produisent de manière inconsistante. On entend par effet fréquentiel un déplacement dans le spectre de fréquence causé par la mesure faible. Ce déplacement se manifeste dans la DSP cependant, nous n'avons pas pu mesurer la partie imaginaire de la valeur faible qui suit nos attentes théoriques car les déplacements sont trop petits et incohérent pour obtenir une mesure fiable. Pour assurer une meilleure cohérence, il est nécessaire de modifier notre source. Des études futures examineront l'intégration d'une source impulsionnelle cohérente et permettront de mesurer la partie imaginaire de la valeur faible pour une caractérisation complète.

5 CONCLUSION

Nous allons conclure cette thèse en résumant ces résultats expérimentaux obtenus et en discutant de l'importance sur les applications potentielles des mesures faibles temporelles et des perspectives futures pour la mesure de la partie imaginaire de la valeur faible.

5.1 Conclusion sur la thèse

Nous avons maintenant démontré que nous pouvons caractériser complètement la partie réelle de la valeur faible, tout en montrant la faisabilité de la mesure de la partie imaginaire de la valeur faible. Utiliser le domaine temporel comme pointeur nous permet de caractériser la polarisation d'un système photonique quantique, ouvrant ainsi la voie à des applications intégrables dans les technologies quantiques. Grâce à notre méthodologie interférométrique des mesures faibles, il est possible d'envisager des applications dans des technologies telles que les systèmes de télécommunication photonique quantique [14, 16], l'informatique quantique [51], la cryptographie quantique [52], la métrologie quantique et l'avancement sur nos mesures quantiques précises [53].

5.2 Applications et projets futurs

Cette approche pour la caractérisation des états quantiques ouvre la voie à de nombreuses applications dans les technologies quantiques. En intégrant notre dispositif experimental dans les systèmes de télécommunication photonique quantique, il devient possible de caractériser les états de polarisation des photons de manière efficace et précise. Ce dernier diminue l'effondrement complet du système lors de la mesure du message, permettant ainsi de préserver l'état quantique des photons tout en garantissant la confidentialité des informations transmises. De plus, en utilisant cette méthode pour caractériser les états quantiques dans les ordinateurs quantiques, il devient possible de détecter et de corriger les erreurs de manière plus efficace en suivant l'évolution temporelle des états quantiques, ce qui est crucial pour le développement de systèmes quantiques robustes et fiables. En outre, en intégrant cette approche dans les systèmes de métrologie quantique, il devient possible de mesurer des grandeurs physiques avec une précision sans précédent, ouvrant la voie à de nouvelles découvertes.

Nos futurs travaux consisteront à caractériser des polarisations élliptiques, à l'aide des décalages fréquentiels provoqués par notre décalage temporel du pointeur. Pour ce faire, nous pourrions concevoir un système photonique sophistiqué capable de mesurer de petits décalages fréquentiels. Nous pouvons envisager une expérience où nous remplacerions la source laser pulsé par une source qui possède une longueur de cohérence plus longue et qui nous permettrait d'introduire un délai encore plus grand, mais en restant dans le régime de mesure faible. Nous pourrions effectuer cette expérience en utilisant un modulateur acousto-optique couplé à un générateur de fonction. Ensemble, ces dispositifs peuvent découper des impulsions à partir d'un laser HeNe. Comme les impulsions proviennent d'un laser ayant une grande longueur de cohérence, le spectre d'intferérence sera plus clair. Cela nous permettrait de mesurer la variation des décalages fréquentiels du signal décalé en fonction des états de polarisation d'entrée et, ainsi, de mesurer avec succès la partie imaginaire de la valeur faible dans un système photonique quantique, comme dans : [54].

En conclusion, nous avons démontré que les mesures faibles temporelles peuvent être utilisées pour la caractérisation des états quantiques et que cette approche est intégrable dans les technologies quantiques [14, 16, 51, 52, 53]. Nous pouvons enfin conclure cette thèse et laissent la porte ouverte à des futures perspectives en matière de mesures quantiques pour des applications technologiques.

Références

[1] Richard P. Feynman. “Simulating physics with computers”. In : *International Journal of Theoretical Physics* 21.6 (1982), p. 467-488. doi : `10.1007/BF02650179`. url : `https://doi.org/10.1007/BF02650179`.

