

215-218

平面及直线与多面体相交算法

林振民^{*} 陈少强

(地质矿产部地球物理地球化学勘查研究所)

p 624

【摘要】 文章详细介绍了平面与多面体相交的算法。讨论了多面体的描述,建立查找表、扫描、跟踪等方法,以及平面与多面体多次相交情况的处理。文章还介绍了直线与多面体相交的算法。

【关键词】 平面与多面体相交 直线与多面体相交 查找表 扫描 跟踪

地质体模型

0 前言

地质勘探,

在文献[1]中,作者用三角形组成的多面体表示任意形地质体模型。有时人们希望用一系列平行截面表示这种地质体模型;或用一个截面动态地横扫地质体,以了解其形态的细节。这就涉及到平面与多面体相交的算法。如果我们希望对某一推断的矿体设计一个验证钻孔,要求事先预计钻孔见矿深度和穿透深度,这就涉及到直线与多面体相交的算法。本文将介绍这些算法。

1 多面体的描述

由三角形组成的多面体,可用下列数据描述:

- (1) 顶点数目 v ;
- (2) 边(棱)数目 l ;
- (3) 三角形(面)数目 t ;
- (4) 顶点编号 i ($i=0,1,2,\dots,v-1$);
- (5) 边编号 j ($j=0,1,2,\dots,l-1$);
- (6) 三角形编号 k ($k=0,1,2,\dots,t-1$);
- (7) 顶点的三维坐标 $v(i,u)$,其下标 $u=0,1,2$ 分别对应于 x,y,z ;
- (8) 边的两端的顶点编号 $L(j,b)$,其下标 $b=0,1$ 分别对应于两个端点;

* 本文是地矿部八五攻关项目中的一项目专题研究成果之一,由地矿部科技司资助。

-- 收稿日期:1995-11-7;改稿日期:1996-07-21 地址:北京海淀区学院路(邮政编码:100083)

(9)三角形的三个顶点的顶点编号 $T(k, c)$; 下标 $c=0, 1, 2$ 分别对应于三个顶点。

上述(8)、(9)项描述多面体的各顶点、边、面之间的连接关系,属于拓扑信息,(7)项描述多面体的位置、大小、形状,属于几何信息。

在平面或直线与多面体相交算法中,上述数据均视为给定数据,产生方法见文献[1]。

2 平面与多面体相交算法

求平面 $x=x_0$ (或 $y=y_0, z=z_0$) 与多面体相交的多边形算法如下:

2.1 建立查找表

本算法涉及若干查找表。1(8)的 $L(j, b)$ 就是一种查找表。它根据边的编号,查找其两端顶点的编号,称为边号—点号查找表。1(9)的 $T(k, c)$ 根据三角形编号查找其三个顶点编号,称为三角形号—点号查找表。这两个表均为给定数据。此外,还需建立以下查找表:

(1)点号—边号查找表及点号—点号查找表

点号—边号查找表可表示为数组 $VL(i, h)$ 。它表示通过顶点 i 的各边的编号。下标 h 为边的计数器。

点号—点号查找表可表示为数组 $VV(i, h)$ 。它表示顶点 i 周围一圈的顶点编号,即通过顶点 i 的各边的另一端的顶点编号。

这两个表的建立方法见文献[1]。

(2)三角形号—边号查找表

三角形号—边号查找表可表示为数组 $TL(k, d)$ 。下标 $d=0, 1, 2$ 分别对应于三角形 k 的三个边。数组的值为三个边的编号。其建立的步骤如下:

对于 $k=0, 1, 2, \dots, t-1$ 做:

①寻找第1顶点 $T(k, 1)$ 和第2顶点 $T(k, 2)$ 所连的边编号,存入数组元素 $TL(k, 0)$ 中。其算法是:

$h=0;$
while($VV(T(k, 1), h) \neq T(k, 2)$) $h=h+1;$

$TL(k, 0)=VL(T(k, 1), h)$

②寻找第2顶点 $T(k, 2)$ 和第0顶点 $T(k, 0)$ 所连的边的编号,存入数组元素 $TL(k, 1)$ 中。其算法同上述。

③寻找第0顶点 $T(k, 0)$ 和第1顶点 $T(k, 1)$ 所连的边编号,存入数组元素 $TL(k, 2)$ 中。其算法同上述。

(3)边号—三角形号查找表

边号—三角形号查找表可表示为数组 $LT(j, e)$ 。下标 $e=0, 1$ 分别对应于与边 j 相邻的两个三角形。数组的值为这两个三角形编号。建立的方法是:从 $TL(k, d)$ 中查出三角形 k 三个边的编号,按这三个边的编号,将三角形编号 k 存入数组 $LT(j, e)$ 中。具体算法是:

for($j=0; j<t; j=j+1$) $E(j)=0;$

for($k=0; k<t; k=k+1$)

for($d=0; d<3; d=d+1$)

{ $j=TL(k, d); LT(j, E(j))=k; E(j)=E(j)+1;$ }

这里: $E(j)$ 表示第 j 边的计数器。

2.2 扫描

按下面判别式对多面体的边按边编号顺序逐个检验是否与平面 $x = x_0$ 相交:

$$(x_1 - x_0)(x_2 - x_0) < 0 \quad (1)$$

满足该不等式即为相交, 否则为不相交。(后面将讨论判别式等于零的特殊情况)。这里 x_1, x_2 表示该边两个端点 x 座标。

当找到一个相交边时, 记录下该边的编号。并按下列线性插值公式求交点座标 (x_i, y_i, z_i) :

$$x_i = x_0 \quad (2)$$

$$y_i = y_1 + (y_2 - y_1)(x_0 - x_1)/(x_2 - x_1) \quad (3)$$

$$z_i = z_1 + (z_2 - z_1)(x_0 - x_1)/(x_2 - x_1) \quad (4)$$

然后转入跟踪。该点即为跟踪的起始点。

2.3 跟踪

跟踪步骤如下:

