2025 年高教社杯全国大学生数学建模竞赛题目

(请先阅读"全国大学生数学建模竞赛论文格式规范")

A 题 烟幕干扰弹的投放策略

烟幕干扰弹主要通过化学燃烧或爆炸分散形成<mark>烟幕或气溶胶云团</mark>,在目标前方特定空域 形成遮蔽,干扰敌方导弹,具有成本低、效费比高等优点。随着烟幕干扰技术的不断发展, 现已有多种投放方式完成烟幕干扰弹的定点精确抛撒,即在抛撒前能精确控制烟幕干扰弹到 达<mark>预定位置</mark>,通过时间引信时序控制<mark>起爆时间。 变量: 位置、时间</mark>

现考虑运用无人机完成烟幕干扰弹的投放策略问题。具有长续航能力的无人机挂载某型烟幕干扰弹在特定空域巡飞,受领任务后,无人机投放烟幕干扰弹在来袭武器和保护目标之间形成烟幕遮蔽。每架无人机投放两枚烟幕干扰弹至少间隔1s。烟幕干扰弹脱离无人机后,在重力作用下运动。烟幕干扰弹起爆后瞬时形成球状烟幕云团,由于采用特定技术,该烟幕云团以3 m/s 的速度匀速下沉。据试验数据知,云团中心10 m 范围内的烟幕浓度在起爆20 s 内可为目标提供有效遮蔽。

来袭武器为空地导弹,该型导弹飞行速度 300 m/s。导弹的飞行方向直指一个为掩护某半径 7 m、高 10 m 的圆柱形固定目标而专门设置的假目标。以假目标为原点,水平面为 xy 平面,真目标下底面的圆心为 (0,200,0)。警戒雷达发现来袭导弹时,3 枚导弹 M1、M2、M3 分别位于 (20000,0,2000)、(19000,600,2100)、(18000,-600,1900);5 架无人机的位置信息分别为 FY1(17800,0,1800)、FY2(12000,1400,1400)、FY3(6000,-3000,700)、FY4(11000,2000,1800)、FY5(13000,-2000,1300)。

在导弹来袭过程中,通过投放烟幕干扰弹尽量避免来袭导弹发现真目标。控制中心在警戒雷达发现目标时,立即向无人机指派任务。无人机受领任务后,可根据需要瞬时调整飞行方向,然后以70~140 m/s 的速度等高度匀速直线飞行。每架无人机的航向、速度可不相同,但一旦确定就不再调整。

为实现更为有效的烟幕干扰效果,需设计烟幕干扰弹的投放策略,主要包括无人机飞行方向、飞行速度、烟幕干扰弹投放点、烟幕干扰弹起爆点等。请建立数学模型,针对不同情形,分别设计烟幕干扰弹的投放策略,使得多枚烟幕干扰弹对真目标的有效遮蔽时间尽可能长。不同烟幕干扰弹的遮蔽可不连续。

- 问题 1 利用无人机 FY1 投放 1 枚烟幕干扰弹实施对 M1 的干扰, 若 FY1 以 120 m/s 的速度朝向假目标方向飞行, 受领任务 1.5 s 后即投放 1 枚烟幕干扰弹, 间隔 3.6 s 后起爆。请给出烟幕干扰弹对 M1 的有效遮蔽时长。
- 问题 2 利用无人机 FY1 投放 1 枚烟幕干扰弹实施对 M1 的干扰,确定 FY1 的飞行方向、飞行速度、烟幕干扰弹投放点、烟幕干扰弹起爆点,使得遮蔽时间尽可能长。
- **问题 3** 利用无人机 FY1 投放 3 枚烟幕干扰弹,实施对 M1 的干扰。请给出烟幕干扰弹的投放策略,并将结果保存到文件 result1.xlsx 中 (模板文件见附件)。
- **问题 4** 利用 FY1、FY2、FY3 等 3 架无人机,各投放 1 枚烟幕干扰弹,实施对 M1 的干扰。请给出烟幕干扰弹的投放策略,并将结果保存到文件 result2.xlsx 中(模板文件见附件)。
- **问题 5** 利用 5 架无人机,每架无人机至多投放 3 枚烟幕干扰弹,实施对 M1、M2、M3 等 3 枚来袭导弹的干扰。请给出烟幕干扰弹的投放策略,并将结果保存到文件 result3.xlsx 中(模板文件见附件)。