[2] John Preskill. *Quantum computing 40 years later*. 2023. arXiv : `2106.10522 [quant-ph]`. url : `https://arxiv.org/abs/2106.10522`.

[3] Vicente Martin et al. “Quantum technologies in the telecommunications industry”. In : *EPJ Quantum Technology* 8.1 (2021), p. 19. doi : `10.1140/epjqt/s40507-021-00108-9`. url : `https://doi.org/10.1140/epjqt/s40507-021-00108-9`.

[4] Alexander Tzalenchuk et al. “The expanding role of National Metrology Institutes in the quantum era”. In : *Nature Physics* 18.7 (2022), p. 724-727. doi : `10.1038/s41567-022-01659-z`. url : `https://doi.org/10.1038/s41567-022-01659-z`.

[5] James A. Lewis et Georgia Wood. *Quantum Technology Applications and Implications*. Rapp. tech. CSIS (Center for Strategic et International Studies), 2023.

[6] David P. DiVincenzo. “The Physical Implementation of Quantum Computation”. In : *Fortschritte der Physik* 48.9–11 (sept. 2000), 771–783. issn : 1521-3978. doi : 10.1002/1521-3978(200009)48:9/11<771::aid-prop771>3.0.co;2-e. url : http://dx.doi.org/10.1002/1521-3978(200009)48:9/11<771::AID-PROP771>3.0.CO;2-E.

[7] Dan Browne et al. *From Quantum Optics to Quantum Technologies*. 2017. arXiv : `1707.02925 [quant-ph]`. url : `https://arxiv.org/abs/1707.02925`.

[8] Sergei Slussarenko et Geoff J. Pryde. “Photonic quantum information processing: A concise review”. In : *Applied Physics Reviews* 6.4 (oct. 2019), p. 041303. issn : 1931-9401. doi : `10.1063/1.5115814`. eprint : `https://pubs.aip.org/aip/apr/article-pdf/doi/10.1063/1.5115814/19739502/041303\_1\_online.pdf`. url : `https://doi.org/10.1063/1.5115814`.

[9] Jianwei Wang et al. “Integrated photonic quantum technologies”. In : *Nature Photonics* 14.5 (oct. 2019), 273–284. issn : 1749-4893. doi : `10.1038/s41566-019-0532-1`. url : `http://dx.doi.org/10.1038/s41566-019-0532-1`.

[10] John von NEUMANN et Robert T. BEYER. *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics: New Edition*. Princeton University Press, fév. 2018. ISBN : 9780691178561. DOI : 10.23943/princeton/9780691178561.001.0001. URL : https://doi.org/10.23943/princeton/9780691178561.001.0001.

[11] Yakir AHARONOV, David Z. ALBERT et Lev VAIDMAN. "How the result of a measurement of a component of the spin of a spin-1/2 particle can turn out to be 100". In : *Phys. Rev. Lett.* 60 (14 1988), p. 1351-1354. DOI : 10.1103/PhysRevLett.60.1351. URL : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.60.1351.

[12] J.S. LUNDEEN et K.J. RESCH. "Practical measurement of joint weak values and their connection to the annihilation operator". In : *Physics Letters A* 334.5 (2005), p. 337-344. ISSN : 0375-9601. DOI : https://doi.org/10.1016/j.physleta.2004.11.037. URL : https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375960104016342.

[13] G. T. FOSTER et al. "Quantum State Reduction and Conditional Time Evolution of Wave-Particle Correlations in Cavity QED". In : *Phys. Rev. Lett.* 85 (15 2000), p. 3149-3152. DOI : 10.1103/PhysRevLett.85.3149. URL : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.85.3149.

[14] Nicolas BRUNNER et al. "Optical Telecom Networks as Weak Quantum Measurements with Postselection". In : *Phys. Rev. Lett.* 91 (18 2003), p. 180402. DOI : 10.1103/PhysRevLett.91.180402. URL : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.91.180402.

[15] Jeff LUNDEEN. "Generalized Measurement and Post-selection in Optical Quantum Information". Thèse de doct. University of Toronto, 2006.

[16] Nicolas BRUNNER et al. "Direct Measurement of Superluminal Group Velocity and Signal Velocity in an Optical Fiber". In : *Physical Review Letters* 93.20 (2004). ISSN : 1079-7114. DOI : 10.1103/physrevlett.93.203902. URL : http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.203902.