(1) 对扫描过程中找到的相交边, 根据边号—三角形号查找表找出与该边相邻的两个三角形编号。任取其中一个(例如第1个)做为即将进入的新三角形。该边即为进入边。

(2) 根据三角形号—边号查找表, 找出新三角形三个边的编号。

(3) 根据边号—点号查找表, 按判别式(1)检验除进入边之外的另两个边。满足上述判别式者即为新相交边, 记录下该边号。按线性插值公式(2)、(3)、(4)求出新交点座标。

(4) 根据边号—三角形号查找表, 找出与新相交边相邻的两个三角形。其中一个为即将离开的旧三角形, 另一个为即将进入的新三角形。

(5) 对新三角形, 不断重复步骤(2)、(3)、(4)直至回到跟踪起始点为止。

2.4 对判别式为零的处理

如果出现 $(x_1 - x_0)(x_2 - x_0) = 0$ 的特殊情况, 则需做一些处理。处理方法是: 如果 $x_1 = x_0$, 则将 x_1 加上微小量 ϵ ; 如果 $x_2 = x_0$, 则将 x_2 加上微小量 ϵ 。

扫描和跟踪过程中找到的各交点连线, 即为平面 $x = x_0$ 与多面体相交的多边形。用类似方法可获得平面 $y = y_0$ 或 $z = z_0$ 与多面体相交的多边形。

我们还可以将式(2)、(3)、(4)改写成适用于平面 $x = x_0, y = y_0$ 或 $z = z_0$ 与多面体相交的通用形式, 即:

$$x_i = x_1 + (x_2 - x_1)(w_0 - w_1)/(w_2 - w_1) \quad (5)$$

$$y_i = y_1 + (y_2 - y_1)(w_0 - w_1)/(w_2 - w_1) \quad (6)$$

$$z_i = z_1 + (z_2 - z_1)(w_0 - w_1)/(w_2 - w_1) \quad (7)$$

对于上述三种情况, 分别以 x 或 y 或 z 替换式(5)、(6)、(7)中的 w 即可。按这组通式求交点座标, 有助于程序简洁、通用。

2.5 平面与多面体多次相交的处理

有时可能出现一个平面与一个多面体多次相交情况, 即平面与多面体相交成一个以上多边形。为处理这个问题, 需建立多面体的边的状态表。该表的初值为0。不论在扫描或跟踪过程中, 每找到一个新相交边, 则对该表中的相应边赋以1值。在扫描过程中, 每找到一个相交边, 先从状态表中查看该边的状态。如果状态为0(表明它是新发现的相交边), 则转入跟踪。如果状态为1(表明它是以前已做过的相交边), 则继续扫描。扫描过程与跟

踪过程交替进行,直至扫描到最后一个边为止。

3 直线与多面体相交算法

求垂直线 $x=x_0, y=y_0$ 与多面体的交点问题,可分为以下两大步骤进行:

(1)求平面 $x=x_0$ 与多面体相交的多边形。

(2)求平面 $y=y_0$ 与上述多边形的交点。

上一步骤的算法已在2节中描述。下面介绍下一步骤的算法。

(1)按判别式 $(y_1-y_0)(y_2-y_0) < 0$ (8)

依次检验多边形各边是否与平面 $y=y_0$ 相交。其中 y_1, y_2 为多边形某边两端点 y 坐标。

(2)每发现一个相交边,即按下式求交点的 z 坐标 z_i

$$z_i = z_1 + (z_2 - z_1)(y_0 - y_1)/(y_2 - y_1) \quad (9)$$

其中 z_1, z_2 为相交边两端点的 z 坐标。

将 z_i 存入数组。每存入一个,计数器加1。

(3)当所有交点找完后,将数组中的 z_i 按从小到大的顺序排列。

最后指出,上述算法已在计算机上实现,并已用于PANDACAEX 计算机辅助勘查软件中^[2]。

参考文献

- 1 林振民,陈少强. 计算机上的橡皮膜技术. 物探化探计算技术. 1996;18(1).
- 2 林振民,陈少强. 三维可视化技术在固体矿产中的应用. 物探化探计算技术. 1994;16(4).

THE ALGORITHM FOR INTERSECTING A PLANE OR A LINE WITH A POLYHEDRON

Lin Zhenmin Chen Shaoqiang

(Institute of Geophysical and Geochemical Exploration, MGMR)

Abstract The algorithm for intersecting a plane with a polyhedron is presented in this paper. The methods for describing a polyhedron and establishing look-up tables and scanning and tracing are discussed. The cases of intersecting more than once are discussed. The algorithm for intersecting a line with a polyhedron is also presented.

Key words intersection of plane with polyhedron, intersection of line with polyhedron, lookup table, scanning, tracing

【作者简介】林振民,男,福州人,生于1930年5月。1952年毕业于燕京大学物理系。原供职于地矿部物化探研究所,任所学术委员会名誉委员,教授级高工,硕士生导师,涉足于计算机在地质中应用研究的若干方面。现已退休。