[17] Nicolas BRUNNER et Christoph SIMON. "Measuring Small Longitudinal Phase Shifts: Weak Measurements or Standard Interferometry?" In : *Phys. Rev. Lett.* 105 (1 2010), p. 010405. DOI : 10.1103/PhysRevLett.105.010405. URL : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.105.010405.

[18] Omar S Magaña-Loaiza et al. "Weak-value measurements can outperform conventional measurements". In : *Physica Scripta* 92.2 (2016), p. 023001. doi : 10.1088/1402-4896/92/2/023001. url : https://dx.doi.org/10.1088/1402-4896/92/2/023001.

[19] Jérémie Harris, Robert W. Boyd et Jeff S. Lundeen. "Weak Value Amplification Can Outperform Conventional Measurement in the Presence of Detector Saturation". In : *Phys. Rev. Lett.* 118 (7 2017), p. 070802. doi : 10.1103/PhysRevLett.118.070802. url : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.118.070802.

[20] Jeff S. Lundeen et al. "Direct measurement of the quantum wavefunction". In : *Nature* 474.7350 (2011), p. 188-191. doi : 10.1038/nature10120. url : https://doi.org/10.1038/nature10120.

[21] Jeff S. Lundeen et Charles Bamber. "Procedure for Direct Measurement of General Quantum States Using Weak Measurement". In : *Phys. Rev. Lett.* 108 (7 2012), p. 070402. doi : 10.1103/PhysRevLett.108.070402. url : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.108.070402.

[22] A. Hariri et al. "Experimental simultaneous readout of the real and imaginary parts of the weak value". In : *Phys. Rev. A* 100 (3 2019), p. 032119. doi : 10.1103/PhysRevA.100.032119. url : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.100.032119.

[23] G. S. Thekkadath et al. "Direct Measurement of the Density Matrix of a Quantum System". In : *Phys. Rev. Lett.* 117 (12 2016), p. 120401. doi : 10.1103/PhysRevLett.117.120401. url : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.117.120401.

[24] Guillaume Thekkadath. "Joint measurements of complementary properties of quantum systems". Mém. de mast. University of Ottawa, 2017.

[25] Fumihiro Kaneda et Paul G. Kwiat. *High-efficiency single-photon generation via large-scale active time multiplexing*. 2018. arXiv : 1803.04803 [quant-ph]. url : https://arxiv.org/abs/1803.04803.

[26] Hui Dai et al. "Towards satellite-based quantum-secure time transfer". In : *Nature Physics* 16.8 (mai 2020), 848–852. issn : 1745-2481. doi : 10.1038/s41567-020-0892-y. url : http://dx.doi.org/10.1038/s41567-020-0892-y.

[27] John C. Howell. "Weakness of weak values: Incompatibility of anomalous pulse-spectrum amplification and optical frequency combs". In : *Phys. Rev. A* 106 (1 2022), p. 012224. doi : `10.1103/PhysRevA.106.012224`. url : `https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.106.012224`.

[28] Luis José Salazar-Serrano et al. "Measurement of sub-pulse-width temporal delays via spectral interference induced by weak value amplification". In : *Phys. Rev. A* 89 (1 2014), p. 012126. doi : `10.1103/PhysRevA.89.012126`. url : `https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.89.012126`.

[29] Aephraim M. Steinberg. "How Much Time Does a Tunneling Particle Spend in the Barrier Region?" In : *Phys. Rev. Lett.* 74 (13 1995), p. 2405-2409. doi : `10.1103/PhysRevLett.74.2405`. url : `https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.74.2405`.

[30] J.B. Altepeter, E.R. Jeffrey et P.G. Kwiat. "Photonic State Tomography". In : sous la dir. de P.R. Berman et C.C. Lin. T. 52. Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics. Academic Press, 2005, p. 105-159. doi : `https://doi.org/10.1016/S1049-250X(05)52003-2`. url : `https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1049250X05520032`.

[31] E. Hecht. *Optics*. Pearson, 2012. isbn : 9788131718070. url : `https://books.google.ca/books?id=wcMWpBMMzIkC`.

[32] A. I. Lvovsky et M. G. Raymer. "Continuous-variable optical quantum-state tomography". In : *Rev. Mod. Phys.* 81 (1 2009), p. 299-332. doi : `10.1103/RevModPhys.81.299`. url : `https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.81.299`.

[33] Yuval Gefen. "Weak Measurement: A Peephole into the Quantum World". In : *ICTP Colloquium Series*. Sous la dir. de Weizmann Institute of Science. 2017.

[34] Yakir Aharonov, Eliahu Cohen et Avshalom C. Elitzur. "Foundations and applications of weak quantum measurements". In : *Phys. Rev. A* 89 (5 2014), p. 052105. doi : `10.1103/PhysRevA.89.052105`. url : `https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.89.052105`.

[35] P.J.E. (Phillip James Edwin) Peebles. *Quantum Mechanics*. Princeton University Press, 1992.

[36] David J. Griffiths et Darrell F. Schroeter. *Introduction to Quantum Mechanics*. 3e éd. Cambridge University Press, 2018.

[37] THORLABS. *NPL64B - Nanosecond Pulsed Laser Diode System, 640 nm, 5 - 39 ns Adjustable Pulse Width*. https://www.thorlabs.com/thorproduct.cfm?partnumber=NPL64B. Consulté le 25 février 2025.

[38] THORLABS. *DET025A - 2 GHz Si Free-Space Photodetector with Window, 400 - 1100 nm, 8-32 Tap*. https://www.thorlabs.com/thorproduct.cfm?partnumber=DET025A. Consulté le 25 février 2025.

[39] MULTICOMP PRO. *RF / Coaxial Cable Assembly, BNC Straight Plug, BNC Straight Plug, RG58, 50 ohm*. https://canada.newark.com/multicomp-pro/24-15626/rf-coax-bnc-straight-plug-10ft/dp/83X8079. Consulté le 28 mars 2025.

[40] TEKTRONIX. *TDS5000 Series Digital Phosphor Oscilloscope User Manual*. Document Number: 071-0858-05. Tektronix, Inc. Beaverton, OR, USA, 2002. URL : https://www.tek.com/document/manual/tds5000-series-digital-phosphor-oscilloscope-user-manual.

[41] Edmund OPTICS. *Crossed-Roller Bearing Linear Translation Stage*. https://www.edmundoptics.com/p/precision-rotation-stage-1-inch-travel-0-1-degree-accuracy/1452/. Consulté le 28 février 2025.

[42] AMERICAN RADIO RELAY LEAGUE (ARRL). *The ARRL Handbook for Radio Communications*. 96th. Newington, CT : ARRL, 2019. ISBN : 978-1-62595-087-1.

[43] THORLABS. *2249-C-12 Specification Sheet*. Rev A, August 6, 2021. 2021. URL : https://www.thorlabs.com.

[44] Bengt EDLÉN. “The Refractive Index of Air”. In : *Metrologia* 2.2 (1966), p. 71. DOI : 10.1088/0026-1394/2/2/002. URL : https://dx.doi.org/10.1088/0026-1394/2/2/002.

[45] Peter J. MOHR, David B. NEWELL et Barry N. TAYLOR. “CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2014”. In : *Rev. Mod. Phys.* 88 (3 2016), p. 035009. DOI : 10.1103/RevModPhys.88.035009. URL : https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.88.035009.

[46] THORLABS. *Motorized Precision Rotation Mount*. https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=2875. Consulté le 28 février 2025.

[47] PYLABLIB DEVELOPERS. *Thorlabs Kinesis Device Support in PyLabLib*. Accessed: 2025-02-28. 2024. URL : https://pylablib.readthedocs.io/en/latest/devices/Thorlabs_kinesis.html.

[48] Tektronix, Inc. *TDS5000B Series Digital Phosphor Oscilloscopes: Programmer Manual*. Document Number: 077-0110-00. Beaverton, OR, USA, 2005. URL : https://download.tek.com/manual/077011000web_0.pdf.

[49] Weining Liu, Yisen Wang et Hailu Luo. “Precision estimation of time delay based on weak measurement with real weak value”. In : *Phys. Rev. A* 108 (5 2023), p. 052606. DOI : 10.1103/PhysRevA.108.052606. URL : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.108.052606.

[50] John R. Taylor. *An Introduction to Error Analysis: The Study of Uncertainties in Physical Measurements*. 2nd. Sausalito, California : University Science Books, 1997. ISBN : 9780935702750.

[51] John C. Howell et al. “Interferometric weak value deflections: Quantum and classical treatments”. In : *Phys. Rev. A* 81 (3 2010), p. 033813. DOI : 10.1103/PhysRevA.81.033813. URL : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.81.033813.

[52] James E. Troupe et Jacob M. Farinholt. *Quantum Cryptography with Weak Measurements*. 2017. arXiv : 1702.04836 [quant-ph]. URL : https://arxiv.org/abs/1702.04836.

[53] Jing-Hui Huang et al. “Enhancing Interferometry Using Weak Value Amplification with Real Weak Values”. In : *Phys. Rev. Lett.* 134 (8 2025), p. 080802. DOI : 10.1103/PhysRevLett.134.080802. URL : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.134.080802.

[54] Richard Wagner et al. “Direct experimental test of commutation relation via imaginary weak value”. In : *Phys. Rev. Res.* 3 (2 2021), p. 023243. DOI : 10.1103/PhysRevResearch.3.023243. URL : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevResearch.3.023243.

ANNEXE A : Validation de la précision fréquencielle par l'effet Doppler

Pour l'illustrer, considérons le son d'une sirène : à l'approche, le bruit semble plus aigu, alors qu'au départ, le bruit semble grave. Cet effet est causé par l'effet Doppler, qui fait varier la fréquence selon la vitesse de la source en relation de l'observateur ou récepteur. Ce principe s'applique à toutes les ondes. Pour les ondes électromagnétiques, on parle de décalage vers le rouge lorsque la fréquence diminue et de décalage vers le bleu quand elle augmente. On observe souvent ce phénomène dans des phénomènes astronomiques, comme quand la lumière traverse un espace-temps courbé ou compressé. L'effet Doppler est décrit par les relations physiques suivantes :

$$\Delta f = \frac{\Delta v}{c} f_0 \tag{138}$$

Le changement de fréquence est directement proportionnel à la différence de vitesse $\Delta v \equiv -(v_r - v_s)$ entre la vitesse de la source de l'onde v_s et la vitesse du récepteur ou observateur v_r. Soit c la vitesse de la lumière et f_0 la fréquence initiale de l'onde. Donc, la fréquence mesurée de l'observateur sera :

$$f = \left(1 + \frac{\Delta v}{c}\right) f_0 \tag{139}$$

Nous savons qu'en mesurant un changement spectral, le laser a souvent une fréquence initiale dans les ordres des THz. Donc, il semble difficile de mesurer les décalages fréquentiels, si les décalages sont dans les ordres des kHz ou même dans les Hz. Ceci arrive lors d'une mesure à faible temporel. Le décalage fréquentiel d'une mesure faible temporel se décrit par la partie imaginaire de la valeur faible :

$$\langle\hat{\omega}\rangle \equiv \frac{\tau}{8\sigma^2} sin(2\theta) \tag{140}$$

Cela signifie que pour une impulsion possédant une taille σ de 4 à 10 ns du profil temporel, le délai τ utilisé pour une mesure faible est souvent d'environ 10 % de sa taille, donc au moins 0,4 à 1 ns. Si on veut les meilleurs résultats possibles pour une mesure faible, il faut un délai plus petit que cela. Le délai effectué pour les résultats obtenus pour la partie réelle de la valeur faible à date est dans l'ordre des picosecondes, soit 167 à 210 ps. Donc, ces derniers nous donnent des décalages fréquentiels de 3 kHz pour une taille de 10 ns et une mesure faible de 167 ps avec une résolution de 5 degrés dans les parties les plus petites du sinusoïdal $sin(2\theta)$ (Le 2θ représente une lame demi-onde dont $\theta' \equiv 2\theta$ représente l'angle actuel de la lame d'onde). Toutefois, il serait intéressant de quantifier ces décalages fréquentiels, comme le ferait un radar Doppler. Nous mesurons les décalages fréquentiels par rapport à un délai temporel induit par notre mesure faible. Cependant, nous devons savoir si nous sommes capables de mesurer des décalages fréquentiels aussi petits. L'expérience suivante sert à évaluer notre capacité à quantifier des décalages fréquentiels. Nous allons tenter de mesurer le décalage fréquentiel dans un interféromètre induit par l'effet Doppler. Cette expérience repose sur la technique d'interférométrie hétérodyne, où un laser émet à une fréquence de départ, soit f_0. Le miroir bouge à une vitesse v ; ensuite, nous interférons avec la nouvelle fréquence et celle initiale pour mesurer le décalage.

L'expérience consiste en un laser pulsé dont son signal subit une séparation de ses bases de polarisation par une séparatrice de faisceau polarisant (PBS). L'une d'elles, soit celui horizontal, subit un effet Doppler par un miroir de transition motorisé à la place d'un miroir stationaire (figure 16) tandis que l'autre sert à notre fréquence de référence (fréquence initiale (la source)). Les deux bras sont ensuite recombinés avec un autre PBS et analysés à l'aide d'un oscilloscope. L'oscilloscope utilise un mode d'acquisition de données à haute résolution, ce qui entraîne une diminution de la réponse, qui passe de 1 en mode continu à 0,63 (fréquence égale à la moitié de la fréquence d'échantillonnage) dans son mode. Ensuite, nous appliquons le mode MATH avec l'option spectrale magnitude pour observer le spectre du signal. Ce dernier applique une transformation de Fourier rapide sur le signal pour passer du profil temporel au profil spectral. Lors de l'expérience, nous déplacons le miroir de transition à l'aide d'un code Python à une vitesse de 0,27 cm/s (30 % de la vitesse maximale du miroir motorisé) sur une distance de 0,585 cm. Calculons théoriquement que sera la valeur dont la fréquence initiale de 467.33 THz sera décalée.

$$\Delta f = \frac{2\Delta v}{c} f_0 \tag{141}$$

$$= \frac{2 * (0.0027 m/s)}{299792458 m/s} (467.33 * 10^{12} (1/s)) \tag{142}$$

$$= 8.418 kHz \tag{143}$$

Le facteur 2 est utilisé pour compenser le trajet aller-retour du faisceau. Sur le graphique obtenu à l'aide de l'oscilloscope, on devrait voir apparaitre un pic à 8.4 kHz causé par l'effet Doppler. Dès que notre miroir de transition a atteint sa vitesse maximale, l'oscilloscope capture une mesure du signal.

Voici le résultat obtenu au laboratoire lors de l'expérience (figure 28).

La figure 28 illustre l'ensemble des données recueillies en laboratoire lors de la détermination de l'effet Doppler. Comme nous l'avons souligné auparavant, un pic devrait apparaitre autour de ~ 8 kHz. Notre laser fonctionnant à un taux de répétition de 1 MHz. Prenons ce premier pic de fréquence comme point de repère. Voici un agrandissement de cette zone dans la figure 29.

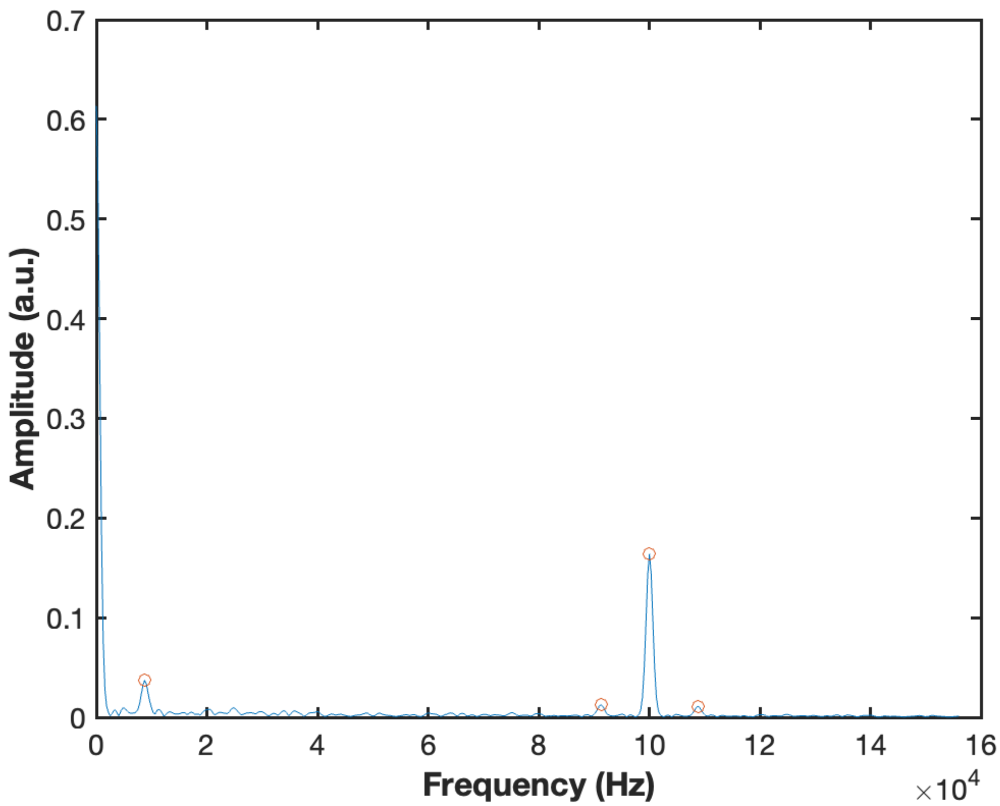

FIGURE 28 – Ensemble du spectre obtenu de l'oscilloscope pendant l'effet Doppler

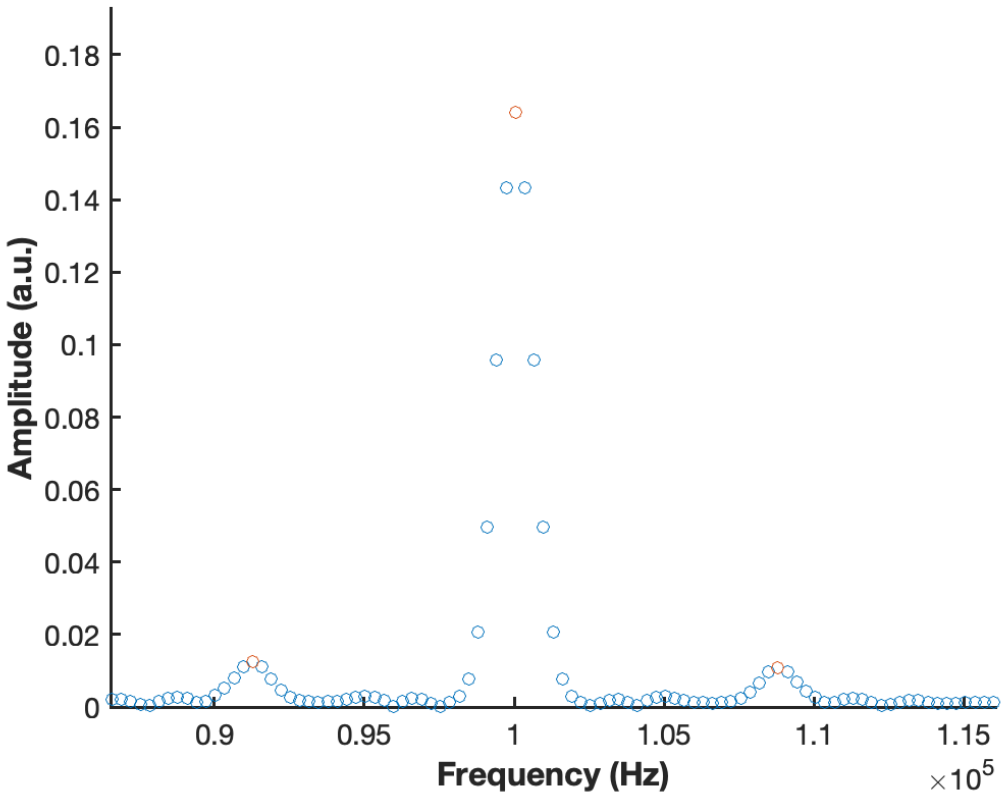

Figure 29 – Agrandissement du spectre à 1MHz de la figure 28

D'après notre analyse de donnée, nous déterminons que le décalage fréquentiel causé par l'effet Doppler est estimé à 8,7535 kHz. À noter que les pics avant et après le pic central étaient absents avant de bouger le miroir de transition. Ces résultats sont très encourageants, car ils suggèrent qu'il est théoriquement possible de quantifier le décalage fréquentiel causé par une mesure temporelle.